

Research about Ratio' s Understanding of Junior and Senior High School Students

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2019-03-28 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 熊倉, 啓之, 國宗, 進, 松元, 新一郎 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.14945/00026356

中学生・高校生の割合の理解に関する調査研究

熊倉 啓之 國宗 進 松元 新一郎
静岡大学教育学部 静岡大学教育学部 静岡大学教育学部

Research about Ratio's Understanding of Junior and Senior High School Students

Hiroyuki KUMAKURA Susumu KUNIMUNE Shinichiro MATSUMOTO

Abstract

A purpose of this study is to clarify ratio's understanding of junior and senior high school students and to get the suggestions for teaching ratio. First, the authors researched previous studies and textbooks in Finland about ratio. Next, the authors made some questions and questionnaire, and carried out the survey for from 7th to 11th students, and then, clarified ratio's understanding of students through analyzing the survey, and have gotten four suggestions with improvement of teaching ratio exactly at junior or senior high school level as follows;

- 1) Questions concerning "The third usage of ratio" answering the basis from compared amount and ratio is ought to be teach again,
- 2) "Comparison type questions" deciding which one is the basis of two amounts is ought to be teach,
- 3) "PP type questions" using the idea of two ratio's product is ought to be treated,
- 4) "P/P type questions" using the idea of two ratio's quotient, and "percentage point" are ought to be treated.

キーワード：割合，第3用法，対比型，PPタイプ，P/Pタイプ，パーセントポイント

1. 研究の目的と方法

算数教育の長年の課題の1つとして「割合の理解の困難性」が挙げられる。例えば、1956年度全国学力調査5(3)の「米の石高を、割合を使って比べる」問題（第1用法）の正答率は10.6%であった。このような実態の改善を目指して、割合指導のあり方について多くの研究と実践が積み重ねられてきた（例えば、寺岡他，1983；中村，2002；田端，2002）。それにも関わらず、現在でも割合の理解について課題が指摘されている（例えば、国立教育政策研究所，2017）。

平成29年告示学習指導要領では、割合の指導は小4、小5の算数科で行われ、中学校や高等学校数学科では、割合は算数科で学習済みであることを前提として、文字式や方程式、確率・統計などの学習場面で登場する程度である。そのため、割合指導に関する先行研究は、小学校算数科での指導場面に関するものがほとんどである。しかし、中学生や高校生になっても理解が深まらない実態がある（例えば、国立教育政策研究所，2013）とすれば、中学校や高等学校において、意図的かつ系統的な割合指導のあり方を検討することは意義があると考えられる。

そこで筆者らは、割合に関する学習内容は日常生活にも多々関係する重要なものであり、もっと深い理解を目指すべきであるとの立場に立ち、特に中学校・高等学校数学科において、割合の理解を深める指導のあり方を追究することを目指す。そのために本研究では、先行研究などを踏まえ、調査を通して中学生・高校生の割合の理解の実態を明らかにした上で、指導への示唆を得ることを目的とする。

研究の方法は、次の通りである。

- (1) 割合の理解に関する先行研究を分析する。
 - (2) フィンランドの教科書を分析する。
 - (3) (1)，(2)の分析結果を踏まえて調査問題を作成し、中学生・高校生を対象に調査を実施する。
 - (4) 調査結果を分析して割合の理解の実態を明らかにし、指導への示唆を得る。
- (2)でフィンランドに着目するのは、中学校・高等学校でも割合指導を行っているからである。

2. 研究の経過

これまでに上記(1)～(4)の一部について、以下の通り報告した（熊倉他，2018a；熊倉他，2018b）。

(1) 割合の理解に関する先行研究の分析

分析の結果を、次の2点に整理した。

- ① 比の3用法の問題の中で、第2用法の問題の正答率は他に比べて高く（金井，2002；大山，2014），逆に第3用法の問題の正答率は他に比べて低い（吉田，2003）。
- ② 割合の問題は、全体部分型、伸縮型、対比型の3つの型に分類され、その中で2つの量を比較する必要性の低い対比型の問題は教科書であまり扱われず（岡田，2008），またこの種の問題の正答率は低い（金井，2002）。

(2) フィンランドの教科書分析

分析の結果を、次の3点に整理した。

- ① 小学校や中学校では、第2用法の問題解決に帰一法を扱っている。また、第3用法の問題は中学校以降で、対比型の問題は高等学校のみで扱っている（M.Koivisto他，2006；T.Laurinolli，2007）。
- ② 次のような「割合の割合」を考える問題、つまり割合に割合をかける問題（以下、PPタイプ）を高等学校で扱っている（M.Perasalo他，2009，p.111）。

動物園の入場者数を5年間調査した。その結果、最初の4年間は、いつも前年の5%だけ増加したが、5年目は前年の10%だけ減少したことがわかった。結局5年間で、どれだけ変化したか。

- ③ 次のような「割合を基にした割合」を考える問題、つまり割合を割合でわる問題（以下、P/Pタイプ）を高等学校で扱っている（同p.112）。

電子レンジは、1990年には52%の世帯が所有していたが、1996年には77%の世帯が所有するようになった。所有する世帯数は（世帯数が変わらないとして）何%増加したか。

(3) 調査問題の作成

先行研究や教科書の分析結果を踏まえて、調査の観点を次のア～エに定め、これらの観点に沿って、以下の通り調査問題①～⑥を作成した。これらの問題を理解し解決できることが、筆者らの目指す「割合の深い理解」に相当すると考える。

