異方損傷モデルによる冷間鍛造における延性破壊の予測手法に関する研究

博士学位論文

異方損傷モデルによる冷間鍛造における延性破壊の予測手法に関する研究

2020 年 12 月

静 岡 大 学
大学院自然科学系教育部
環境・エネルギーシステム専攻

渡 邊 敦 夫

目　次

第1章　緒　論

1.1　はじめに

自動車用強度部品，もしくは一般構造用強度部品において，鍛造工法が広く採用されている．6000 年以上の歴史をもつ技術であり，鉄鋼の鍛造工法にはその被加工材の作業温度領域によって，**表 1.1** のように熱間鍛造，温間鍛造，冷間鍛造に分類される．冷間鍛造では，被加工材を加熱しないで，常温の状態から鍛造することから，熱間鍛造や温間鍛造に比べて，寸法精度が良く，次工程の切削，研削などの機械加工工程の取り代を削減できるネットシェイプ工法として活用されている [1, 2]．また，冷間鍛造では被加工材の加工硬化により，金型に大きな面圧負荷がかかり，金型が破壊する危険がある一方，熱間鍛造や温間鍛造に比べて熱履歴が小さいことから，面圧負荷を低く金型設計を工夫できれば，金型寿命を数十万回以上保持させることが可能となる．しかし，冷間鍛造では，被加工材の温度を常温で鍛造することから，被加工材の成形限界が小さく，材料の延性破壊が加工の限界となることがある．

表 1.1　鍛造工法の種類と特徴

鍛造の種類	被加工材の温度	長所	短所	自動車における鍛造部品
冷間鍛造	常温	・完成品の寸法精度が良い ・金型の寿命が長い（数十万回以上） ・加熱，酸化スケール除去などの付帯設備が不要	・被加工材の延性が低いため，複雑形状の成形が困難（割れやキズが発生） ・前熱処理（軟化）が必要 ・完成までの工程が長い	・歯車部品 ・CVJ部品（トリポード，インナーレース） ・シャフト部品
温間鍛造	200℃～800℃	・冷間鍛造より成形性しやすい ・表面の酸化スケールが少ない	・熱間鍛造より成形性が悪い ・金型の寿命が短い（数千～数万回）	・CVJ部品（アウターレース，ハウジングシャフト） ・ディファレンシャルギヤ
熱間鍛造	850℃～1200℃	・複雑な形状の成形が可能 ・鍛造の工程が短い	・寸法精度が悪い ・金型の寿命が短い（数千～数万回） ・加熱，酸化スケール除去などの付帯設備が多い	・クランクシャフト ・コネクティングロッド ・ナックルアーム

延性破壊による割れは，部品の表面，又は内部の亀裂として残存し，製品の構造強度における応力集中の起点となり，強度上の欠陥となる．近年の輸送用機器（航空機，自動車等）の強度欠陥による人命に関わる事故の事例から，鍛造部品の延性破壊による欠陥は決して見逃すことができない．そのため，新規な部品の開発にあたり，鍛造部品の金型設計，生産準備の段階で，ひとたび延性破壊が発生したのであれば，その欠陥の対策に非常に多くの労力を必要とする．量産している製品の品質保証の観点から，次工程の機械加工工程，客先への不具合流出の防止が必要となる．残存する亀裂の形態として，部品表面の亀裂であれば，作業者の目視による検査，磁気探傷試験による検査を必要とする．部品内部の亀裂であれば，超音波探傷試験による検査を必要とする．製造工程において，延性破壊が発生しない工程能力が保証されるまで，その対策としての金型設計と鍛造試作，検証実験の試行錯誤を繰り返すことになる．金型設計段階において，成形シミュレーションにより延性破壊の発生限界を正確に予測し，試作段階における試行錯誤を減らすことが求められている．

1. 2　鍛造における延性破壊

図 1.1 は，鍛造における延性破壊の例を示す．据込み，押出しにより被加工材の表面に引張応力が発生して，延性破壊が発生する場合や，スウェージング，圧延，押出しにより内部の材料流動に差が生じ，材料が引っ張られて延性破壊が発生する場合がある．

図 1.2 は，過去の文献を調査した結果である．**図** 1.2 の左の棒グラフは 1960 年以降の論文誌「塑性と加工」と日本塑性加工学会主催の塑性加工春季講演会，塑性加工連合講演会の講演論文集における，延性破壊を課題に取り上げた文献の発行推移である．成形シミュレーションや3次元CADが普及し始めた1990年代あたりから件数が増えていることがわかる．講演会の論文においては，実部品での延性破壊の課題解決のため，実部品もしくはそれを模擬した実験形状の延性破壊を成形シミュレーションで検証する事例が増えてきている．**図** 1.2 右の円グラフは，1991 年以降の板材成形を除いた鍛造（バルク材）の割れ，延性破壊を課題として取り上げた 73 件の論文の工法の分類を示す．前後方押出しや側方押出しや据込み成形における延性破壊の事例が多い．**図** 1.3 は鍛造の実部品における延性破壊の事例を示す．シャフト部品における軸部の押出しの断面積の減少により，表面と内部の材料流動差が生じ，内部の割れ（シェブロンクラック）の事例 [4]，もしくは表面の割れが発生した事例 [5]や，フランジ部品のフランジ先端部に引張りが生じて割れた事例 [6]が報告されている．

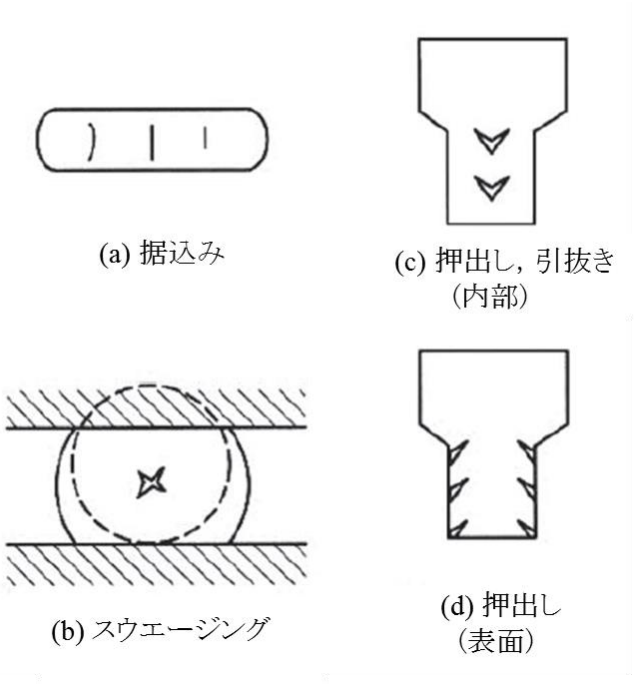
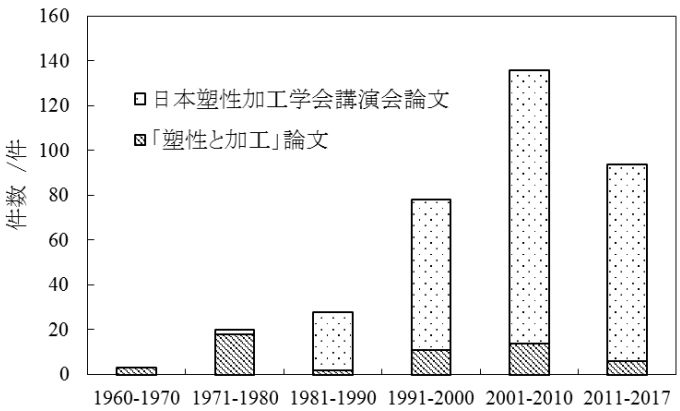
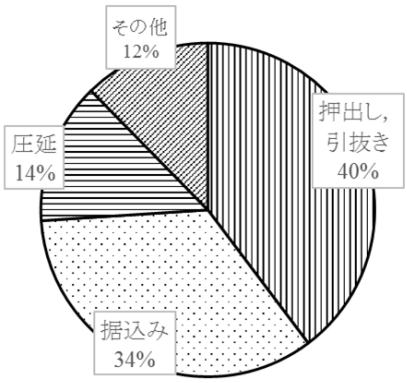


図 1.1　鍛造における延性破壊の例 [3]

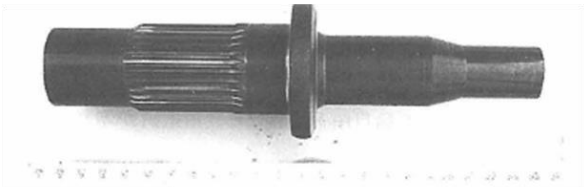


(a) 延性破壊に関連する文献数の推移

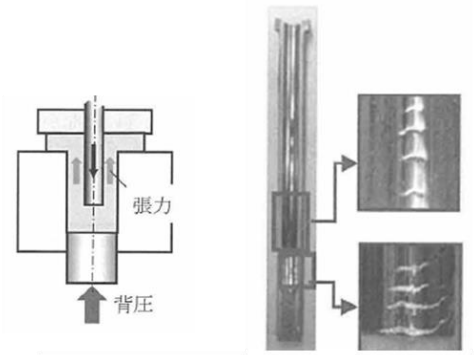


(b) 1991年以降の鍛造の割れ，延性破壊に関連する文献の工法の分類

図 1.2　過去の文献調査結果

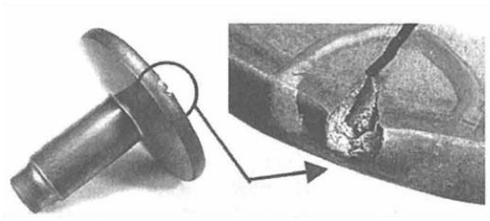


(a) アウトプットシャフト [4]



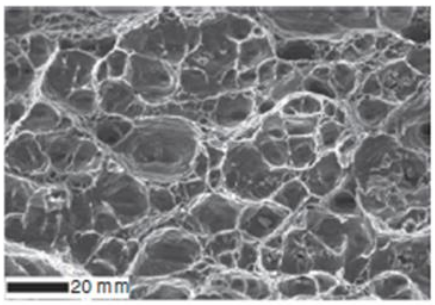
(c) シャフト部品の割れ [5]

(b) アウトプットシャフト押出し時の内部欠陥 [4]

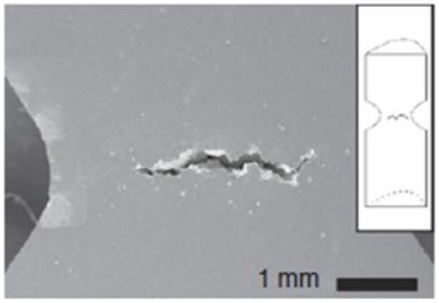


(d) CVTプーリー冷鍛時の割れ [6]

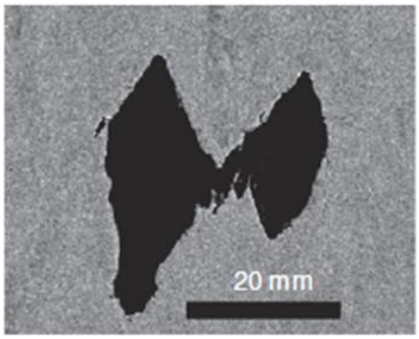
図 1.3　鍛造部品における延性破壊の実例



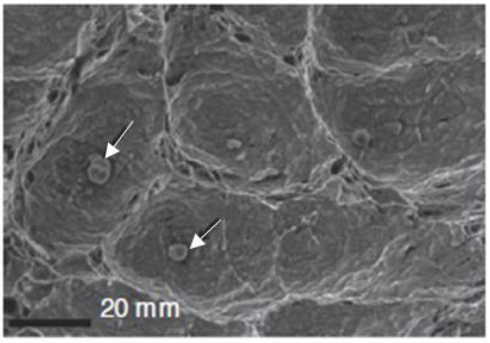
(a) FeとSiの金属間におけるボイドの発生



(b) 切欠き引張試験における巨視的な亀裂



(c) 二つのボイドの結合



(d) 球状CaS介在物で発生したボイド

図 1.4　一般的な延性破壊の実例 [7]

1.3　延性破壊と損傷モデル

金属材料の延性破壊は，原子どうしが材料内部の応力により離れていくことによって生じる．一般的な延性破壊の実例を**図 1.4** に示す [7]．原子結合の分離は引張り分離とせん断分離からなる．金属の結晶粒子を観察した微視的レベルでの材料の分離では，へき開，微視的空隙の成長と合体，すべり面分離，粒界拡散による空隙成長などの現象がある [8, 9]．鍛造工法における延性の高い金属材料を対象とした延性破壊では，微視的空隙の成長と合体が延性破壊の要因となる場合が多い．被加工材内部の偏析，金属間化合物，不純物，初期微小亀裂，結晶粒界などの存在により応力特異場が生じ，微視的ボイド（空孔）の発生，成長とその合体により，最終的に材料の破断に至る．**図 1.5** は，引張試験とそれに伴う材料内部のボイドの発生，成長，合体を観察した結果を示す [10]．このような多数の空孔のそれぞれの発生，成長の発達を観察し，連続体の力学モデルで詳細に表現することは難しい．延性破壊に関する研究では，様々な仮説に基づき，材料の損傷を巨視的にモデル化し，実験との対比によってその妥当性と汎用性を証明してきた．

これまでの有限要素解析の研究，コンピュータの処理性能向上，汎用の有限要素解析ソフトウェアの発達により，より複雑な成形過程の物理量を数値化することが可能となった．そして実験と計算結果を対比することで，材料の損傷モデルの延性破壊の予測精度は大幅に向上してきた．これまでの研究では，大きく分類すると，**表 1.2** のように，損傷の発達と被加工材の変形を連成して解かない非連成型の延性破壊の損傷モデルと，連成して解く連成型の延性破壊の損傷モデルに分けられる．

1.4　損傷と変形の非連成型の損傷モデル

損傷の発達と変形を非連成で計算する非連成型の延性破壊の損傷モデルは，有限要素解析が発達する以前の 1960 年代あたりから数多く提案され [11 - 50]，その有用性から，有限要素解析が発展してきた現在においても有用な予測手法として活用されている．汎用，もしくは塑性加工専用の有限要素解析コードの後計算結果処理（ポストプロセス）で応力，ひずみなどの物理量を組み合わせ，延性破壊予測式に組み込むことで，使用することが可能である．

非連成型の延性破壊の損傷モデルは，成形過程における被加工材の最大主応力や相当応力，平均応力などを相当ひずみで積分した形式で表現されることが多い．その予測式で計算された累積値を損傷値として評価する場合が多い．その損傷値が限界値に達した際に延性

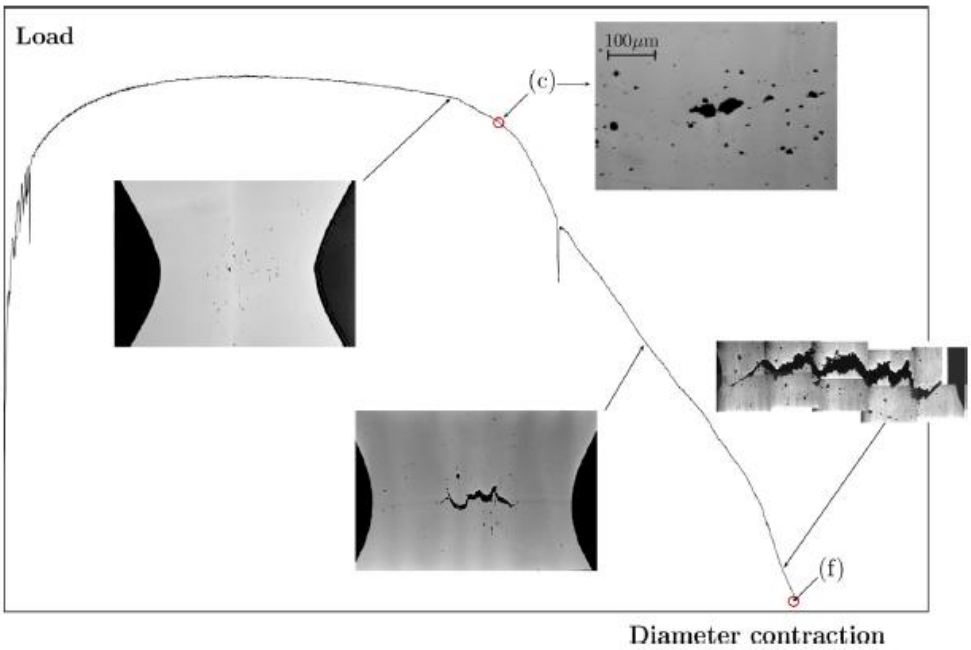


図 1.5　材料内部のボイドの成長と合体 [10]

表 1.2　これまでの延性破壊予測式の研究

種類	手法	方向性	内容	提案者	応用例
非連成型	積分型延性破壊モデル	等方性	・材料の塑性エネルギーの累積値を損傷の指標とする. ・予測式の成分は，最大主応力，相当応力，相当ひずみ増分.	Cockcroft, M. G., Latham, D. J [11]	前方押出し，打ち抜き加工，ﾌﾛｰﾌｫｰﾐﾝｸﾞなど [12]～[38]
			・材料中のボイド（空孔）の発達をモデル化した指標とする. ・予測式の成分は，静水圧応力，相当応力，相当ひずみ増分.	McClintock, F. [39, 40]	円柱圧縮 [41]
				Rice, J. R., Tracey, D. M. [42]	引き抜き加工，引張り試験など [43, 44, 45]
			・多孔質体で密度減少をモデル化. ・予測式の成分は，静水圧応力，相当応力，相当ひずみ増分.	大矢根守哉 [46]	パイプ押し出し成形，前方押出し [14, 20, 29, 32, 47]
連成型	GTN モデル	等方性	・ボイド（空孔）の影響を考慮した降伏条件を導入. ・損傷の発展はボイドの生成と成長.	Gurson, A. L, Tvergaard, V., Needleman, A [51-53]	せん断加工，ハイドロフォーミング [55, 57]
	CDM モデル	等方性	・ボイドによる損傷状態を損傷変数で表現し，損傷の発展式を定式化. ・損傷変数を損傷した材料の力学的挙動の構成式へ組み込む. ・損傷による異方性を高階テンソルで表現する.	Leamitre, J., Chaboche, J. -L., Chow, C. L. , Murakami, S., Saanouni, K., など[59-90]	薄板の張り出し成形，金型強度，前方押出し [59-90]
		異方性			

破壊が発生するというモデルである．

Cockcroft & Latham [11]は，材料が延性破壊するまでの塑性仕事，エネルギーを損傷の指標とした．最大主応力，もしくは最大主応力と相当応力で計算された値と相当ひずみ増分を掛け合わせ，成形過程のひずみ増分値を積算する予測式を提案した．予測式に材料パラメータがなく，他の提案式に比べて簡素であるため，科学技術論文で 2000 回以上の引用があり，広く使用されている [11 - 38].

材料中のボイド（空孔）が発達するという微視的観点に立脚した非連成型の延性破壊予測式も多く提案されてきた．McClintok [39, 40]は，無限固体内に楕円形の円筒のボイドが存在し，主応力方向にボイドが発展することで，損傷が発達する延性破壊予測式を表現した．Rice & Tracey [42]は，無限固体内にある球状のボイドの成長をモデル化し，応力三軸度で延性破壊予測式を表現した．大矢根 [46]は，無限に広い材料中に一つだけ微小ボイドが存在するというモデルの問題点を指摘し，多数の粒状の微小ボイドが存在する多孔質体に主応力が作用し，体積ひずみが発生する仮定で延性破壊予測式を提案した．体積ひずみは静水圧応力との相関があるため，予測式は静水圧応力を含んだ形式となる．材料パラメータの同定が必要であるが，その有用性からシェブロンクラックの予測に適用されている [20]．小坂田ら [48-50]は，ボイドの成長が静水圧応力に依存すると考え，高圧下試験装置を用いて，高い静水圧における引張り，ねじり試験を行った．負の低静水圧に比べて負の高静水圧下では破断ひずみが増大し，高静水圧下ではボイドの成長を促していることを観察した．延性破壊予測式には大矢根 [46]と同じく平均応力を指標として導入している．

いずれの非連成型の延性破壊予測式においても，その精度や適用範囲についての統一的な議論は多くない．また，損傷の異方性は考慮されておらず，等方性の延性破壊予測式である．

いっぽう，材料中の微視的ボイドや亀裂の発生・成長が，応力あるいはひずみの作用方向に依存しており，損傷は本質的には異方性があると考えられる．また，単軸引張試験のような比例負荷のまま，材料中のボイドが等方的に発展するのであれば，等方的な延性破壊式で十分に予測が可能であるが，実際の構造用部品のような複雑形状を鍛造する場合においては，負荷経路は一般的には非比例負荷であり，損傷は一般的には負荷方向に依存すると考えられる．微小ボイドに非比例荷重が負荷される場合，ボイドは球状，楕円形状を維持できなくなり，損傷状態は方向性を持つと考える．そのため，損傷の異方性を考慮した損傷モデルを一般の塑性加工に用いることは，より合理的であると考えられる．

また，被加工材の引張り負荷の過程において，微小ボイドがどの時点で発生するのかは不明確であり，ボイドがある前提での延性破壊予測式については，その活用の範囲が明確ではない．また，圧縮負荷状態やボイドが発生する以前までの材料の損傷を論議した事例は少ない．

1.5　損傷と変形の連成型の損傷モデル

もう一つの枠組みは，成形中における材料の損傷の発達と被加工材の変形を連成させた計算である．これまでに二つの方向性で研究が進められた．Gurson [51]が提案し，Tvergaard と Needleman [52-54]が応用した GTN モデルと，Lemaitre [60]，Chaboche [71, 72]，村上 [8, 9]らが提唱，発展させた連続体損傷力学（Continuum Damage Mechanics），いわゆる CDM モデルである．

Gurson は，損傷をボイド体積率で表現し，ボイド体積率を材料の降伏条件に導入することで損傷と変形の連成モデルを構築した．損傷と変形を連成させているので，損傷の大きい部位においては，損傷のない健全な領域に比べて，低い応力で塑性変形が発生すると推定した．ボイド体積率の時間変化は，ボイドの生成速度と成長速度の和で表される．ボイドの生成速度は，相当ひずみ速度や材料パラメータによって推定される．また，ボイドの成長速度は，体積ひずみとボイド率によって推定される．Tvergaard と Needleman は，多孔質連続体モデルを基に，ボイド体積率，修正パラメータを含む形式で塑性変形の降伏条件を提案した．ボイドの挙動を変形と連成した連続体モデルは精密ではあり，GTN モデルを引用した研究は多く，せん断加工 [55]やハイドロフォーミング [57]に適用した事例もある．しかし，材料パラメータが多く，材料固有のボイド生成，体積率の変化を同定するのは，工学的活用において実用が難しい．また，ボイド体積率の変化を等方性としているため，損傷の異方性は考慮されていない．

L. M. Kachanov [59]は，メゾスケール部の微小ボイドの欠陥を連続体で使用できる巨視的力学変数で表現する基本概念を提案し，材料中のボイド発生に伴う連続断面の減少により，応力が増大する現象を有効応力としてモデル化し，脆性的なクリープ損傷へ適用した．Lemaitre [60], Chaboche [71, 72]，村上[8, 9]らは非損傷材料の構成式中の Cauchy 応力を有効応力に置き換え，ひずみ等価性の仮設に基づき，CDM モデルの枠組みを構築した．さらに Chow ら [61-70]や Saanouni ら [73-83]らは，CDM モデルの枠組みを発展させ，応力テンソルと有効応力テンソルへの変換を規定する損傷効果テンソルを 4 階のテンソルで表現する

ことで，損傷の異方性を表現した．この CDM モデルを用いた連成解析の計算の流れは，適切な損傷変数，損傷発展式を決定し，構成式の定式化に基づき，有限要素解析の剛性方程式に組み込むことにある．

しかし，大変形を取り扱う剛塑性有限要素法を主とした鍛造の有限要素解析に損傷異方性を適用する事例はほとんどなく，その枠組みについても議論はなされていない．剛塑性有限要素法では，弾性変形を省略しているため，有限変形弾塑性有限要素法と剛性方程式が異なる．剛塑性有限要素法の剛性方程式に損傷変数を導入した事例は提案されていない．また，剛性方程式に損傷を導入し，損傷と変形の連成を実現するには，汎用の有限要素解析ソフトウェアの機能が，その拡張性に対応している必要があり，使用するソフトウェアが限定される．そのため，工学的活用についての議論は少なく，損傷の異方性の有用性を明確に示せていない．

また，CDM モデルにおいて，損傷の異方性を取り扱うためには，2 階の応力テンソルとひずみテンソルの係数である 4 階の弾性係数テンソルに対し，損傷材料に対する別の弾性係数テンソルへ変換する 8 階のテンソルを必要とする．高階のテンソルは数学的取扱いがきわめて煩雑となり，有限要素解析ソフトウェアへの組込みが複雑化され，計算コストの悪化を招く恐れがある．ボイドの発生，変形，発達の現象を高精度でモデル化できる一方，その工学的有用性についての議論は多くない．

CDM モデルによる異方損傷の研究がいくつかなされており [61-86]，引張り，圧縮の方向の異方性について論議されている例も少なくない．Ladeveze，Lemaitre [91]は，損傷は引張り応力によっても，圧縮応力によっても同じように発達するとして考察を進めた．Heaviside 関数を用いて応力テンソルを正値の成分と負値の成分に分けて表現した．圧縮応力に対しては亀裂損傷への効果を弱める bilateral な（両方向的な）亀裂効果，圧縮応力に対しては亀裂損傷へ寄与させない unilateral な（片方向的な）亀裂効果で圧縮方向の損傷を表現している．取扱いとしては明快であるが，実験との対比で考察された事例はない．圧縮方向の損傷成分を，ヒーリングとして損傷を回復させる効果をもたらすモデルも提案されているが [92]，ポリマー，プラスチックのような材料や，金属材料の高温，長時間のクリープ現象に限られ [93]，冷間鍛造のような低温，短時間の状態で損傷が回復された事例は報告されていない．

破壊の限界値についても，数多くの研究がなされている．板材料の成形の分野では，二軸引張試験，液圧バルジ試験などにより，平面応力状態を対象とした主ひずみ二軸方向に対す

る破壊限界値を測定した FLD（Forming Limit Diagram）が設計現場で活用されている [94]. 一方，鍛造のようなバルク成形の分野においては，非連成型の延性破壊予測式で計算された損傷値を引張試験で限界値を同定し，材料固有のパラメータとして活用されている [3, 95].

また，応力三軸度と延性破壊時の相当ひずみに相関があるという研究が多く報告されている．Bao & Wierzbicki ら [96]は，引張試験，ねじり試験，圧縮試験を実施し，負から正の広範囲の応力三軸度における限界相当ひずみを測定している．その研究は，応力三軸度のみでなく Lode 角への依存関係も示し，限界相当ひずみは 3 次元的なマップで整理されている [37, 97]．いずれの研究においても，その実験対象としている引張試験等には妥当性を評価できているが，活用範囲は必ずしも明確ではない．応力三軸度のような平均化された値に対しての相関はあると考えられるが，圧縮から引張りに転じた場合や非比例負荷経路における成形プロセスにおいて，どのモデルが汎用的に適用可能であるのかは明確にされていない．

1. 6　本研究の目的

以上より，これまで数多くの延性破壊に関する研究がなされてきており，有限要素解析の理論構築，引張試験等の基礎実験，実部品への適用などの研究事例が多数報告されている．しかし，損傷の異方性を考慮した理論の構築や実用例はまだ少ないといえる．CDM モデルを利用した異方損傷の研究においては，4 階以上のテンソルの扱いの複雑さのため，汎用解析ソフトウェアの ABAQUAS 等のユーザーサブルーチン機能（UMAT, VUMAT）を使用している例が多くみられる．汎用解析ソフトウェアの標準機能への実装はなく，設計現場への実用例が少ないため，異方損傷の有用性が示せていない．一方，非連成型の損傷モデルは，その有用性により，塑性加工解析専用ソフトウェアの標準機能に実装されており，活用範囲も広く，積極的に設計現場で活用されている．

本研究の目的と要点は以下とする．

・2 章では，過去に提案された損傷と変形の非連成型損傷モデルと連成型損傷モデルを紹介し，本研究において著者が提案する異方性を考慮した延性破壊の損傷モデルを説明する．これは，最も広く使用されている Normarized Cockcroft & Latham [11]の等方性の延性破壊の損傷モデルを異方損傷モデルへ発展させたものである．

・3 章では，切欠き付引張試験による基礎実験により，提案した非連成異方損傷モデルで得られた損傷値と実験値を比較し，提案したモデルの有用性を評価する．また，圧縮負荷後に

引張り負荷を与えた試験を行い，圧縮と引張り方向の異方性についても検証する．

・4 章では，中空シャフト部品の冷間押出し成形に対して，提案した異方損傷モデルを適用し，延性破壊予測の解析を行う．従来の等方損傷モデルと対比することで，本提案モデルの妥当性・有用性を示す．また，CDM モデルの有効応力の考え方を参考にし，提案した異方損傷モデルを連成型損傷モデルに発展させたモデルを，同じ中空シャフト部品の延性破壊予測解析に適用し，連成型と非連成型の違いについて考察する．

・5 章では，異方損傷モデルの工学的有用性の検証を目的とし，軸とフランジ形状で構成されるフランジ部品の冷間鍛造加工における延性破壊について，2 章で提案した異方損傷モデルの適用を試みる．すなわち，実際の成形において見られたフランジ部品のフランジ外周部の斜め亀裂に，提案した異方損傷モデルを適用し，加工プロセスにおける潤滑条件の違いによって，斜め亀裂の発生する潤滑条件と，加工時に外周側面部に発生する亀裂が斜め方法に発達することを適切に予測できること示す．

第 2 章　延性破壊予測のための数値解析手法

延性破壊を数値解析で予測，検証するに際し，有限要素法による数値解析手法を使用するのが一般的である．有限要素法は 1956 年に Turner ら [98]により，航空機の構造解析として開発され，弾塑性材料の解析モデルとして発展してきた．その後，塑性加工のような大変形に対応すべく，要素分割のリメッシング技術や大変形を取り扱う剛塑性有限要素法が開発され，DEFORM（米国 SFTC 社製），FORGE（仏国 Transvalor 社製），Simfact-forming（米国 MSC Software 社製）が塑性加工用解析専門のソフトウェアとして市販されており，製造業における鍛造工程設計で広く活用されている．2.1 節では，非線形有限要素法の基礎となる有限変形弾塑性有限要素法，剛塑性有限要素法，それぞれの構成式を説明し，2.2 節では，これまでに研究された非連成の等方損傷モデルの具体例を紹介する．2.3 節では，変形と損傷の連成解析の一例として連続体損傷力学の基礎についても紹介し，4.4 節で実施例を示す．2.4 節では，本研究で提案する異方損傷モデルについて説明する．

2. 1　非線形有限要素法の構成式

2. 1. 1　有限変形弾塑性有限要素法 [100]

材料の弾性変形域内では，伸びと荷重の関係，もしくは応力 σ_{ij} とひずみ ε_{kl} との関係は，その材料定数であるポアソン比 ν，せん断弾性係数 G で決まる弾性係数 D^e_{ijkl} に比例する式 (2.1)，(2.2)のような一般化 Hooke の法則で表現される．

$$\sigma_{ij} = D^e_{ijkl}\varepsilon_{kl} \tag{2.1}$$

$$D^e_{ijkl} = 2G\left(\delta_{ik}\delta_{jl} + \frac{\nu}{1-2\nu}\delta_{ij}\delta_{kl}\right) \tag{2.2}$$

図 2.1 に示すように，材料の変形が降伏応力を超えて弾性変形から弾塑性変形に遷移する場合，ひずみと応力の関係は非線形となる．そのため応力とひずみの関係は増分形で表現される．全ひずみ増分 $d\varepsilon^{ep}_{ij}$ が，式 (2.3) のように弾性ひずみ増分 $d\varepsilon^{e}_{ij}$ と塑性ひずみ増分 $d\varepsilon^{p}_{ij}$ の和で表現されるとする．

$$d\varepsilon^{ep}_{ij} = d\varepsilon^{e}_{ij} + d\varepsilon^{p}_{ij} \tag{2.3}$$

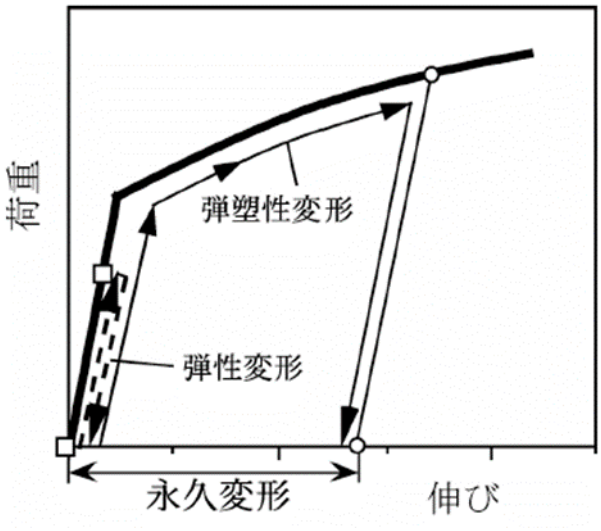


図 2.1　弾性変形と弾塑性変形 [100]

式 (2.1) を増分形で表現し，式 (2.3) を代入すると，式 (2.4) となる．

$$d\sigma_{ij} = D^{ep}_{ijkl}\,(\,d\varepsilon^{ep}_{ij} - d\varepsilon^{p}_{ij}\,) \tag{2.4}$$

Mises の降伏条件や Prandtl-Reuss の流れ則の関係式より，式 (2.4) の式は変換され，速度形の弾塑性構成式は式 (2.5)，(2.6) となる．

$$\dot{\tau}_{ij} = D^{ep}_{ijkl}\,d\dot{\varepsilon}_{kl} \tag{2.5}$$

$$D^{ep}_{ijkl} = D^{e}_{ijkl} - G\left[\alpha\frac{9G\sigma'_{ij}\sigma'_{kl}}{\bar{\sigma}^2\left(H' + 3G\right)}\right] \tag{2.6}$$

ここで，$\dot{\tau}_{ij}$ は Kirchihoff 応力の Jaumann 速度であり，変形中の体積変化が無視できる程度であれば，$J \approx 1$となり，Cauthy の応力速度 $\dot{\sigma}_{ij}$ とほぼ同じとなる．σ'_{ij} は偏差応力，$\bar{\sigma}$ は Mises の降伏応力，H' は硬化曲線 $\bar{\sigma} = H(\bar{\varepsilon})$ の接線勾配である．α は塑性のとき 1，弾性および除荷のときは 0 となり式 (2.1) と同じになる．

速度形仮想仕事の原理式は式 (2.7) となる．

$$\int_V \left\{\left(\dot{\sigma}_{ij} - 2\sigma_{ik}\dot{\varepsilon}_{kj}\right)\delta\dot{\varepsilon}_{ij} + \sigma_{jk}L_{ik}\delta L_{ij}\right\}dV = \int_S \dot{t}_i\delta v_i dS + \int_V \rho\dot{b}_i\delta v_i dV \tag{2.7}$$

ここで，$\boldsymbol{L}$ は速度勾配テンソル，V は物体体積である．右辺第 1 項は表面力であり，物体境界面 S に指定された表面力速度 $\dot{\boldsymbol{t}}$，変位速度 $\boldsymbol{v}$ である．右辺第 2 項は物体力であり，ρ は物体の密度，$\dot{\boldsymbol{b}}$ は物体速度である．式 (2.7) を有限要素法で離散化し，最終的に式 (2.8) のような剛性方程式が得られる．

$$[K_{ep}]\{\dot{u}\} = \{\dot{f}\} \tag{2.8}$$

接線剛性マトリクス $[K_{ep}]$ を要素ごとに計算し, 全要素の接線剛性マトリクスを組み立てる．境界条件である既知の外力増分ベクトル $\{\dot{f}\}$ と接線剛性マトリクス $[K_{ep}]$ から，増分ステップ毎に全節点の変形速度 $\{\dot{u}\}$ が得られる．増分ステップ毎の変形速度 $\{\dot{u}\}$ を全ステップで累積することで全節点の変形が得られる．

増分ステップ内で弾性状態から塑性状態への移行があってはいけないため，弾性状態にある積分点について，その応力が降伏点に達しているかどうかを判定するリターンマッピング手法が行われる．式 (2.6) には応力の項が含まれるので，式 (2.8) の接線剛性マトリクス $[K_{ep}]$ にも応力成分が含まれる．

静的陰解法では各ステップにおいて応力不釣り合い量などの判定により，反復，収束計算を行う．各ステップで解を陽に求め，反復，収束計算を伴わない解法は静的陽解法である．ただし静的陽解法では計算の誤差を小さくするため，ステップの増分量を十分に小さくする必要がある．

後述する連続体損傷力学による損傷を仮定した有効応力を考慮するためには，非線形解析における応力とひずみの関係式である式 (2.5)および (2.6) を，損傷で増大した有効応力に置き換えることで計算が行われる．

2. 1. 2　剛塑性有限要素法 [99, 100]

剛塑性有限要素法は上界法と同じ原理に基づきながら，応力計算を可能にした方法である．鍛造や圧延などのように，材料の受ける塑性変形が弾性変形に比べてきわめて大きく，加工中の除荷もほとんどない場合，材料の応力とひずみ関係における弾性域での変形の影響を考慮する必要がない（**図 2.2**）．そのため剛塑性有限要素法は塑性加工のような大変形の

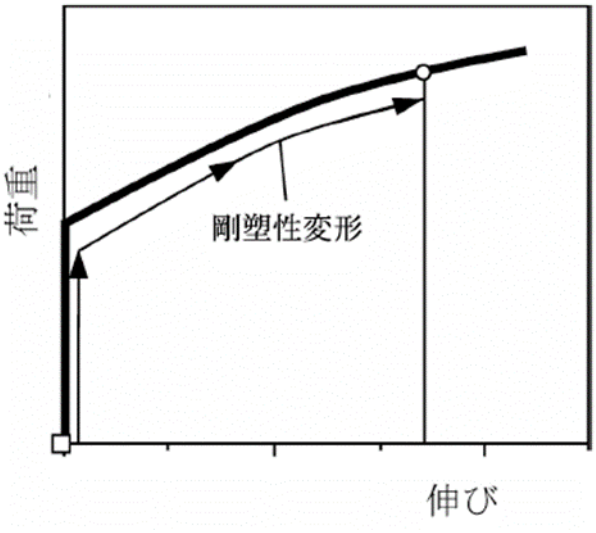


図 2.2　剛塑性変形 [100]

解析に適用され，塑性加工専用の有限要素解析ソフトウェア（DEFORM，FORGE）にも採用されている．

式 (2.9) の Mises の降伏条件は静水圧応力 σ_m に無関係であることから，この条件で定式化を行っても偏差応力しか求められない．よって式 (2.10) のように材料にわずかな体積変化を許すことによって静水圧応力依存性を導入する．これを圧縮性材料特性法と呼ぶ.