- ア 第2用法の問題（①）と比べて、第3用法の問題をどの程度理解し解決できるか。どのように解決するか（②(1)(2)）。

イ 対比型の問題を理解し解決できるか（③）。

ウ PPタイプの問題を理解し解決できるか（④、⑤）。

エ P/Pタイプの問題を理解し解決できるか（⑥）。

① 定価2000円のケーキを30%引きで売るとき、割引後の価格はいくらになりますか。求め方と答えを書きなさい。〔ア〕

② 次の問題について考えます。〔ア〕

ある会社のサケの缶詰は、今年から内容量が20%増量して180gで販売されています。昨年までの内容量は何gでしょうか。

(1) 昨年までの内容量の求め方と答えを書きなさい。

(2) (1)の求め方がよくわからないという友だちに、あなたが図・表・絵などを使ってわかりやすく説明するとしたら、どのように説明しますか。下に書きなさい。ただし、図・表・絵などをすべて使う必要はありません。

③ フィンランドと日本のおよその国土面積は、次の表の通りです。〔イ〕

	フィンランド	日本
国土面積	34 (万km ²)	38 (万km ²)

(1) 日本の国土面積を基準にするとき、フィンランドの国土面積のおよその割合を求める式を書きなさい。ただし、答えを求める必要はありません。

(2) フィンランドの国土面積を基準にするとき、日本の国土面積のおよその割合を求める式を書きなさい。ただし、答えを求める必要はありません。

④ A中学校では、全校生徒の30%が自転車通学で、そのうちの60%は男子です。自転車通学をしている男子は、全校生徒の何%ですか。求め方と答えを書きなさい。〔ウ〕

⑤ A動物園における2015年から2017年までの年間入場者数を調べました。2016年の入場者数は2015年の入場者数に比べて10%増えています。逆に、2017年の入場者数は2016年の入場者数に比べて10%減っています。2017年の入場者数は、2015年の入場者数と比べるとどうなりましたか。次のア～ウの中から正しいものを1つ選んで○を付け、その理由を書きなさい。〔ウ〕

ア 増えた イ 変わらない ウ 減った

6 A町の全面積に対する森林の面積の割合を調べたら、10年前は50%でしたが、今年は30%でした。10年前の森林の面積を基準にすると、今年の森林の面積は何%減少したのでしょうか。求め方と答えを書きなさい。ただし、10年前と今年でA町の全面積は変わっていません。〔エ〕

※〔 〕内は観点を示す。

4と5はいずれもPPタイプであって、4は全体部分型PPタイプ、5は伸縮型PPタイプの問題である。

(4) 質問紙調査の作成

調査問題、1～6の問題を解いた感想と合わせて、質問紙調査も作成した。質問項目は次の通りである。

割合に関する以下の8つの項目について、次のア～エの中から最も当てはまるもの1つを選んで、○をつけてください。

ア つよくそう思う イ そう思う
ウ そう思わない エ まったくそう思わない

- 割合(%)は、数学以外の教科に必要です。
- 割合(%)は、日常生活に必要です。
- 割合(%)に表すと、全体の中のどれくらいか分かります。
- 割合(%)に表すと、増加や減少などの変化の様子がわかります。
- 割合(%)に表すと、2つの量を比べることができます。
- 割合(%)の問題を解くのは楽しいです。
- 割合(%)の問題を解くのは得意です。
- 学んだ割合(%)を活用して日常生活の問題を解いてみようとする場合があります。

質問1, 2は割合の必要性, 3～5は割合の意味, 6～8は割合の問題に対する態度に関するものである。

(5) 調査の実施

調査対象は表1の通りである。対象校は、静岡県内の公立中学校5校、県立高校4校(3校は中堅校、1校は進学校)である。調査は2018年1～3月に、質問紙調査と合わせて25～30分で実施した。

表1 調査対象数(人)

校種	1年	2年	3年	計
中学校	368	368	396	1132
高等学校	656	536	75	1267

3 調査結果と考察

以下では、調査対象の少ない高3を除く、中1から高2までの結果について分析することとする。ただし、高1、高2の調査対象は、学力的に必ずしも高校生全体の分布と同じではないので、中1～中3と高1～高2の結果、および高1と高2の結果を単純に比較することはできないことに留意する。

(1) 問題1～6の全体を通した結果と考察

問題1～6の正答率と平均正答数は、表2の通りである。

表2 1～6の正答率(%)と平均正答数

問題	中1	中2	中3	高1	高2
1 第2用法	73.1	75.8	81.4	87.1	95.4
2(1) 第3用法	23.1	25.3	44.9	58.2	74.0
3 対比型	38.1	47.3	54.3	60.3	69.9
4 PPタイプ	40.8	40.6	58.1	64.6	73.0
5 PPタイプ	21.5	24.1	33.9	50.8	61.2
6 P/Pタイプ	14.0	16.2	22.6	32.2	41.6
平均正答数	2.2	2.4	3.0	3.6	4.2

表2から、全体を通して次のことが指摘できる。

ア いずれの問題の正答率も、また6問中の平均正答数も、学年進行とともに上昇していて、割合の理解は少しずつ深まっていくことが推測される。

イ 5, 6は、一貫してどの学年でも正答率が低い。PPタイプやP/Pタイプの問題を授業で扱っていないことが要因と考えられる。一方で、4はPPタイプであり、5, 6と同様に授業で扱っていないが、比較すると正答率が高い。その理由として、この種の問題が日常場面でたびたび登場すること、数学Aの確率の学習で確率と確率の積を扱うこと、全体部分型の方が増減型よりも考えやすい等が考えられる。

ウ 3は、高2の段階で、若干であるが2, 4よりも正答率が低い。第1用法ではあるが、対比型の問題は、生徒にとって考えにくく、日常場面の中で、あまり登場しないことも要因の1つであろう。

エ これまでの先行研究において、問題の正答率について、次の①、②が指摘されている。

- ① 第2用法→第1用法→第3用法の順に低い。
- ② 全体部分型・伸縮型→対比型の順に低い。
今回の調査結果を通してさらに③が予想できる。
- ③ 単純タイプ→PPタイプ→P/Pタイプの順に低い。
また、④と⑤の比較から、全体部分型→伸縮型の順に低い可能性も示唆される。

これらについては、さらなる詳細な調査が必要である。

(2) 各問題の結果と考察

各問題の結果については、まず生徒の解答をもとに定めた解答類型を示し、続いてその反応率を示す。また、解答類型のいずれの表においても、◎は正答を、○は準正答を示している。

① 問題1の結果と考察

表3 ①(第2用法)の解答類型

NO.	解答類型	正答
1	2000×(1-0.3)=1400円 2000×0.7=1400円	◎
2	2000-2000×0.3=1400円, 他	◎
3	立式は正しいが計算に誤りがある	○
4	2000×0.3=600円	
5	2000-30=1970円	
9	その他(2000÷30=66.6円等)	
0	無解答, 途中まで	

表4 ①の解答類型別の反応率(%)

NO.	中1	中2	中3	高1	高2
1	47.8	48.9	48.5	58.7	64.4
2	24.5	25	32.1	27.3	29.9
3	0.8	1.9	0.8	1.1	1.1
4	7.3	7.9	7.1	5.9	1.5
5	0.3	0.3	0.5	0.3	0
9	10.9	10.6	7.6	2.7	2.6
0	8.4	5.4	3.5	4	0.6
正答率	73.1	75.8	81.4	87.1	95.4

表4から、次の点を指摘することができる。

ア 中1でも平均正答率は70%を超え、学年進行とともに正答率が上昇し、高2では95%を超えた。第2用法の問題は、生徒にとっては容易であるといえるであろう。それでも、中1では、1/4の生徒はできていない。

イ 誤答の中では、類型4の「2000×0.3=600円」が

どの学年でも最も多かった。このように解答した生徒は、単純にひき算することを忘れてしまったか、あるいは30%=0.3であることは理解しているものの、問題に適する答えを求めることができなかったと考えられる。

ウ ごく少数ではあるが、類型5の「2000-30=1970円」が中1~高1で見られた。これは、問題文に与えられた金額2000円と割合30%をひき算している解答である。その他の類型9や類型0も含めて、これらの生徒は、割合の意味が全く理解できていないことが読み取れる。

② 問題2(1)の結果と考察

表5 ②(1)(第3用法)の解答類型

NO.	解答類型	正答
1	方程式による方法(1.2x=180等)	◎
2	比例式による方法(1.2:1=180:x等)	◎
3	わり算による方法(180÷1.2=150g, 180÷120/100=150g)	◎
4	その他(1~3以外)の正しい方法	◎
5	正しい求め方であるが答えが違う	○
6	180×80/100=144g, 180-180×20/100=144g(計算ミス含む)	
7	180-20=160g	
8	180×0.2=36g	
9	その他(180÷0.2=900g, 180×1.2=216g, 180÷0.8=225g, 180+20=200g, 180÷20=9g等)	
0	無解答, 途中まで	

表6 ②(1)の解答類型別の反応率(%)

NO.	中1	中2	中3	高1	高2
1	6.3	12.2	33.1	43.0	59.1
2	2.4	1.4	2.5	5.5	3.7
3	10.9	8.4	4.0	6.3	5.4
4	3.5	3.3	5.3	3.4	5.6
5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.2
6	37.5	41.6	31.3	24.5	17.0
7	1.9	2.4	2.0	0.5	0.2
8	1.6	2.7	1.5	1.1	0.7
9	20.9	19.3	14.4	5.0	4.5
0	14.9	8.7	5.8	10.8	3.5
正答率	23.1	25.3	44.9	58.2	74.0

表7は、正答している解答のうち、どの方法(方程式, 比例式, わり算, その他)を用いているかの割合を示したものである。

表7 2(1)の求め方 (%)

NO.	中1	中2	中3	高1	高2
1 方程式	27.1	48.4	73.6	74.0	80.1
2 比例式	10.6	5.4	5.6	9.4	5.1
3 わり算	47.1	33.3	9.0	10.8	7.3
4 その他	15.3	12.9	11.8	5.8	7.6

表6, 表7から, 次の点を指摘することができる。
 ア 表6から, 学年進行とともに正答率は上昇しているが, それでも中3で50%に満たない。第2用法の問題1と比べたとき, 第3用法の問題は, 中学生・高校生にとって難しいことがわかる。

イ 表7から, 類型1の「方程式による方法」が学年進行とともに増加し, 高2では80%を超えている。一方で, 小学校で扱う類型3の「わり算による方法」は, 中1で50%近くあるものの, その後は減少し高2では10%に満たない。この結果から, 中学生・高校生は, 「方程式による方法」の方が「わり算による方法」よりも解きやすい, と感じていると推察できる。