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{2}\{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\} \tag{2.9}$$

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{2}\{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\} + g\sigma_m^2 \tag{2.10}$$

ここで，$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ は主応力，g は材料の静水圧応力依存性を示す補正係数である．Levy-Mises の構成式により，塑性ポテンシャルを式 (2.10) の 1/2 とすることで，剛塑性有限要素法の構成式は以下となる.

$$
\{\sigma\} = \begin{matrix} \bar{\sigma} \\ \bar{\dot{\varepsilon}} \end{matrix}
\begin{bmatrix}
\frac{4}{9}+\frac{1}{g} & -\frac{2}{9}+\frac{1}{g} & -\frac{2}{9}+\frac{1}{g} & 0 & 0 & 0 \\
 & \frac{4}{9}+\frac{1}{g} & -\frac{2}{9}+\frac{1}{g} & 0 & 0 & 0 \\
 & & \frac{4}{9}+\frac{1}{g} & 0 & 0 & 0 \\
 & & & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\
 & \text{Sym} & & & \frac{1}{3} & 0 \\
 & & & & & \frac{1}{3}
\end{bmatrix}
\{\dot{\varepsilon}\} \tag{2.11}
$$

仮想仕事の原理式は式 (2.12) となり，有限要素法で離散化された式 (2.13) の剛性マトリクス $[K_{rig}]$ を要素ごとに計算し，全要素の剛性マトリクスを組み立てる．増分ステップ毎にこの計算が行われ，全節点の速度ベクトル $\{\dot{u}\}$ が計算される．弾塑性有限要素法と同様，式 (2.13) の $[K_{rig}]$ には応力の項が含まれ，式 (2.13) は非線形方程式となるため，Newton-Raphson 法などの反復計算により，解が求められる．

$$
\int \sigma_{ij}\delta\dot{\varepsilon}_{ij}dV = \int_S \dot{t}_i\delta v_i dS + \int_V \rho\dot{b}_i\delta v_i dV \tag{2.12}
$$

$$
\left[K_{rig}\right]\{\dot{u}\} = \{f\} \tag{2.13}
$$

体積一定の付帯条件を数学的に処理する手法として Lagrange 未定乗数法がある．Lagrange 乗数 λ を式 (2.12) へ導入した非線形方程式が式 (2.14) である．

$$
\int \sigma_{ij}\delta\dot{\varepsilon}_{ij}dV = \int_S \dot{t}_i\delta v_i dS + \int_V \rho\dot{b}_i\delta v_i dV + \int_V \lambda\dot{\varepsilon}_v dV \tag{2.14}
$$

ここで，$\dot{\varepsilon}_v$ は体積ひずみ速度である．この関数を最小化する速度場 $\{\dot{u}\}$ および Lagrange 乗数 $\{\lambda\}$ を求めることにより，体積一定の条件が満足される．全要素の剛性マトリクスは式(2.15) のように表される．

$$
\begin{bmatrix} K_u & K_\lambda \\ K_\lambda & 0 \end{bmatrix}
\begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \lambda \end{Bmatrix}
= \begin{Bmatrix} f \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{2.15}
$$

Lagrange 未定乗数法は，変数 λ の分，変数が増えるため，計算量は多くなるが，体積一定の条件を満たすため精度は高く，塑性加工専用の有限要素解析ソフトウェア DEFORM をはじめ多くのソフトウェアに採用されている．

有限変形弾塑性有限要素法では，式 (2.5)，(2.6) の構成式のように，応力速度が計算されるが，応力速度は客観性がない成分であることから，要素の回転や変形を考慮しないと計算に誤差が生じる．一方，剛塑性有限要素法では，式 (2.11) の構成式のように応力が直接計算されるという違いがある．

2. 2　非連成型の等方損傷モデル

2. 2. 1　Cockcroft & Latham の延性破壊予測式 [11]

Cockcroft & Latham は，材料が延性破壊するまでの塑性仕事，塑性エネルギーを損傷の指標とした．最大主応力 $\sigma_{\max}$ と相当ひずみ増分 $d\bar{\varepsilon}$ を積算し，成形過程のひずみ経路において積算する予測式を式 (2.16)，式 (2.17) のように提案した．破壊する時点でのひずみ ε_f までの損傷値 D_{CL} を計算し，延性破壊の限界値とする．この限界値は，引張試験により材料固有の限界値として同定する．

$$D_{\mathrm{CL}}=\int^{\varepsilon_f}\sigma_{\max}d\bar{\varepsilon} \tag{2.16}$$

$$D_{\mathrm{CL}}=\int^{\varepsilon_f}\bar{\sigma}\left(\frac{\sigma_{\max}}{\bar{\sigma}}\right)d\bar{\varepsilon} \tag{2.17}$$

他の延性破壊予測式と比較して，予測式に材料パラメータがなく，活用しやすい．前方押出しのシェブロンクラック [17, 22, 24, 25]，板材成形やハイドロフォーミング [19, 30]，打抜き成形 [29, 31]，フローフォーミング [32]など，これまでに Cockroft & Latham の延性破壊の予測手法は多く活用した研究が報告されている [11-38].

Oh らは，最大主応力 $\sigma_{\max}$ を von Mises の相当応力 $\bar{\sigma}$ で無次元した応力比を導入して式 (2.18) を提案した [12]．これは，Normalized Cockcroft & Latham の式と呼ばれ，式 (2.16) と同様，広く活用されている [28-38].

$$D_{\mathrm{CL}} \equiv \int \left(\frac{\sigma_{\max}}{\bar{\sigma}}\right) d\bar{\varepsilon} \tag{2.18}$$

Cockcroft & Latham らは，引張試験，ねじり試験，回転成形，押出し成形の延性破壊において，予測式を適用した．また，予ひずみが延性破壊に与える影響についても考察し，圧縮応力は損傷に寄与しないが，予ひずみにより応力レベルが増大し，延性に影響を与えることも示唆した．**表 2.1** では，スウェージング工法において，予ひずみを含んだとしても，損傷値はほぼ一定になることを示した．

表 2.1　Cockcroft & Latham の延性破壊予測式の検証 [11]

TABLE III

Results Showing Fracture Criterion Applied to Tensile Tests after Prestrain

Material	Process	Pre-strain (ε)	Subsequent Strain (ε)	$\int_0^{\varepsilon_f} \bar{\sigma}(\sigma^*/\bar{\sigma})d\bar{\varepsilon}$, lb/in²
Monel	Swaging	0·0	1·5	224,000
		0·4	1·2	211,000
		1·4	1·0	214,000
		2·2	1·0	197,000
Aluminium–3% Mg alloy (HD 33)	Swaging	0·0	0·9	23,000
		0·6	0·8	28,000
		1·4	0·8	26,000
		2·0	0·75	25,000
		2·3	0·75	25,000
	Deformation by repeated compression of a cube (different batch)	0·0	0·6	23,200
		0·2	0·5	24,400
		0·33	0·45	25,200
		0·65	0·45	25,400
		0·94	0·45	26,000
		1·25	0·45	27,050
		1·57	0·4	24,600

2. 2. 2　McClintock の延性破壊予測式 [39, 40]

McClintock は，無限に長い棒もしくは平面ひずみ状態において，楕円形の円筒のボイドが複数存在し，主応力方向にボイドが発展することで延性破壊が発生するモデルを構築した．

平面ひずみ状態において無限遠方の垂直方向に σ_a^∞, σ_b^∞ が負荷される場合，延性材料中のボイドの曲率を式 (2.19) で表現した．

$$\ln\frac{R}{R_0} = \frac{\bar{\varepsilon}\sqrt{3}}{2(1-n)}\sinh\left\{\frac{\sqrt{3}(1-n)}{2}\frac{(\sigma_a+\sigma_b)}{\bar{\sigma}} + \frac{\varepsilon_a+\varepsilon_b}{2}\right\} \tag{2.19}$$

ここで，R_0，R は楕円形ボイドの初期平均径と変形中の平均径であり，$R=(a+b)/2$（楕円形ボイドの長軸 $2a$，短軸 $2b$）である．ε_a，ε_b は a, b 方向のひずみである．n は加工硬化指数であり，相当ひずみ $\bar{\varepsilon}$，相当応力 $\bar{\sigma}$ より，$\bar{\sigma}=\bar{\varepsilon}^n$ で表現される．また 2 つの楕円形ボイドの初期ボイド間距離 l_b^0，初期ボイド短軸距離 b^0 を用いて，延性破壊の限界ひずみ $\bar{\varepsilon}^f$ を式 (2.20) のように導いた．

$$\bar{\varepsilon}^f = \frac{(1-n)\ln\left(l_b^0/2b_0\right)}{\sinh\left\{(1-n)(\sigma_a+\sigma_b)/\left(2\bar{\sigma}/\sqrt{3}\right)\right\}} \tag{2.20}$$

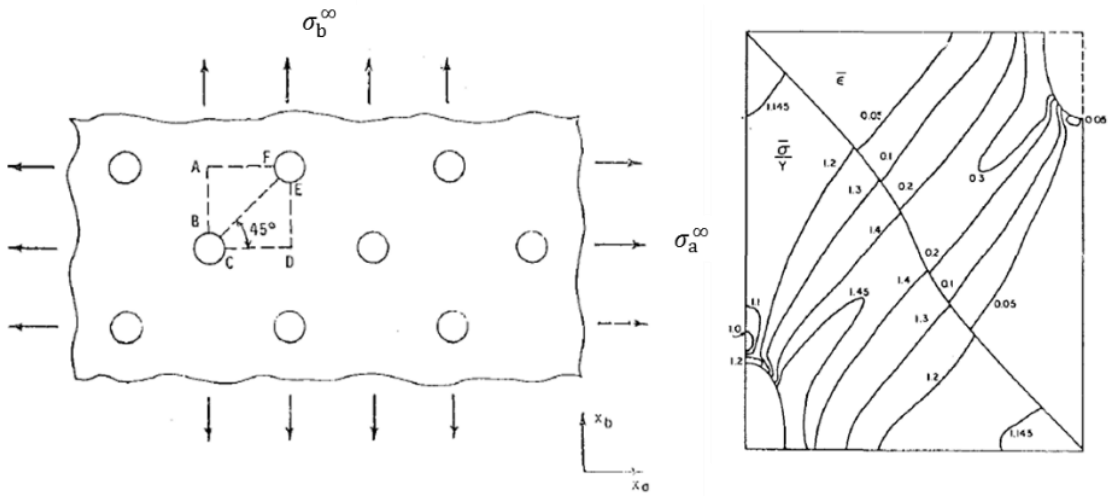


図 2.3　ボイド間の応力集中の計算結果(Oh ら) [12]

Oh らは，2 つのボイドが内在する平面ひずみ状態において，弾塑性解析を実施し，応力，ひずみ分布を計算した [12]．**図 2.3** に示すように 2 つのボイド間のひずみ分布が高くなり，せん断応力方向に変形が集中していることがわかる．このボイド間のひずみ集中部からさらに新しい小さなボイドが発生し，成長し，2 つのボイドと合体することで破壊に達することになる．Oh らは式 (2.19)，(2.20) を改良し，積分型の延性破壊予測式を式 (2.21) のように表現した．

$$D_{\mathrm{Mc}} = \int^{\varepsilon_f} \left[\frac{2}{\sqrt{3}(1-n)} \sinh\left\{ \frac{\sqrt{3}(1-n)}{2} \frac{(\sigma_a + \sigma_b)}{\bar{\sigma}} \right\} + \frac{\sigma_b - \sigma_a}{\bar{\sigma}} \right] d\bar{\varepsilon} \tag{2.21}$$

Atkins [15]は，McClintock のモデルを式 (2.22) のように，平均応力 σ_m を含む応力三軸度 $\sigma_m / \bar{\sigma}$ を含む延性破壊式に簡略化した．Christiansen ら [41]は円柱のつぶし成形において実験との比較を行い，延性破壊の亀裂位置と解析結果がよく一致することを示した．

$$D_{\mathrm{Mc}} = \int^{\varepsilon_f} \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} \, d\bar{\varepsilon} \tag{2.22}$$

2. 2. 3　Rice & Tracey の延性破壊予測式 [42]

Rice & Tracey は，球状のボイドが内在する 3 次元無限固体内における損傷の進展をモデル化した．図 2.4 のような球状ボイドに対し，ひずみ速度 $\dot{\varepsilon}$，初期ボイド粒径 R_0，粒径の平均変化速度 $\dot{R}$ を損傷の進展を表す D (Dilatational amplification factor)を式 (2.23) のように表現した．

$$D = \frac{\dot{R}_0}{R_0 \dot{\varepsilon}} \tag{2.23}$$

彼らはまた，応力三軸度と損傷 D との関係を算出し，以下の近似式を導いた．σ_m は平均応力，$\bar{\tau}$ はせん断降伏応力である．応力三軸度と損傷 D を計算した結果を**図 2.4** に示す．McClintok の延性破壊予測式 (2.22) と同様，ボイドがある固体の損傷の発展には，応力三軸度が影響することを示した．

$$D_{\mathrm{RT}} = 0.283\exp\left(\frac{\sqrt{3}\sigma_m}{2\bar{\tau}}\right) \tag{2.24}$$

Rice & Tracey の延性破壊予測式は，引張試験によりその妥当性が評価され [43, 44]，引き抜き成形のシェブロンクラックの予測にも適用された [45].

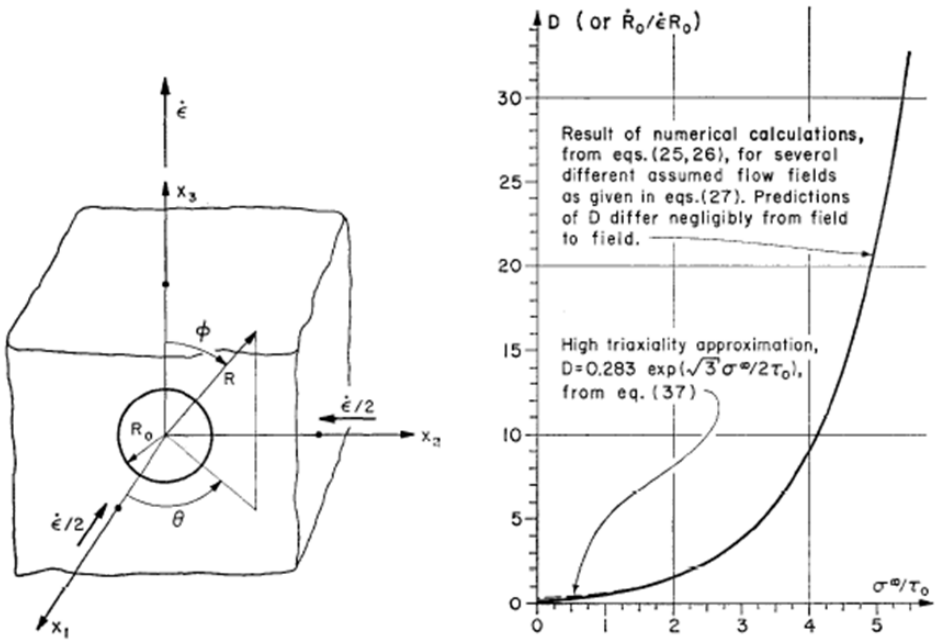


図 2.4　Rice & Tracy の延性破壊予測式の検証 [42]

2. 2. 4　大矢根の延性破壊予測式 [46]

大矢根は，McClintock と同じく，微小ボイドを含む材料の塑性力学に関する延性破壊予測式を提案した．材料の塑性変形が生ずると，材料中の介在物，析出物，第二相の境界，結晶粒界などにより，微小なボイドが生じ，ボイドが成長することで互いに隣接したボイド間はしだいに細くなる．ボイド間に塑性変形が集中し破断に至るが，ボイド周りの集中ひずみが全体ひずみに与える影響を除外しなかった．大矢根はボイドによる材料内の密度減少を多孔質体に置き換え，多孔質体に主応力 σ_1，σ_2，σ_3 が作用し，主ひずみ増分 $d\varepsilon_1$，$d\varepsilon_2$，$d\varepsilon_3$，体積ひずみ増分 $d\varepsilon_v$ が生じた場合，以下の式が成立する．

$$d\varepsilon_1 - \frac{d\varepsilon_v}{3} = \frac{d\bar{\varepsilon}}{\gamma\bar{\sigma}}\left(\sigma_1 - \frac{\sigma_2}{2} - \frac{\sigma_3}{2}\right) \tag{2.25}$$

$$d\varepsilon_2 - \frac{d\varepsilon_v}{3} = \frac{d\bar{\varepsilon}}{\gamma\bar{\sigma}}\left(\sigma_2 - \frac{\sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1}{2}\right) \tag{2.26}$$

$$d\varepsilon_3 - \frac{d\varepsilon_v}{3} = \frac{d\bar{\varepsilon}}{\gamma\bar{\sigma}}\left(\sigma_3 - \frac{\sigma_1}{2} - \frac{\sigma_2}{2}\right) \tag{2.27}$$

$$d\varepsilon_v = \frac{d\bar{\varepsilon}}{\gamma f^2}\left(\frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} + a_0\right) \tag{2.28}$$

$$f = \frac{1}{3}\left(1 + \sqrt{\frac{\gamma}{1-\gamma}}\right) \tag{2.29}$$

ここで，γ は相対密度，f は実験結果から得られる関数である．ボイドのない材料については，$\gamma=1$ となり，f が無限大となることで，式 (2.25～2.28) は，従来の塑性力学におけるひずみ増分理論と同じ式になる．

式 (2.28) を変形し，式 (2.30) が得られる．相当ひずみ ε_i を受けて初めてボイドが発生する．ここで，ε_{vf} は延性破壊が発生するときの体積ひずみである．

$$\int_0^{\varepsilon_{vf}} \frac{\gamma f^2}{a_0} d\varepsilon_v = \int_{\varepsilon_i}^{\varepsilon_f} \left(1 + \frac{1}{a_0}\frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}}\right) d\bar{\varepsilon} \tag{2.30}$$

式 (2.30) の左辺は ε_{vf} のみの関数となる．材料定数と置き換えると，大矢根の延性破壊予測式は式 (2.31) となる．ここで，$\varepsilon_i=0$ である場合，塑性変形開始とともにボイドが発生することとなる．

$$D_{\mathrm{Oyane}} = \int_0^{\varepsilon_f} \left(1 + \frac{1}{a_0}\frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}}\right) d\bar{\varepsilon} \tag{2.31}$$

大矢根の延性破壊予測式の用途範囲は広く，円柱圧縮 [14]，押出し成形のシェブロンク

ラック [20], 打抜き加工 [29, 31], パイプ材の拡径成形 [47]など様々な成形工程の延性破壊予測に適用されている[21, 32, 38].

2. 2. 5　小坂田の延性破壊予測式 [48-50]

小坂田らは高圧下試験装置を用いて，延性破壊予測式を提案した．4kbar の静水圧下で引張試験とねじり試験を行った．**図 2.5** のように，静水圧応力と核（ボイド）成長開始ひずみの関係，引張り破断，ねじり破断のひずみの関係を実験により求め，破断ひずみは静水圧応力との依存関係にあることを示した．また，圧下の予ひずみと破断ひずみの関係を実験で求め，核成長開始ひずみを同定し，核成長開始ひずみと核成長開始から破断までのひずみには，**図 2.6** のように反比例の相関があることを明らかにした．核の成長開始が遅れると破断までのひずみは小さくなる．つまり，ひずみが大きくなるほど，核の成長割合は大きくなる．また，静水圧応力が大きくなると，破断までのひずみが大きくなる．大矢根や MCclintok の延性破壊予測式は応力が核の成長に起因するとされているが，小坂田らはひずみが核の成長速度に起因するとした．核の成長割合 v はひずみ ε との関係により，式 (2.32) で表現される．ここで，σ_m は静水圧応力である．

$$v = a + b\varepsilon + c\sigma_m \tag{2.32}$$

彼らは，S25C 材料の高圧下ねじり試験により材料定数 a, b, c を求め，延性破壊予測式を式 (2.33) とした．

$$D_{\mathrm{Osakada}} = \int_0^{\varepsilon_f} \langle -0.6 + \varepsilon - 0.02\sigma_m \rangle \, d\bar{\varepsilon} \tag{2.33}$$

ここで，< >は McCaulay bracket であり，式 (2.34)で定義される．

$$\langle x \rangle = \begin{cases} x & x \geqq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \tag{2.34}$$

S25C 材料のねじり試験結果から，D_{Osakada}の限界値は 0.12 と同定されている．

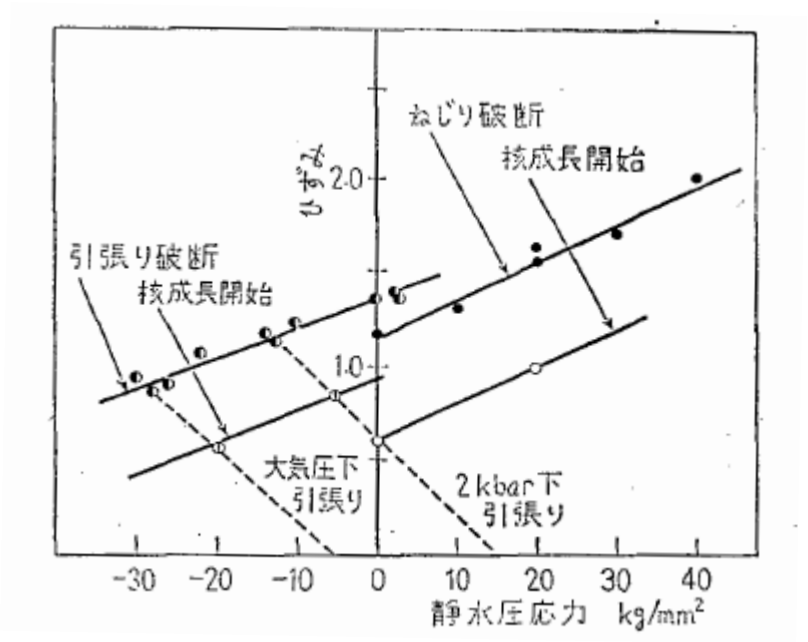


図 2.5　静水圧応力と破断限界ひずみの関係(小坂田ら) [48]

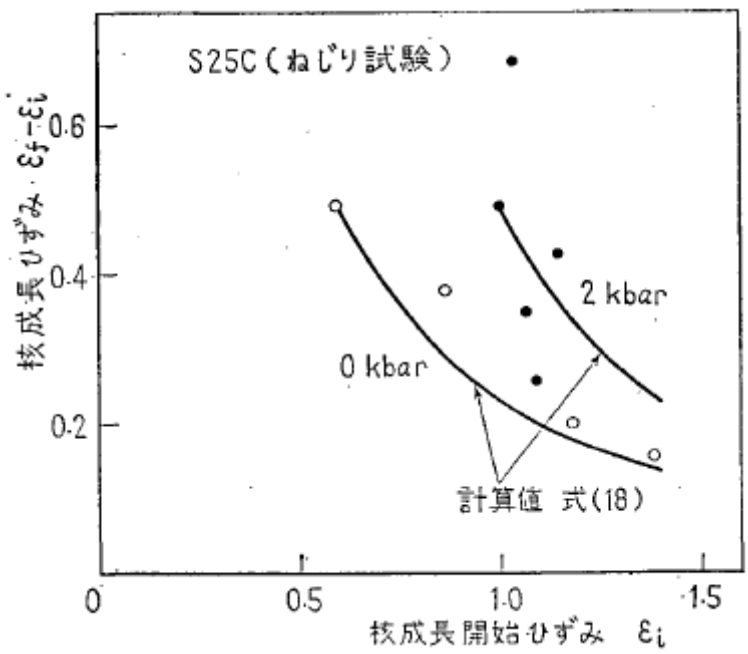


図 2.6　ボイド成長開始ひずみとボイド成長ひずみの関係(小坂田ら) [48]

2.3　連続体損傷力学

連続体損傷力学は，材料の損傷と破壊の進行過程を連続体力学的に解析するための力学理論である．1958 年，Kachanov [59]は，材料の損傷状態を損傷変数という新しい物理量で表現し，1960 年後半以降，高温強度とクリープ変形に対して研究が活発となった．Lemaitre は不可逆熱力学理論に基づいて損傷理論の体系化を行った [60]．Chow [61-70], Murakami [8, 9]らは，金属材料の損傷力学，特に異方損傷理論の研究を行った．その後，研究対象は，コンクリート，岩のような地質材料，高分子，セラミックスのような複合材料にまで研究範囲を広げ，損傷の範囲も，弾塑性損傷，弾性-脆性損傷，疲労損傷などに拡大されている．

材料のメゾスケール部の代表要素(RVE: Representative Volume Element，金属材料であれば 0.1mm^3 程度)の大きさを考える．**図 2.7** に示すように，法線方向 n をもつ面積要素 dA 上の微小空隙面積の総和を dA_D とする．面積要素 dA は微小空隙の発達によって dA_D だけ減少する．そのため，実際に内力を受け持つ有効面積は，$d\widetilde{A} = dA - dA_D$ として平均化される．このときの損傷変数 D は式 (2.35) で表現される．

$$D = \frac{dA_D}{dA} \tag{2.35}$$

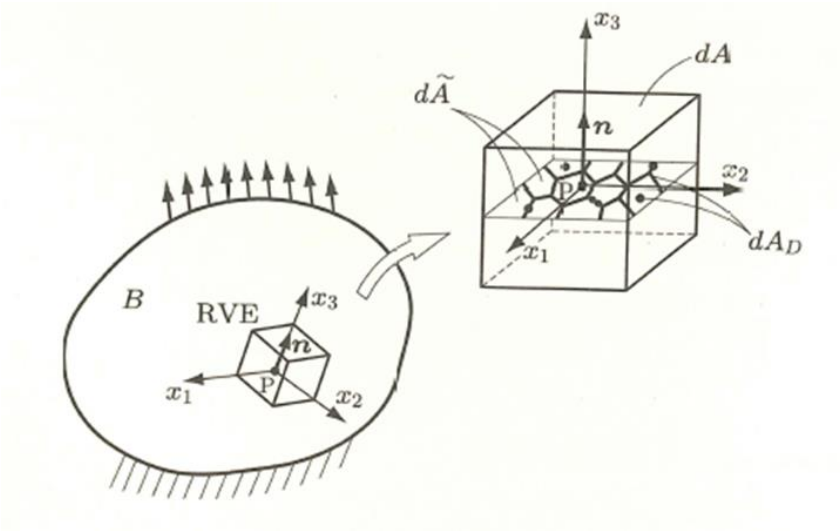


図 2.7　微小空隙による有効断面積の減少 [8]

ここで，$D = 0$ は初期非損傷状態，$D = 1$ は最終的破壊状態を表す．有効面積が減少することから, 荷重負担面積の減少は, 外力 dF によって引き起こされる応力 σ の効果を拡大する．この拡大された応力は有効応力と呼ばれ，下記の式で表現される．

$$\tilde{\sigma} = \frac{dF}{d\tilde{A}} = \frac{\sigma}{1 - D} \tag{2.36}$$

式 (2.36) を 3 次元応力状態に拡張した場合，有効応力テンソルは式 (2.37) となる．式 (2.37) において，D はスカラー損傷変数となる．損傷の異方性を考慮する場合，$\boldsymbol{D}$ は 2 階対称な損傷テンソルとなり，有効応力テンソルは式 (2.38) となる．$\boldsymbol{I}$ は 2 階恒等テンソルである．式 (2.38) の異方損傷が発達する場合の有効応力テンソルは非対称となる．非対称テンソルを扱うと複雑になる場合があるため，式 (2.39) のように有効応力を対称化することを提案されている [8, 9].

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = (1 - D)^{-1}\boldsymbol{\sigma} \tag{2.37}$$

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{D})^{-1}\boldsymbol{\sigma} \tag{2.38}$$

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{2}[(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{D})^{-1}\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{D})^{-1}] \tag{2.39}$$

式 (2.39) を 4 階対称な損傷効果テンソル $\boldsymbol{M}$ で表すと式 (2.40) となる．4 階対称テンソルの各成分を行列で表し，行列演算とする方が便利なことが多い．応力テンソルの対称成分を 6 行 1 列の列ベクトルに置き換えて，$\{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{23}, \sigma_{31}, \sigma_{12}\}^T$ とした場合，式 (2.40) の $\boldsymbol{M}$ を 2 階対称な行列で表記すると，式 (2.41)および(2.42) となる．

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{M} : \boldsymbol{\sigma} \tag{2.40}$$

$$
\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} \phi_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \phi_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & \phi_3 & 0 & 0 & 0 \\ & & & (\phi_2+\phi_3)/2 & 0 & 0 \\ & \text{Sym} & & & (\phi_3+\phi_1)/2 & 0 \\ & & & & & (\phi_1+\phi_2)/2 \end{bmatrix} \tag{2.41}
$$

$$
\phi_i = (1 - D_i)^{-1} \quad (i = 1, 2, 3) \tag{2.42}
$$

非損傷状態と損傷状態のひずみが等価であるとすれば（ひずみ等価説），損傷材料の弾性構成式は式 (2.43) ～ 式 (2.45) となる．$\boldsymbol{S}_0$ は非損傷時，$\boldsymbol{S}$ は損傷時の弾性コンプライアンステンソルである．$\boldsymbol{D}_0$ は非損傷時，$\boldsymbol{D}$ は損傷時の弾性テンソルである．

$$
\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{S} : \tilde{\boldsymbol{\sigma}} = [\boldsymbol{S}_0 : \boldsymbol{M}] : \boldsymbol{\sigma} \tag{2.43}
$$

$$
\boldsymbol{S} = \boldsymbol{S}_0 : \boldsymbol{M} \tag{2.44}
$$

$$
\boldsymbol{D} = \boldsymbol{M}^{-1} : \boldsymbol{D}_0 \tag{2.45}
$$

連続体損傷力学では，熱力学構成式理論から損傷材料の弾塑性構成式，損傷発展式を導く手法もある．損傷を伴う Helmholtz の自由エネルギー ψ は，弾性ひずみ ε^e，損傷変数 D，ひずみ硬化状態の等方硬化の内部変数 r，移動硬化のテンソル内部変数 $\boldsymbol{\alpha}$，温度 T を用いて式 (2.46)の関数で表される．ψ の損傷材料の弾性ひずみエネルギー成分は，質量密度 ρ，式 (2.1) でも用いた非損傷時の弾性係数 D^0_{ijkl} を用いて式 (2.47) となる．Clausius-Duhem の不等式 (2.48) は，ψ や各種条件を用いて変換し，新しい同伴係数を用いると，式 (2.49) のような散逸エネルギー ϕ となる．

$$
\psi = \psi\,(\varepsilon^e, T, r, \boldsymbol{\alpha}, D) \tag{2.46}
$$

$$
\rho\psi(\varepsilon^e, D) = \frac{1}{2} D^0_{ijkl}\varepsilon^e_{ij}\varepsilon^e_{kl}(1 - D) \tag{2.47}
$$

$$\boldsymbol{\sigma}:\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \rho(\dot{\psi}+\dot{T}s) - \boldsymbol{q}\cdot\frac{gradT}{T} \geq 0 \tag{2.48}$$

$$\phi = \boldsymbol{\sigma}:\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - R\dot{r} - \boldsymbol{A}:\dot{\alpha} + Y\dot{D} + \frac{g}{T}\cdot\boldsymbol{q} = \boldsymbol{X}\cdot\boldsymbol{J} \geq 0 \tag{2.49}$$

ここで，$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ は全ひずみテンソル，s はエントロピー，$\boldsymbol{q}$ は熱流束ベクトル，$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{p}}$ は塑性ひずみ速度テンソル，R は等方硬化定数，$\boldsymbol{A}$ は背応力テンソル，g は温度 T で $g \equiv -\,grad\,T$ で表される温度勾配である．Y は損傷に対する一般化力であり，等方損傷の場合，式 (2.50) となる．

$$Y = -\rho\frac{\partial\psi}{\partial D} = \frac{1}{2}D^0_{ijkl}\varepsilon^e_{ij}\varepsilon^e_{kl} \tag{2.50}$$

式 (2.48) の一般化力ベクトル $\boldsymbol{X} = \{\boldsymbol{\sigma}, R, \boldsymbol{A}, Y, g/T\}$ と一般化流束ベクトル $\boldsymbol{J} = \{\boldsymbol{\varepsilon}^{\boldsymbol{p}}, r, \boldsymbol{\alpha}, D, T\}$ からポテンシャル関数 F を式 (2.51) のように定義し，弾塑性材料や損傷に関する変数の発展式は，式 (2.52) のように導かれる．$\dot{\Lambda}$ は未定乗数であり，累積塑性ひずみの変化率 $\dot{p}$ を用いて式 (2.53)となる．

$$F = F\left(\boldsymbol{\sigma}, R, \boldsymbol{A}, Y, \frac{\boldsymbol{g}}{T}; \boldsymbol{\varepsilon}^{\boldsymbol{p}}, r, \boldsymbol{\alpha}, D, T\right) \tag{2.51}$$

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\Lambda}\frac{\partial F}{\partial\boldsymbol{\sigma}}\ ,\ \ \dot{D} = \dot{\Lambda}\frac{\partial F}{\partial Y} \tag{2.52}$$

$$\dot{\Lambda} = \dot{p}(1-D) \tag{2.53}$$

式 (2.52) の左式を用いて，弾性ひずみエネルギーの式 (2.47)，von Mises の降伏条件をそれぞれ弾性，塑性のポテンシャル関数とすれば，弾塑性損傷の構成式は，移動硬化，背応力 $\boldsymbol{A}$ を考慮しない場合，以下で表される．

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{e} + \varepsilon_{\mathrm{ij}}^{p} \tag{2.54}$$

$$\varepsilon_{ij}^{e} = \frac{1+\nu}{E}\tilde{\sigma}_{ij} - \frac{\nu}{E}\tilde{\sigma}_{kk}\delta_{ij} \tag{2.55}$$

$$\varepsilon_{ij}^{p} = \frac{3}{2}\frac{\tilde{\sigma}_{ij}^{'}}{\bar{\sigma}}\dot{p} \tag{2.56}$$

ここで，ε_{ij}^{e} は弾性ひずみ， ε_{ij}^{p} は塑性ひずみである．E はヤング率である．式 (2.54) ～ (2.56) は，弾塑性の構成式である式 (2.1) ～ (2.6) を，式 (2.40) の有効応力，もしくは，式 (2.45) の弾性係数テンソル $\boldsymbol{D}$ を用いて置き換えることで，弾塑性損傷構成式が成立する．

Y は損傷に対する一般化力であり，物理的にはひずみエネルギー解放率を示す．**図 2.8** において，応力-ひずみ曲線 OABC の点 A で損傷が開始した場合，点 B では，損傷の発達とともに，縦弾性係数 E は E (1 - D) に減少し，C に至る．その際，面積 BCHB は損傷によって解放されたひずみエネルギー，OBB'O は熱として散逸されるエネルギー，OB'HO はひずみ硬化に費やされたエネルギーを示す．Lematire は，式 (2.49) の弾性ひずみエネルギーW^E を用いて等方性の損傷に対する一般化力 Y を式 (2.57) のように表現した．$\sigma_m/\tilde{\sigma}$ は応力三軸度であり，延性破壊を支配する重要な物理量である．Lematire は，損傷の発展式を $\dot{D}$ を式 (2.58)とした．s と S は材料定数，p は累積相当塑性ひずみ，p_D は損傷発生開始時の累積相当塑性ひずみである．

$$Y = \frac{W^E}{1-D} = \frac{\bar{\sigma}^2}{2E}\left[\frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu)\left(\frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}}\right)^2\right] \tag{2.57}$$

$$\dot{D} = \left(\frac{Y}{S}\right)^s \dot{p}H\left(p - p_D\right) \tag{2.58}$$

異方損傷の場合, Helmholtz の自由エネルギーの式 (2.46) は, 式 (2.44) を用いて式 (2.59) となる．損傷に対する一般化力も 2 階のテンソルとなり，式 (2.60) となる．

$$\rho\psi(\varepsilon^e, \boldsymbol{D}) = \frac{1}{2}\varepsilon^e : \boldsymbol{S} : \varepsilon^e \tag{2.59}$$

$$\boldsymbol{Y} = \frac{\partial \rho \psi(\varepsilon^e, \boldsymbol{D})}{\partial \boldsymbol{D}} = \frac{1}{2}\varepsilon^e : \left[\boldsymbol{M}^{-1} : \frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial \boldsymbol{D}} : S + S : \frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial \boldsymbol{D}} : \boldsymbol{M}^{-\mathrm{T}} \right] : \varepsilon^e \tag{2.60}$$

連成型の CDM モデルでは，一般化力 Y，損傷速度 D をどのようにモデル化するかで損傷の発展が異なる．Chow ら [61-70]，Chaboche ら[71, 72]，Saanouni ら [73-83]が異方損傷の CDM モデルを提案しているが，丸棒，切欠き付引張試験，円柱圧縮試験による連成型，非連成型の検証が多く，複雑な成形をするような実部品での適用事例はまだ少ない．また，大変形を取り扱う剛塑性有限要素法を主とした鍛造の有限要素解析に異方損傷の CDM モデルを適用する事例はほとんどなく，その枠組みについても議論はなされていない．

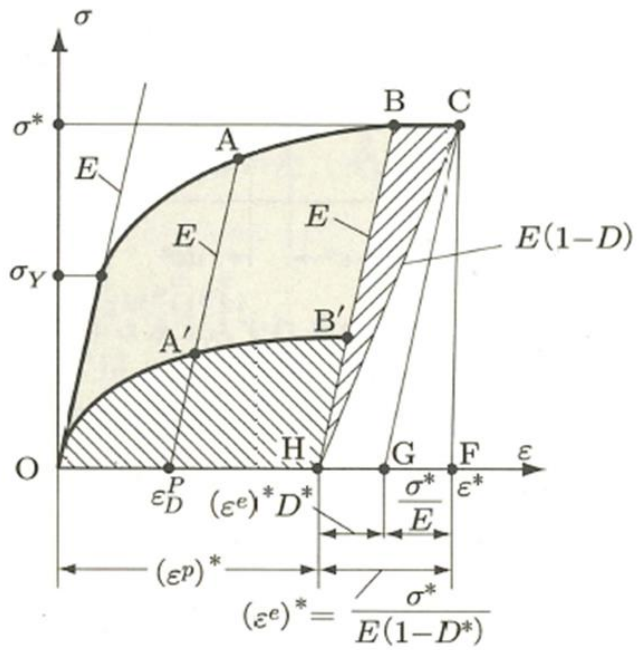


図 2.8　弾塑性損傷によるエネルギーの散逸 [8]

2.4　異方損傷を考慮した非連成型の損傷モデル

前節までに，これまでに提案されている積分型延性破壊条件式について概説した．いずれも応力，材料定数などを相当ひずみ増分によって積分された形式となっている．そして，積分値がある値に達すると延性破壊が発生するという評価がなされている．これらのパラメータは計算手法や剛性方程式の種類に依存しないことから，剛塑性有限要素法を主とした鍛造の有限要素解析ソフトウェアにも実装されている．その有用性から近年の文献でも引用される事例が多い [22, 33]．応力成分とひずみ増分から評価できる積分型延性破壊予測のための損傷モデルは，有限要素解析により行われる実際の鍛造プロセス設計において有用である．しかし，その精度や適用範囲についての統一的な議論は多くない．鍛造部品のニアネットシェイプ化が進み，被加工材の変形が複雑になるにつれて，延性破壊の予測精度のより一層の向上が求められている．延性破壊における損傷の異方性の考慮は，材料中の微視的ボイドや亀裂の発生・成長が応力あるいはひずみの作用方向に依存しており，そのため材料の損傷は本質的には異方的であると考えられるため，精度向上につながると考えられる．

連続体損傷力学では，異方性を考慮した損傷の表現とその発展が提案されている [61-86]．これらの理論では，損傷が発生したメゾスケール部の応力を有効応力に置き換え，損傷状態をテンソルの内部変数として有限要素解析の剛性方程式に取り込みを行う．ただし，大変形を取り扱う剛塑性有限要素法を主とした鍛造の有限要素解析に損傷異方性を適用する事例はほとんどなく，その枠組みについても議論はなされていない．

本研究では，実鍛造における延性破壊予測の精度向上を目的として，損傷の異方性を考慮した損傷モデルを提案する．まず，2.2.1 項の Normalized Cockcroft & Latham の等方性の延性破壊予測式を基に，応力テンソルとひずみ増分テンソルの積，すなわちひずみエネルギー増分は式 (2.61) で表される．

$$dW = \sigma_{ij}\, d\varepsilon_{ij} = \delta_{ij}\, (\sigma_{ik}\, d\varepsilon_{kj}) \tag{2.61}$$

ここで，σ_{ij} は応力テンソル，$d\varepsilon_{ij}$ はひずみ増分テンソル，δ_{ij} は Kronecker のデルタである．

式 (2.18) を修正した以下の形式の 2 階のテンソルの延性破壊の損傷モデルを考える．

$$\overline{D}_{ij} = \int \frac{\sigma_{ik}}{\overline{\sigma}} d\varepsilon_{kj} \tag{2.62}$$

これは，式 (2.18) とともに，応力とひずみ増分の乗算で表現されるひずみエネルギーの累積を損傷として評価するモデルである．式 (2.18) では延性破壊の損傷量を表すスカラー量となるが，式 (2.62) では延性破壊の損傷の方向性を表現できる．

異方損傷を論議する際，主値の利用が便利な場合が多い．しかし，式 (2.62) は非対称テンソルであるため，主値が複素数になることもあり，その場合は物理的解釈が難しい．そこで，連続体損傷力学における有効応力の導出手法 [8, 9]を参考にモデルの修正を考える．異方損傷に対する対称化有効応力は式 (2.39) で表される．この導出方法を参考に，式 (2.63) のように対称化した変数を定義する．

$$\overline{\overline{D}}_{ij} = \frac{1}{2}\int\left(\frac{\sigma_{ik}}{\overline{\sigma}}d\varepsilon_{kj} + \frac{\sigma_{jl}}{\overline{\sigma}}d\varepsilon_{li}\right) \tag{2.63}$$

円筒座標系 O-$r\theta z$ で表される軸対称変形の場合，せん断応力$\tau_{\theta z}$，$\tau_{r\theta}$は，せん断ひずみ増分$d\gamma_{\theta z}$，$d\gamma_{r\theta}$は 0 になることから，損傷値の増分$d\overline{\overline{D}}_{r\theta}$，$d\overline{\overline{D}}_{\theta z}$は 0 となる．その他の式 (2.63) の成分は以下となる．

$$dD_r = \frac{1}{\overline{\sigma}}\left(\sigma_r d\varepsilon_r + \tau_{rz}d\gamma_{rz}\right) \tag{2.64}$$

$$dD_\theta = \frac{1}{\overline{\sigma}}(\sigma_\theta d\varepsilon_\theta) \tag{2.65}$$

$$dD_z = \frac{1}{\overline{\sigma}}\left(\sigma_z d\varepsilon_z + \tau_{rz}d\gamma_{rz}\right) \tag{2.66}$$

$$dD_{rz} = dD_{zr} = \frac{1}{2\overline{\sigma}}\left(\sigma_r d\gamma_{rz} + \tau_{rz}d\varepsilon_z + \tau_{rz}d\varepsilon_r + \sigma_z d\gamma_{rz}\right) \tag{2.67}$$

次に，提案した変数の客観性について考える．物理量は観測する観測者によらないことを客観性の原理という．すなわち，ある座標系 B から直交テンソル $\boldsymbol{Q}$ によって回転した座標系 B’ になった場合，B においても B’ においても物理量は変わらない．すなわち，ある 2

階テンソル $\boldsymbol{h}$ が直交テンソル $\boldsymbol{Q}$ によって $\boldsymbol{h'}$ に変換され，以下の式が成り立つ場合，客観性があるという．

$$\boldsymbol{h'} = \boldsymbol{Q}\,\boldsymbol{h}\,\boldsymbol{Q}^T \tag{2.68}$$

次に, 式 (2.63) の損傷増分の客観性について考える. Reuss の構成式 [101]である式 (2.69) を用いて式 (2.70) となる．ここで，$d\lambda$ は変形とともに変化する比例定数である．

$$d\varepsilon_{ij}^p = \sigma_{Dij} d\lambda \tag{2.69}$$

$$dD_{ij} = \frac{d\lambda}{2}\left(\sigma_{ik} d\varepsilon_{kj} + \sigma_{jl} d\varepsilon_{li}\right) = \frac{d\lambda}{2}\left(\sigma_{ik}\sigma_{Dkj} + \sigma_{jl}\sigma_{Dli}\right) = \frac{d\lambda}{2}\left(\sigma_{ik}\sigma_{Dkj} + \sigma_{Dil}\sigma_{lj}\right) \tag{2.70}$$

式 (2.70) に式 (2.68) を適用すると，

$$\begin{aligned} dD'_{ij} &= \frac{d\lambda}{2}\left(\sigma'_{ik}\sigma'_{Dkj} + \sigma'_{Dil}\sigma'_{lj}\right) = \frac{d\lambda}{2}\left(Q_{im}\sigma_{mn}Q_{\mathrm{nk}}Q_{kp}\sigma_{Dpq}Q_{qj} + Q_{im}\sigma_{Dmn}Q_{nl}Q_{lp}\sigma_{pq}Q_{qj}\right) \\ &= \frac{d\lambda}{2}\left(Q_{im}\sigma_{mn}\sigma_{Dnq}Q_{qj} + Q_{im}\sigma_{Dmn}\sigma_{nq}Q_{qj}\right) = Q_{im}\frac{d\lambda}{2}\left(\sigma_{mn}\sigma_{Dnq} + \sigma_{Dmn}\sigma_{nq}\right)Q_{qj} \\ &= Q_{im} dD_{mq} Q_{qj} \end{aligned} \tag{2.71}$$

となる．すなわち，式 (2.71) より，式 (2.63) の損傷増分の客観性が示された．

円筒座標系 O-$r\theta z$ の場合，主値 $\overline{\overline{D}}_{\mathrm{I}}, \overline{\overline{D}}_{\mathrm{II}}$ および $\overline{\overline{D}}_{\mathrm{III}}$は以下の式で計算される．

$$\left.\begin{matrix}\overline{\overline{D}}_{\mathrm{I}} \\ \overline{\overline{D}}_{\mathrm{II}}\end{matrix}\right\} = \frac{1}{2}\left(\overline{\overline{D}}'_r + \overline{\overline{D}}'_z\right) \pm \sqrt{\left(\frac{\overline{\overline{D}}'_r - \overline{\overline{D}}'_z}{2}\right)^2 + \overline{\overline{D}}'^2_{rz}} \tag{2.72}$$

$$\overline{\overline{D}}_{\mathrm{III}} = \overline{\overline{D}}'_\theta \tag{2.73}$$

式 (2.63) の主値の最大値 $\overline{\overline{D}}_{\max}$がある限界値 D_c に達すると延性破壊が発生すると仮定する．延性破壊の発生には，一般的に式 (2.74) で示される，その部位の応力三軸度が影響す

るとの報告が多数なされている [97]. ここでは, 延性破壊が生じる局部的な亀裂の発生は, 損傷の主値と垂直な方向に発生すると仮定する. それゆえ, 提案する延性破壊の発生基準は式 (2.75) となる.

$$\sigma_{tri} = \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} \tag{2.74}$$

$$\bar{\bar{D}}_{\max} = D_{cr}\,(\sigma_{tri}) \tag{2.75}$$

実際の部品の鍛造成形においては, 引張りと圧縮の両方応力が成形中に負荷される. 圧縮応力が損傷の進展に与える影響は, 材料の種類によっては無視できない. 本研究では, 連続体損傷力学における応力の符号への影響を考慮した主応力表現 [8]を参考にした. 材料の内部の応力成分は, 対象としている座標系によって方向と大きさが異なる. 著者は式 (2.76) のような主応力方向の引張りと圧縮の応力において, 圧縮応力が発生した場合, 損傷に対する効果を削減できる応力を採用した.

$$[\tilde{\sigma}] = \begin{bmatrix} \langle\sigma_1\rangle & 0 & 0 \\ 0 & \langle\sigma_2\rangle & 0 \\ 0 & 0 & \langle\sigma_3\rangle \end{bmatrix} - \alpha \begin{bmatrix} \langle-\sigma_1\rangle & 0 & 0 \\ 0 & \langle-\sigma_2\rangle & 0 \\ 0 & 0 & \langle-\sigma_3\rangle \end{bmatrix} \tag{2.76}$$

ここで, < >は McCaulay bracket, α は$0 \leqq \alpha \leqq 1$となる材料定数であり, 圧縮応力が損傷に与える影響を低減させる効果を表す. $\alpha = 1.0$ であれば, 圧縮応力が損傷に与える影響を全て考慮することとなり, $\alpha = 0$ であれば, 圧縮応力は損傷に対して影響を与えない.

鍛造成形中の被加工材の任意の点において, 主応力方向は刻々と変化する. そのため固定した主応力方向で損傷値を積算できない. そこで, 式 (2.76) の引張り, 圧縮の方向性の判断, 損傷値の計算を主応力方向で計算し, 損傷値の積算は固定したグローバル座標系で行う計算の流れを構築した. 有限要素解析を使用した計算の流れを**図 2.9** に示す. 有限要素解析において, 任意のグローバル座標系から各要素の応力テンソルとひずみ増分テンソルを取り出す. 応力テンソルから固有値を算出し, 固有値テンソル $\boldsymbol{Q}$ を計算する. 固有値テンソル $\boldsymbol{Q}$ を用いて, 主応力方向の主応力テンソル $\boldsymbol{\sigma}^*$, ひずみ増分テンソル $d\boldsymbol{\varepsilon}^*$を計算する. グロ

ーバル座標系と主応力方向の座標系の変換の模式図を**図 2.10** に示す．得られた主応力テンソル $\boldsymbol{\sigma}^*$ の正負を判定し，式 (2.76) から $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$ を計算する．式 (2.61) から主応力方向の損傷増分を計算する．主応力方向は次の計算ステップでは変わる可能性があるため，主応力方向の損傷増分を固有値テンソル $\boldsymbol{Q}$ からグローバル座標系に戻し，グローバル座標系の損傷増分テンソルに変換する．式 (2.64) ～式 (2.67) のように，グローバル座標系で損傷増分を積算する．以上の手法により，圧縮方向の応力とその寄与度を考慮した損傷計算を行う．

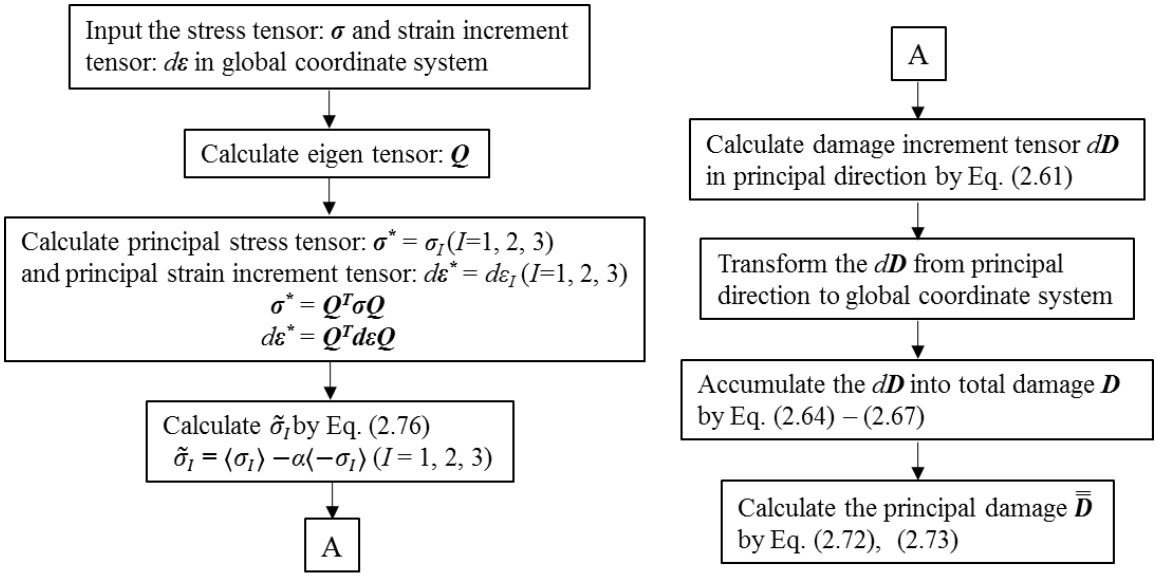


図 2.9　圧縮方向の応力考慮した損傷計算の流れ

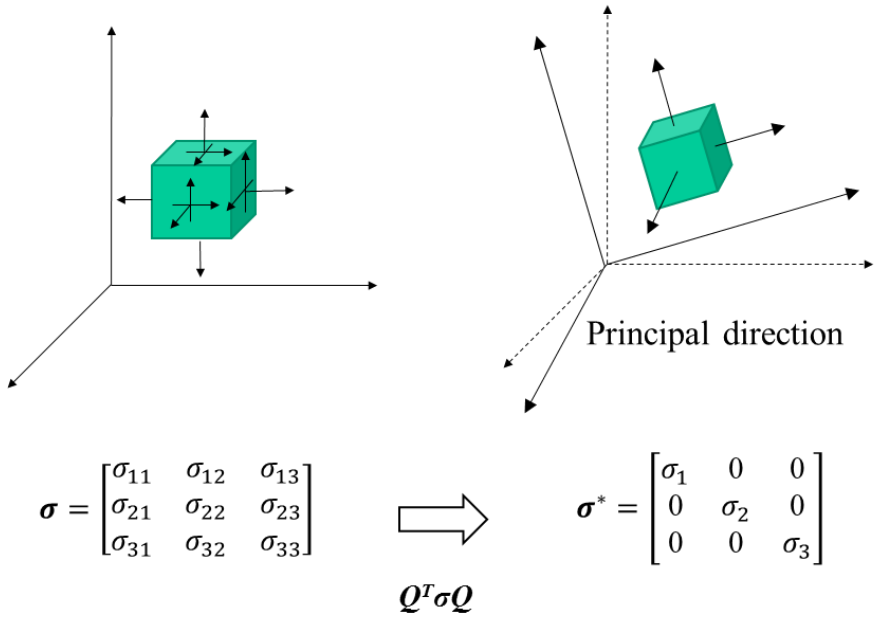


図 2.10　任意座標系から主応力方向への変換

第 3 章　基礎実験による損傷モデルの検証

ここでは，2.4 節で提案した異方損傷モデルを基礎実験で検証する．被加工材の加工点においては，x, y, z の直交座標系もしくは r, θ, z の円筒座標系の 3 次元の方向成分は，テンソルの 9 成分によって表現される．それに加えて，圧縮と引張りという方向成分も存在する．本研究の基礎実験では，単軸方向の引張試験のみではなく，圧縮後の引張りの挙動までを考慮した実験を行い，圧縮方向の異方性も評価する．平滑円柱試験片の引張試験で，有限要素解析で必要な変形抵抗データを取得し，切欠付円柱の引張試験とその有限要素解析を用いて，異方損傷モデルの破壊限界値を推定する．

3.1　実験水準

3.1.1　基礎実験の材料と熱処理条件

基礎実験は，　SCr420H (JIS)と S48C (JIS)の 2 種類で行った．それぞれの材料成分と基礎試験前の熱処理条件を**表 3.1** に示す．S48C は 4 章の中空シャフトの押出し成形における被加工材の材料であり，SCr420H は 5 章の軸肥大成形における被加工材の材料である．基礎試験前の熱処理として焼鈍熱処理を行った．SCr420H については，直径 48mm，長さ 142mm の部品成形前の鋼材の状態で焼鈍した材料片を入手し，基礎実験用の試験片を削り出した．S48C では，4 章のモーターシャフト部品の成形前の鋼材の状態である直径 46mm，長さ 286mm の材料片を入手し，基礎実験用の試験片を削り出した．

一般に，焼鈍時の加熱温度が高くなれば，材料の硬さは低くなる．SCr420H の材料の加熱温度を変更して円柱中心軸の中心位置での硬さを測定した結果，**図 3.1** に示すように，加熱温度が高いほど，硬さが低くなることが確認できた．ただし，硬さの測定は，測定誤差や部位による差が多くみられる．図 3.1 の硬さ測定結果は 7 個の硬さ測定結果を平均化した数値があるが，7 個の材料で最大 1.7HRB の差が確認されたため，代表部位の硬さがその部材全体の延性を示すとは限らない．SCr420H の材料における加熱温度 730℃の試験片と 690℃の試験片の組織観察の結果を**図 3.2** に示す．加熱保持時間が大きくなるほど，セメンタイトが球状化した状態となり，球状化焼鈍の状態で熱処理できていることが確認できた．

表 3.1　基礎試験の材料の化学成分と熱処理条件

(a) 試験片の材料と化学成分（%）

	C	Si	Mn	P	S	Cr
SCr420H	0.20	0.25	0.73	0.03	0.03	1.05
S48C	0.48	0.25	0.75	0.03	0.02	0.2

(b) 基礎実験前の試験片の熱処理条件

材料	識別	加熱温度	加熱時間	冷却速度
SCr420H	A	730℃	10h	10℃/h
	B	690℃	10h	10℃/h
S48C	C	765℃	8h	9.8℃/h

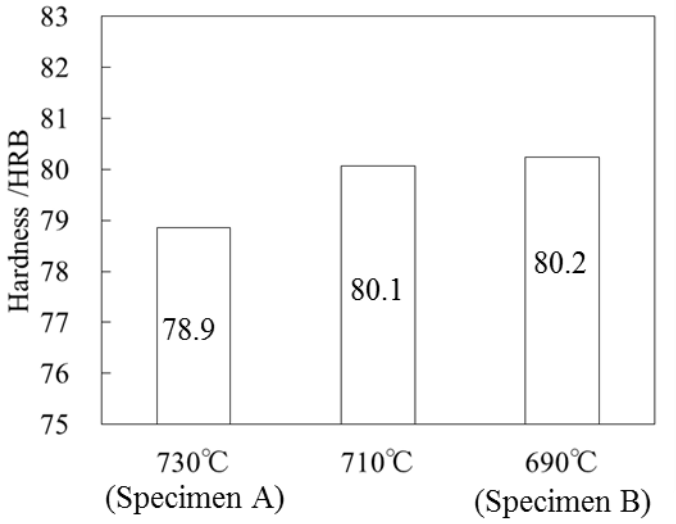
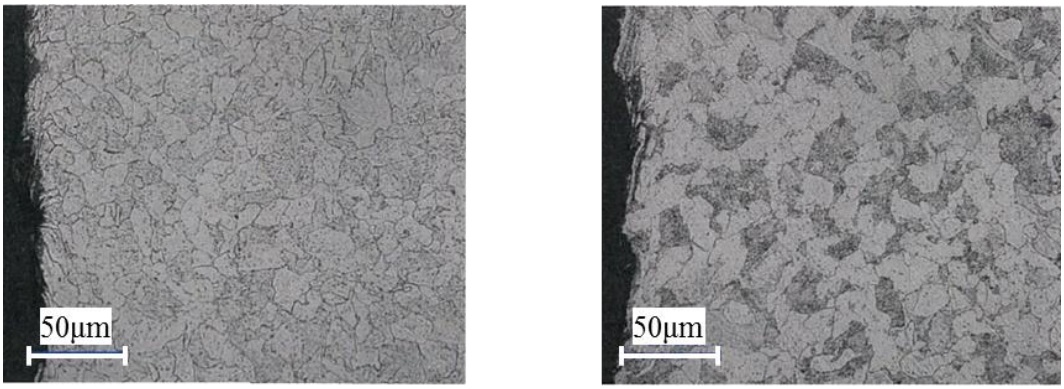


図 3.1　SCr420H の焼鈍の加熱温度と硬さの関係

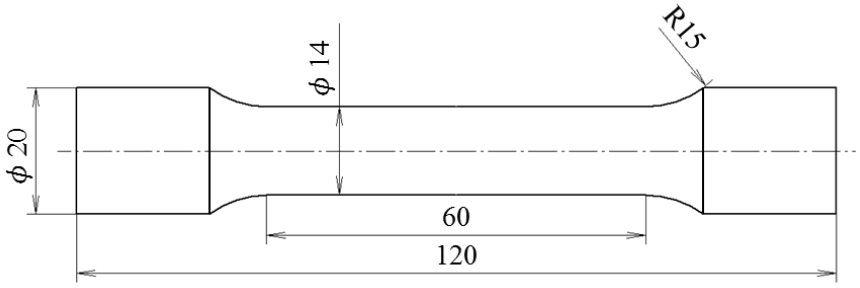


(a) Specimen A　　(b) Specimen B

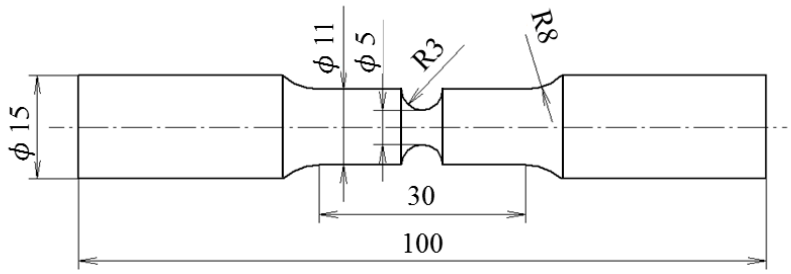
図 3.2　SCr420H の熱処理温度の変更による組織の違い

3.1.2　引張試験の試験片形状と水準

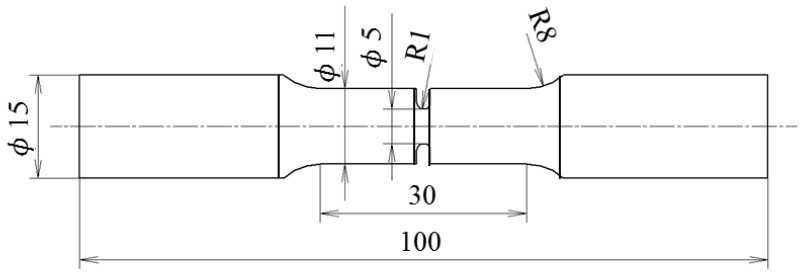
図 3.3 (a)に示す JIS Z2201 に準拠した平滑円柱の引張試験片で材料の変形抵抗，破断限界値を測定した [102]．しかし，平滑円柱の単軸引張試験では，破断時の変位量の測定誤差のばらつきが大きく，3 回の繰返し試験で約 0.5 mm の差が生じた．そのため，本研究では図 3.3 (b)および(c)に示す切欠付円柱引張試験片で破断限界値を評価した．この場合，破断時の変位量のばらつきは，3 回の繰返し試験で 0.02 mm 程度であった．切欠付円柱引張試験片では，破断部の応力三軸度による違いを検証するため，切欠部の半径 R を 2 種類（1 mm および 3 mm）準備し，破断時の損傷値の比較を行った．Bridegeman 法 [102]による応力の計算結果から切欠部 R3, R1 の応力三軸度はそれぞれ 0.68, 1.14 であった．



(a) 平滑円柱引張試験片



(b) 切欠付円柱引張試験片（切欠部R3）



(c) 切欠付円柱引張試験片（切欠部R1）

図 3.3　引張試験の試験片形状

3.1.3　圧縮後引張試験の試験片形状と水準

圧縮時の損傷を検証するため，図 3.3 に示す試験片による単軸の引張試験と比較し，圧縮負荷後に圧縮とは逆方向に引張りの負荷を与えた場合の実験を行った．**図 3.4** に示すように，直径 45 mm，高さ 120 mm の円柱試験片を圧縮し，圧縮後の試験片の中心部から引張試験用の試験片を削り出した．圧縮後の引張試験の試験片の形状を**図 3.5** に示す．3.1.2 項の単軸の引張試験と比較して，圧縮時に圧縮の残留応力，ひずみ，損傷が残存しているという違いがある．

圧縮-引張試験の実験水準の違いを**表 3.2** に示す．圧縮試験により，円柱を高さ 120 mm から 90 mm，80 mm まで圧縮した．90 mm まで圧縮した場合(高さ圧縮比 25%)の圧縮軸方向の対数ひずみは 0.29 であり，80 mm まで圧縮した場合(高さ圧縮比 33%)の圧縮軸方向の対数ひずみは 0.41 である．金型は平面形状であり，圧縮時の座屈を避けるため，金型と試験片の間に潤滑剤は塗布しなかった．圧縮後の試験片から旋盤加工にて図 3.5 のような引張試験用の試験片を削り出した．図 3.3 と試験片の全長は異なるが，破断部位の形状は同じとした．

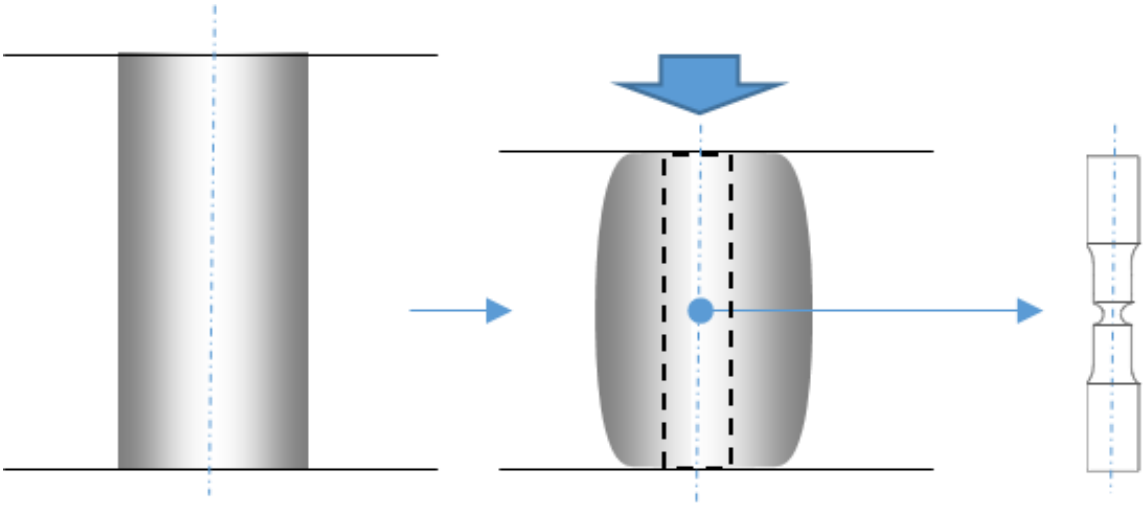
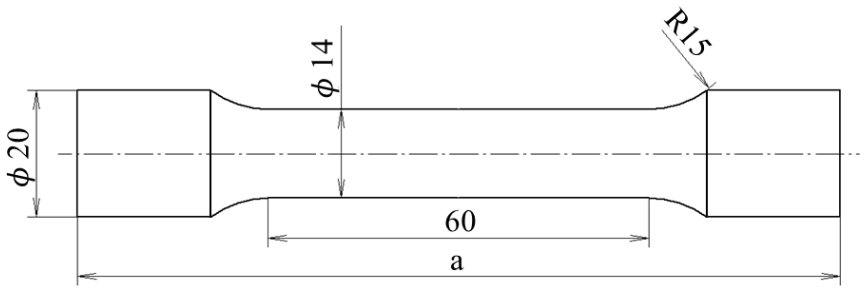
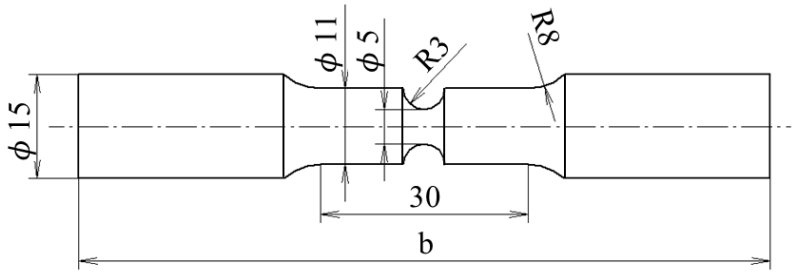


図 3.4　円柱圧縮試験後の引張試験片の削り出し



(a) 平滑円柱引張試験片



(b) 切欠付円柱引張試験片（切欠部R3）

図 3.5　円柱圧縮試験後の引張試験の試験片形状

表 3.2　円柱圧縮後の引張試験の水準

No.	Spheroidizing annealing	Specimen type	Reduction in prior compression	Specimen length a / mm	Specimen length b / mm
1	Specimen A (730 °C, 10 h, furnace cooling)	Smoothed	-	120	-
2			25%	90	-
3			33%	80	-
4		Notched	-	-	100
5			25%	-	90
6			33%	-	80

3.1.4　実験装置

引張試験には，**図 3.6** に示す万能試験機（島津製作所・AG100kND）を使用した．負荷能力は 100kN である．平滑円柱引張試験では変位 5% / min の速度，切欠付円柱引張試験では変位 1% / min の速度で負荷した．圧縮後引張試験の圧縮試験には，**図 3.7** に示す圧縮試験機（住友重機械工業・HCF-500）を使用した．負荷能力は 4.9 MN の油圧プレスである．圧縮速度は熱影響を小さくするため，変位 5% / min の小さい速度で加圧した．

図 3.6　引張試験装置の外観

図 3.7　圧縮試験装置の外観

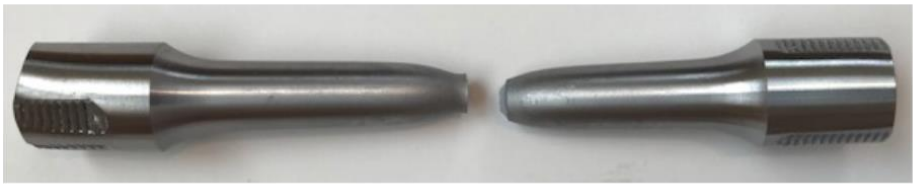
3.2　実験結果

3.2.1　平滑円柱引張試験（引張りのみ）による変形抵抗の測定結果

図 3.8 に平滑円柱引張試験前後の試験片の写真を示す．破断面はいわゆるカップアンドコーン型の破壊形態であり，中心部が先に破断し，その後外径部が引っ張られて破断に至ったことが確認できる [103]．引張試験から得られた変位と荷重のデータから，標点間ゲージの元の長さ，初期断面積から真ひずみと真応力の関係を算出した．下降伏点以降，くびれが発生する最大引張強さまでを対象とし，真ひずみと真応力の関係を下記の Swift の式によって近似した．

$$\sigma = F\,(\varepsilon + \varepsilon_0)^n \tag{3.1}$$

(a) 引張試験前の平滑円柱試験片



(b) 引張試験後の平滑円柱試験片

(c) 平滑円柱試験片の破断面1

(d) 平滑円柱試験片の破断面2

図 3.8　平滑円柱引張試験後の試験片

表 3.1 の試験片 A,B,C の平滑円柱引張試験の実測と Swift の式による近似の F, n および ε_0 の値を**図 3.9～図 3.11** に示す．試験片 A と B は同じ SCr420H の材料であるが，焼鈍時の加熱温度は試験片 A の方が高い．図 3.1 の硬さ測定結果の傾向より，試験片 A の硬さが低くなっていることから，図 3.12 に示す結果のように，試験片 A の変形抵抗が低いことが確認できた．また，試験片 C は S48C であり，試験片 A および B とは異なり，焼鈍の加熱温度を高い条件で処理したが，試験片 A と B の中間に変形抵抗の値が推移し，最大引張強さまでの相当ひずみは，試験片 A および B より大きいことがわかった．

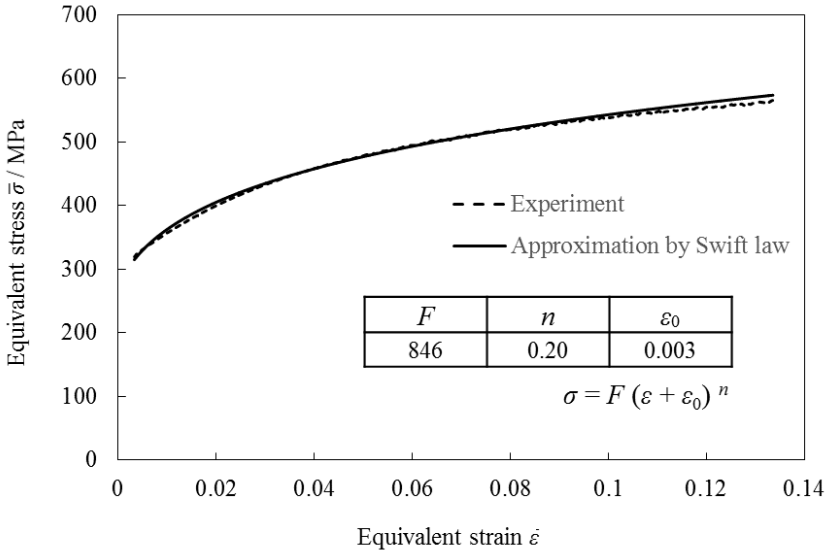


図 3.9　SCr420H（表 3.1 試験片 A）の変形抵抗測定結果

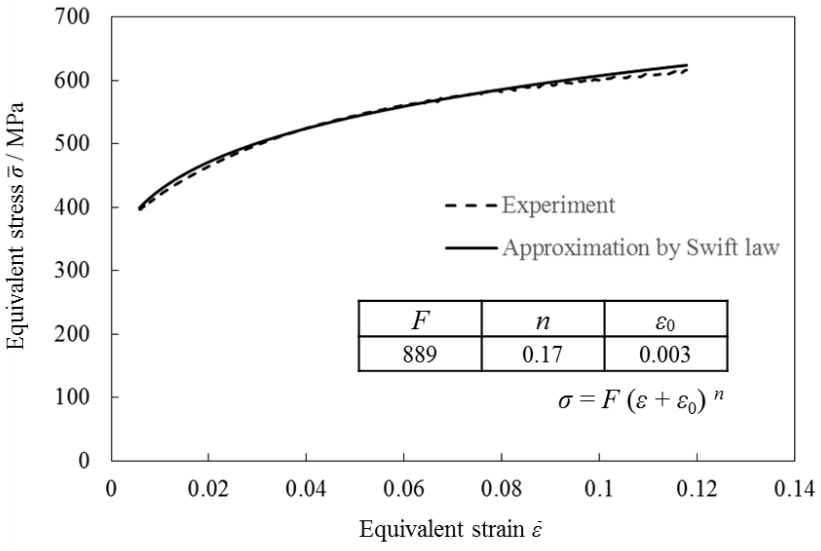
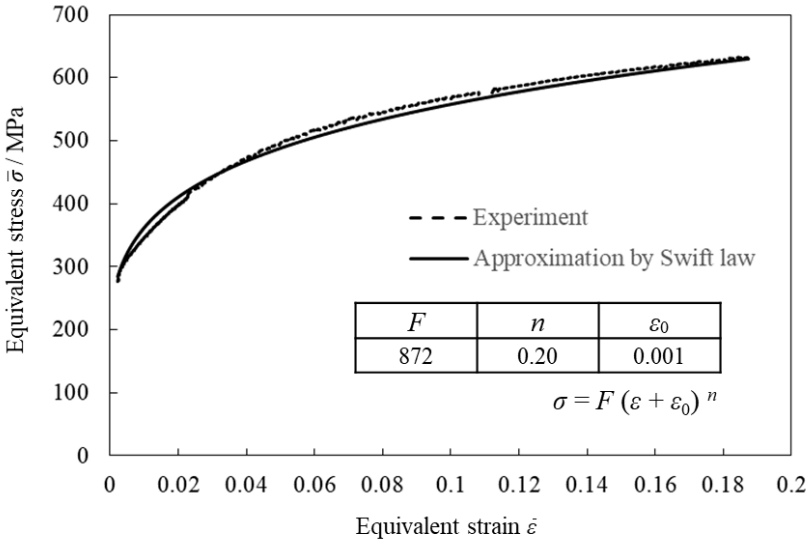


図 3.10　SCr420H（表 3.1 試験片 B）の変形抵抗測定結果



F	n	ε_0
872	0.20	0.001

図 3.11　S48C（表 3.1 試験片 C）の変形抵抗測定結果

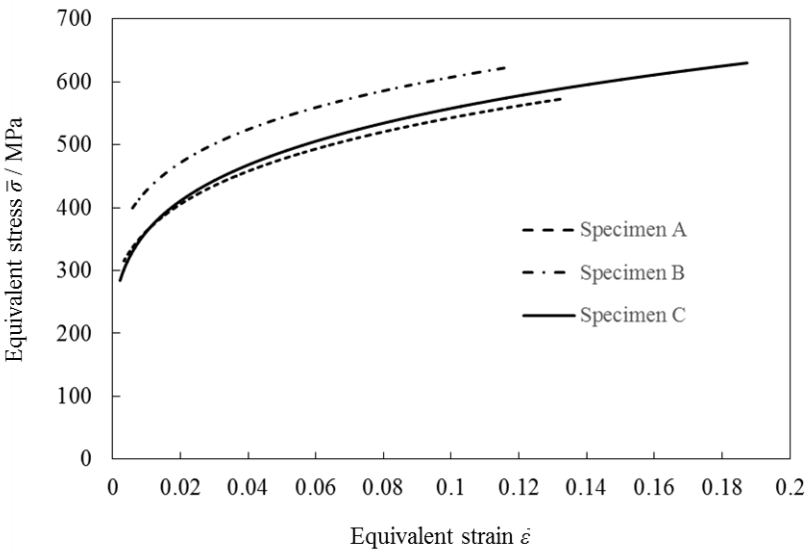


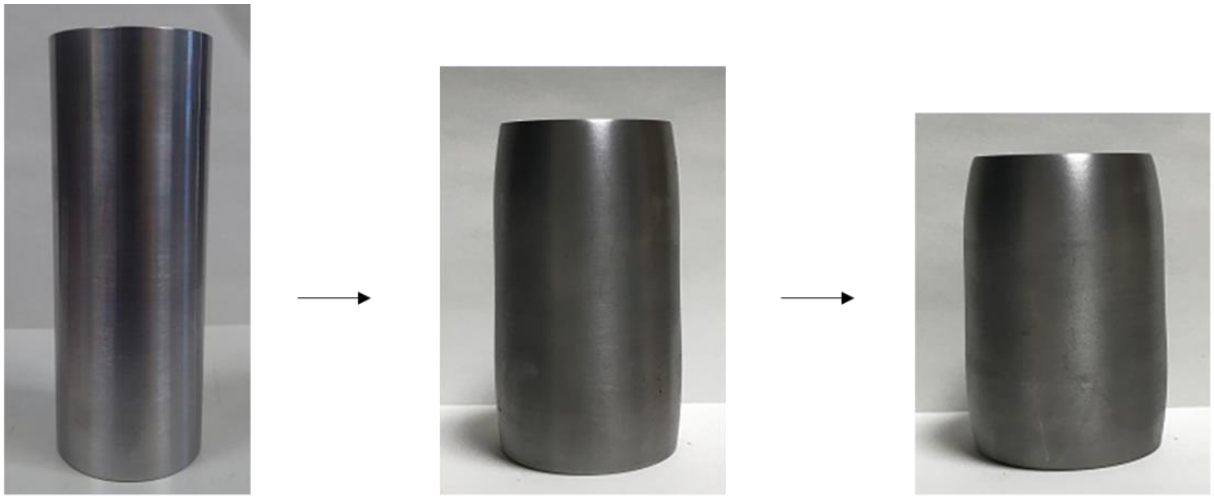
図 3.12　変形抵抗測定結果の近似線の比較

3.2.2　平滑円柱引張試験（圧縮後引張り）による変形抵抗の測定結果

表 3.2 の実験を行うため，試験片 A の材料（SCr420H）で円柱圧縮試験を行った．**図 3.13** に直径 D_0 = 45 mm，高さ L_0 = 120 mm の円柱試験片を高さ L_1 = 90 mm（25%圧縮），L_2 = 80 mm（33%圧縮）まで圧縮した，試験片の外観を示す．ヤング率を 210000MPa，端面拘束として推定した座屈許容荷重は 11.6 MN であり，80 mm まで圧縮した際の最大荷重は 1.5 MN であったため，本圧縮で座屈することはなかった．しかし，圧縮試験片の円柱側面に二重樽形状が確認された．12 個圧縮試験を実施し，圧縮後の高さのばらつきは 0.1 mm 以下であった．

圧縮後の試験片を中心軸に沿って切断し, 中心軸に沿って 5mm ピッチで硬さを測定した．圧縮後の硬さは 25%圧縮で 97.8～101.5 HRB，33%圧縮で 94.1～99.5 HRB となり，図 3.1 の硬さ測定結果に比べて加工硬化が確認された．

圧縮試験後の円柱から図 3.5 上図の平滑円柱引張試験片を削り出し，引張試験を実施した．25%圧縮では軸方向に 0.29，33%圧縮では軸方向に 0.41 の予ひずみを与えていることから，変形抵抗は**図 3.14** のように算出した．圧縮していない図 3.9 の試験片 A の材料では，相当ひずみ 0.13 までしか変形抵抗のデータが得られないが，予ひずみを与えた変形抵抗データと重なるように外挿補間を行い，Swift の式によって近似した [104].