ウ 表7から, 類型2の「比例式による方法」はいずれの学年でも約10%以下である。「比例式を解く」ことについては, 中1の1次方程式の単元で学習するが, この結果は, 割合の第3用法の問題を中1の方程式の単元で直接扱っていないことに起因すると考えられる。

エ 表7から, 類型4の「その他の正しい方法」としては, 次のようなものが見られた。

- a) $180 \div 120 = 1.5, 1.5 \times 100 = 150g$
- b) $180 \div 12 = 15, 15 \times 10 = 150g$

a)は, まず180gが120%に相当するとして, 1%に相当する量1.5gを求め, それを100倍して100%に相当する量を求めた方法(帰一法)である。b)は, a)の考えと同様に, まず180gが120%に相当するとして, 10%に相当する量15gを求め, それを10倍して100%に相当する量を求めた方法である。いずれも, 小中高を通して, 必ずしも積極的に扱われていない方法であり, そのためか, このような方法で求める生徒の割合はごく少数であった。

オ 表6から, 誤答の中では, 類型6の「 $180 \times 0.8 = 144g$ 」等とする解答がどの学年でも最も多く, 中1, 中2ではそれぞれ37.5%, 41.6%と, 正答率よりも高

かった。基準量を「今年の内容量」としてしまったことによる誤りである。特に第3用法の問題においてこの種の誤りが多いことは, 全国学力・学習状況調査と同様の結果(国立教育政策研究所, 2015)である。これらの生徒は, 基準量を正しく判断することを苦手としている。

カ 表6から, ごく少数ではあるが, 類型7の「 $180 - 20 = 160g$ 」とする解答が, どの学年でも見られた。これらの生徒は, 問題文に与えられた内容量180gと割合20%をひき算している。また, 類型9の「その他」の中にも, 次のような誤りが見られた。

- c) $180 \div 0.2 = 900g$ d) $180 \times 1.2 = 216g$
- e) $180 \div (1 - 0.2) = 225g$ f) $180 + 20 = 200g$
- g) $180 \div 20 = 9g$

いずれの解答も, 与えられた数値180, 20をもとに, 苦し紛れに計算をしたものと考えられる。

③ 問題2(2)の結果と考察

表8 2(2)の解答類型

NO.	解答類型
1	絵, 絵+矢印等
2	テーブル図, ブロック図, 面積図(長方形)
3	線分図
4	数直線図
5	表
6	円グラフ
7	矢印(関係図など)
8	式のみ, 言葉の式のみ
9	その他(比例のグラフ, くもわ等)
0	無解答, 途中まで

表9 2(2)の解答類型別の反応率 (%)

NO.	中1	中2	中3	高1	高2
1	17.8	29.0	33.7	28.6	24.2
2	11.9	8.6	10.7	28.6	27.7
3	5.9	7.5	3.9	5.0	2.5
4	0	0	0	0	0.3
5	12.9	4.3	11.8	5.5	5.8
6	0	1.1	0	1.6	1.0
7	7.9	14.0	13.5	12.6	17.9
8	20.8	25.8	17.4	11.8	12.8
9	2	0	2.2	0.3	0.3
0	5	9.7	7.9	6	7.6

表8の「線分図」は, 線分の長さで数量を表している図, 「数直線図」は, 線分に目盛りがあって目盛りの位置で数量を表した図のことである。

また表9は、表8に基づき②(1)で正答した解答のみについて集計した結果である。

表9から、次の点を指摘することができる。

- ア 中2～高1では、類型1の「絵等」が最も多く、中1、高2でも2番目に多かった。「友だちにわかりやすく説明」という場面設定において、絵は理解が容易であると考える生徒が多いといえる。
- イ 類型2の「テープ図等」も比較的多く、特に高1、高2では最も多かった。また、この説明による記述は、テープ1本による説明と2本による説明に分類できた(図1)。テープ2本による説明はすべて、1本が昨年、1本が今年の内容量と割合を表している。

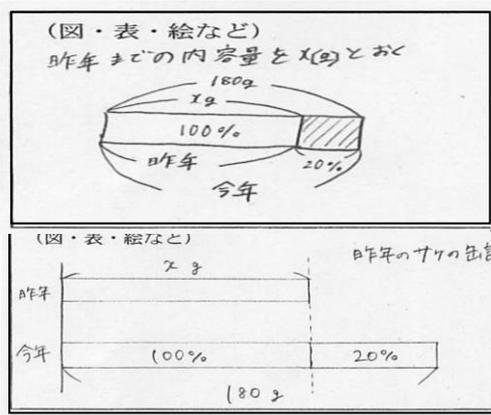


図1 テープ図による説明の例(上:1本,下:2本)

ウ 類型4の「数直線図」は、②(1)の正答者に限定すれば1人もいなかった。不正解の解答を含めても、中1で1人のみであった。算数教科書で扱われている説明にも関わらず、2本の数直線図をかかない生徒が大多数であることから、指導者が有効なツールであると感じていても、子どもは必ずしもわかりやすい図とは感じていない実態が明らかになった。小学校での図の活用のある方についても検討する必要がある。