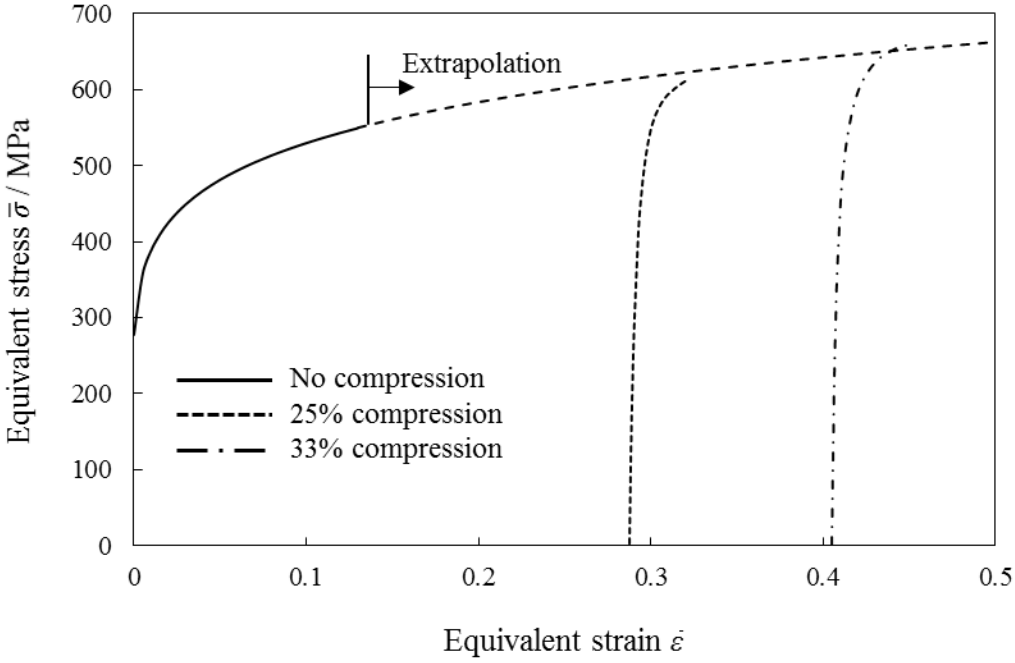


圧縮前
・直径D = 45mm
・高さL = 120mm
・L_0 / D_0 = 2.67

圧縮後
・狙い高さL_1 = 90mm
・実測最大荷重:1.2MN

圧縮後
・狙い高さL_2 = 80mm
・実測最大荷重:1.5MN

図 3.13　円柱圧縮後の試験片



Approximation by Swift law

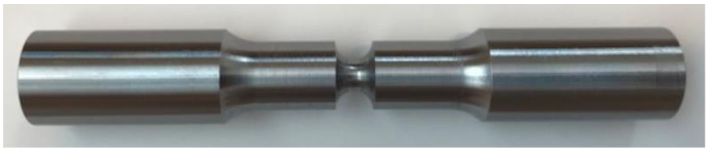
F	n	ε_0
730	0.14	0.001

$$\sigma = F\,(\varepsilon + \varepsilon_0)^{\,n}$$

図 3.14　試験片 A の圧縮後引張りの変形抵抗

3.2.3　切欠付円柱引張りの解析条件

切欠付円柱引張試験前後の試験片と破断部の外観を**図 3.15** に示す．この実験により破断時の損傷値を計算するため，図 3.9 と図 3.14 の変形抵抗を用いて，切欠付円柱試験片の引張試験の解析を実施した．解析ソフトウェアは DEFORM-2D を使用した．DEFORM-2D のユーザーサブルーチン機能を用いて，式 (2.61) ～ (2.76) を組み込み，破断時点での損傷値の主値を計算できるようにした．解析モデルを**図 3.16** に示す．軸対称形状とし，引張りのみの場合は，標点間ゲージの長さ 12.5mm の位置に合わせて，実測と同じ強制変位を境界条件として負荷した．総要素数は 5000 で破断部位の要素の大きさは 0.08mm とした．計算ステップは 1sec/step とし，変位速度は実測と同じにした．実験で破断が発生した変位に達したところで計算を停止させた．



(a) 引張試験前の切欠付円柱引張試験片

(b) 引張試験後の切欠付円柱引張試験片

(c) 切欠付円柱引張試験片の破断面1

(d) 切欠付円柱引張試験片の破断面2

図 3.15　切欠付円柱引張試験後の試験片

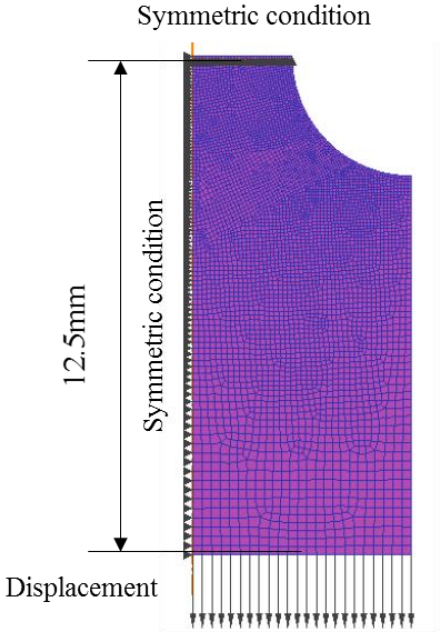


図 3.16　切欠付円柱試験の解析モデル

円柱圧縮の解析では，変形抵抗は図 3.14 を使用し，要素の大きさは全体で約 1.0mm とした．金型と被加工材の境界条件はクーロン摩擦係数 0.15 とした．円柱圧縮の解析と実測寸法の比較を**図 3.17** に示す．実物では側面部が二重樽形状となっており，解析においてもこの形状が再現された．ϕa ～ ϕe の寸法誤差は最大で 0.5mm 以下であった．

図 3.18 のように，円柱圧縮の解析結果を引張試験の解析に引き継いだ．円柱圧縮の解析結果のひずみ，応力，損傷値の分布を引張試片の解析モデルにマッピングし，切欠付円柱引張りの解析を行った．

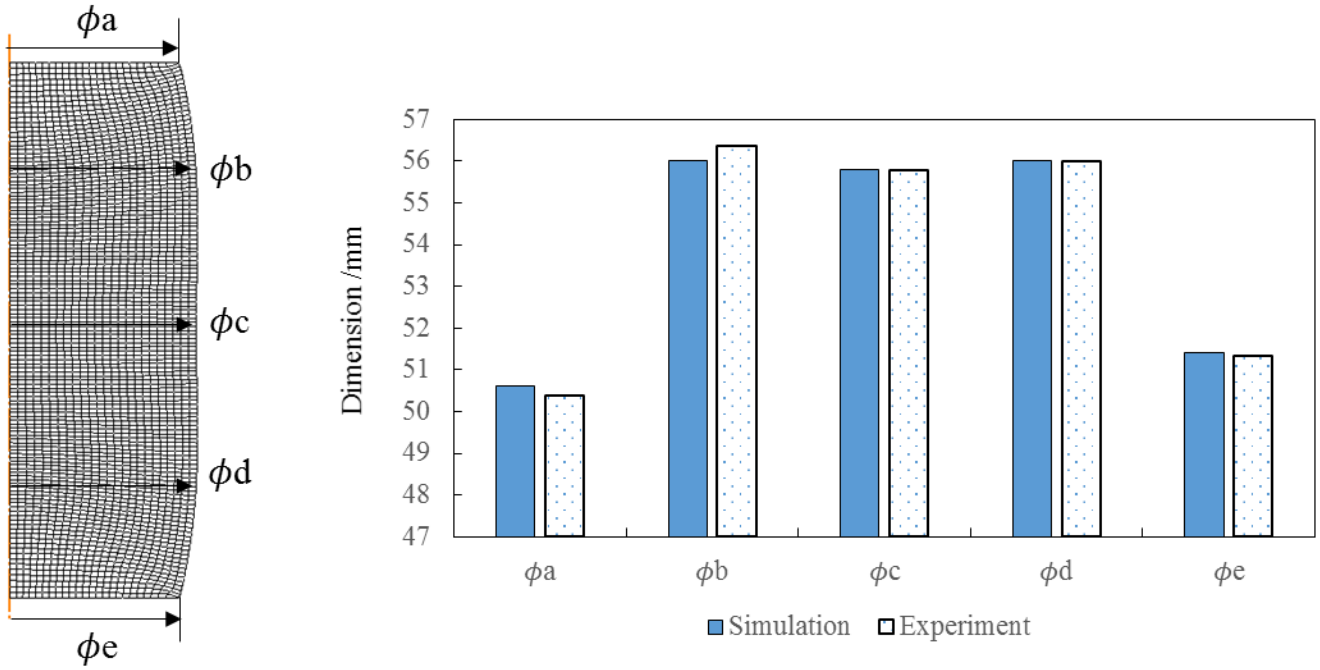


図 3.17　円柱圧縮の解析結果と実機の寸法の比較

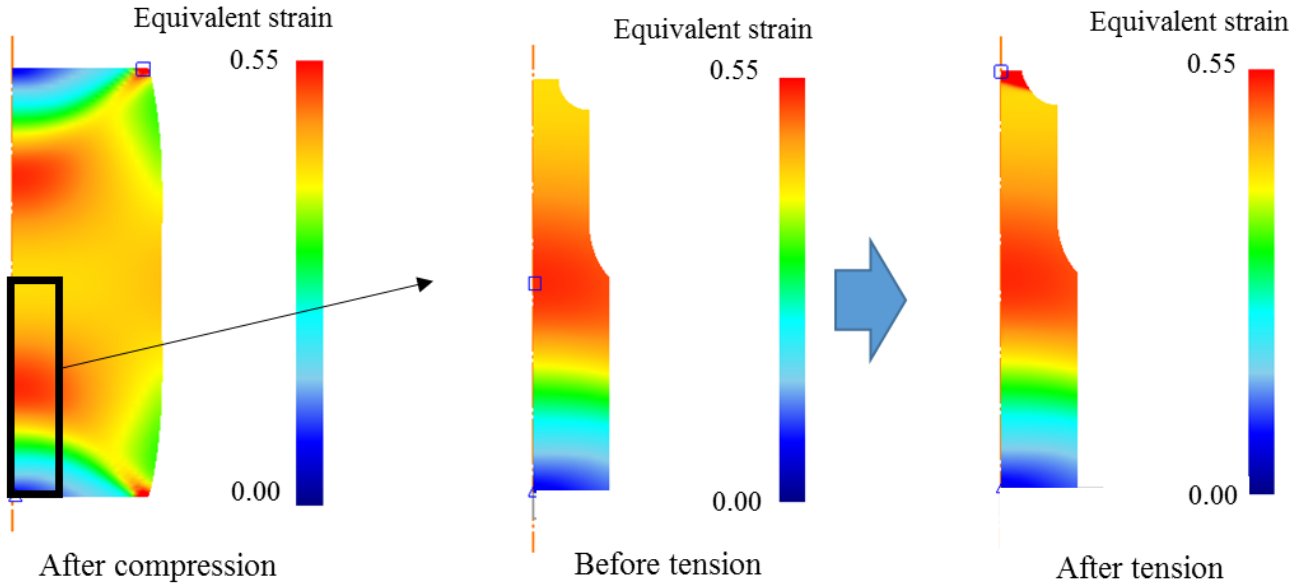


図 3.18　円柱圧縮-引張りの解析条件

3.2.4　切欠付円柱引張りにおける変位-荷重の比較

切欠付円柱引張りの計算で得られた変位と荷重曲線を実測と比較した．**図 3.19** は試験片 A，B の比較結果，**図 3.20** は試験片 C の比較結果を示す．それぞれよく合っていることが確認でき，同じ材料の試験片 A と B の比較では，焼鈍温度が高く，変形抵抗の低い方の試験片 A において，引張荷重が低くなることも確認できた．試験片 A にて円柱圧縮後に引張試験片を削り出し，切欠付円柱引張試験を行った実測と解析の比較を**図 3.21** に示す．25%，33%の予圧縮の試験それぞれが，実測と合うことが確認できたが，図 3.19 の予圧縮無しに比べて，加工硬化のため，最大荷重が高くなっていることが確認できた．

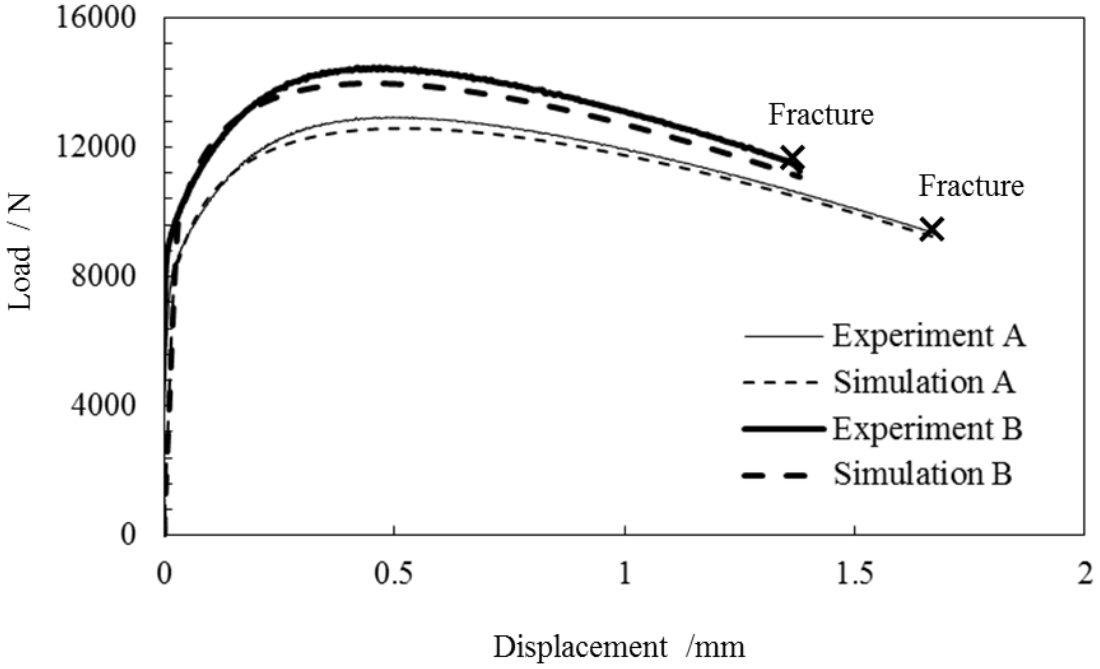


図 3.19　切欠付円柱引張試験（引張りのみ）における解析と実験の変位-荷重の比較（試験片 A,B）

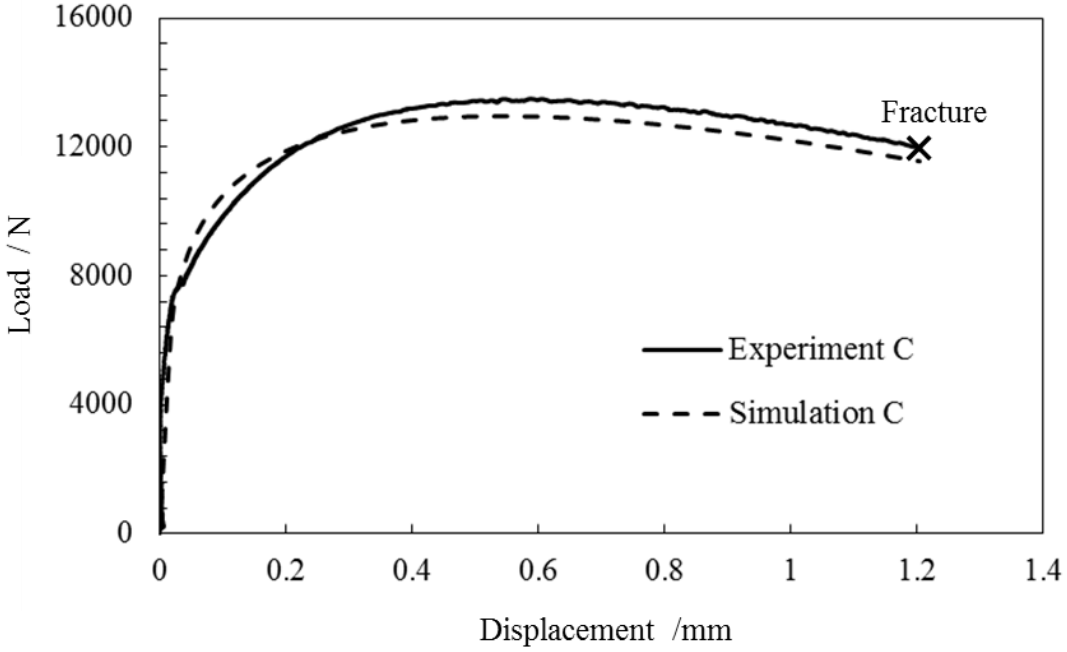


図 3.20　切欠付円柱引張試験（引張りのみ）における解析と実験の変位-荷重の比較（試験片 C）

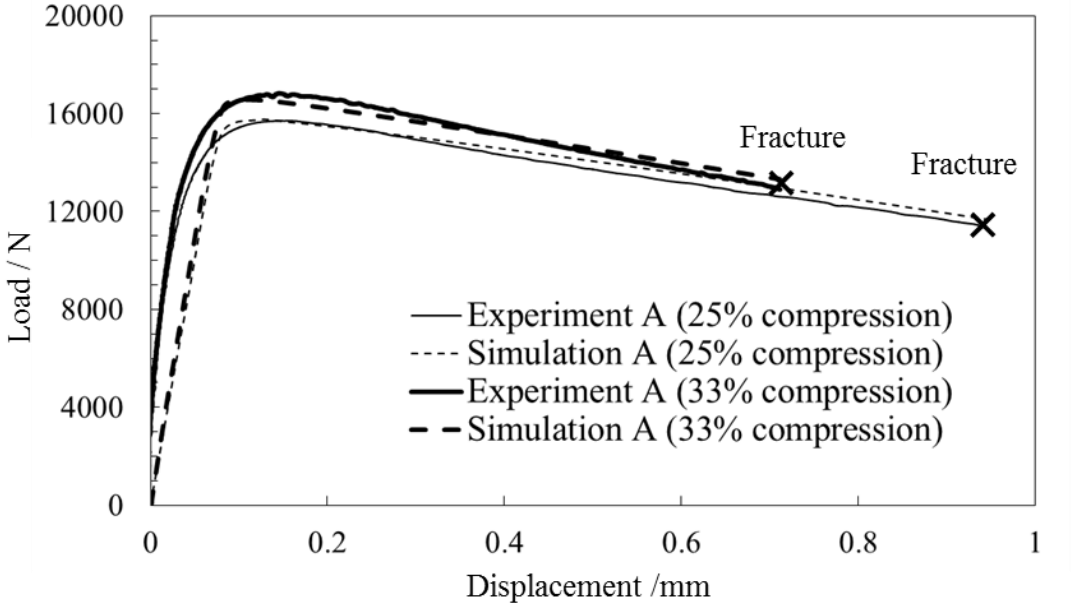


図 3.21　切欠付円柱引張試験（圧縮後引張り）における解析と実験の変位-荷重の比較（試験片 A）

3.2.5　損傷の計算結果の比較と考察

表 3.1 の試験片 A の切欠付円柱試験（引張りのみ・切欠部 R=3）おける，式 (2.63) で算出した D_{ij} の主値の最大値 $D_{\max}$ （式 (2.72), (2.73) ）の分布を**図 3.22** に示す．また，**図 3.23** は，表 3.1 の試験片 A，B，C の切欠付円柱引張試験（引張りのみ・切欠部 R=3）における破断部位の径方向座標 r に沿った $D_{\max}$ を示す．D_{ij} の O-$r\theta z$ 座標系における z 方向成分 D_z と $D_{\max}$ が同じであったため，この試験では D_z が支配的であったと考えられる．図 3.23 より，破断時において，試験片 A の損傷値が試験片 B のそれより大きい．したがって，試験片 A の方が延性破壊時の損傷値が大きい．これは，熱処理の加熱温度の違いにより，球状化焼鈍組織に違いが生じ，試験片 A の変形抵抗が低く，延性が高いためと考えられる．試験片 C は，材料，熱処理条件が試験片 A,B と異なる．図 3.10～図 3.12 の変形抵抗の測定結果のように試験片 B と試験片 C に大きな差は無いが，図 3.23 の結果が示すように，破断時の損傷値の主値 $D_{\max}$は試験片 C の方が試験片 B より小さく，試験片 C の方が延性破壊時の損傷値が小さいと考えられる．本実験によって延性破壊発生の明確な限界値を特定することは難しいが，材料，熱処理の条件ごとに延性破壊の限界値が異なると推測される．

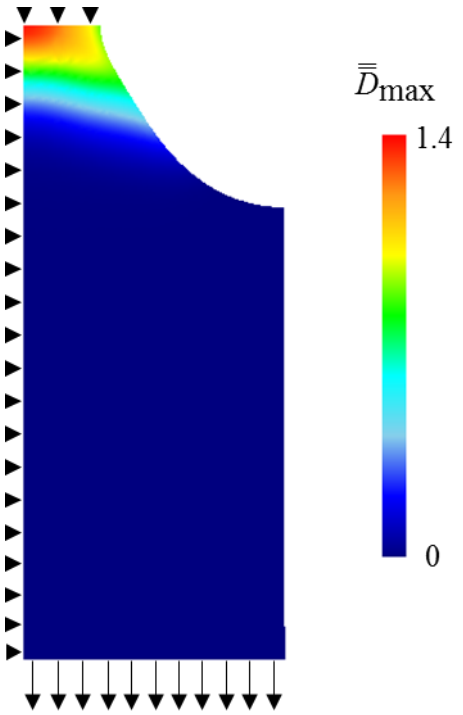


図 3.22　切欠付円柱引張試験（切欠部 R=3）の解析結果における損傷値の主値の分布

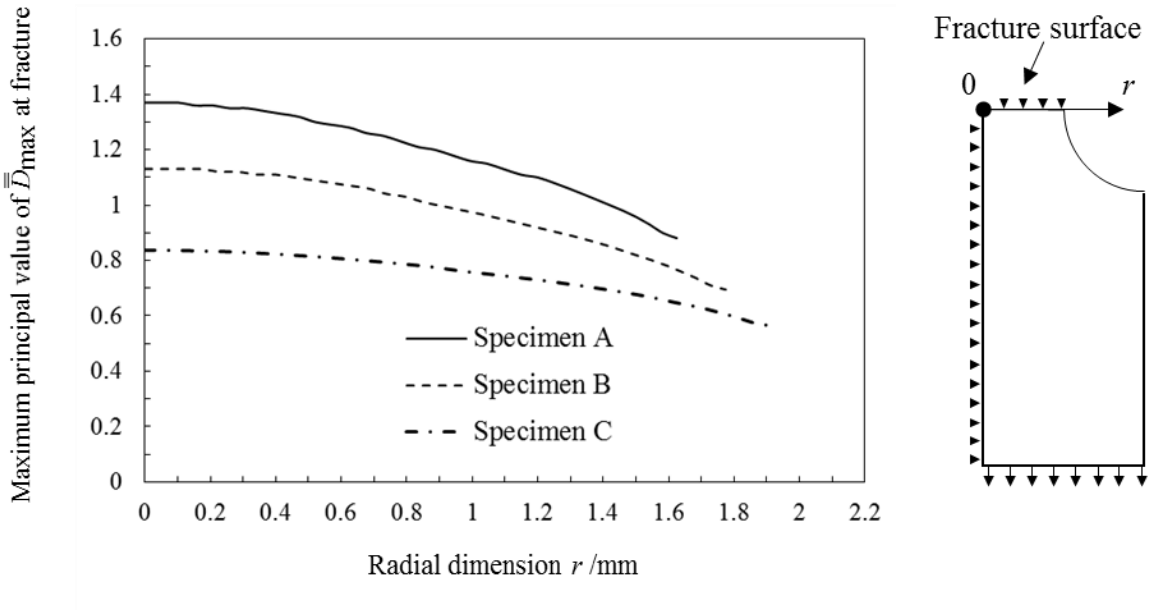


図 3.23　破断面における損傷値の主値の試験片ごとの違い

また，いずれの試験片でも中心部の損傷値が最も大きい．切欠付円柱引張試験で破壊の開始時期は明確にできないが，試験片の中心から破断が発生したと推測できる．

図 3.24 は，破断後の試験片を示す．いわゆるカップアンドコーン型の破壊形態であり，中心部が先に破断し，その後外径部が引っ張られて破断に至ったことが確認できる．このカップアンドコーン型の破断は，切欠付円柱引張試験だけでなく，平滑円柱引張試験でも同様にみられ（図 3.8），平滑円柱引張試験の解析でも同様に中心部の損傷値の値が大きく，外径方向に沿って損傷値が小さくなることが確認できた．

表 3.1 に示す試験片 A において，圧縮後も同様に，切欠付引張試験の解析で損傷値の計算を行った．式 (2.76) で示した圧縮応力の寄与を表現する α を 0.0 と 1.0 の 2 パターンで計算を行った．$\alpha = 0.0$ の場合は，円柱圧縮のときの z 方向（軸方向）の応力は負となるため，損傷の累積は行われず，切欠付円柱引張りのときは応力が反転して z 方向の応力は正となるため，損傷値の累積が行われる．$\alpha = 1.0$ の場合，円柱圧縮，切欠付円柱引張りの両方で損傷値の累積が行われる．$\alpha = 0.0$ の計算結果を**図 3.25** に示す．圧縮を付与した試験片の延性破壊時の D_{max}は，圧縮を付与していない試験片に比べて，かなり小さくなった．高さ縮小率 33%の圧縮を加えた試験片の方が，25%の圧縮を加えた試験片より，D_{max} は小さくなった．$\alpha = 1.0$ の計算結果を**図 3.26** に示す．圧縮を付与した試験片の延性破壊時の D_{max} は，圧縮

図 3.24　切欠付円柱引張試験後の破断面

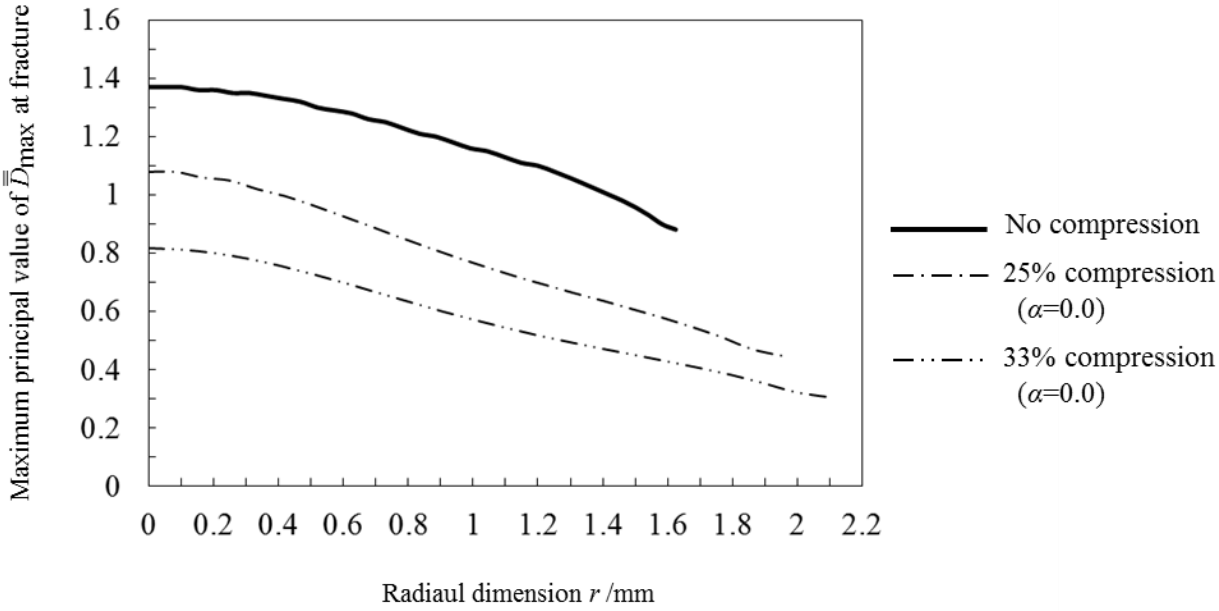


図 3.25　試験片 A の圧縮後引張試験の破断面における損傷値の主値(α = 0.0)

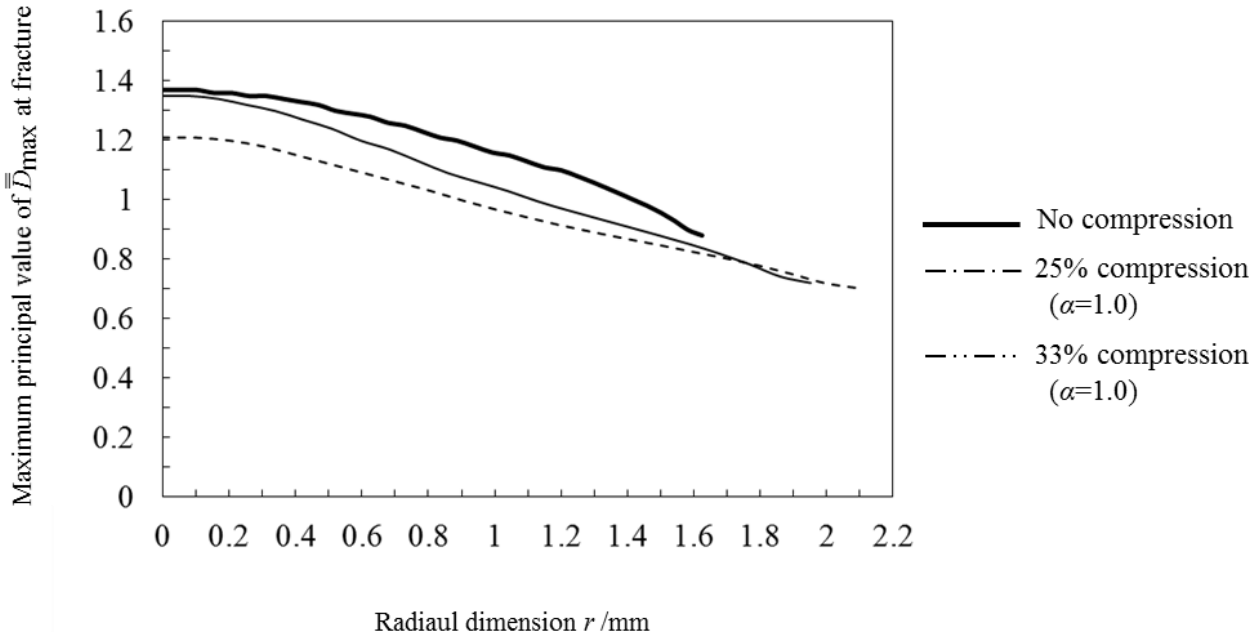


図 3.26　試験片 A の圧縮後引張試験の破断面における損傷値の主値(α = 1.0)

をしていない試験片に比べて，わずかに小さくなった．圧縮時において損傷値が小さくなることも考えにくいことから，圧縮の過程においても，α = 1.0 の寄与度で損傷の進展が進んでいると推測した．

著者の損傷の評価式は，式 (2.61) のように，Cockcroft & Latham の等方性の延性破壊予測式を基に，応力テンソルとひずみ増分テンソルの積，すなわちひずみエネルギー増分を損傷として評価している．圧縮過程においても，ひずみの累積や加工硬化が発生することから，途中で焼鈍などの熱処理による残留応力の除去が行われない限り，材料に損傷が蓄積されていると推測した．

ここで，図 3.26 における圧縮の影響による，わずかな延性破壊の限界値の減少について考察する．Bao らは円柱の圧縮，引張り，ねじり試験を行い，延性破壊が発生する部位の相当ひずみは，**図 3.27** のように応力三軸度で整理できるとした．同様に，本研究の延性破壊時の損傷値も応力三軸度 σ_{tri} で整理した．試験片 A の切欠部 R = 3 の切欠付円柱引張試験の結果に加えて，試験片 A の切欠部 R = 1.0 の切欠付引張試験，平滑円柱引張試験の破断時の損傷値を計算して整理した結果を**図 3.28** に示す．試験片 A においては，圧縮後の引張試験時に，圧縮による加工硬化で引張り初期から高い応力が発生し，破断時の応力三軸度が圧縮度によって高くなっていることがわかる．応力三軸度 σ_{tri} と破断時の損傷値に反比例の相関

関係があることから，図 3.26 の圧縮によるわずかな延性破壊の限界値の減少は，応力三軸度が大きくなったことが影響したと推測した．

試験片 A の切欠部 R = 1.0 の切欠付円柱引張試験の解析結果を**図 3.29** に示す．損傷値の主値が最も高い部位は，破断が発生した中心軸部（a 部）ではなく，外周部（b 部）となった．延性破壊の限界値を**図 3.30** のように σ_{tri} と $D_{\max}$ で整理できることを確認できたため，b 部の応力三軸度 0.48 は，a 部の応力三軸度 1.31 より低く，b 部では延性破壊の限界値に達せず，b 部で破壊が起こらなかったと考えられる．

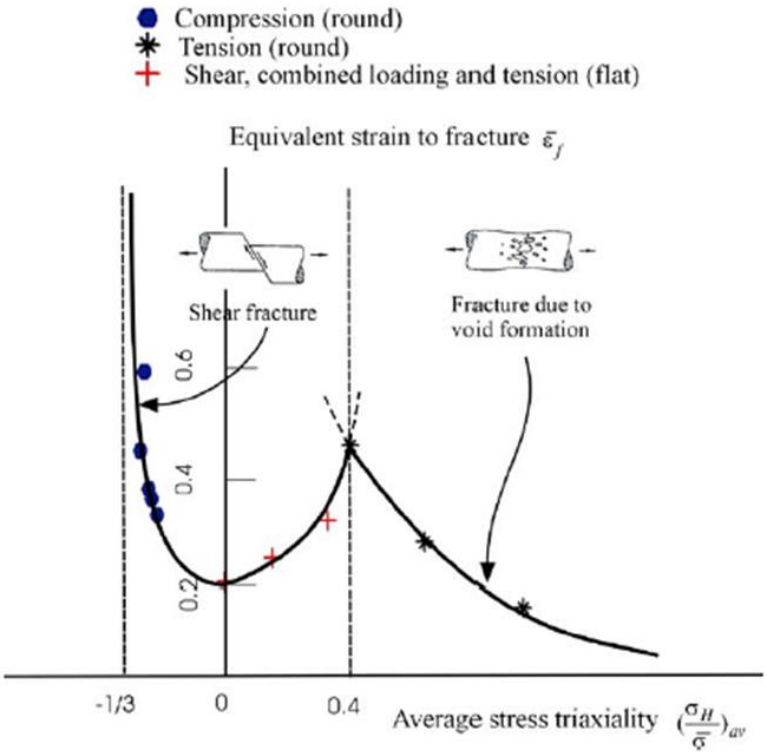


図 3.27　応力三軸度と破断ひずみの関係 [96]

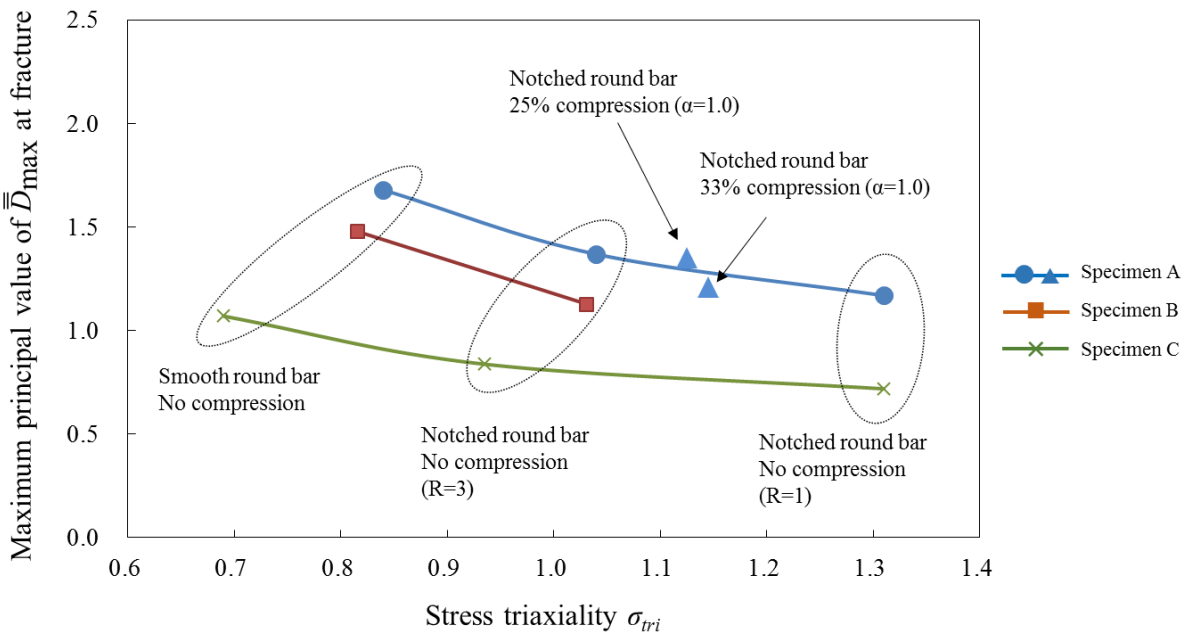


図 3.28　応力三軸度と破断時の損傷値の関係

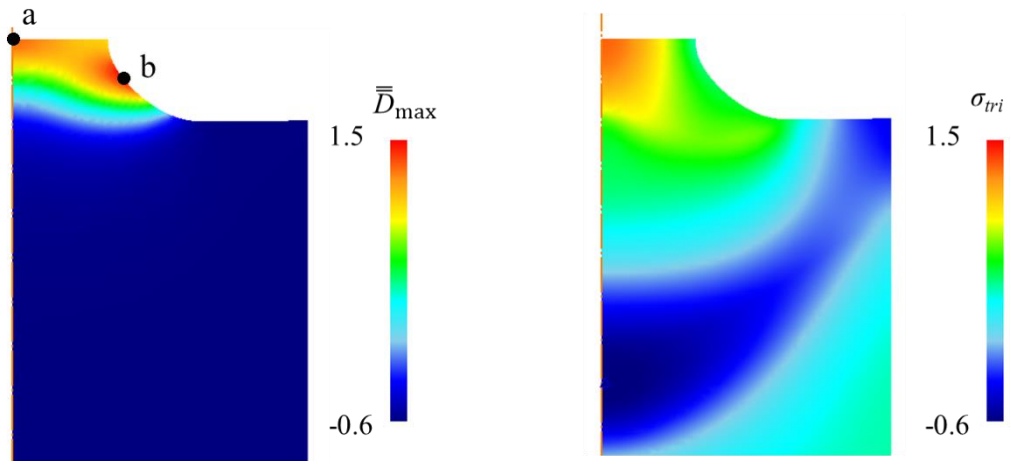


図 3.29　損傷値の主値と応力三軸度（切欠部 R = 1）

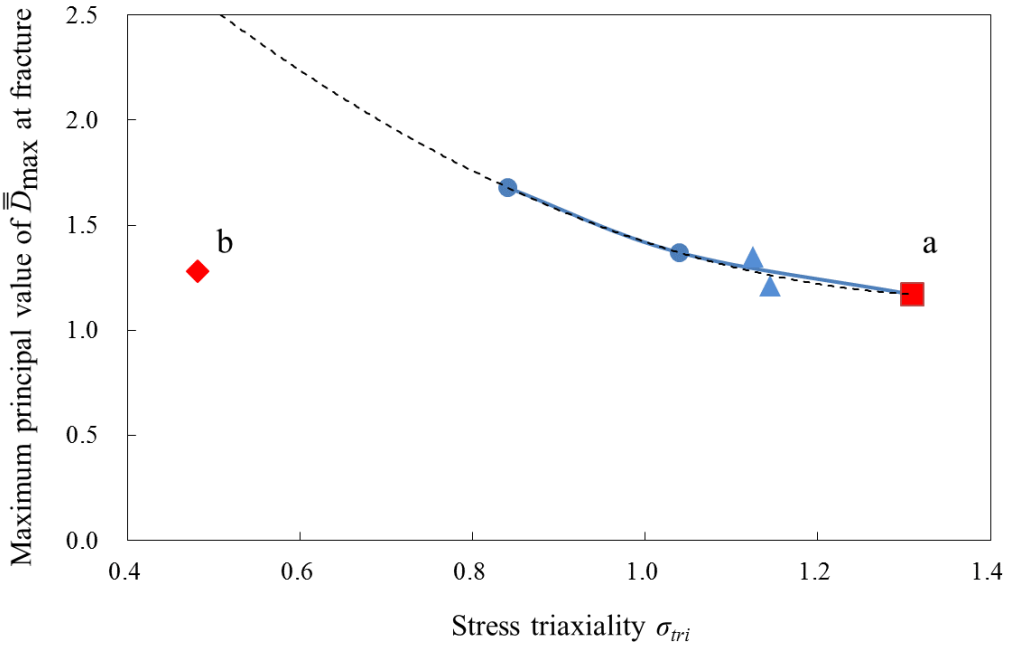


図 3.30　試験片 A の応力三軸度と損傷値の関係

第 4 章　中空シャフト部品の延性破壊における異方損傷モデルの適用

自動車の顧客ニーズに応えるため，各ユニットの研究開発リードタイムの短縮から，自動車部品の製作リードタイム短縮への要求がますます強くなってきている．様々な顧客ニーズにスピーディに対応していくためには，付加価値の高い商品を少量であっても，多品種な部品生産に対応していくことが求められる．自動車用の鍛造粗形材においては，部品の軽量化のために，中空成形技術や薄肉成形など，形状の成形難易度が高くなる一方，高シリコン，高マンガン材などの高強度材料が適用されている．一方，低コスト化のために，ニアネットシェイプへの要求も強くなってきている [2, 95]．切削加工で製品を造るよりも鍛造工法を採用する方が低コスト化できることから，鍛造の寸法精度，品質に対する要求レベルが高くなっている．そのために，近年の鍛造設計現場においては，難成形材料，難形状の部品を，高品質かつ短いリードタイムで開発しなければならないという環境に置かれている．

自動車には，車輪駆動軸のドライブシャフトのような長軸部品や，トランスミッションの歯形部品を回転させるシャフトなど，数多くのシャフト部品が搭載されている．電気自動車のパワーユニットに搭載されるモーターにおいても，モーターメインシャフトというシャフト部品があり，冷間鍛造工法が採用されている．**図 4.1** は，このモーターメインシャフトの模式図を示す．この図のような中空化により，部品の重量を約 40%削減できる．

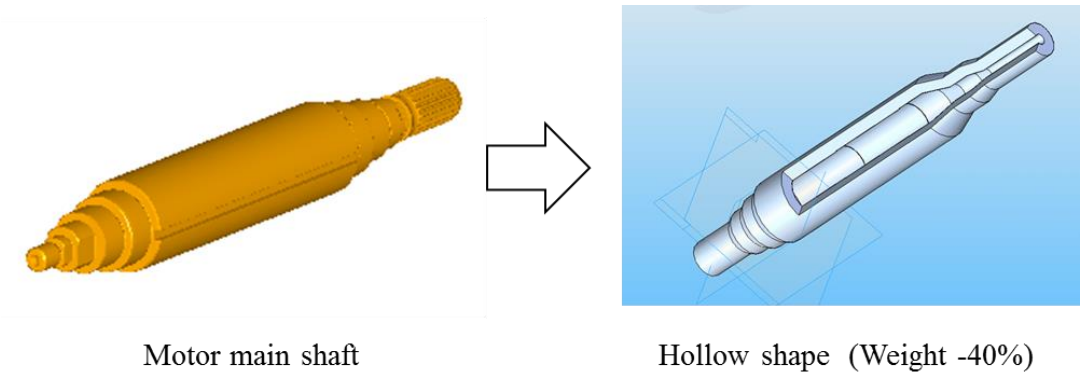


図 4.1　モーターメインシャフトとその中空化形状

シャフトの中空化を切削加工によって実現も可能であるが，切削加工の分，材料コストが高くなるという課題がある．そのため，鍛造によるニアネットシェイプ化が要求されている．丸棒から鍛造で中空部品を成形することは，切削加工で中空部を加工除去することに比べ材料コストを低減させることができる．中空シャフト部品を鍛造で実現するためには，中実形状に比べて，その形状難易度から，鍛造成形の成形ひずみ量が大きくなり，材料の延性破壊が懸念される．

鍛造工法は，その部品の粗形材寸法が決定してから，金型設計，製作，鍛造試作，検査に一般的に 1～2 か月の部品製作リードタイムがかかる．試作で鍛造品質を確認し，金型設計をやり直すことになると，問題の無い工程を決定するまでに膨大なリードタイムを必要とする．鍛造部品製作のリードタイム削減のため，金型設計段階において，有限要素解析が活用されている．有限要素解析により材料の延性破壊の発生限界を正確に予測し，試作段階における試行錯誤を削減することが求められている．

2.2 節において，古くから使用されている非連成型の延性破壊モデルを紹介した．いずれも応力，材料定数などを相当ひずみ増分によって積分された形式となっている．そして，積分値がある値に達すると延性破壊が発生するという方法が一般的な評価手法である．これらのパラメータは計算手法や剛性方程式の種類に依存しないことから，2.1.2 項で紹介した剛塑性有限要素法が，塑性加工専用の有限要素解析ソフトウェアに実装されている．応力成分とひずみ増分から評価できる積分型延性破壊予測のための損傷モデルは，有限要素解析により行われる実際の鍛造プロセス設計において有用である．しかし，その精度や適用範囲についての統一的な議論は多くない．

鍛造部品のニアネットシェイプ化が進み，被加工材の変形が複雑になるにつれて，延性破壊の予測精度のより一層の向上が求められている．延性破壊における損傷の異方性の考慮は，材料中の微視的ボイドや亀裂の発生・成長が応力あるいはひずみの作用方向に依存しており，そのため材料の損傷は本質的には異方的であると考えられるため，精度向上につながると考えられる．

2.3 節で紹介した連続体損傷力学では，異方性を考慮した損傷の表現とその発展が提案されている．これらの理論では，損傷が発生したメゾスケール部の応力を有効応力に置き換え，損傷状態をテンソルの内部変数として有限要素解析の剛性方程式に取り込みを行う．ただし，大変形を取り扱う剛塑性有限要素法を主とした鍛造の有限要素解析に損傷異方性を適用する事例はほとんどなく，その枠組みについても議論はなされていない．

本章では，実鍛造における延性破壊予測の精度向上を目的として，損傷の異方性を考慮した損傷モデルの中空シャフト部品の成形工程に対する適用を試みる．まず，対象部品の延性破壊の原因を検討し，従来の等方的な損傷モデルによる予測手法の問題点を示す．次に，2.4 節で展開した Normalized Cockcroft & Latham の式を基礎として，異方性を考慮した延性破壊の損傷モデルの有効性と限界を検証する．

4.1　対象部品の概要

4.1.1　中空シャフトの成形工程

図 4.2 は，対象とする中空シャフト部品の冷間鍛造成形工程を示す．工程は，予成形 (Pre-forming)，後方押出し(Backward extrusion)および二段前方押出し (Multiple forward extrusion) からなる．被加工材は S48C であり，材料成分を表 3.1 に示す．予成形と二段前方押出しの成形前に，加熱温度 750 °C，加熱時間 13 h の条件で球状化焼鈍を行成った．鍛造成形前に潤滑のためのリン酸亜鉛皮膜処理を行った．加工には 16 MN の油圧プレスを使用し，平均のプレス速度は 45 mm/s であった．後方押出し工程後の被加工材の長さは 304.2 mm，外径は 46.2 mm，内径は 31.0 mm とした．二段前方押出し工程でのストロークについては，一段目を 80.0 mm，二段目を 72.7 mm とした．一段目の前方押出し後の押出し部の外径は 38.6 mm，二段目の前方押出し後の押出し部の外径は 31.8 mm とした．

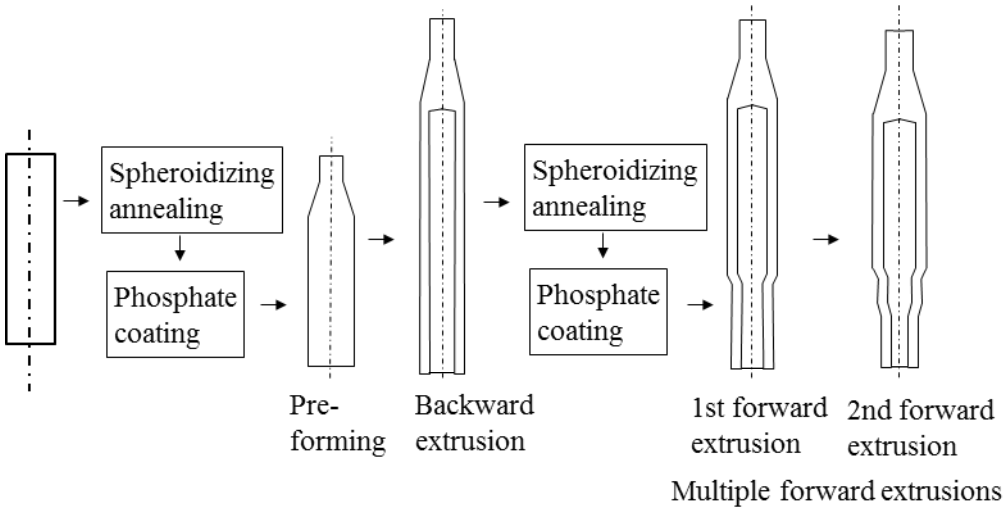


図 4.2　中空シャフトの成形工程

二段前方押出し工程後，軸先端部位において，**図 4.3** および **4.4** のように材料の延性破壊による割れが確認された. 図 4.4 に示すように, この延性破壊は一段目で既に発生しており, 中空内径の内側先端から延性破壊が発生していた．後方押出し品の被加工材を機械加工で削り出し，球状化焼鈍，リン酸亜鉛皮膜処理を実施して，二段押出し工程の検証を実施したが，やはり，この位置に延性破壊が発生していた．この延性破壊は，実際には，球状化焼鈍の加熱温度を 765 ℃ に上げることで，延性が向上し，回避することができた.

この割れの発生について，従来の等方的な延性破壊の損傷モデルで発生位置を予測できるかどうかを検証した.

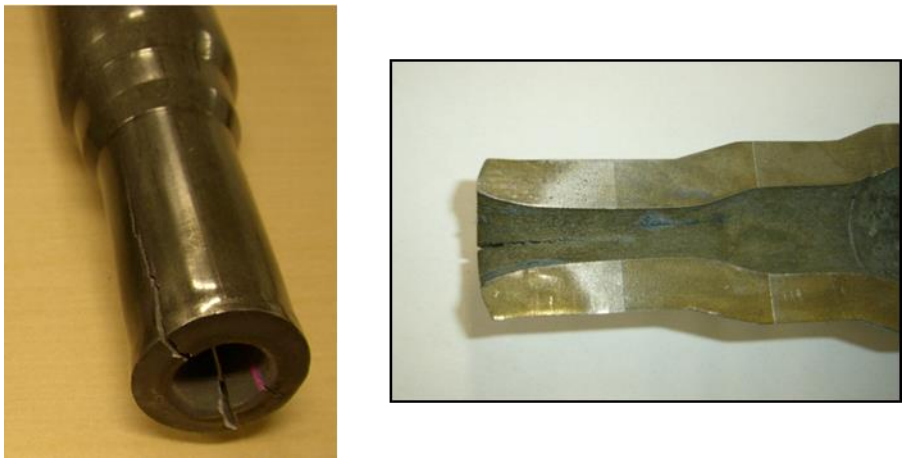
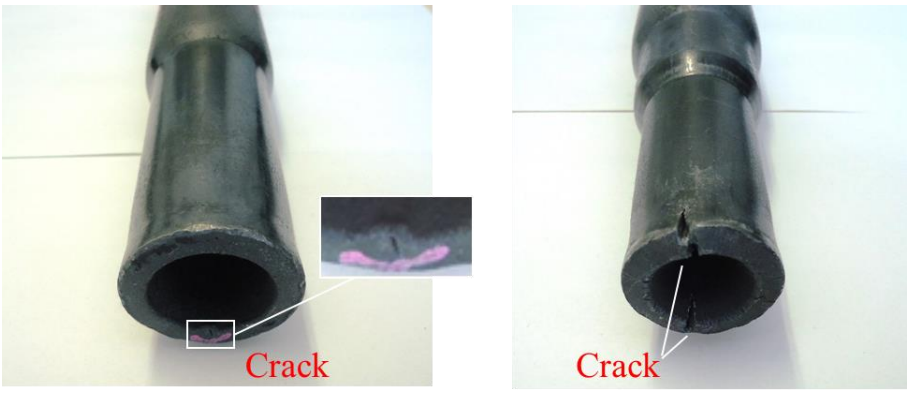


図 4.3　中空シャフトの二段成形後の延性破壊



1st forward extrusion　　2nd forward extrusion

図 4.4　中空シャフト成形後の延性破壊の位置

4.1.2　中空シャフトの解析条件

中空シャフトの一段前方押出しの延性破壊対象とし，有限要素解析による検証を行った．対象とする一段前方押出しの形状の寸法を**図 4.5** に示す．解析には，ソフトウェア DEFORM を用い，軸対称モデルで計算した．解析のモデルを**図 4.6** に示す．四辺形要素を使用し，初期要素寸法は 1.0 mm とした．被加工材は弾塑性材料を使用し，材料の変形抵抗データを，直径 10 mm，高さ 15 mm の円柱素材の圧縮試験により取得した．

図 4.7 は，得られた相当応力 $\bar{\sigma}$ ，相当ひずみ $\bar{\varepsilon}$ 曲線を示す．金型は剛体とし，加圧速度は 45mm/sec とした．摩擦係数として，せん断摩擦係数 m = 0.03 を与えた．

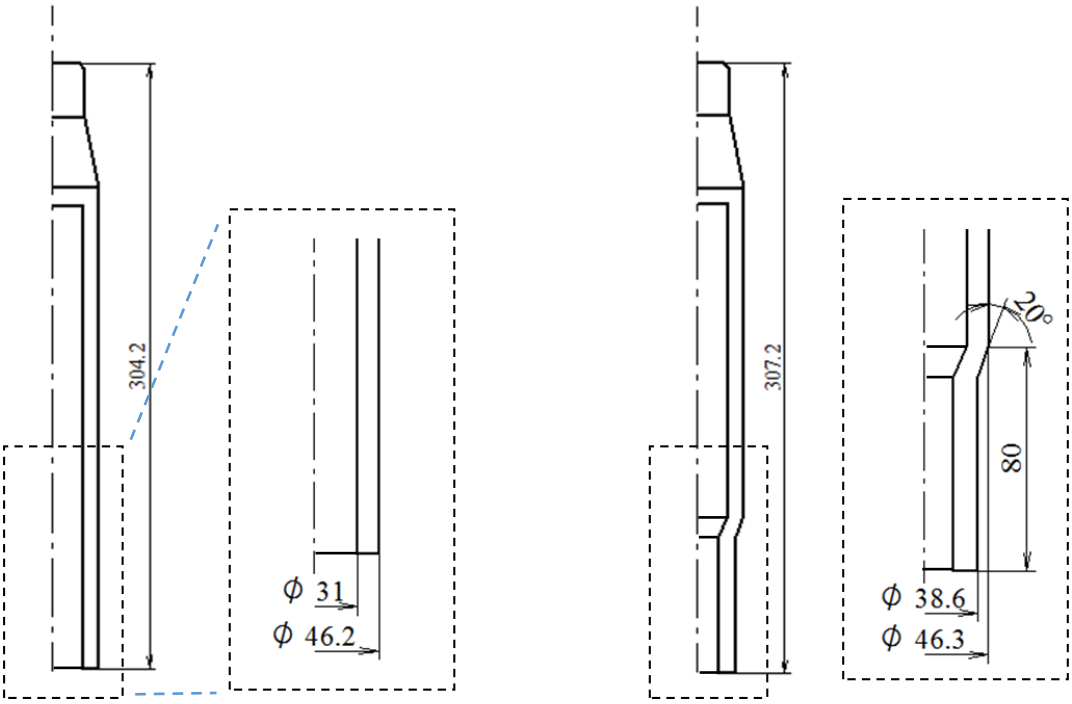


図 4.5　中空シャフトの一段成形の寸法

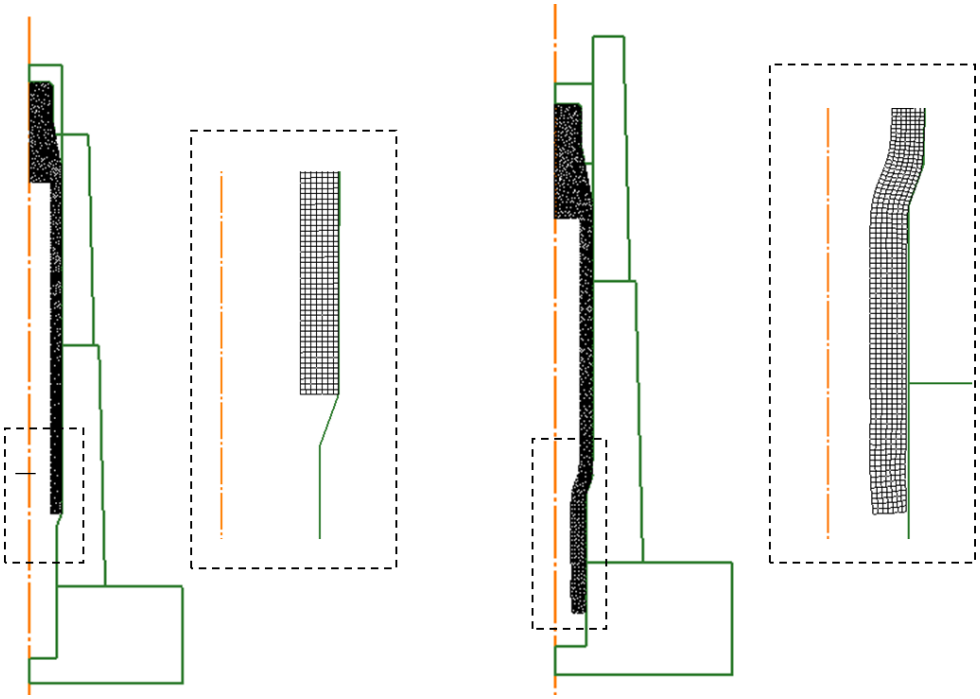


図 4.6　中空シャフトの一段成形の解析モデル

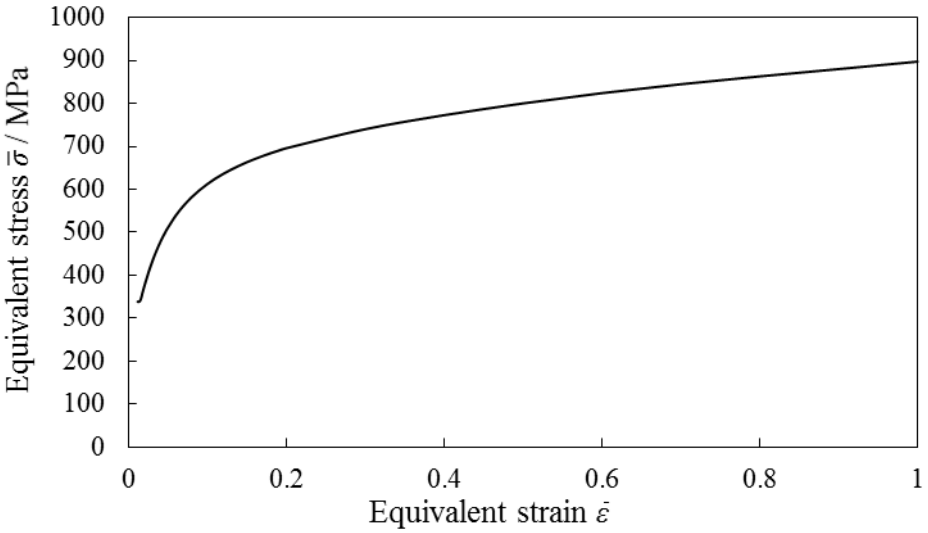


図 4.7　円柱圧縮試験による変形抵抗測定結果

4.1.3　成形解析結果の寸法精度検証

有限要素解析結果と実部品の寸法比較を**図 4.8** に示す. 一段目の解析結果と実部品の寸法 A, B, ϕC ~ ϕE を比較したところ，寸法の誤差は 1 mm 以内であり，寸法精度の誤差は最大で 0.3%程度であった．また，熱と変形の連成解析の結果，変形後の寸法値の差が 0.2%程度であり，応力分布にもほとんど差がなかったことから，損傷発展に対する温度変化の影響は小さいものと判断し，熱解析を省略した.

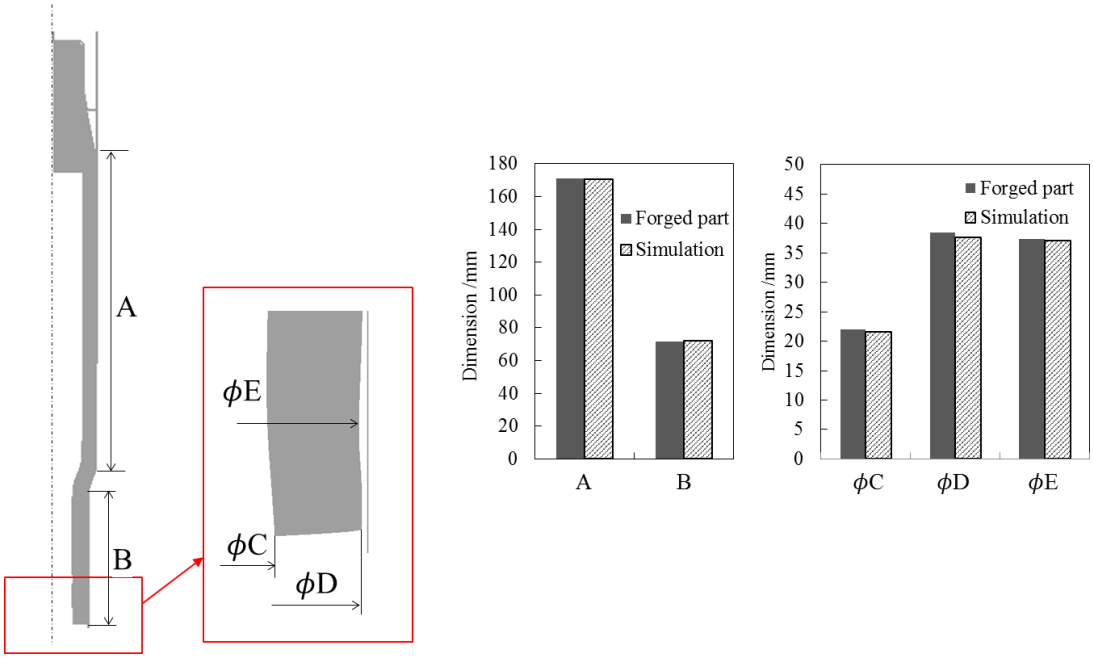


図 4.8　中空シャフトの一段成形解析結果の寸法検証

4.2　等方的な損傷モデルの適用とその課題

ここでは，等方的な損傷モデルとして，冷間鍛造の有限要素解析で広く使用されている Normalized Cockcroft & Latham の延性破壊予測式の式 (2.18) と，大矢根の延性破壊予測式の式 (2.31) を用いた．ここで，$\sigma_{\max}$ は最大主応力，$\bar{\sigma}$ は相当応力，σ_m は平均垂直応力，$d\bar{\varepsilon}$ は相当ひずみ増分である．

一段目の押出し工程での式 (2.18)お よび (2.31) の値の分布を**図 4.9** に示す．最大値を取る位置と，図 4.3, 4.4 の実際の延性破壊の位置は一致しないことがわかる．式 (2.29) において，係数 $a = 0.2$ としたが，a を 0.02 から 2 まで変化させても，D_{Oyane} の分布にほとんど変化はなかった．

積分型延性破壊予測においては，ひずみエネルギーの累積値がある限界値に達すると微視的な破壊が生じるという考えに基づき，解析結果の最大値から延性破壊の位置を推測する例が多い [3]．本研究でもその考えを踏襲し，本節で損傷の異方性の観点から，解析結果の最大値と延性破壊の位置が一致しない要因を検討する．なお，破壊の発生する位置の周辺のひずみ分布が影響する場合が，例えば高張力鋼板の穴拡げ試験 [105]において指摘されており，このような状況を積分型延性破壊モデルで表現するためには，非局所的なモデルの検討などが必要となると考えられる [8, 9]．本研究では 4.3.3 項にて，破壊限界値に対する余寿命評価手法の適用を試みた．

図 4.10 は，D_{CL} について，下死点で最も値が高い位置，すなわち図 4.9 の A 点における D_{CL} の一段目のストローク S_1 に伴う変化を示す．D_{CL} は，S_1 が約 15 mm の時点から急増しており，その後，ほぼ一定となっていることがわかる．この D_{CL} が急増する要因を A 点の物理量の推移を確認することで考察した．DEFORM には，任意の点における物理量を節点値から補間して算出し，被加工材に固定した点の物理量の推移を計算する機能があり，この機能を利用した．

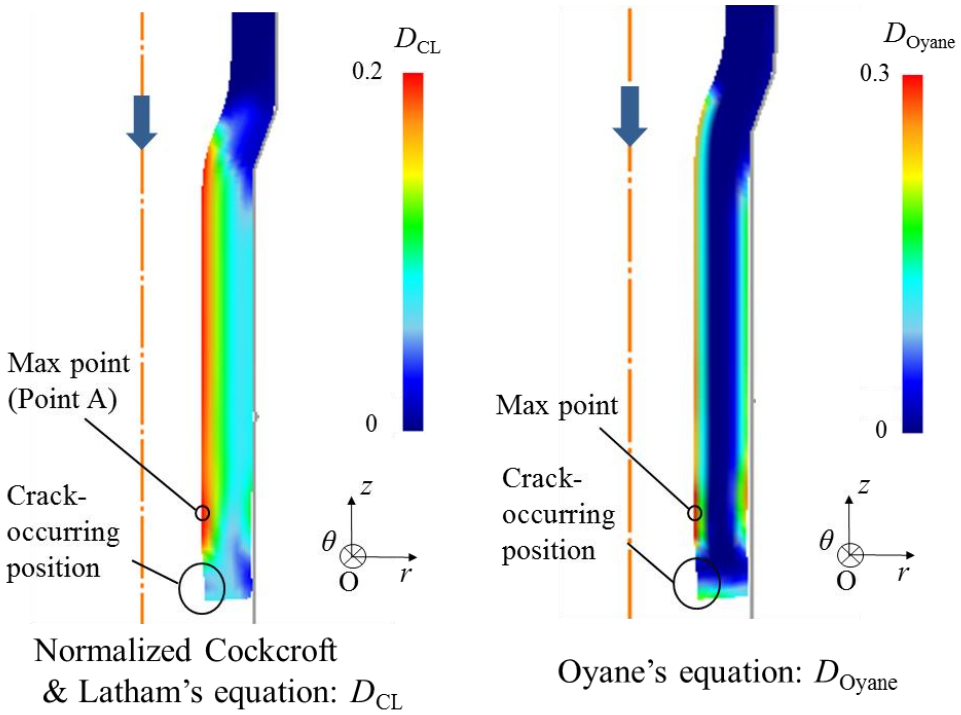


図 4.9　等方性の延性破壊予測式による解析結果

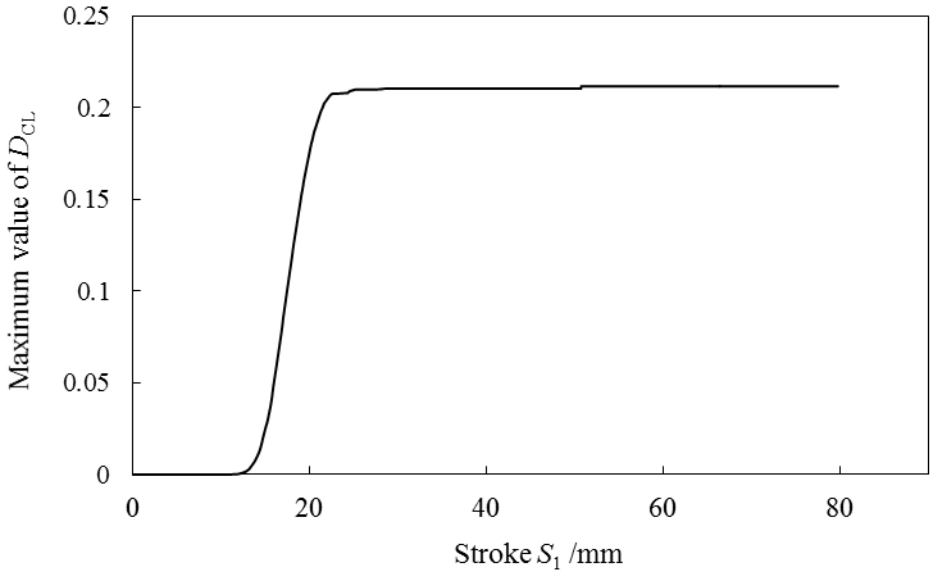


図 4.10　D_{CL} の最大値の点（Point A）における D_{CL} の推移

図 4.11 は，D_{CL} が急増する時点，つまり S_1 が 20mm 時点における相当ひずみ $\bar{\varepsilon}$ と円柱座標系 O-$r\theta z$ の θ 方向のひずみ ε_θ の分布である．**図 4.12** は，A 点における相当ひずみ $\bar{\varepsilon}$ と円柱座標系 O-$r\theta z$ の各成分 ε_r, ε_θ および ε_z,のひずみの推移である．ここで，r は半径方向，θ は円周方向，z は軸方向を示す．また，ε_θ は常に負であるが，比較しやすいように絶対値 $|\varepsilon_\theta|$ で表記した．成形中，内径は縮小するので，A 点は θ 方向に圧縮され，$|\varepsilon_\theta|$は大きくなる．一方，$\bar{\varepsilon}$ の変化は $|\varepsilon_\theta|$ と同様であり，ε_θ が支配的であることがわかる．

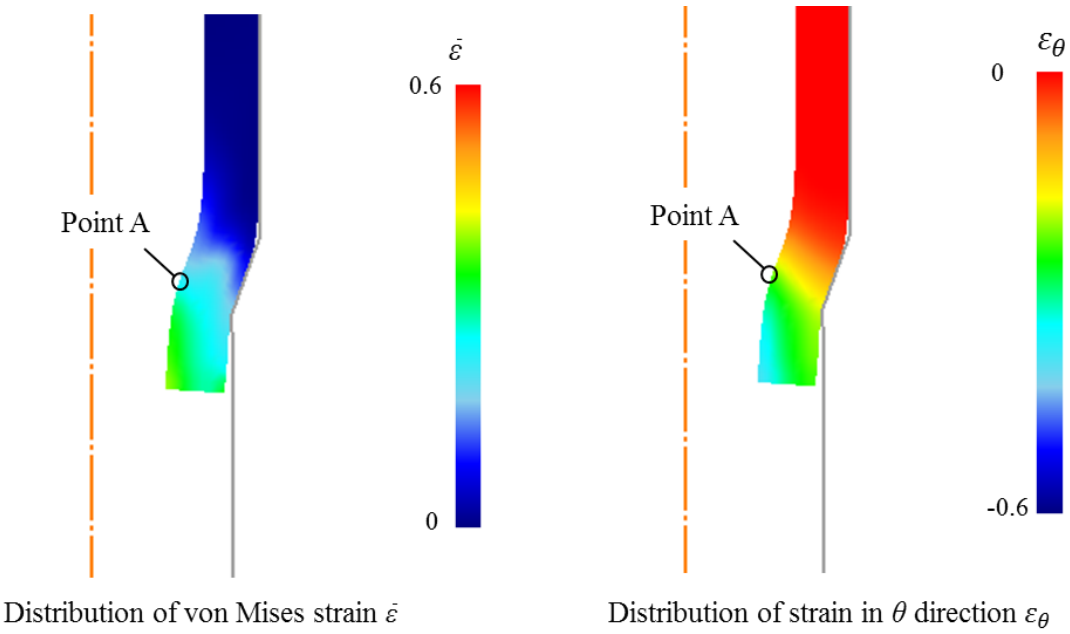


図 4.11　変形途中における $\bar{\varepsilon}$ と ε_θ の分布

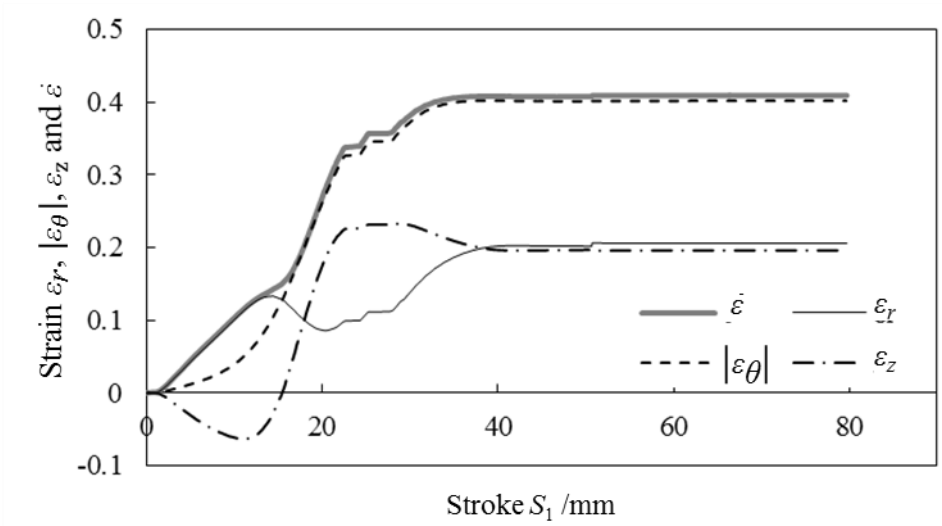


図 4.12　A 点における各ひずみ成分と相当ひずみの推移

図 4.13 は，D_{CL}が急増する時点，つまり S_1 が 20mm 時点における最大引張応力 σ_{max} と円柱座標系 O-$r\theta z$ の z 方向の応力の分布である．**図 4.14** は，A 点における応力 σ_r, σ_θ および σ_z ならびに最大主応力 σ_{max} の推移を示す．S_1 が約 15 mm からの σ_{max} の変化は σ_z と同様であり，σ_z が支配的であることがわかる．