④ 問題③の結果と考察

表11から、次の点を指摘することができる。

- ア 正答率は、中1で40%に満たないが、学年進行とともに上昇して、高2では70%弱であった。しかし、中学校段階だけでみると、中3でも60%に満たず、対比型の問題ができない実態がわかる。小学校教科書(平成26年検定,以下同様)では、対比型の問題を6社中3社しか扱っていない上に、いずれも割合指導の前半で指導している。金井(2002)の

表10 ③(対比型)の解答類型

NO.	解答類型	正答
1	(1)(2)いずれもわり算または分数式 ($34 \div 38, 34 \div 38 \times 100, 34/38$ 等)	◎
2	(1)(2)いずれも方程式または比例式 ($1:x=38:34, 38x=34$ 等)	◎
3	(1)(2)の式の種類は違うが、いずれも正しい式	◎
4	(1)(2)いずれも基にする量が逆の式	
5	(1)(2)いずれもひき算の式 ($34-38, 38-34$)	
6	(1)(2)一方のみ正しい式	
9	その他	
0	無解答, 途中まで	

表11 ③の解答類型別の反応率(%)

NO.	中1	中2	中3	高1	高2
1	35.9	47.3	49	53	59.3
2	2.2	0	4.8	7	10.4
3	0	0	0.5	0.3	0.2
4	14.7	17.7	13.1	10.5	10.3
5	0.8	0.8	0.3	0.2	0
6	3.5	1.9	1.5	1.1	1.5
9	13	11.4	7.1	5.2	3.7
0	29.9	20.9	23.7	22.7	14.6
正答率	38.1	47.3	54.3	60.3	69.9

指摘と合わせると、解決の必要性の薄い対比型の問題を、割合の理解がまだ十分でない序盤で学習することも、正答率の低さにつながっていると考えられる。

- イ 誤答の中では、類型4の「(1)(2)いずれも基にする量が逆の式」が、中1～高2いずれの学年でも、10～20%で最も多かった。基準量を正しく判断することに課題がある。

- ウ 類型0の「無解答, 途中まで」は、中1～高1で20%を超えていて、正答率の割には多かったといえる。特に中1では、問題文にある「基準にすると」の意味が読み取れず、問題で聞かれていることの意味が分からない生徒も少なくなかったと推測される。

⑤ 問題④の結果と考察

表13から、次の点を指摘することができる。

- ア このタイプの問題は、小学校の教科書では1社だけが扱っていて、その他は、中学校、高等学校も含めて教科書では扱っていない。正答率は中1、中2いずれも40%強であって、その後は学年進行とと

表12 4 (PPタイプ) の解答類型

NO.	解答類型	正答
1	全校生徒を x 人として計算 ($0.3x \times 0.6, 30x / 100 \times 60 / 100$ 等)	◎
2	割合のみで計算 ($0.3 \times 0.6, 30\% \times 0.6$ 等)	◎
3	全校生徒を 100 人等として計算	○
4	上記いずれかの方法で 0.18 (%)	○
5	正しい求め方であるが、計算ミス	○
6	$0.3 \div 0.6 = 0.5, 30 \div 60 = 0.5$ より 50%	
7	$60 - 30 = 30$ より 30%	
8	$60 \div 30 = 2, 0.6 \div 0.3 = 2$ より 2%	
9	その他 ($60 + 30 = 90\%, 60 \div 0.3 = 20\%, 60 \div 30 = 20\%$ 等)	
0	無解答, 途中まで	

表13 4の解答類型別の反応率 (%)

NO.	中1	中2	中3	高1	高2
1	3.0	4.9	14.9	17.4	22.2
2	30.2	29.1	37.1	40.1	42.9
3	5.7	5.2	3.5	4.7	6.9
4	1.6	1.4	2.3	1.8	0.6
5	0.3	0.0	0.3	0.6	0.4
6	1.4	3.8	1.8	0.6	1.1
7	0.8	2.2	1.0	0.2	0.4
8	0.8	0.5	1.8	0.3	0.2
9	25.3	25.8	13.9	9.6	8.8
0	31.0	27.2	23.5	24.7	16.6
正答率	40.8	40.6	58.1	64.6	73.0

もに正答率は上昇し、高2では70%を超えている。全体的な正答率は3と類似しているが、中1と中2で差がないことがわかる。

イ 正答した解答の中では、類型2の「割合のみで計算」が、いずれの学年も最も多かった。全体部分型PPタイプの問題の場合は、「割合のみで計算」する方法が考えやすいことが推測される。

ウ 類型0の「無解答, 途中まで」が、中1では30%強で、高2以外の他の学年でも20%を超えていた。この種の問題が授業で扱われていない結果と推測される。

エ 誤答の中では、類型6の「 $0.3 \div 0.6 = 0.5, 30 \div 60 = 0.5$ より50%」が、数は少ないがいずれの学年にも見られた。他にも類型7~9の「 $60 - 30 = 30\%$ 」「 $60 \div 30 = 2\%$ 」「 $60 + 30 = 90\%$ 」等の解答が見られた。これらの解答は、30%と60%の数値を使って、苦し紛れに計算して答えを出したものと考え