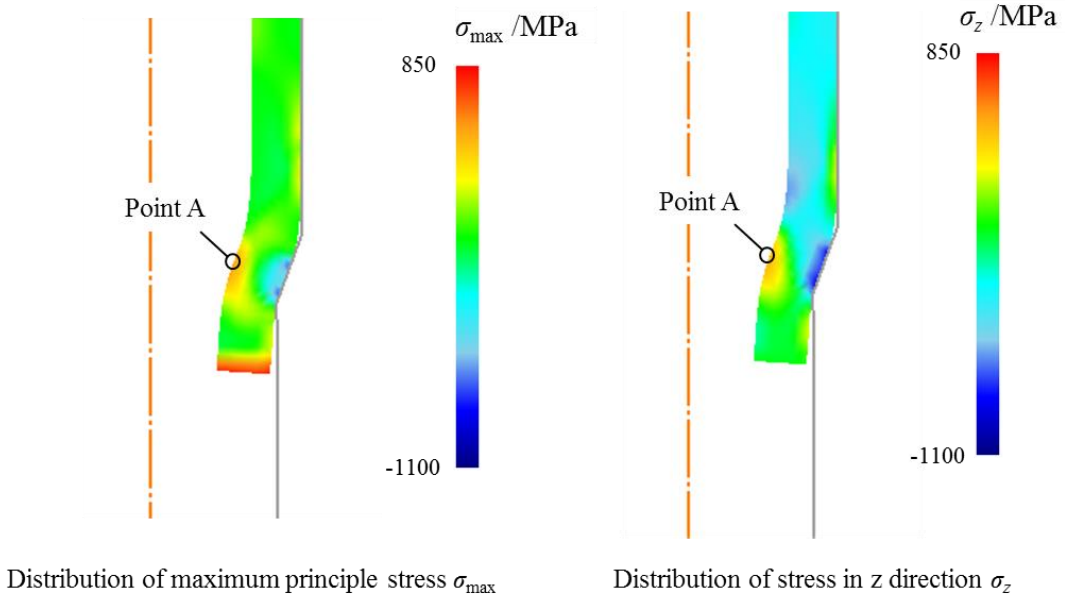


図 4.13　変形途中における σ_{max} と σ_z の分布

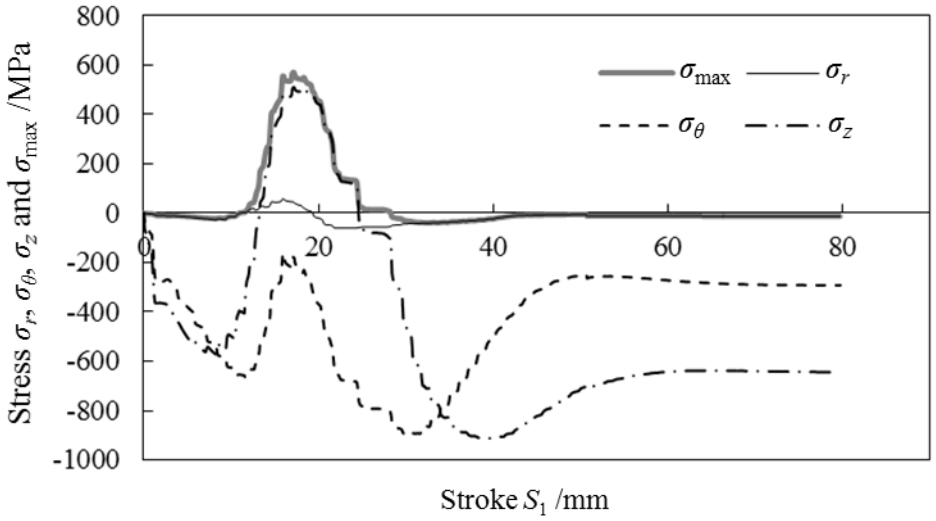


図 4.14　A 点における各応力成分と最大主応力の推移

以上より，式 (2.18) では，A 点における応力とひずみの方向が異なる方向の成分の積を延性破壊の予測値と見なしていると考えられる．すなわち，図 4.2 のような加工における変形の状況では，従来の等方性の延性破壊の損傷モデルは合理的ではなく，その結果，実際の割れの位置の予測が困難であったと考えられる．

また，応力が負の場合や損傷値の増分が負の場合については，損傷が発展しない（損傷値が蓄積されない）という研究がなされている [90]．式 (2.18) においては，相当応力 $\bar{\sigma}$ ，相当ひずみ $\bar{\varepsilon}$ は正であるが，成形中，最大引張応力 $\sigma_{\max}$ は負となる部位がある．軸外周部においては，一段押出し成形の段付きの絞り時に，z 方向の圧縮応力が負荷されるため，図 4.13 左図が示すように最大主応力が負となった．**図 4.15** の右図は，$\sigma_{\max}$ が負であっても損傷値を累積させた場合の損傷値 D_{CL}^{-}の結果である．一段押出し成形の軸外周部に負となる損傷値が確認されたが，実際の割れ位置となる軸先端部の損傷値が高くなることはなかった．成形過程において，圧縮方向の損傷成分を，ヒーリングとして損傷を回復させる効果をもたらすモデルも提案されている [93]が，負の損傷値を蓄積されるとは考えにくい．Normalized Cockcroft & Latham の等方性の延性破壊予測式の式 (2.18) を適用する場合においては，最大主応力が負の場合，すなわち損傷値の増分が負の場合は，損傷値を蓄積しないことが妥当であると考えられる．

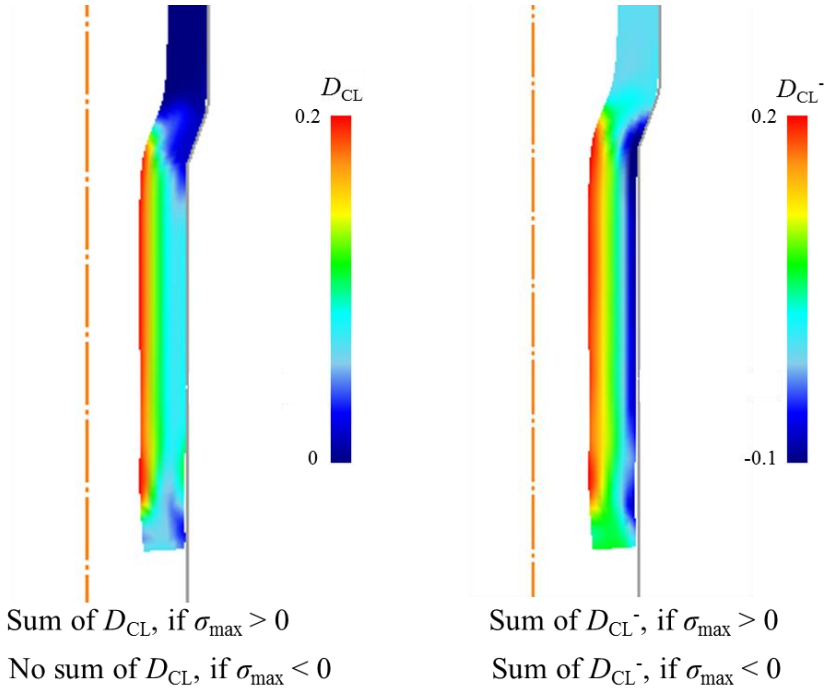


図 **4.15**　最大主応力の符号判定による D_{CL} の違い

4.3　異方損傷モデルの適用

4.3.1　損傷の異方性を考慮した延性破壊予測式の適用

Normalized Cockcroft & Latham の延性破壊予測の式 (2.18) と 2.4 節で提案した異方損傷モデルによる延性破壊の予測式の式 (2.63) の主値（式 (2.72)，式 (2.73) ）の比較を**図 4.16** に示す．材料は，図 4.7 で表される S48C を用いた．左図は，式 (2.18) における D_{CL} を，右図は式 (2.72)，式 (2.73) を用いた損傷値の主値の最大値 $\bar{\bar{D}}_{max}$ を示している．本研究で提案した延性破壊条件式により，実部品の延性破壊の起点箇所と損傷値の数値が高い位置を一致させることができた．

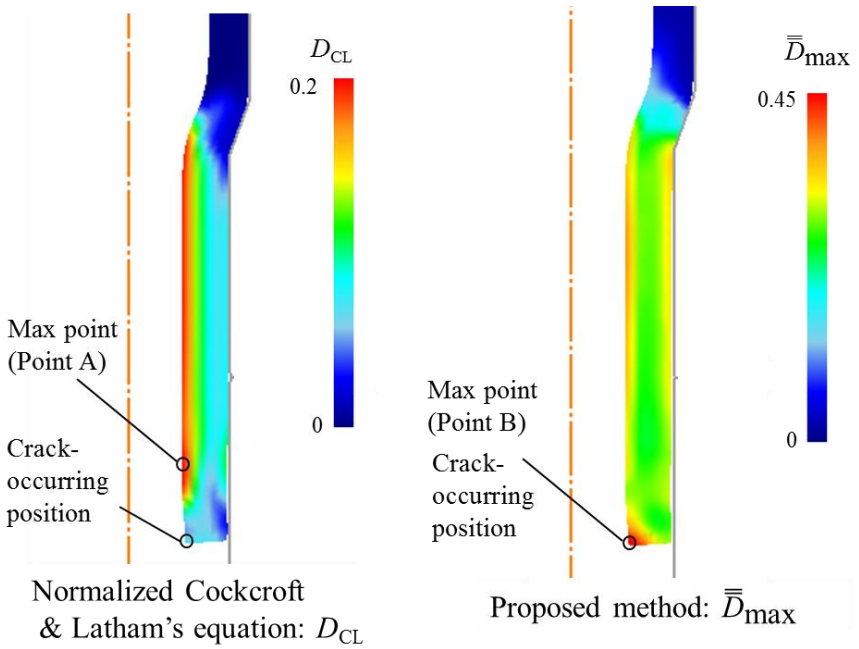
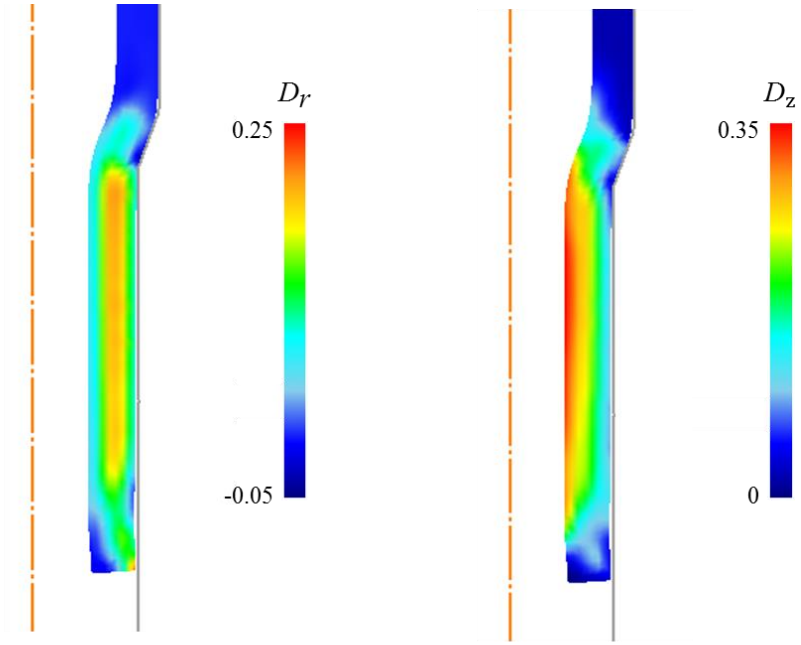


図 4.16　等方性損傷モデル D_{CL} と異方損傷モデルの違い

図 4.17 および **4.18** に円柱座標系 r, θ および z 方向成分の損傷値，式 (2.64) ～式 (2.67) の累積値を示す．この損傷の主値の高い部位を，円柱座標系の r, θ および z 方向成分と照らし合わせた結果，D_θ が最も高いことがわかった．そこで，延性破壊発生個所の θ 方向の垂直応力成分 σ_θ と垂直ひずみ速度成分 $d\varepsilon_\theta$ の推移を**図 4.19** に示す．垂直ひずみ速度成分の推移に変動が見られるものの，損傷値が増加する $S_1 = 20$ mm 時点において，σ_θ と $d\varepsilon_\theta$ がともに増加していることがわかる．なお，この変動は，要素寸法，時間増分ステップを細かくしても発生した．4.2 節で示した通り，従来の等方的な損傷モデルでは応力，ひずみ増分のそれぞれ異なる方向の成分の積により損傷値が高くなっていることに対し，提案された異方性を考慮した損傷モデル式 (2.63) では，同じ方向の成分の積の損傷値で評価されている．図 4.4 における割れの開口の方向は，θ 方向の引張りの方向に対応していることから，異方性を考慮した延性破壊の損傷モデルの有用性を確認できた．



Distribution of damage in r direction D_r　　Distribution of damage in z direction D_z

図 4.17　r 方向の損傷 D_r と z 方向の損傷 D_z の分布

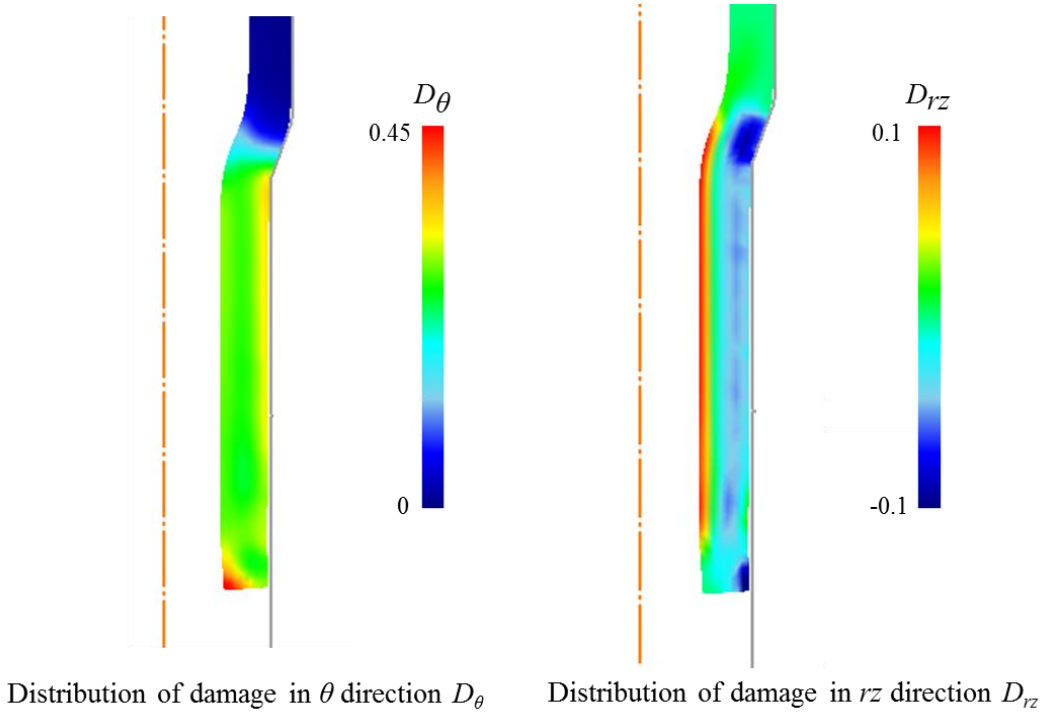


図 4.18　θ 方向の損傷 D_θ と rz 方向の損傷 D_{rz} の分布

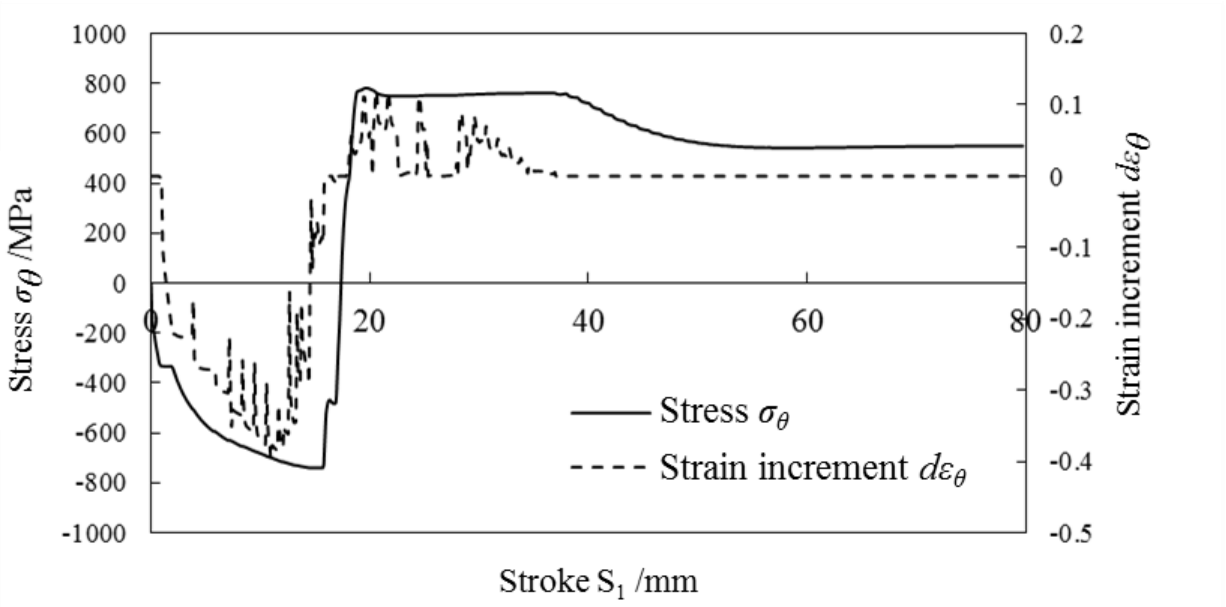


図 4.19　点 B における θ 方向の応力とひずみの推移

また，被加工材の塑性発熱，金型と被加工材の摩擦発熱，熱伝達を考慮した熱連成による損傷値の分布は変形の差異を検証した．**図 4.20** の左図は熱影響を考慮した損傷解析結果であり，右側は熱影響を考慮しない恒温の損傷解析結果である．金型の加圧速度が 45mm/sec と小さいため，発熱による差異は小さく，金型に沿った軸押出し成形であることから，変形寸法の差異も小さく，軸先端の外径部の寸法差異は 0.2%程度の差であった．また，損傷値の最大値の分布の差は小さく，両方とも，延性破壊が発生した軸先端内径部に高い損傷値が確認された．

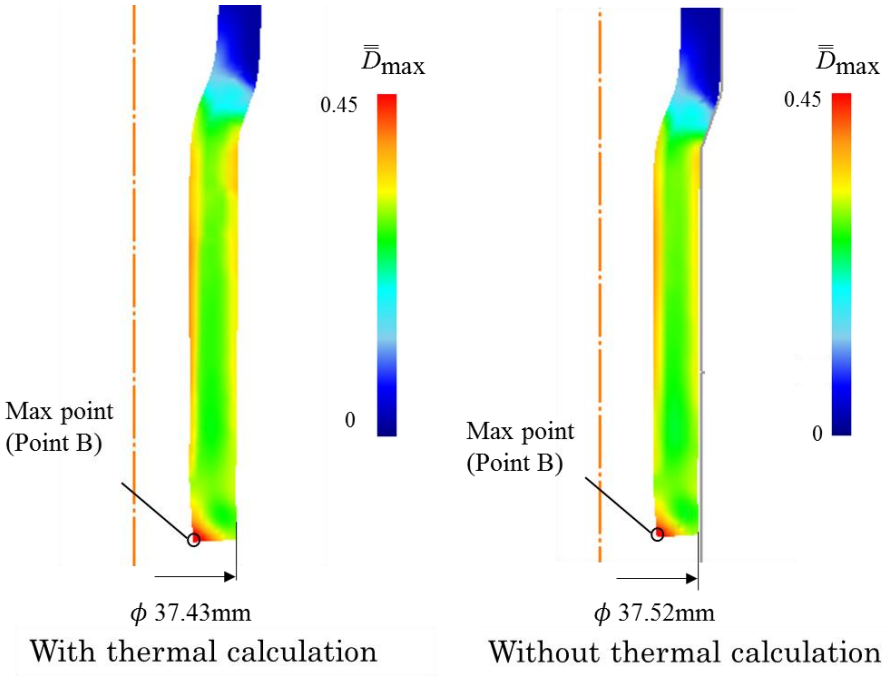


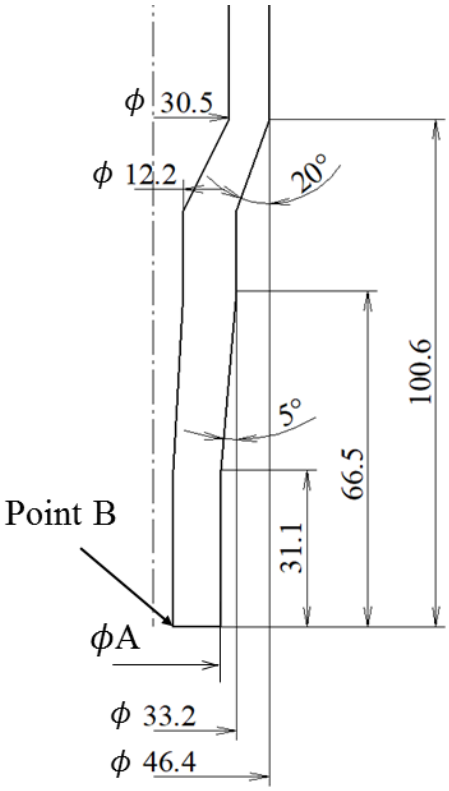
図 4.20　金型と被加工材の熱連成解析の有無による違い

4.3.2　中空シャフトにおける損傷破壊限界値の決定

4.1 節で述べたように，素材の球状化焼鈍の条件を変更し，延性を向上させたことで，中空シャフトの成形が可能となった．ここでは，この状態の材料による成形について，提案した式 (2.63) を用いて延性破壊限界値 D_{cr} の予測を試みる．

延性破壊を発生させることなく二段前方押出し成形が可能となったため，図 4.16 の場合より D_{cr} は大きくなると考えられる．図 **4.21** に示す二段前方押出し成形工程の形状における延性破壊の限界値 D_{cr} を予測する．図 4.21 のように，二段前方押出し工程の二段目の端部の外径 ϕA を変化させ，断面減少率 Re を変更することで損傷値を変化させることができる．ここで，内径については体積一定則を仮定し算出した．

それぞれの Re に対して，二段前方押出し工程の有限要素解析を行い，式 (2.63) による損傷値 $\overline{\overline{D}}_{\max}$ を算出した．解析条件については，4.2 節と同様とした．すなわち，球状化焼鈍により素材の変形抵抗は変化せず，延性（伸び）のみが向上したものとした．



ϕA /mm	Reduction in cross-sectional area Re /%	$\overline{\overline{D}}_{\max}$
27.0	43.3%	1.31
26.0	46.3%	1.41
25.0	49.4%	1.51

図 **4.21**　二段成形の断面減少率 Re と点 B における損傷値の主値 $\overline{\overline{D}}_{\max}$

解析結果から，延性破壊の発生する軸内径部先端における $\bar{\bar{D}}_{\max}$ の推移を示す**図 4.22** が得られた．ここで，横軸のストローク S は，一段目 S_1 に次いで二段目 S_2 を表記した形である．それぞれの Re に対するについて，図 4.22 中の表にまとめた．

つづいて，同じ Re での成形試験を行った．各水準について 6 本ずつ試験を行った．その結果，$\bar{\bar{D}}_{\max}$ = 1.31 および 1.41 の Re = 43.3%および 46.3%の場合では，延性破壊は発生しなかった．いっぽう，$\bar{\bar{D}}_{\max}$ = 1.51 の Re = 49.4%の場合では，6 本のうち 1 本に延性破壊が発生した．よって，延性破壊条件を

$$\bar{\bar{D}}_{\max} = D_{\mathrm{cr}} > 1.41 \tag{4.1}$$

とできる．

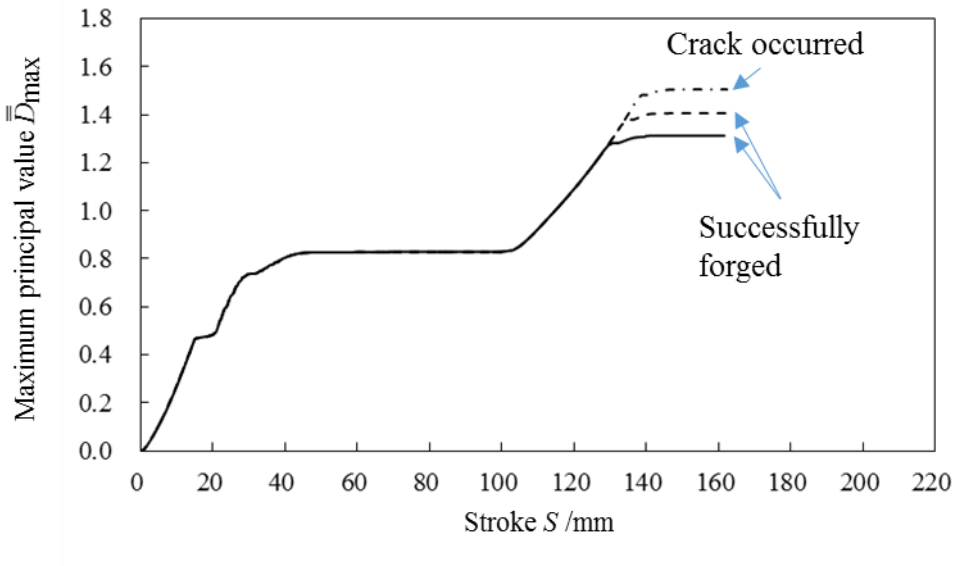


図 4.22　二段成形の点 B における損傷値の主値 $\bar{\bar{D}}_{\max}$の推移

図 4.23 は，ϕA = 27.0 mm の場合の実成形部品を示す．後方押出しと二段前方押出し工程の間に，球状化焼鈍，ショットブラストおよびリン酸亜鉛皮膜処理を実施した．成形荷重については，後方押出しで 2,332 kN，二段前方押出し工程の 1 段目で 1,039 kN，2 段目で 529 kN であった．なお，荷重値は繰返し数 5 回の数値を平均化した．後方押出し工程では，押込み深さ L と中空の内径 D との比 L/D が 6.7 までの成形が可能であった．さらに，二段前方押出し工程でも延性破壊が発生することなく成形できた．

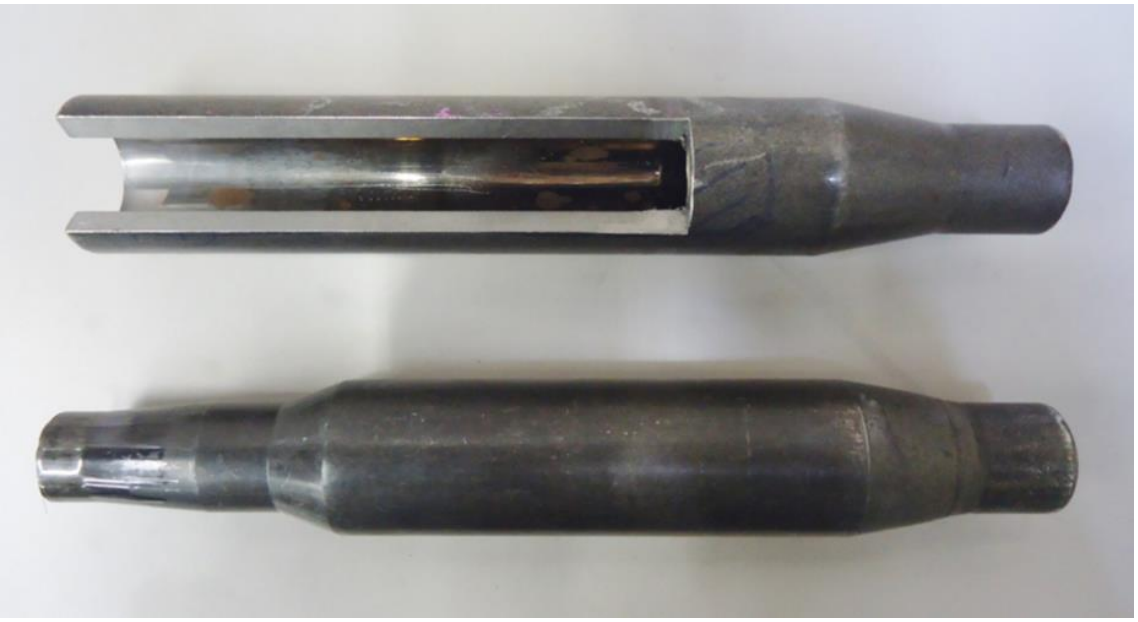


図 4.23　後方押出しと二段前方押出しの試作品

4.3.3　破壊限界に対する余寿命評価の検証

これまで損傷値の最大値が限界値を超えると延性破壊が発生するという検証を行った．しかし，材料の延性破壊は，その部位，もしくは周辺のひずみ，鍛流線，ひずみ，応力三軸度により破壊の限界値は影響を受ける．鍛流線による破壊限界値への効果を考慮した余寿命評価を検討した事例もある [106]．ここでは，4.3.2 項の二段前方押出し成形を例に，破壊限界値に対する余寿命評価を検討する．

4.3.2 項で対象とした二段前方押出しの被加工材の材料 S48C と熱処理条件は，表 3.1 の識別 C と同じであり，3.2.6 項の引張試験結果からの考察で述べたように，材料の延性破壊の限界値は，その部位の応力三軸度に依存すると考えられる．**図 4.24** で示すように，応力三軸度 σ_{tri} と破壊限界値 D_{cr} の関係を以下のように回帰した．

$$D_{cr} = -0.5454\,\sigma_{tri} + 1.4092 \tag{4.2}$$

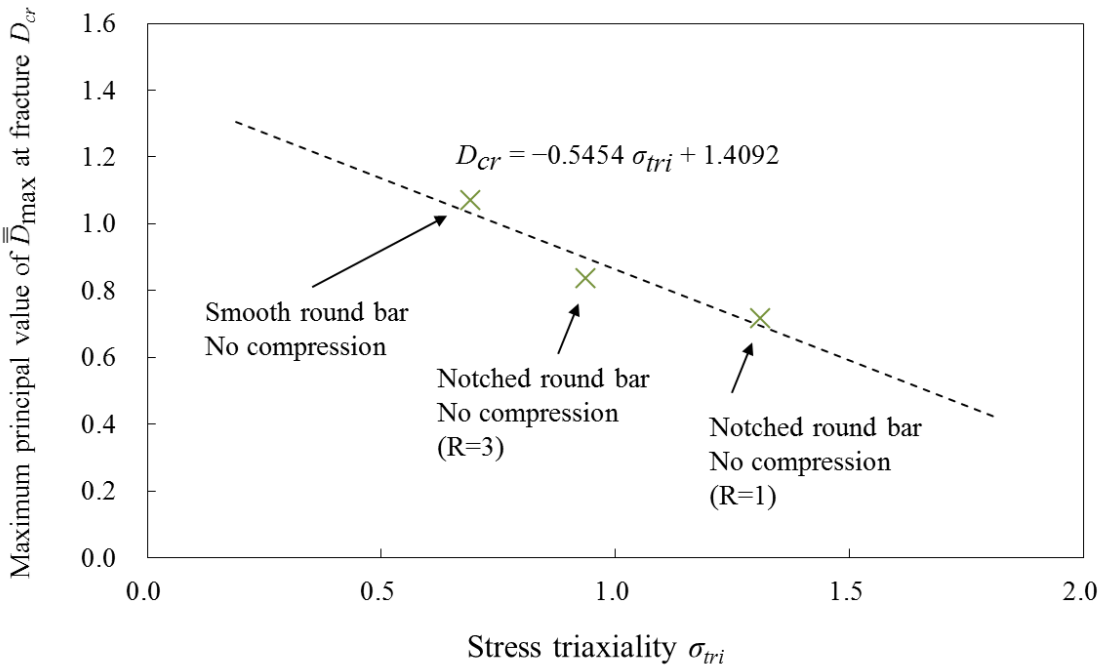
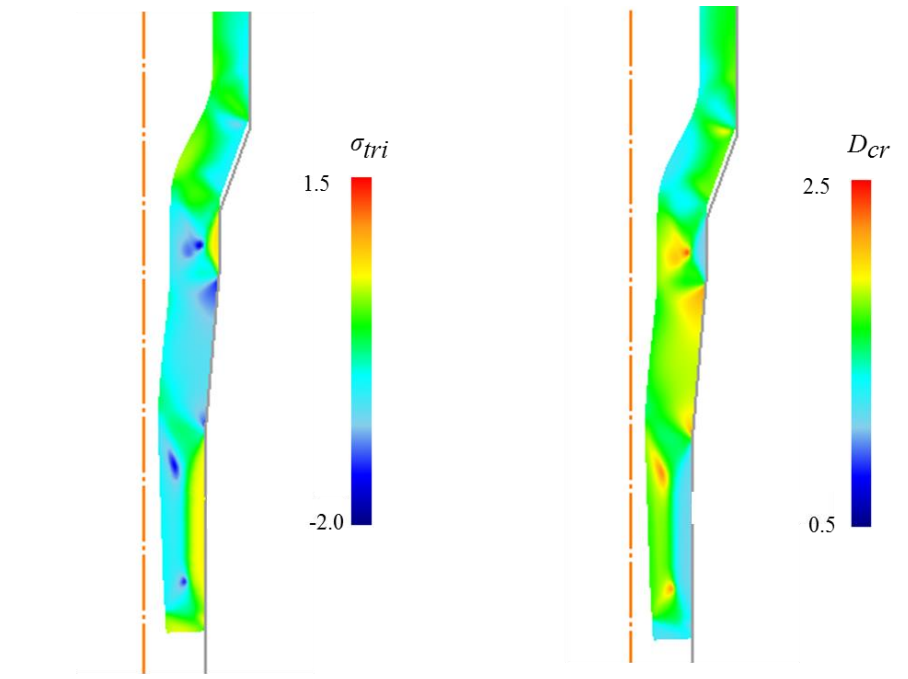


図 4.24　S48C の応力三軸度 σ_{tri} との破壊限界値 D_{cr} の関係

余寿命の評価値 D_{life} は，文献 [106]を参照し，損傷の主値 $\overline{\overline{D}}_{\max}$ を用いて以下とした．D_{life} が 1.0 になると延性破壊の限界値 D_{cr} を超えて，延性破壊が発生するという指標である．

$$D_{life} = \frac{\overline{\overline{D}}_{\max}}{D_{cr}\,(\sigma_{tri})} \tag{4.3}$$

式 (4.2)，(4.3) を DEFORM のユーザーサブルーチン機能に組み込み，二段前方押出しの計算を行った結果を**図 4.25** に示す．左図において応力三軸度 σ_{tri} が高い部位では，破壊限界値 D_{cr} が低くなっていることがわかる．**図 4.26** の左図は損傷値の主値 $\overline{\overline{D}}_{\max}$ の分布であり，右図は式 (4.3) の余寿命評価指標 D_{life} の分布である．二段前方押出しの計算結果では，中空部の内径部の軸方向全体にわたり $\overline{\overline{D}}_{\max}$ が高くなっており，延性破壊が発生している軸先端部（図 4.21 の点 B）だけで $\overline{\overline{D}}_{\max}$ が高くなることはない．しかし，点 B においては，σ_{tri} が高くなるため，破壊限界値 D_{cr} が低くなり，他の部位よりも D_{life} は最も高く，破断の可能性が高く，1 に近い値となることがわかった．



Distribution of stress triaxiality σ_{tri}　　Distribution of fracture threshold D_{cr}

図 4.25　二段成形における応力三軸度 σ_{tri} との破壊限界値 D_{cr} の分布

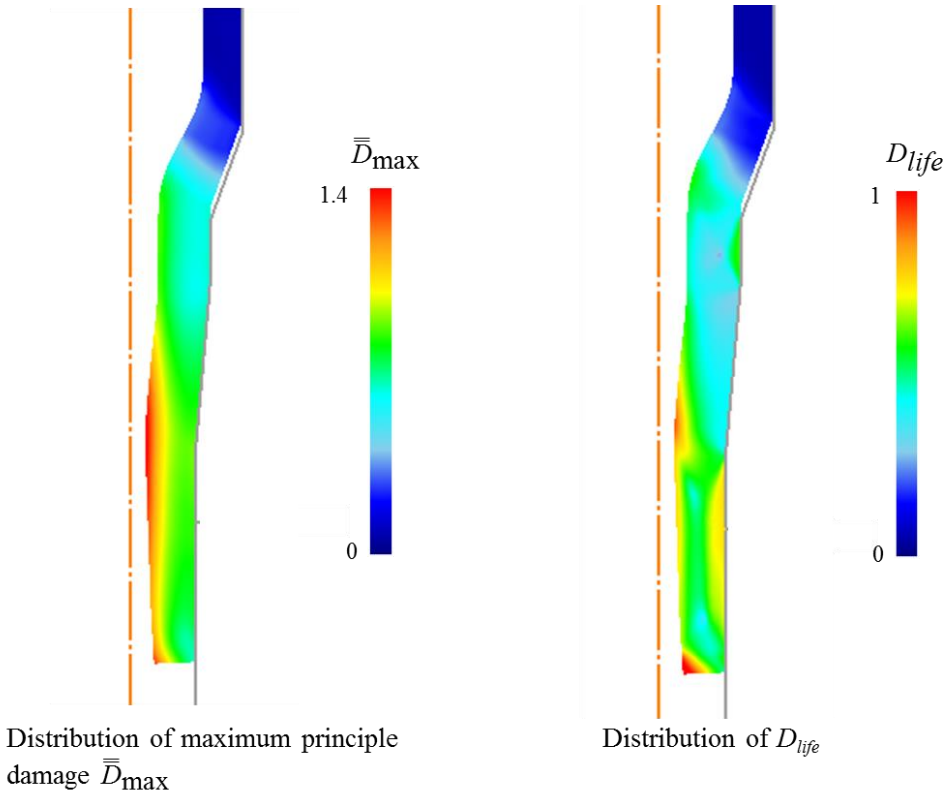


図 4.26　二段成形における損傷値の主値$\bar{\bar{D}}_{\max}$と延性破壊までの余寿命指標値 D_{life} の分布

4.4　損傷と変形の連成型の損傷モデルによる検証

これまで，損傷と変形の連成を行わない非連成型延性破壊予測モデルで異方損傷の検証を行ってきた．本節では，中空シャフトの二段前方押出しの延性破壊を対象として，2.3 節で紹介した CDM モデル（連続体損傷力学）の考え方を取り入れ，損傷と変形の連成した場合の影響を検証する．異方損傷の CDM モデルのように，式 (2.40) のように損傷効果テンソル $\boldsymbol{M}$ によって損傷の方向性と有効応力を対応付ける提案もあるが，本研究では等方損傷の CDM モデルを採用して，連成型と非連成型の違いについて検証を行った．

2.1.2 項で紹介した鍛造成形の計算でよく使用される剛塑性有限要素法では，CDM を適用した枠組みは報告されていない．しかし，剛塑性有限要素法のような応力-ひずみの構成式に弾性係数テンソル $\boldsymbol{D}$ を含まない場合においても，変形抵抗 $\bar{\bar{\sigma}}$ を使用すれば，変形と損傷を連成した計算が可能であると考えた．材料のある部位の損傷の進展は，損傷の主値 $\bar{\bar{D}}_{\max}$ であるとすると，延性破壊までの損傷を正規化した指標は，式 (4.3) といえる．この損傷による有効応力の増大は，塑性変形中の変形抵抗 $\bar{\sigma}$ の増大とみなせるため [87]，損傷した変形抵抗 $\bar{\bar{\sigma}}$ は D_{life} を用いて以下の式で表される．

$$\bar{\bar{\sigma}} = \frac{\bar{\sigma}}{1 - D_{life}} \tag{4.4}$$

連続体力学における有効応力の増大は，損傷によるボイド（微小空隙面積）の総和の増加によって有効面積の減少をモデル化している．損傷によるボイドの増大，変形抵抗の増大は，材料の降伏点以降，すぐに開始するとは限らない．損傷によってボイド発生が開始する損傷値を D_v とし，以下の関係があると考えられる．

$$0 < D_v < D_{life} \leq 1 \tag{4.5}$$

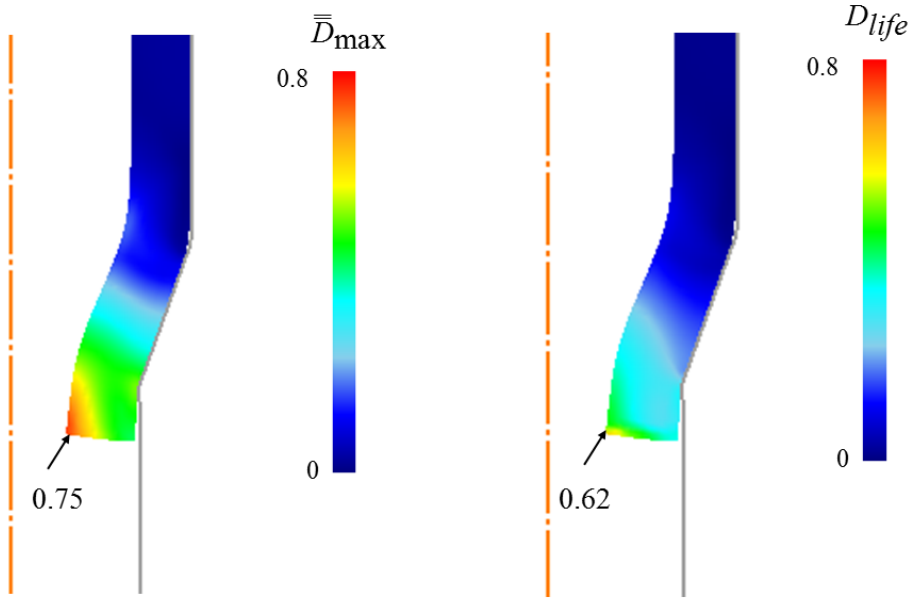
二段前方押出しにおける材料において D_v の数値は明確でないが，表 3.1.1 の識別 C の材料の平滑円柱引張試験の結果から，最大引張強さのひずみと破断時のひずみの比から D_v = 0.5 とした．D_v が 0.5 以上になると，式 (4.4) のような変形抵抗が増大すると仮定した．

この計算手法を用いて二段前方押出し工程の一段目成形目のストローク S_1 = 32.6mm 時点での $\bar{\bar{D}}_{\max}$ と D_{life} を**図 4.27** に示す．D_{life} は D_v の 0.5 を超えて 0.62 となった．この S_1 =

32.6mm における損傷と変形の非連成型と連成型の相当応力分布の違いを**図 4.28** に示す．連成型による計算では，損傷によって損傷部位の変形抵抗が増大したことがわかる．

二段前方押出し成形後における損傷と変形の非連成型と連成型の D_{life} の分布の違いを**図 4.29** に示す．非連成型と連成型で分布の違いはほとんどなく，D_{life} の値は 1 に近い数字となった．本研究で提案した損傷の発展式の式 (2.63) は，Normalized Cockcroft & Latham の延性破壊予測式の式 (2.18) を基礎としているため，応力が増大したとしても，最大引張応力 $\sigma_{\max}$ と相当応力 $\bar{\sigma}$ の比は大きく変化しないため，$\bar{\bar{D}}_{\max}$ に大きな差が生じなかったと考えられる．

4.3.2 項の二段前方押出しの実験結果のように，破断の限界値に近くなると，延性破壊の発生頻度が高くなると推測される．実際の金型設計現場においては，D_{life} の 1.0 に安全率を乗じて工程形状を評価する，もしくは，**図** 4.24 の D_{cr} の算出実験の繰り返し数を増やし，ばらつきを見込んだ最小値を求める必要があると考えられる．



Distribution of maximum principle damage $\bar{\bar{D}}_{\max}$ (Coupled simulation)

Distribution of remaining lie D_{life} (Coupled simulation)

図 4.27　一段成形の成形途中における損傷値の主値 $\bar{\bar{D}}_{\max}$ との延性破壊までの余寿命指標値 D_{life} の分布

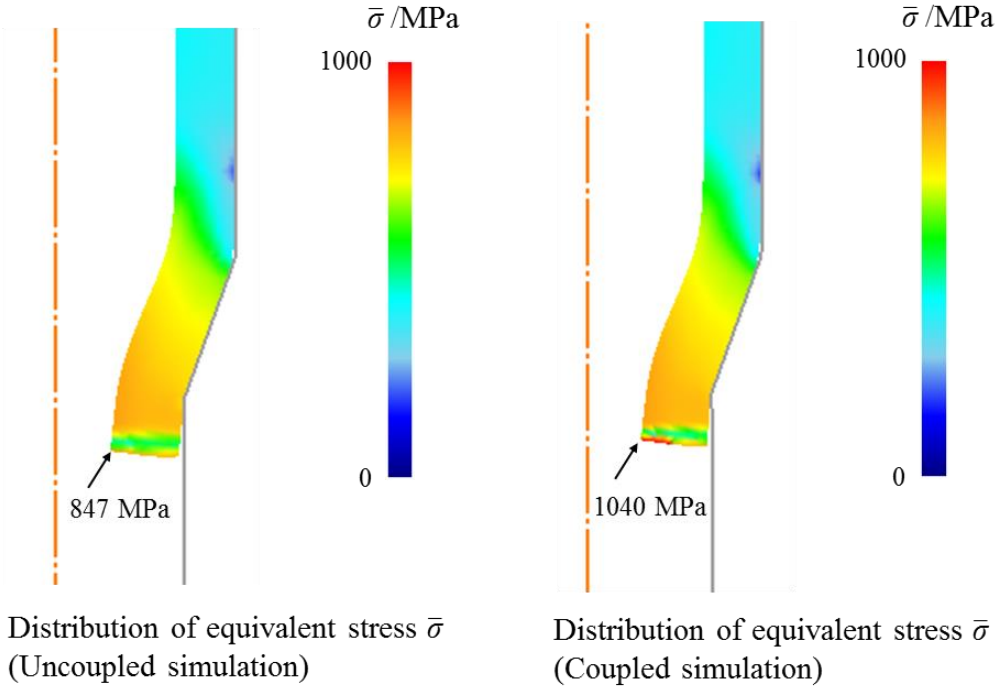


図 4.28　一段成形の成形途中における損傷連成解析と非連成解析の相当応力分布の違い

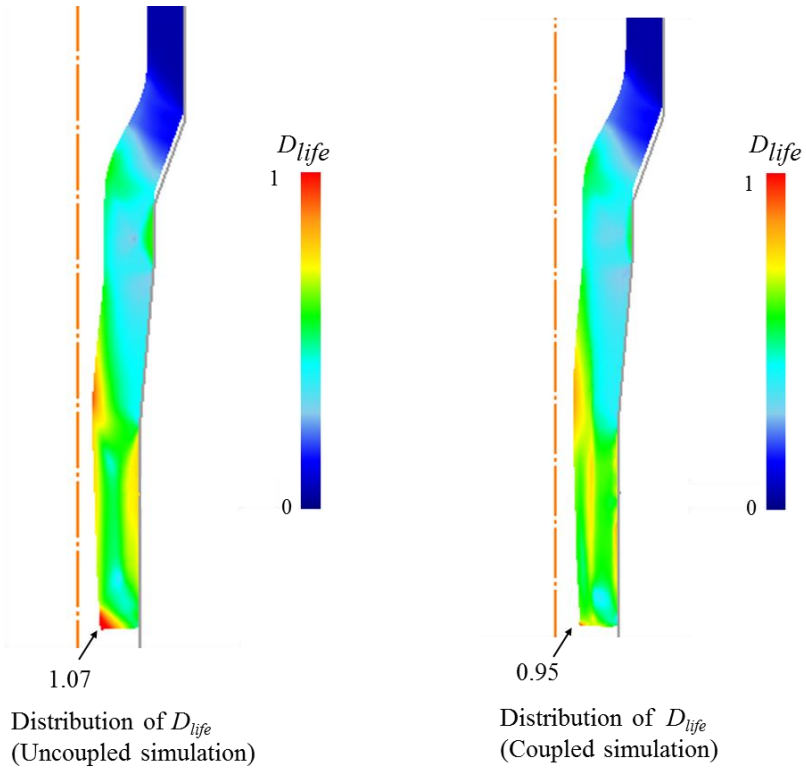


図 4.29　二段成形の成形後の損傷連成解析と非連成解析の損傷値主値の比較

第 5 章　フランジ部品外周側面部の斜め亀裂における異方損傷モデルの適用

4 章では，実際の中空シャフトの冷間鍛造部品を例にとり，提案した異方性を考慮した延性破壊の損傷モデルを適用し，その妥当性を検討した．異方損傷モデルの工学的活用の有用性をさらに検証するため，本章では，軸とフランジ形状で構成されるフランジ部品の軸肥大加工（Inclined Rotary Forming, IRF）における延性破壊について，異方損傷モデルの適用を試みる．本章の構成は以下の通りである．5.1 節では IRF における破壊現象であるフランジ部品外周側面部の斜め亀裂の課題について述べる．5.2 節では，この IRF によるフランジ部品側面の斜め亀裂の現象を，類似の現象である円柱圧縮試験における円柱側面の斜め亀裂に対して異方損傷モデルを適用して考察することにより，亀裂の方向性に対する異方損傷モデルの有用性を検証する．さらに，5.3 節では IRF によるフランジ部品外周側面部の斜め亀裂の現象に異方損傷モデルを適用し，その有用性を調査する．また，従来多用されている Cockcroft & Latham の非連成型等方損傷モデルとの違いを示す．

5.1　軸肥大加工における延性破壊

冷間鍛造では被加工材の加工硬化などにより，金型に大きな面圧が作用し，金型が破壊する危険性が高い．そのため，回転成形などで，金型の負荷を下げる工法が活用されている [107, 108]．IRF は，冷間の回転成形の一つであり，軸形状からフランジ形状を成形できるという特徴がある [109-111]．IRF の概略を**図 5.1** に示す．素材の円柱ビレットを押圧と受圧の二つのスリーブ形の金型でチャックして回転させる．金型が傾斜していることにより，揺動鍛造と同様，局部的に成形圧をかけることが可能となり，比較的低い成形荷重で被加工材の金型に拘束されていない領域（自由部）の軸径を大きくできる．

従来，軸とフランジ形状で構成されるフランジ部品においては，鍛造，切削による別体部品の接合，もしくは熱間鍛造による一体成形が採用されていたが，冷間加工の IRF を採用することで，低エネルギー化，高精度化，低コスト化が期待できる．

著者らは，従来熱間鍛造工法により製造されている自動車の無段自動変速機を構成するプーリーというフランジ部品に，IRF を適用すべく開発を行った．開発において，冷間で加工するため，成形中の延性破壊による欠陥が課題となった．そこで，製品と類似するモデル形状に対して，いくつかの制御因子について適当な組合せを用いた試作を行った [112]．用

いた材料は SCr420H（JIS）であり，その化学成分を表 3.1 に示す．成形前に球状化焼鈍を実施した．球状化焼鈍の温度は 690 °C であり，10 h 保持後，炉冷した．その後，リン酸亜鉛皮膜処理を施し，IRF の前に，軸部を所定の寸法（全長 243.0 mm，フランジ部の直径 48.2 mm）に加工するための冷間多段押出し成形を行った．

IRF の条件は，加圧力 2600 kN，回転速度 60 rpm，傾斜角度 4 °とした．成形条件の模式図と実際の装置の写真を**図 5.2** に示す．成形中，潤滑用の塑性加工油を連続的に供給した．フランジ部の最終直径 d と初期直径 d_0 の比であるフランジ拡径率 d/d_0 が，製品形状に従い 2.8 になるまで加工を行った．**図 5.3** は，冷間押出し成形品に IRF で成形した試作品を示す．

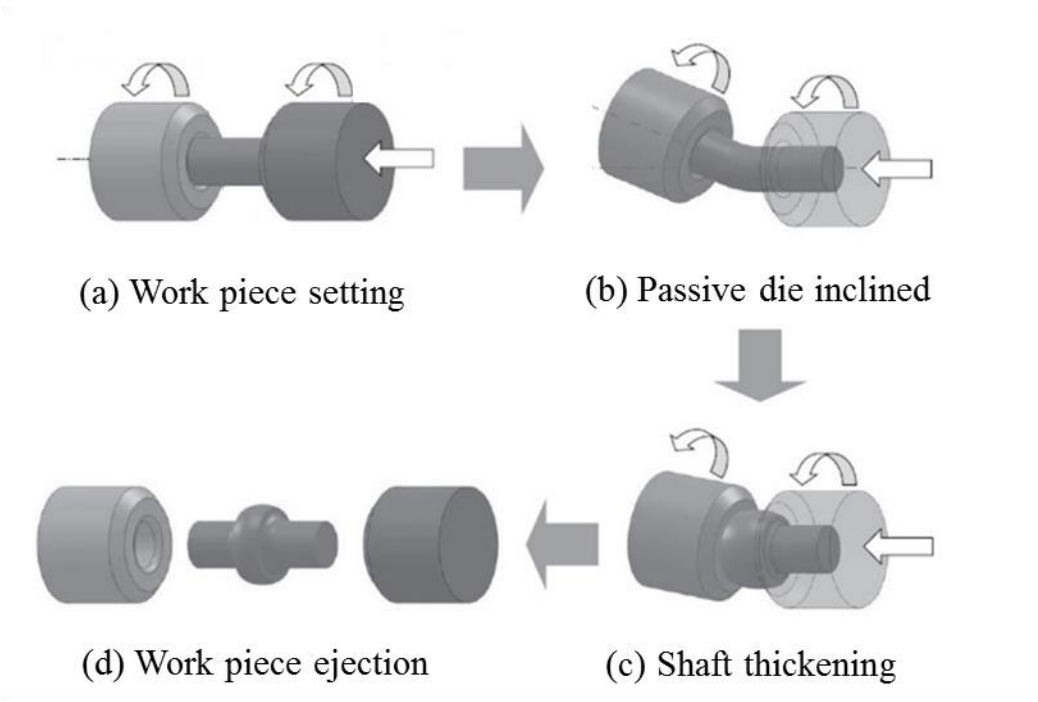


図 5.1　軸肥大加工（Inclined Rotary Forming, IRF）[111]

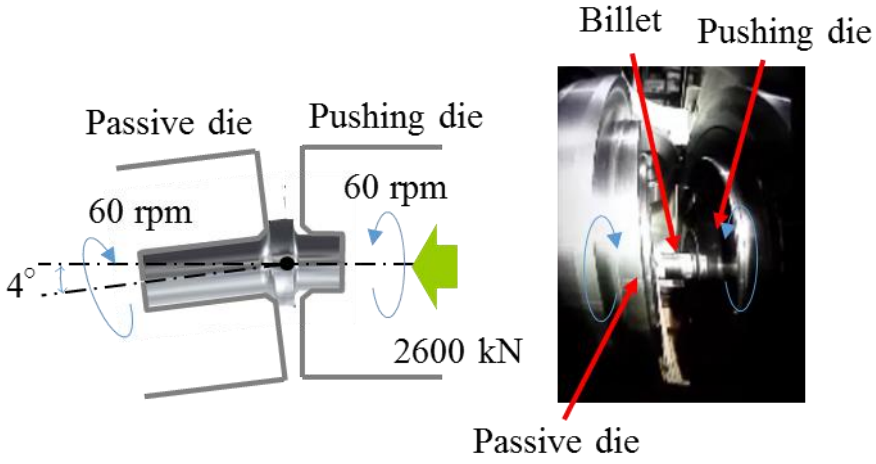


図 5.2　IRF プロセスの成形条件

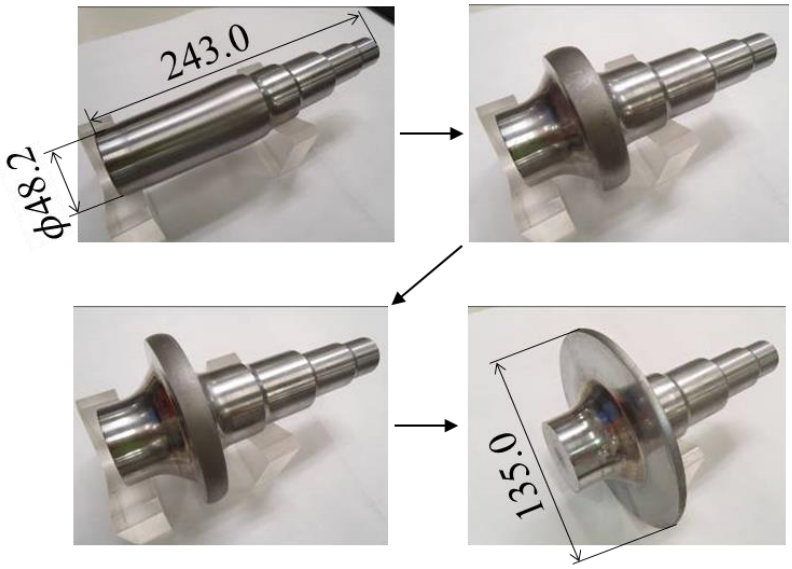
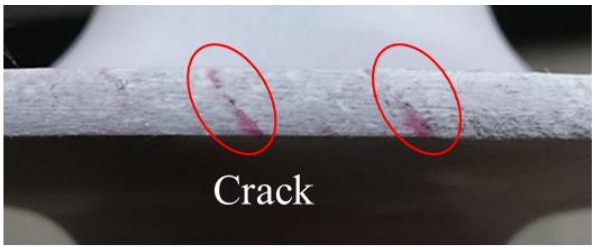


図 5.3　CVT プーリーに適用した IRF プロセス [112]

さて，加工後フランジの外周部側面には**図 5.4** に示されるような斜め亀裂が観察された．この斜め亀裂を抑制するため，様々な因子を調査した結果，球状化焼鈍の温度を 730 °C に上げること，もしくは 690 °C の球状化焼鈍温度の被加工材のまま，塑性加工油の供給を廃止することで，斜め亀裂を低減できることが確認できた．すなわち，斜め亀裂には材料の延性だけでなく潤滑条件の違いが影響していることが示唆された．球状化焼鈍の温度が延性に影響があることは 3 章の実験で検証されたが，潤滑条件が斜め亀裂にどのように影響するかについては未だ明確になっていない．

さらに，従来の等方性の延性破壊の損傷モデルでは，本質的に斜め亀裂のような亀裂の方向性を予測できない．そこで，本章では著者が提案した異方損傷モデルを有限要素解析に適用することにより，この斜め亀裂の発生と抑制メカニズムを予測できるかどうかを検証した．



(a) Phosphate Coating + oil during forming

(b) Only phosphate coating

図 5.4　フランジ部品外周側面部の亀裂

5.2　円柱圧縮試験の側面亀裂における異方損傷モデルの適用

IRF によるフランジ外周側面の斜め亀裂の予測に対する異方損傷モデルの適用について検討するため，工藤らによる円柱圧縮における側面部の斜め亀裂の実験結果を利用した[113]．彼らの実験では，**図 5.5** のような円錐タイプの金型を用いた圧縮試験において，円柱の側面に斜め亀裂が発生した．また，**図 5.6** のような被加工材と金型の接触部を拘束した端面拘束タイプの金型を使用した圧縮試験において，円柱の側面に縦亀裂が発生した．ここで，W と H は円柱の初期直径と初期高さである．延性破壊部位のひずみを測定し，O-$r\theta z$ 座標系におけるたて方向ひずみ ε_z と円周方向ひずみ ε_θ の関係よって，破壊形態を**図 5.7** のように整理した．

この縦亀裂と斜め亀裂の方向の違いを解析で再現するため，軸対称の有限要素解析を行った．文献 [113]で報告された被加工材の応力の推移を表現するように，被加工材と金型の摩擦係数を，円錐タイプの金型を使用した圧縮試験ではクーロン摩擦係数 $\mu = 0.1$，端面拘束タイプの金型を使用した圧縮試験ではせん断摩擦係数 $m = 0.5$ とした．なお，端面拘束タイプの金型の解析では，実際に端面部の凹凸形状をモデル化したため，摩擦係数を変更しても応力の推移に大きな変化はなかった．被加工材の変形抵抗については，文献 [113]と同じものを採用した．**図 5.8** は変形抵抗のデータを示す．

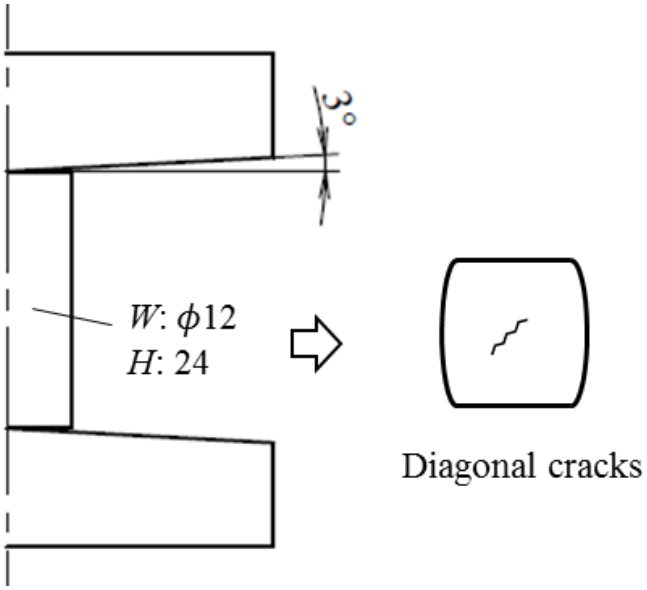


図 5.5　斜め亀裂再現のための円錐タイプ金型の圧縮試験

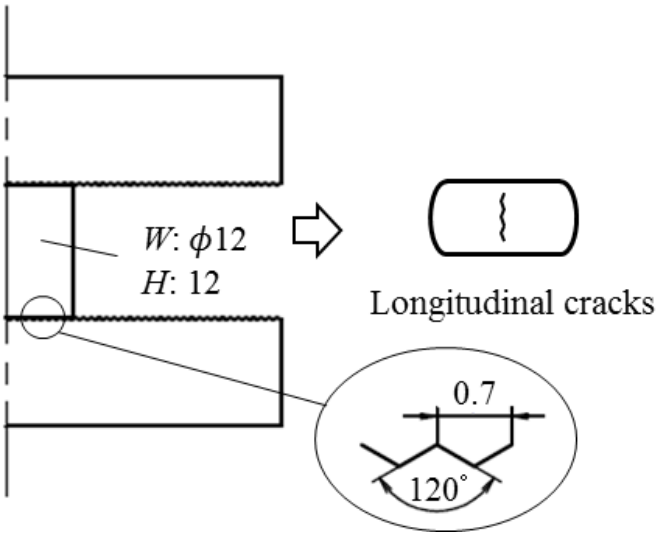


図 5.6　縦亀裂再現のため端面拘束金型の圧縮試験

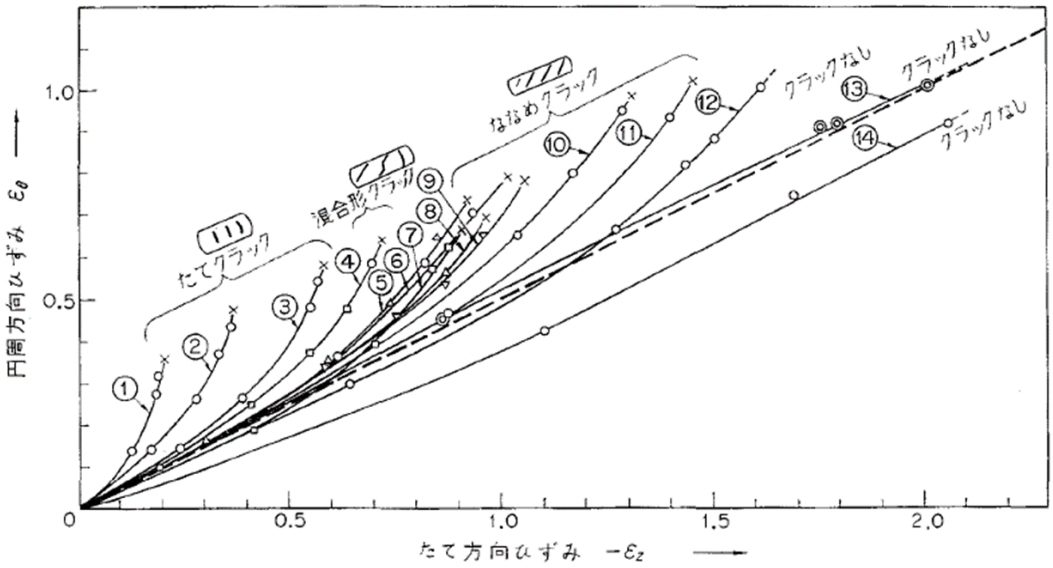


図 5.7　各圧縮条件に対する破断部のたて方向ひずみ ε_z と円周方向ひずみ ε_θ の関係 [113]

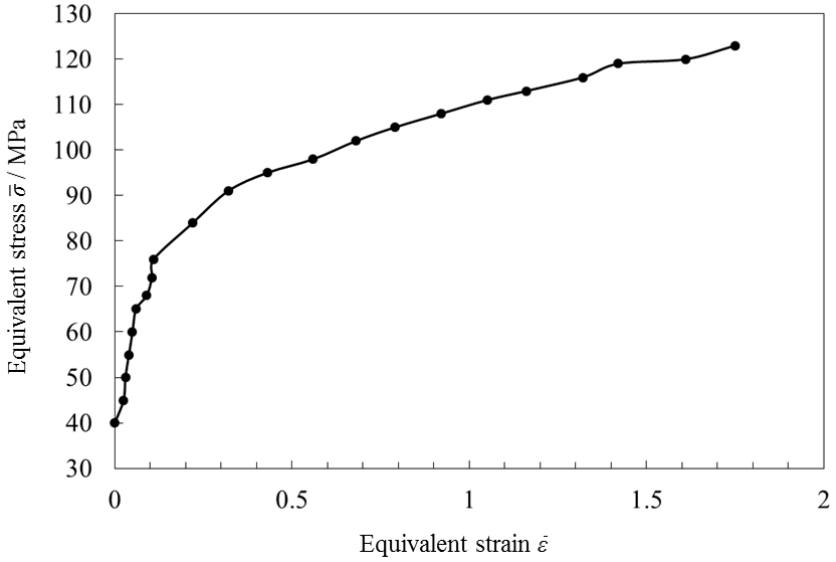


図 5.8　S45C の変形抵抗データ [113]

図 5.9 は，文献 [113]の円錐タイプ金型（図 5.5）における円柱圧縮試験の結果を示す．圧縮試験により，試験片に刻印した印の位置の変化からひずみを測定し，応力を計算した結果である．**図 5.10** は，図 5.5 の形状で有限要素解析を計算した応力の推移を示す．同様に，**図 5.11** は文献 [113]の端面拘束タイプ金型（図 5.6）における円柱圧縮試験の結果を，**図 5.12** は，図 5.6 の形状で有限要素解析を計算した応力の推移を示す．いずれも被加工材の円柱側面における応力の推移を示す．横軸は圧縮の対数ひずみ $\ln(H/h)$ であり，ここで h は圧縮時の高さである．文献 [113]の応力の推移と有限要素解析の応力の推移はほぼ一致した．

両方のタイプの最大主応力の方向は，円柱座標での θ 方向であった．文献 [113]においても，両タイプともに最大主応力 σ_θ が高くなるが，破壊条件として最大主応力説を主張するには，破壊形式が説明できないとされている．破壊形式には斜め亀裂と縦亀裂があるからである．そこで文献 [113]では，最大せん断応力説により破壊形式が説明されている．しかし，最大せん断応力説で斜め亀裂の破壊形式は説明できるが，最大せん断応力よりも θ 方向の最大主応力の方が大きい値となり，どちらが破壊条件となるのかが説明できない．

本節では，この円柱圧縮の側面亀裂に対し，異方損傷モデルの適用を試みた．式 (2.63) をユーザーサブルーチン機能にて DEFORM2D に組み込み，計算を行った．異方損傷モデルによって計算された損傷値は，座標系に依存する．ここでは，円柱座標系 O-$r\theta z$ の θ 方向の対角成分を縦亀裂を表す指標 $\bar{\bar{D}}_\theta$ とし，θ 軸を r 軸を中心に 45°回転させた θ45°方向に対する対角成分を斜め亀裂を表す指標 $\bar{\bar{D}}_{\theta 45^\circ}$ とした．これらの成分は，厳密には $\bar{\bar{D}}_{\theta\theta}$ および $\bar{\bar{D}}_{\theta 45^\circ \theta 45^\circ}$ という表記になるが，簡略化して $\bar{\bar{D}}_\theta$ および $\bar{\bar{D}}_{\theta 45^\circ}$ と表記した．

図 5.13 に示すように，斜め亀裂が発生した円錐タイプ金型の圧縮試験では，$\bar{\bar{D}}_{\theta 45^\circ}$ が $\bar{\bar{D}}_\theta$ より大きくなった．一方，縦亀裂が発生した端面拘束タイプの金型では，図 5.14 に示すように，$\bar{\bar{D}}_\theta$ が $\bar{\bar{D}}_{\theta 45^\circ}$ より大きくなった．したがって，提案した異方損傷モデルは，亀裂の方向に対応する成分を評価することで，それぞれの圧縮試験での亀裂の方向を適切に表現することが確認できた．

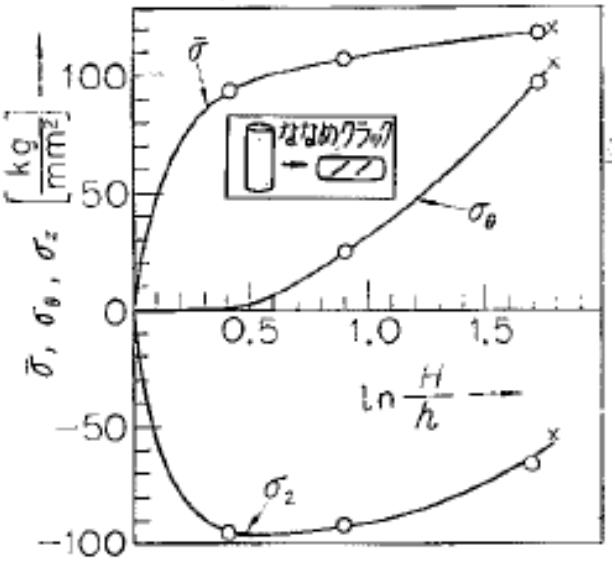


図 5.9　円錐タイプ金型の圧縮実験による応力の推移 [113]

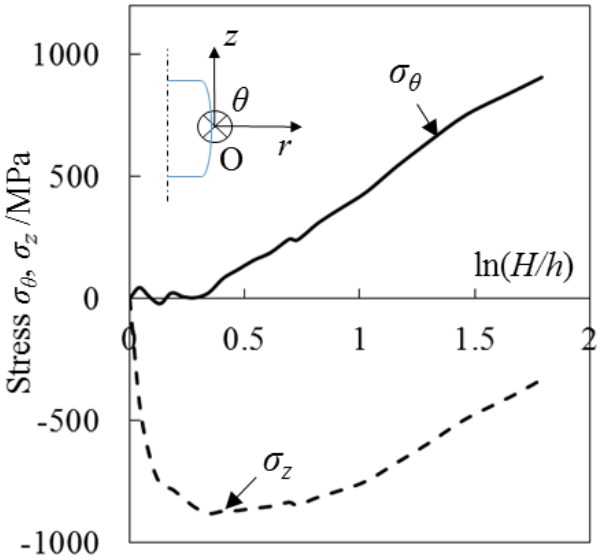


図 5.10　円錐タイプ金型の有限要素解析による応力の推移

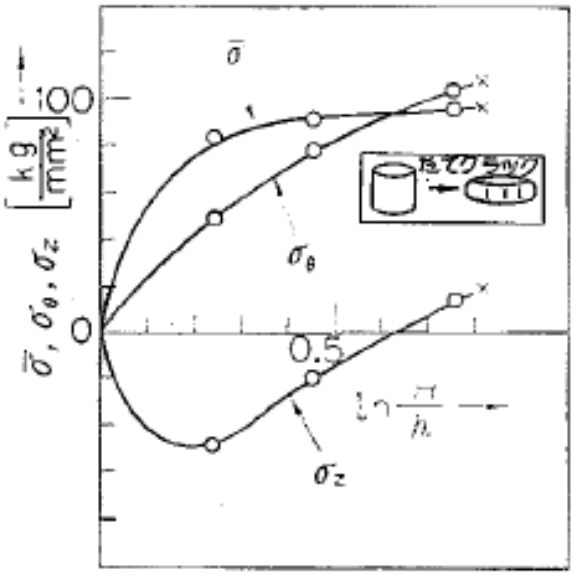


図 5.11　拘束端面タイプ金型の圧縮実験による応力の推移 [113]

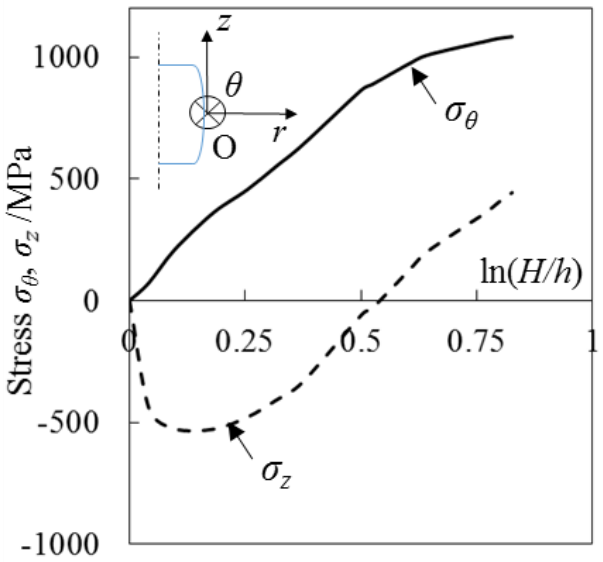


図 5.12　拘束端面タイプ金型の有限要素解析による応力の推移

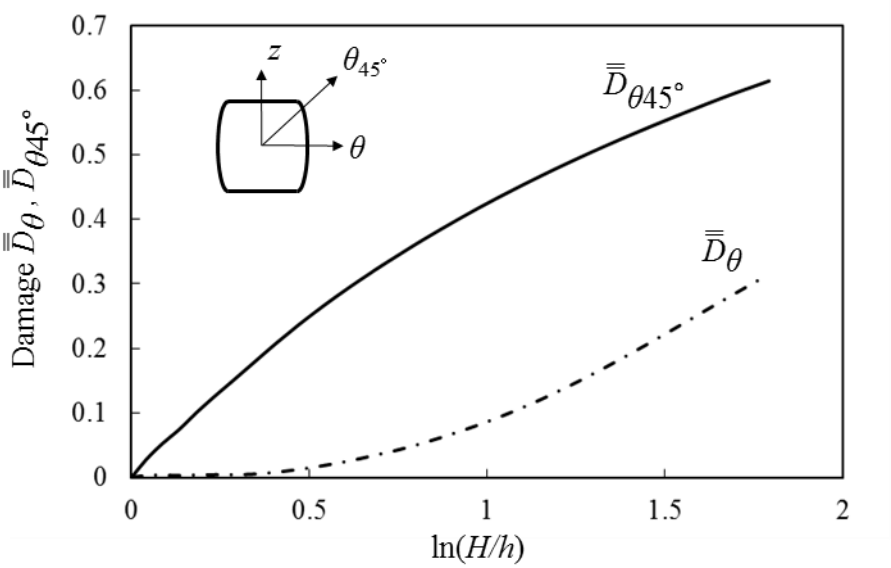


図 5.13　円錐タイプ金型の有限要素解析による損傷値の推移

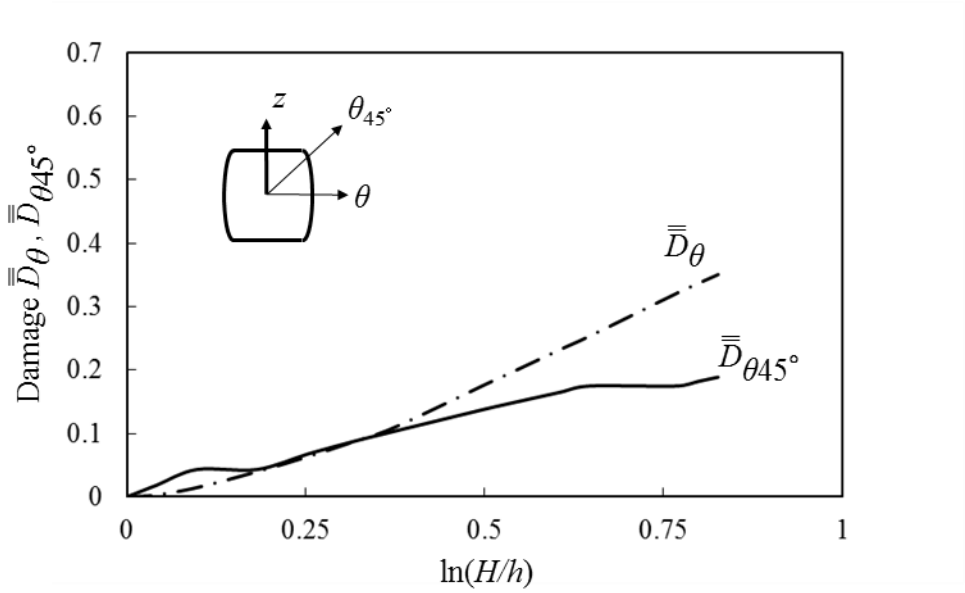


図 5.14　拘束端面タイプ金型の有限要素解析による損傷値の推移

5.3　IRF の解析条件と解析結果の考察

5.3.1　IRF の解析条件

5.1 節の IRF によるプーリーのフランジ外周側面部の斜め亀裂を予測するため，円柱圧縮試験で検証した異方損傷モデルを適用し，3 次元成形解析を実施した．

材料は SCr420H（JIS）であり，その化学成分は表 3.1 に同じである．690 ℃の球状化焼鈍後の材料から試料を削り出し，引張り試験にて計算で使用する変形抵抗値を算出した．加圧力，傾斜角度，回転速度の条件は，5.1 節で割れが発生した条件と同じとした．

有限要素解析モデルを**図 5.15** に示す．製品形状に従い，フランジ拡径率 d/d_0 が 2.8 になる時点で計算を終了した．要素の大きさは，フランジ成形部で約 2 mm とした．また，計算ステップは 2 °/step とした．