られる。

⑥ 問題5の結果と考察

表14 5 (PPタイプ) の解答類型

NO.	解答類型	正答
1	ウと回答し、2年前の入場者数を x 人として計算 ($1.1x \times 0.9, 110x / 100 \times 90 / 100$ 等)	◎
2	ウと回答し、割合のみで計算 ($1.1 \times 0.9, 110 / 100 \times 90 / 100$ 等)	◎
3	ウと回答し、言葉により説明	◎
4	ウと回答し、2年前の入場者数を 100 人等として計算	○
5	ウと回答し、意味不明な理由 ($10x / 100 \times 90 / 100$ 等), 理由なし	
6	イと回答し、10%増で10%減だから、その他の理由, 理由なし	
7	アと回答し、その他の理由, 理由なし	
9	その他 (複数を選択等)	
0	無解答, 途中まで	

表15 5の解答類型別の反応率 (%)

NO.	中1	中2	中3	高1	高2
1	0.3	4.3	14.4	16.8	23.3
2	0.8	0.8	1.8	2.0	3.0
3	6.3	6.8	4.8	13.6	12.5
4	13.6	12.2	12.9	18.4	22.4
5	5.2	9.2	6.3	4.0	3.4
6	54.1	53.0	43.7	28.0	21.8
7	5.2	4.6	4.8	3.8	4.7
9	0	0.3	0.3	0	0
0	14.7	8.7	11.1	13.4	9.0
正答率	21.5	24.1	33.9	50.8	61.2

表15から、次の点を指摘することができる。

ア 正答率は、中1~高2で20%強~60%強であり、学年進行とともに上昇しているものの全体的に低く、同じPPタイプの4と比べても低い。全体部分型PPタイプよりも増減型PPタイプの方が、生徒にとっては難しいことが推測される。4と同様、この種の問題が授業で扱われていない結果が現れたと考えられる。

イ 正答の中で、類型1の「2年前の入場者数を x 人として計算」による説明は、中1では1%にも満たなかったが、学年進行とともに増加し、高2では20%を超えて正答の中で最も多かった。類型4の「2年前の入場者数を100人等として計算」による説明は、

中1でも10%を超えて最も多く、高2でも20%を超えて2番目に多かった。また、類型3の「言葉により説明」には、例えば次のような記述があった。

2015年に比べて2016年の人数が10%増えると、2015年の10%が増えたことになるが、2016年に比べて2017年は2016年の10%が減っただけである。2015年と2016年の人数が違うから10%分の人数も違うことになる。2016年の方が人が多かったから、人が多くなる分、減る量も増える。

この記述は、中1生徒のものであるが、割合の本質をきちんと理解している記述といえよう。「言葉により説明」した解答はこの問題にみられる特徴であり、他の問題では見られなかった。

ウ 誤答の中では、類型6の「イと回答して、10%増で10%減だから」が圧倒的に多く、中1、中2では50%を超え、中3でも40%を超えていた。理由の中には「なんとなく」というものも見られ、必ずしも確信をもって答えたわけではない生徒も少なくなかったと考えられる。

⑦ 問題6の結果と考察

表17 6 (P/Pタイプ) の解答類型

NO.	解答類型	正答
1	A町の面積を x として計算 ($0.3x/0.5x, 0.3x \div 0.5x$ 等)	◎
2	割合のみで計算 ($0.3 \div 0.5, 0.3/0.5$ 等)	◎
3	10年前の森林面積を x として計算 ($2x \times 0.3 = 0.6$)	◎
4	その他 (1~3 以外) の正しい方法 ($50 \times 2 - 30 \times 2, (50 - 30) \times 2$ 他)	◎
5	A町の面積を 100m^2 として計算	○
6	今年の森林率を計算して 60% ($3/5, 30 \div 50$ 等)	
7	$50 - 30 = 20$ より 20%	
8	$0.5 \times 0.3 = 0.15$ より 15%	
9	その他 ($50 \div 30 = 5/3, 50 + 30 = 80\%$ 等)	
0	無解答、途中まで	

表18から、次の点を指摘することができる。

ア 正答率は、中1~高2で14%~42%であり、6つの問題中で最も低かった。伸縮型と全体部分型の混合でP/Pタイプの問題であるが、生徒にとっては難しい問題であったと言えよう。当然、高校までの数学の授業で扱われてこなかった問題である。

イ 正答の中では、類型4の「その他の正しい方法」

表18 6の解答類型別の反応率 (%)

NO.	中1	中2	中3	高1	高2
1	0	1.9	6.6	9	14.2
2	2.2	2.7	3.8	7.3	10.6
3	0	0	0	0.2	0.2
4	12	11.1	10.4	12.2	13.1
5	0.3	0.5	1.8	3.5	3.5
6	11.1	10.3	9.6	11	10.6
7	26.4	34.2	26.8	14.5	17.4
8	2.7	3.3	3.8	3	3.2
9	12.5	11.4	10.4	7.3	6.5
0	32.9	24.5	27	32	20.7
正答率	14.0	16.2	22.6	32.2	41.6

の中で、図2のように50%を100%に置き換えたときの今年の森林の面積の割合を求めている方法が、どの学年でも見られた。基準となる50%が100%のちょうど半分であることから、これらの方法が採用されたと考えられる。

(求め方) $50 \times 2 = 100$ $70 \times 2 = 60$
 $100 - 60 = 40$
 答え 40%減少

(求め方)
 $50\% \rightarrow 100\%$ (2倍)
 $30\% \rightarrow 60\%$ (2倍)
 $100 - 60 = 40\%$
 答え 40%減少

図2 その他の正しい方法による解答例

ウ 類型1や類型3のように文字を使った方法は、中1では0%であったが、学年進行とともに上昇し、高2では14.2%であった。問題4、5と同様に、文字を使った方法は、高2になって増加している。

エ 誤答の中では、類型7の「 $50 - 30 = 20\%$ 」が最も多く、中学ではいずれも25%以上で、正答率よりも高かった。50%が30%になったことから、単純に引き算をして求めたと考えられるが、求め方の欄に、小さく「 $50 - 30$ 」と自信なさげに書いてある答案も見られ、必ずしも確信をもって解答していない生徒も少なくないと推測される。%の差の「20」は「パーセントポイント」であるが、これについて数学の授業では扱っていないため、このような解答が多くなっていると推測される。

(3) 質問紙調査の結果と考察

各質問項目の肯定的な回答 (アまたはイと回答) の割合は、表19の通りである。

表19 質問紙調査の肯定的回答 (%)

質問項目	中1	中2	中3	高1	高2
1 他教科に必要	74.5	81.0	79.1	85.7	80.8
2 日常生活に必要	73.9	85.6	86.6	89.4	88.5
3 全体の中の部分	78.6	85.0	84.8	86.7	88.7
4 増加減少の変化	80.4	83.9	81.8	84.7	78.0
5 2量を比べる	73.1	78.0	79.5	80.5	79.5
6 問題を解くのは楽しい	27.7	31.5	28.8	25.6	30.4
7 問題を解くのは得意	18.5	21.2	20.5	17.6	23.9
8 日常生活の問題を解く	37.7	41.8	35.1	36.8	38.6

表19から、次の点を指摘することができる。

- ア 質問1, 2の「割合の必要性」に関する回答結果は、中1～高2のいずれの学年でも、肯定的な回答の割合が70～90%あり、必要性を感じている生徒が多いことがわかる。なお、**1**～**6**の感想欄の記述で、例えば次のようなものがあった。
- 生徒 a: 全体的に見てみると、価格の問題と g の問題は解けたけど、人数の問題は難しかった。割合は色々なものにつかわれていて、役に立つことが多々あるので、今のうちに覚えておきたいと思いました。(中2)
- 生徒 b: 割合の求め方が全然わからなかった。日常生活で割合は結構使われるのでできるようになりたい。(中3)
- 生徒 c: **1**～**6**は日常生活で使われそうな問題でした。最低限社会人までには日常生活で使う数学の知識を身につけたいです。(高2)
- 特に、生徒 b は正解が1問もなかった。このように、今回の問題はできなかったが、割合を重要と考え、もっと理解したいという意識がある生徒がいることがわかる。
- イ 質問3～5は、割合の意味を問うものであるが、中1～高2のいずれの学年も、肯定的な回答が70%を超えていた。**3**～**6**を解答した直後の質問ということもあり、その影響を受けている可能性もある。
- ウ 質問6～7は、割合の問題を解くときの態度を問うものであり、中1～高2のいずれの学年も15～32%と、全体的に低かった。特に、割合を苦手(得意でない)と感じている生徒が70～80%程度いて、

質問1, 2の結果を踏まえると、割合指導の改善が望まれる。

エ 質問8は、割合を活用する態度を問うものであり、中1～高2のいずれの学年も35～45%と、質問6, 7に比べれば、肯定的な回答率は高かったものの、全体的には高いとは言えない。

オ 全体を通して、「割合は日常生活で重要だと感じている→でも解くのは嫌い・苦手だ→日常生活でも活用しようとは思わない」という生徒の実態が読み取れる。

4. 指導への示唆と今後の課題

(1) 中学校・高等学校段階での割合指導への示唆

以上の結果と考察から、中学校・高等学校での割合指導への示唆として、取り上げる内容に関して次の4点を挙げるができる。これらは、本稿の冒頭で述べたように、筆者らが「割合に関する学習内容は日常生活にも多々関係する重要なものであり、もっと深い理解を目指すべきである」と考えていることによる。

① 第3用法の問題を扱う

2(1)の第3用法の問題の正答率は、中3でも50%に満たなかった。一方で、正解の方法は、学年進行とともに、「方程式による方法」が増えていた。このことから、中1「1次方程式」の活用場面で、第3用法の問題を扱うことが有効であると考えられる。この際、1次方程式の単元で、比例式を解くことを学習するので、「比例式による方法」も合わせて扱うとよい。

② 対比型の問題を扱う

3の対比型の問題の正答率は、中3でも55%に満たなかった。**2**(2)①で述べたように、フィンランドでは、高等学校教科書で初めて対比型を扱っていることも踏まえると、対比型の問題は子どもにとって難しいといえる。一方で、対比型の問題は、2つの量のどちらを基準量にするかを意識させ、割合の理解を深める上では、有効な問題であるといえる。これらの点を考え合わせると、対比型の問題を中学校以降で積極的に扱っていくとよいと考える。

具体的には、例えば**2**をアレンジした次の問題を扱うことが考えられる。

ある会社のサケの缶詰は、今年から内容量が20%増量して180gで販売されています。この情報を聞いて、Aさんは次のように考えました。

「昨年までの内容量は今年の80%だね。」

Aさんの考えは正しいでしょうか。

Aさんの考えは、**2**の誤答で最も多かった考えである。このような問題に取り組みさせることによって、今年の内容量を基準量とした場合と、昨年の内容量を基準量とした場合の割合を比較して、対比型の問題に対する理解を深めることができるであろう。

③ PPタイプの問題を扱う

④, ⑤のようなPPタイプの問題の正答率は、決してよいとはいえず、特に⑤の伸縮型PPタイプの問題は、中3でも40%に満たなかった。しかし、「20%引きの、さらに10%引き」など、日常生活の買い物場面でもPPタイプの問題はよく見かけるものであることを考慮すると、中学校以降で積極的にPPタイプの問題を扱っていくべきであると考えられる。

例えば、中2「文字式を使った説明」の学習場面で⑤のような問題を扱ったり(松元, 2009)、他にも中2の連立方程式の活用場面や、高1の1次不等式の活用場面等で、PPタイプの問題を扱ったりすることが考えられる。

④ P/Pタイプの問題とパーセントポイントを扱う

⑥のようなP/Pタイプの問題の正答率は、今回の調査結果の中で最も低かった。しかし、「今回の投票率は30%であり、前回の32%よりも2ポイント下がった」という記述に見られるように、日常生活の中にもP/Pタイプの問題に関連するものは多々存在する。フィンランドの高校数学の教科書には、「パーセントポイント」の定義が示された上で、前述の2(2)③に示した電子レンジの問題で「何パーセントポイント増加したか」と「何パーセント増加したか」という問題を一緒に扱い、両者の違いが理解できるようになっている。日本では、このような扱いは一切ないが、PP問題と同様に、P/P問題とパーセントポイントについても、意図的に扱っていくべきであると考えられる。

例えば、中2の「文字式を使った説明」の学習場面で、⑥のような問題を扱ったり、他にも例えば次のような問題を扱ったりすることが考えられる。

ある町の町長選挙の投票率は、前회가65%で、今回は55%であった。この結果を聞いたAさんは、「前回に比べて今回は10%減ったね」といった。Aさんの言っていることは正しいだろうか。

Aさんの主張を批判的に考察して、パーセントポイントを導入するとともに、前回と今回で有権者数が同じであると理想化して考え、投票率の減少の割合を「パーセント」で求めるP/P問題に取り組ませたい。

(2) 今後の課題

今後の課題として次の3点を挙げるができる。

- ① 今回の調査と同じ問題を、教員養成系大学・学部1~2年生を対象に、またフィンランドの中学生・高校生を対象に、既に2018年度に実施している。これらの調査結果の分析と考察を行い、より広い立場からの提案を目指す。
- ② 今回の調査を通して、第3用法、対比型、PPタイプ、P/Pタイプの問題が、中高生にとって難しいことが明らかになった。今後は、これら相互の理解の様相について授業や調査を通して明らかにする。

③ 今回の調査結果で得られた示唆に基づき、実験的に既にいくつかの授業研究を行っている。それらの実践における生徒の反応等を詳細に検討して、割合指導のあり方について、さらに検討を加える。

なお、本研究は科研基盤(C)17K04766(代表者:熊倉啓之)の助成を受けて行った。また本稿は、日本科学教育学会第42回年会、および日本数学教育学会第50回秋期研究大会における発表内容に、大幅に加筆・再構成したものである。

<引用・参考文献>

- 金井寛文(2002).割合に関する児童・生徒の理解の実態についての一考察.日本数学教育学会誌,84(8),3-13.
- 国立教育政策研究所(2013).特定の課題に関する調査(論理的思考)調査結果,100-102.
- 国立教育政策研究所(2015).平成27年度全国学力・学習状況調査報告書小学校算数,68-75.
- 国立教育政策研究所(2017).平成29年度全国学力・学習状況調査報告書小学校算数,100-101.
- 熊倉啓之・國宗進・松元新一郎・早川健(2018a).中学生の割合の理解の様相に関する研究.日本科学教育学会年会論文集要旨集,42,367-370.
- 熊倉啓之・國宗進・松元新一郎・早川健(2018b).中学生・高校生の割合の理解に関する研究.日本数学教育学会第50回秋期研究大会発表収録,451-454.
- M.Koivisto,M.Salonen,A.Sintonen,T.Uus-Leponiemi R.Ilmavirta(2006).Laskitaito6B,WSOY.
- M.Perasalo,R.Solo,S.Isotalo,H.Wuolijoki.(2009).LUKIOL AISEN MATHEMATIIKKA 1. Finland:WSOY.
- 松元新一郎(2009).中学校数学科の移行措置 数学的活動の授業づくり(2).数学教育,624,明治図書,81-86.
- 文部省(1957).全国学力調査報告書 国語・数学.
- 文部科学省(2017).平成29年告示小学校/中学校学習指導要領.
- 中村享史(2002).割合指導に関する研究の動向と今後の方向.日本数学教育学会誌,84(8),14-21.
- 大山乃輔(2014).算数科における割合の概念形成に関する研究.兵庫教育大学修士論文,9.
- 岡田いずみ(2008).割合文章問題における介入授業の効果-分数表示方略の提案-.教授学習心理学研究,5(1),32-41.
- T.Laurinalli,E.Luoma-aho,T.Sankilampi,K.Talvitie, O.Vaha-Vahe(2007).Laskitaito8,WSOY.
- 田端輝彦(2002).同種の量の割合と異種の量の割合の指導順序に関する考察.日本数学教育学会誌,84(8),22-29.
- 寺岡利幸他(1983).割合指導における導入時の工夫.日本数学教育学会誌,65(6),105-108.
- 吉田甫(2003).学力低下をどう克服するか-子どもの目線から考える.新曜社,161-171.