5.1 節で述べた潤滑方法の斜め亀裂の発生に及ぼす影響を評価するため，潤滑状態の良いリン酸亜鉛皮膜と塑性加工油の連続供給の場合，$\mu = 0.02$ とした．一方，潤滑状態の悪い塑性加工油無しの場合，$\mu = 0.3$ とした．この値については，フランジ部の金型と被加工材の接触部における被加工材の面積拡大率が 3 以上と大きく，また被加工材の同部位を 30 回以上成形するため，成形後の被加工材にはリン酸亜鉛皮膜が残っていないと考え，その状態のクーロン摩擦係数は，参考文献 [114]を参照して決定した．

5.3.2　異方損傷モデルによる解析結果

有限要素解析結果における Von-Mises の相当ひずみ分布を**図 5.16** に示す．プーリーのフランジ部は，均等なひずみの分布となっており，製品形状に成形できていることがわかる．

フランジ外周部の周方向で計算結果のばらつきがあることから，**図 5.17** のようにフランジ外周部の 30°ごとの 12 点の値を平均化して $\overline{\overline{D}}_{\theta}$ および $\overline{\overline{D}}_{\theta 45°}$ の回転数に対する推移を算出した．**図 5.18** は，$\mu = 0.02$ で計算した結果を，また，**図 5.19** は $\mu = 0.3$ で計算した結果を示す．両図ともに，d/d_0 の回転数に対する推移も併記した．d/d_0 が 2.8 となる成形完了時点の $\overline{\overline{D}}_{\theta 45°}$ の損傷値は，$\mu = 0.02$ で 0.97，$\mu = 0.3$ で 0.88 となった．5.2 節で議論した円錐タイプの金型の圧縮試験（図 5.5 および図 5.12）と同様に，いずれの潤滑状態においても，フランジ外周部における $\overline{\overline{D}}_{\theta}$ より $\overline{\overline{D}}_{\theta 45°}$ の損傷値が大きくなり，実際の部品と同様に，斜め亀裂のリスクが大きくなることが示された．

また，$\mu = 0.3$ の場合，$\mu = 0.02$ の場合より少ない回転数で目標の d/d_0 に達することがわかった．

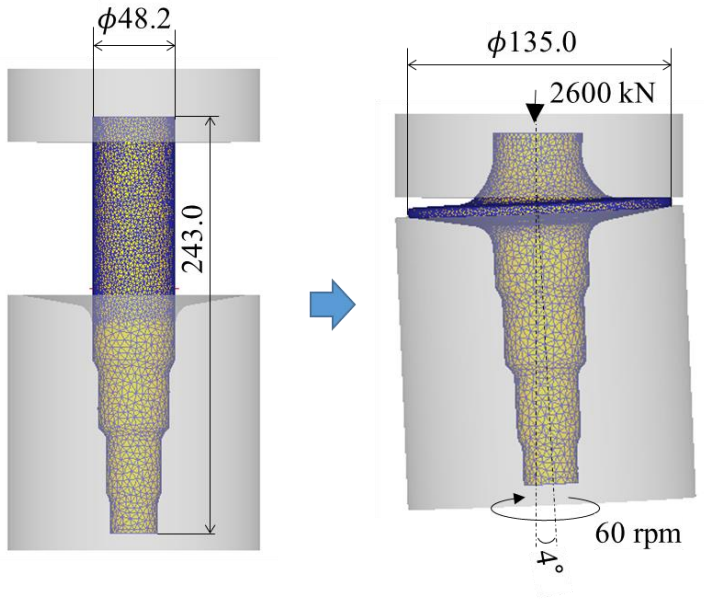


図 5.15　IRF の有限要素解析モデル

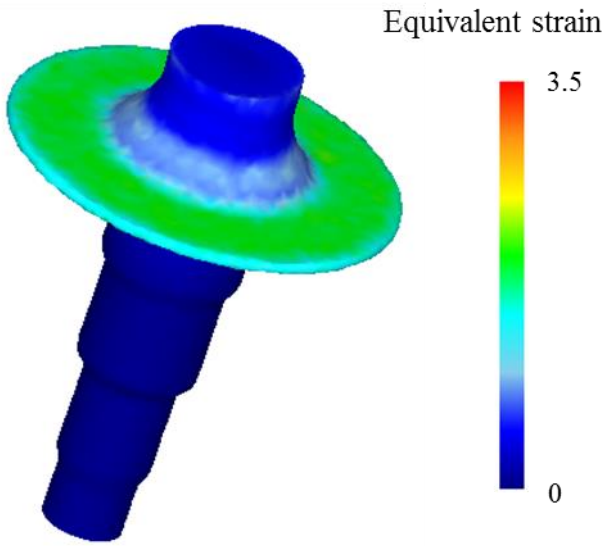


図 5.16　IRF の有限要素解析結果における相当ひずみの分布

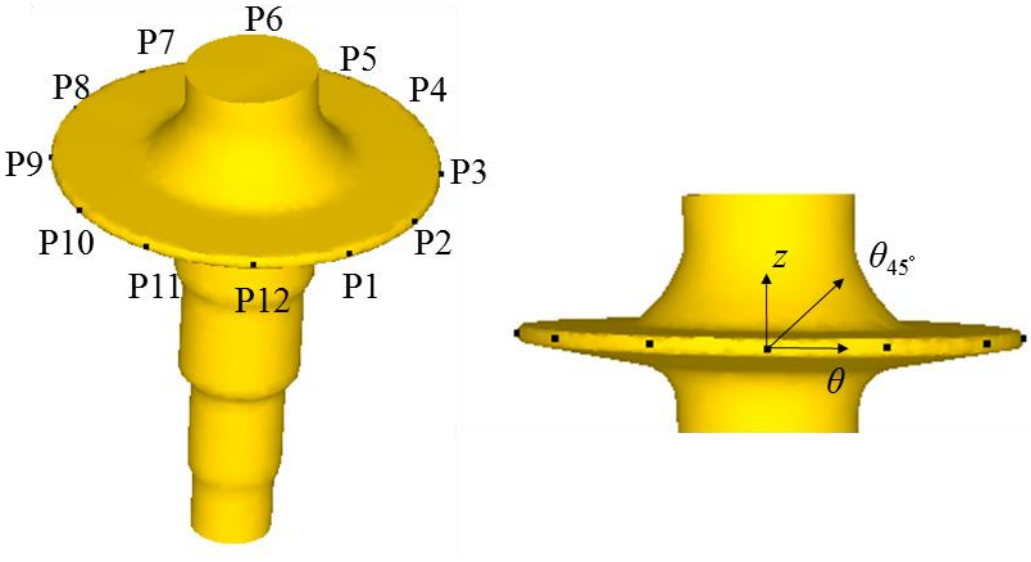


図 5.17　損傷値 $\bar{\bar{D}}_{\theta}$ と $\bar{\bar{D}}_{\theta 45°}$の測定点

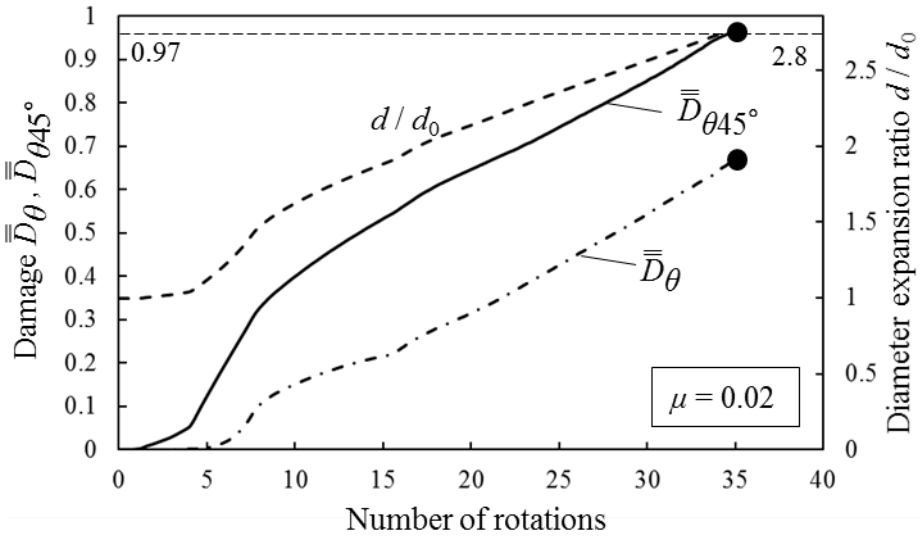


図 5.18　低摩擦係数（$\mu = 0.02$）の計算における損傷成分の推移

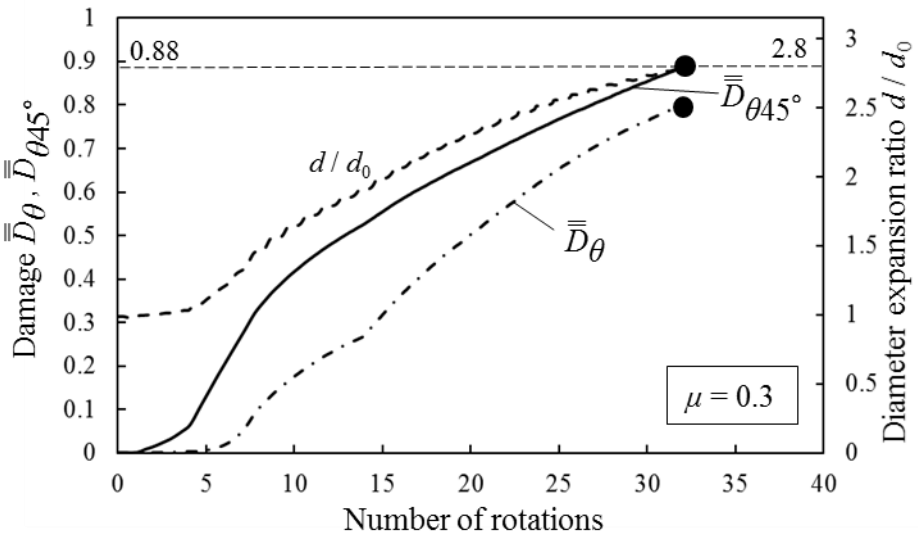


図 5.19　高摩擦係数（$\mu = 0.3$）の計算における損傷成分の推移

5.3.3　潤滑条件の違いに関する考察

延性破壊の予測においては，損傷値が破壊限界値に達すると延性破壊が発生すると考えられる．この破壊限界値は，材料の種類と熱処理条件によって異なり，一般的には引張試験によって決定される．その場合，複雑な形状に成形される実際の部品に適用の際に検証が必要である [3].

図 5.18 と図 5.19 との比較において $\bar{\bar{D}}_{\theta 45^\circ}$ の推移に大きな差はないが，加工終了時の値に差がある．すなわち，$\mu = 0.3$ の場合の方が，より小さな $\bar{\bar{D}}_{\theta 45^\circ}$ で加工が終了する．実際の実験では，潤滑状態を悪い条件に変更することによって，実際の部品の斜め亀裂の発生率が 100 %（9 回中 9 回発生）から 20 %（25 回中 5 回発生）へと減少した．図 5.18 および図 5.19 の結果から，$\bar{\bar{D}}_{\theta 45^\circ}$ の破断に対する限界値は 0.88 付近にあると推定される．

3 章において，式 (2.63) における各成分で損傷が発達し，各成分のいずれかの最大値（主値）が破壊限界値に達すると，その損傷の方向と垂直な方向に亀裂が発生するという異方損傷モデルを提案し，その検証を行った．また，延性破壊の限界値は，その部位の応力三軸度に依存することを確認した．今回の IRF の実験においては，縦亀裂が発生していないため，θ 方向の破壊限界値は明確ではないが，例えば，この材料の破断に対する限界値は等方的であると仮定すれば，$\bar{\bar{D}}_{\theta}$ よりも $\bar{\bar{D}}_{\theta 45^\circ}$ の方が先に限界値に達し，斜め亀裂が発生することが予測されうる．

さて，潤滑条件の違いにより，目標の d/d_0 に到達する回転数に差が生じた．実際の実験においても，潤滑状態の悪い条件の方が，平均で 7 回転ほど少ない回転数で成形を完了した．$\mu = 0.02$ および $\mu = 0.3$ の場合のフランジ先端部の任意の点における主応力 $\sigma_{\max}$ の推移を，それぞれ**図 5.20** および **5.21** に示す．$\sigma_{\max}$ の振幅の最大値は，円周方向垂直応力 $\sigma_{\theta\theta}$ が支配的であり，フランジ部の加圧のタイミングで振幅の最大値が大きくなる．$\mu = 0.3$ の場合では，$\sigma_{\max}$，つまり $\sigma_{\theta\theta}$ の推移が $\mu = 0.02$ の場合より大きい．すなわち，$\mu = 0.02$ の場合よりも早い段階でフランジ径が大きくなったことがわかる．

半径方向の垂直ひずみ ε_{rr} の分布を**図 5.22** に示す．$\mu = 0.3$ の場合では，半径方向の材料流動が金型の表面で停留し，フランジ外周部の $\sigma_{\theta\theta}$ が大きくなり，より早く拡径が進行した．以上より，潤滑条件の違いにより材料流動に差が生じ，その結果成形が完了するまでの回転数に差が生じたと考えられる．

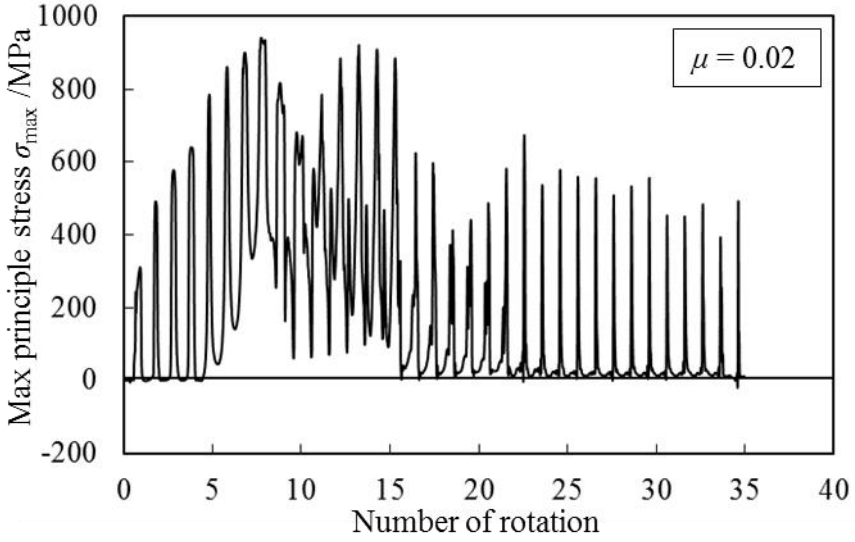


図 5.20　低摩擦係数（$\mu = 0.02$）の計算における最大主応力の推移

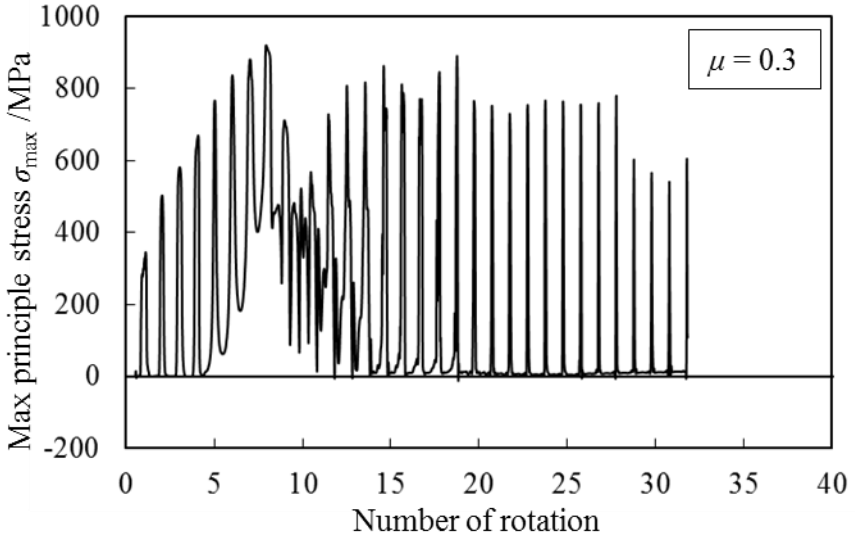


図 5.21　高摩擦係数（$\mu = 0.3$）の計算における損傷成分の推移

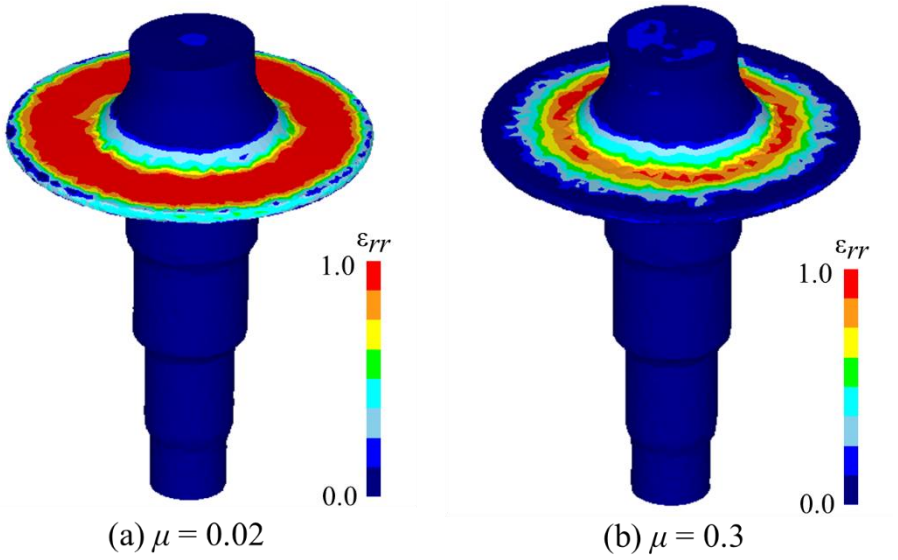


図 5.22　半径方向のひずみ分布の比較

5.3.4　等方損傷モデルとの違いに関する考察

本研究で提案した異方損傷モデルとの比較のため，等方損傷モデルである Normalized Cockcroft & Latham の式 (2.18) による損傷値 D_{CL} を計算した．

図 5.23 は，その推移を示す．d/d_0 が 2.8 となる成形完了時点の位置を黒点で示す．図 5.4 のような実部品の実験結果とは異なり，$\mu = 0.3$ の場合の方が，$\mu = 0.02$ の場合より D_{CL} が大きいという結果となった．この理由について，以下に考察する．

式 (2.18) より，D_{CL} の発展に対しては最大主応力 σ_{max} が支配的である．フランジ外周部の最大主応力方向は θ 方向であり，フランジ外周部の θ 方向の応力は図 5.22 のような材料流動の違いの影響を受ける．

図 5.20 と図 5.21 の比較から，σ_{max} の最大値の推移は $\mu = 0.3$ の場合の方が大きいため，D_{CL} がより大きく見積もられた．すなわち，摩擦係数の差が IRF のフランジ外周側面の σ_{max} に影響を及ぼし，その結果，式 (2.18) の損傷値に差が生じた．

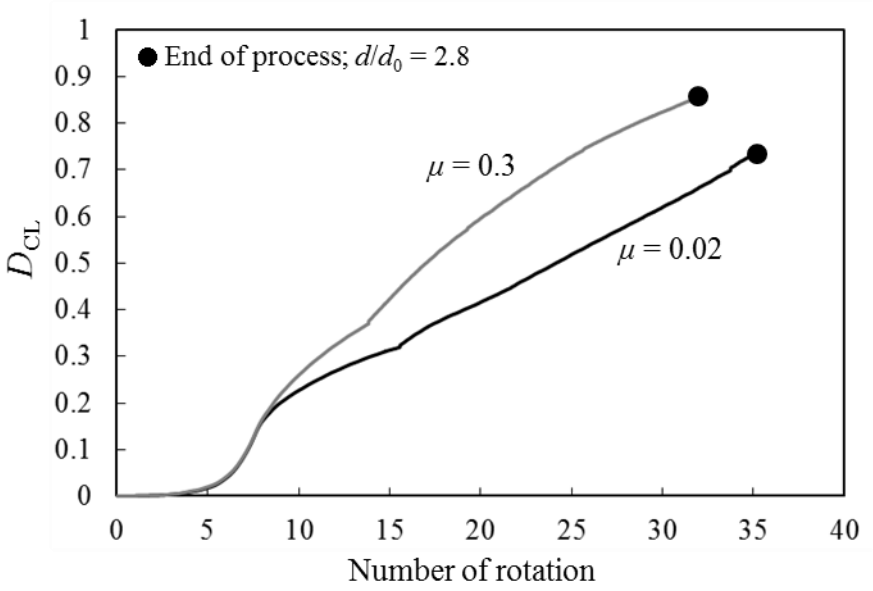


図 5.23　破断部位における D_{CL} の推移の比較

以上より，D_{CL} のような最大主応力を基とした等方的な延性破壊の損傷モデルでは，延性破壊に及ぼす潤滑条件の違いを正しく予測できないことがわかった．なお，等方的な延性破壊予測モデルでは，本質的に亀裂の方向についての情報を有していない．

一方，著者らの提案した異方性を考慮した延性破壊予測モデルを冷間鍛造で比較的大きな変形を伴うフランジ成形加工に適用することで，亀裂の発生する潤滑条件と外周側面部の亀裂の方向性を適切に予測することができた.

5.4　主せん断方向を考慮した異方損傷モデル

前節では，IRF で発生したプーリーの斜め亀裂に対し，亀裂を開口させる方向（亀裂方向に対して直交する方向）の損傷値の方向について検証を行った．実際の設計現場では，対象鍛造部品の試作の前に，部品の損傷の位置，大きさ，方向を予測し，対策を講じるのが理想である．そのような活用を見据えた場合，4 章の中空シャフト部品のような損傷値の主値を表現し，損傷の方向性が最大となる値を得ることが望ましい．本節では，IRF の斜め亀裂を対象に，垂直方向の主値に加えて，主せん断方向を考慮した計算手法を提案する．

式 (2.63) および式 (2.72)，(2.73) を用いて斜め亀裂を考察するためには，垂直方向の主値に加えて，主せん断方向を考察に加える必要がある．損傷の方向性は応力の方向性に即すると考え，主せん断方向の計算式は，モールの応力円の考え方を参考とした．式 (2.61) の損傷エネルギーの考え方では，応力，ひずみ速度がともに負の場合，掛け合わされると損傷値は正となる．**図 5.24** のような円柱圧縮の側面部の損傷状態を考えた場合，加圧方向の応力は負であるが，損傷値としては正となる．つまり，図 5.24 の右図のように，垂直方向の主値の最小値が引張りと圧縮の方向性を持たず，スカラーのエネルギー値として評価されてしまい，常に正の値となる．そのため，垂直方向の主値から計算される主せん断方向の損傷値が小さく見積もられてしまう．そこで，式(5.1)のような主せん断方向を考慮した変数 $\tilde{D}_{ij}$ を定義する．ここで，係数 C_{ij} は，対応する応力テンソル σ_{ij} が負であれば -1，応力テンソルが正であれば 1 となる．つまり，損傷値はエネルギーのスカラー値であるが，方向性は応力の方向に即するというモデルである．$\tilde{D}_{nmax}$ $\tilde{D}_{nmin}$ は式（5.1）で算出した $\tilde{D}_{ij}$ の垂直方向の最大主値と最小主値である．この $\tilde{D}_{nmax}$ $\tilde{D}_{nmin}$ を用いて，式 (5.2) により主せん断方向の損傷値 $\tilde{D}_{smax}$ を計算する．

$$\tilde{D}_{ij} = C_{ij}\bar{\bar{D}}_{ij} \qquad \text{no sum on } i \text{ and } j \tag{5.1}$$

$$\tilde{D}_{smax} = \frac{1}{2}\left(\tilde{D}_{nmax} - \tilde{D}_{nmin}\right) \tag{5.2}$$

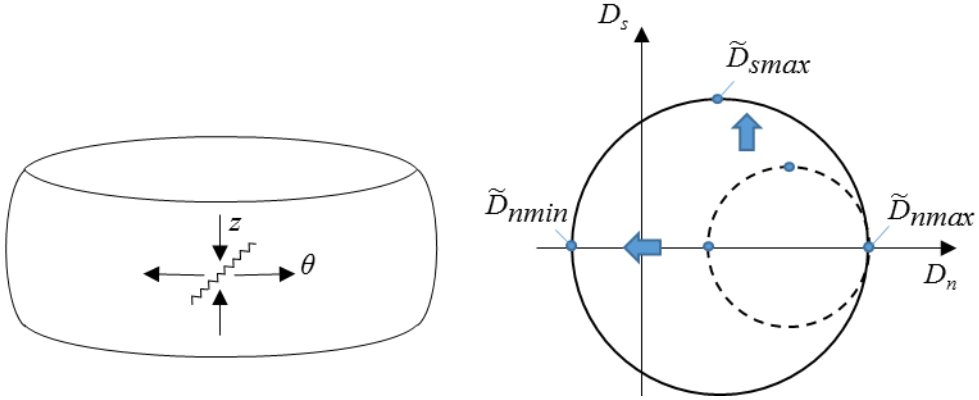


図 5.24　異方損傷における主せん断方向の損傷値の表現

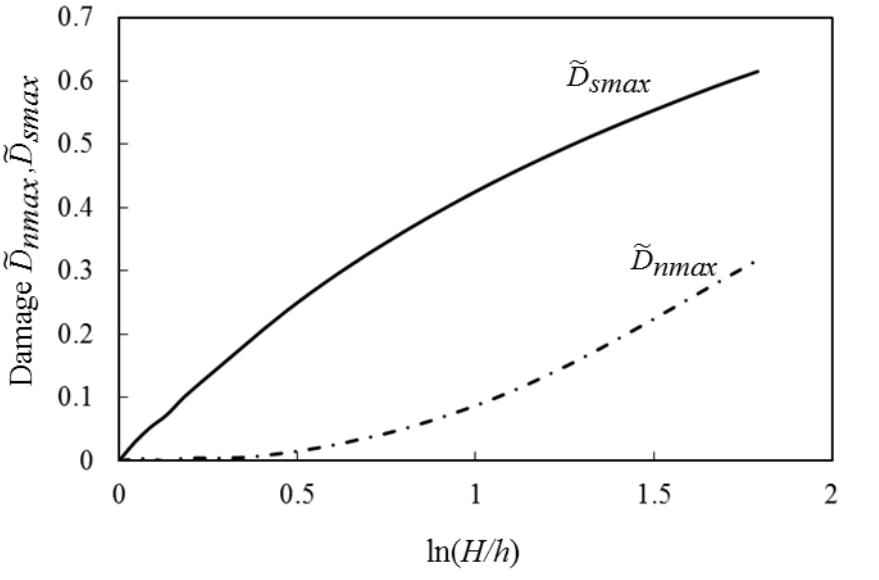


図 5.25　円錐タイプ金型の有限要素解析による損傷値$\tilde{D}_{nmax}$,$\tilde{D}_{smax}$の推移

この計算手法を，5.2 節の円錐タイプ金型の圧縮試験の有限要素解析に適用した結果を**図 5.25** に示す．主せん断方向の損傷値 $\widetilde{D}_{smax}$ は**図** 5.12 の $D_{\theta 45^\circ}$ の推移と一致した．また $\widetilde{D}_{nmax}$ は D_θ と一致した．以上より，次式のように垂直方向に加えて主せん断方向の損傷も考慮した異方損傷モデルが構築された．

式 (5.1) および (5.2) を，DEFORM3D のユーザーサブルーチン機能にて有限要素ソフトウェアに組み込み，5.3 節と同様の解析を行った．**図 5.26** は，斜め亀裂が発生したフランジ外周部の$\widetilde{D}_{smax}$の推移を示す．フランジ外周部の周方向で計算結果のばらつきがあることから，図 5.16 と同様に，フランジ外周部の 30°ごとの 12 点の値を平均化した．5.3 節の結果と同じく，$\mu = 0.02$ の計算結果の方が $\mu = 0.3$ より$\widetilde{D}_{smax}$ が大きくなり，縦亀裂よりも斜め亀裂の発生リスクが大きくなることが示された．**図** 5.18 と**図** 5.19 の結果と比較した場合，$\mu = 0.02$ と $\mu = 0.3$ の計算結果の差が大きくなった．フランジ外周部の損傷値の主方向が必ずしも**図** 5.17 における 0°と 45°方向とは限らないため，差が大きくなったと推測する．

また，$\mu = 0.02$ における $\widetilde{D}_{smax}$ と $\widetilde{D}_{nmax}$ の比較を**図 5.27** に示す．$\widetilde{D}_{nmax}$ はフランジ外周部における図 5.20 の応力の変動の影響を受け，$\widetilde{D}_{nmax}$ の変動も大きくなったが，斜め亀裂のリスクを表す $\widetilde{D}_{smax}$ の方が，縦亀裂のリスクを表す $\widetilde{D}_{nmax}$ より大きくなった．

垂直方向だけでなく，主せん断方向の異方性を考慮した延性破壊予測モデルを適用することで，5.3 節と同様に，亀裂の発生する潤滑条件と外周側面部の亀裂の方向性を適切に予測できることができた．

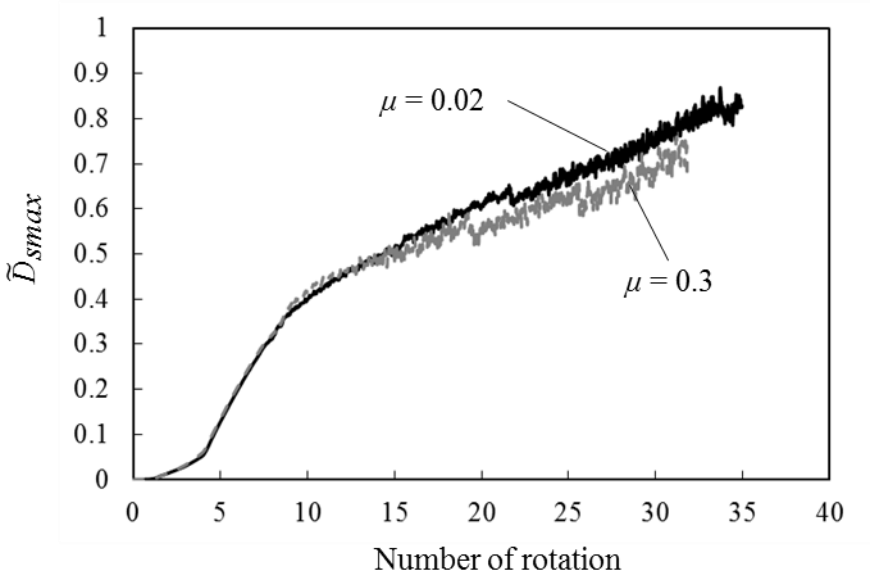


図 5.26　破断部位における $\tilde{D}_{smax}$の推移の比較

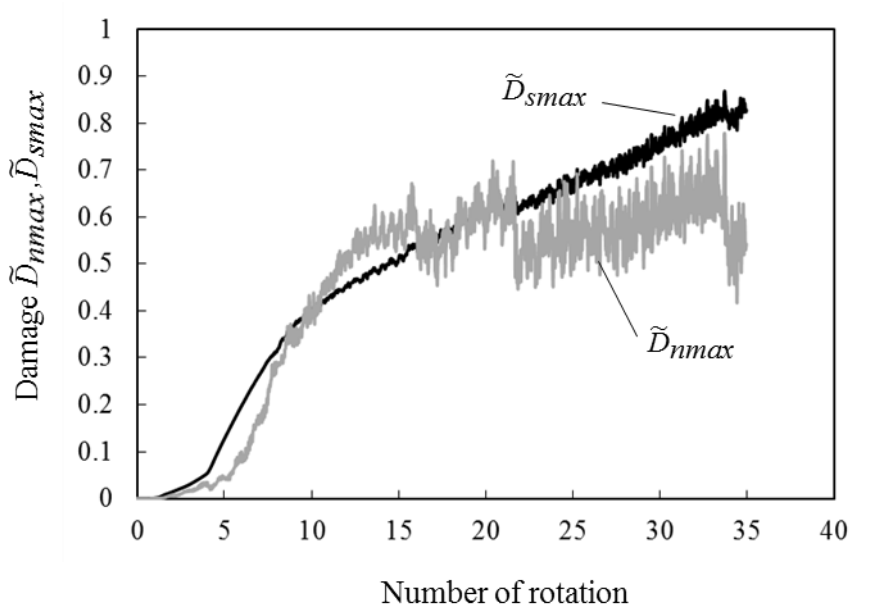


図 5.27　低摩擦係数（$\mu = 0.02$）の計算における$\tilde{D}_{nmax}$,$\tilde{D}_{smax}$の推移の比較

第 6 章　結　論

6.1　本研究のまとめ

近年，薄肉，中空などの部品の軽量化ニーズに伴い，鍛造被加工材に負荷される塑性変形量が複雑化され，欠陥の予測が難しくなってきている．一方，環境エネルギー問題や，コスト削減要求から，熱間鍛造から冷間鍛造へシフトしていく部品も増えていくと推測される．冷間鍛造の試作品のトライ&エラーを回避するため，冷間鍛造における延性破壊の予測に対する重要性は，今後も増していくと考えられる．本研究では，冷間鍛造における延性破壊を題材に，その予測精度を上げることを目的とし，異方損傷モデルを提案し，適用を行った．

1 章では，これまで研究された延性破壊予測モデルとして，損傷と変形の連成型モデルと非連成型モデルの概略を整理した．過去の研究では，有用性のある非連成型延性破壊予測モデルに異方損傷モデルを組み合わせた事例はなく，本研究の位置付けを明確にした．

2 章では，実部品の延性破壊予測の基礎となる有限要素解析手法について述べ，過去の延性破壊予測モデルを説明した．また，これらの知見を活かし，Normraized Cockcroft & Latham の延性破壊予測式を基礎とした，異方性を考慮した新しい延性破壊の損傷モデルを提案した．

3 章では，冷間鍛造で使用される SCr420H と S48C の材料を対象に引張試験を実施し，2 章で提案した異方性を考慮した延性破壊の損傷モデルの妥当性を評価した．引張りのみの比例負荷だけでなく，圧縮後に引張りを加えた場合の非比例負荷における破壊限界値の低下を明らかにすることができた．また，破壊限界値は，被加工材の破壊部位の応力三軸度によって整理した．

4 章では，実際の中空シャフトの冷間鍛造部品を例にとり，複雑な材料流動の場合，従来の等方的な延性破壊の損傷モデルでは，延性破壊の位置を正しく再現できないことがあるため，異方性を考慮した延性破壊の損傷モデルを適用し，その妥当性を検討した．また，損傷と変形を連成させた連成型モデルと連成させない非連成型モデルとの比較を行い，損傷の分布に差異がないことから，市販ソフトへの拡張性が高い非連成型モデルの有用性を示唆することができた．

5 章では，軸肥大加工のような大きな変形を伴うフランジ成形の冷間加工において発生する外周側面部の斜め亀裂の発生について，提案した異方性を考慮した延性破壊の損傷モデルを用いた予測の可否を検討した．従来の等方的な延性破壊の損傷モデルでは，延性破壊の亀裂の方向性を正しく予測できないことがあるため，本手法の有用性を示すことができた．

得られた結論は以下の通りである．

(1) 異方性を考慮した新しい延性破壊の損傷モデルを提案し，損傷量を応力テンソルおよびひずみテンソル増分の積で表現した．引張試験で延性破壊の限界値を検証し，損傷モデルの有効性を確認した．

(2) 中空シャフト部品の押出し成形において，実部品の延性破壊の発生位置と損傷モデルによる損傷値の数値が高い位置を一致させることができた．

(3) 提案した損傷値の主値を破壊限界値とすることで，被加工材の熱処理の種類，硬さによって限界値に影響を及ぼすことがわかった．加工形態，材料の種類によって限界値を検証する必要があることを示した．

(4) 提案した異方損傷モデルを円柱圧縮試験の円柱側面の斜め亀裂，縦亀裂の損傷形態の例に適用し，その有用性を示した．損傷形態を再現するためには損傷値の方向性も考慮する必要があることを結論付けた．

(5) 提案した異方損傷モデルを軸肥大加工に適用して，フランジ成形部品におけるフランジ先端部の斜め亀裂を考察した．斜め亀裂の発生に対する潤滑条件の影響は，提案したモデルを使用することによって適切に予測することができた．

6.2 今後の課題と展望

本研究では，異方損傷モデルによる延性破壊の予測手法を提案した．材料の損傷の本質は異方性であるため，本手法は，これまでの等方性の延性破壊の予測手法で予測できなった活用範囲を補っていく一つの手法と考えられる．今後の課題としては以下が挙げられる．

(1) 破壊限界の限界値を決定するにあたり，文献 [96]を参照し，3.2.5 項のように，応力三軸度と破壊時の損傷値の主値の関係で整理を行った．また，4.3.2 項では実部品のような複雑な成形における破壊の限界値の検証を行った．引張試験で得られた破壊限界値のデータを実部品の設計現場でそのまま活用していくためには，データベースを充実化していくことが課題となる．本研究で検証した引張試験による応力三軸度の範囲だけでなく，せん断実験や圧縮実験も行い，応力三軸度がゼロや負の場合の破壊時の損傷値の主値の関係も整理し，拡充していく必要がある．また，円柱圧縮のような場合，マクロ的な応力三軸度は負であっても，延性破壊が発生している側面部の亀裂の直交方向に対しては，応力としては正となる．応力三軸度だけでなく，その応力方向に合わせた場合の破壊限界値の整理が必要と考えられる．

(2) 材料内部の損傷が発達するに従い，内部のボイドが生成，結合，発達し，延性破壊が発生する．本研究で提案した損傷モデル本研究で提案した異方損傷モデルは，損傷のエネルギーの蓄積により，延性破壊の破壊限界値を評価するものであり，ボイド発生後の材料挙動を精密にモデル化したものではない．4.4 節では，変形抵抗を有効応力の増大とみなし，等方的に応力が増大するモデルとして検証を行った．しかし，ボイド発生後に荷重負荷方向の変動があれば，ボイドの形状は円形を維持できなくなり，有効応力の増大は異方的になると考えられる．ボイド発生後から破断までの変形が非常に小さければ，影響の少ない範囲として見立てることも可能であるが，ボイドの観察と照らし合わせた立証が必要であると考えられる．

(3) 本研究で適用した二つの部品の実例では，実験前に焼鈍熱処理を行い，破壊の限界値が等方性である前提で評価を行った．実際には鋼材の圧延方向や偏析の分布の影響により，破壊の限界値に異方性がある場合も考えられる．木材や繊維強化樹脂には，材料の強度特性に異方性があり，破壊限界値にも異方性があると考えられる．破壊限界値の異方性と損傷の異方性を組み合わせた評価が今後の課題となる．

(4) 異方損傷モデルの適用工法の拡大が今後の課題である．例えば，棒材の切断や打抜きなどのせん断工法への適用が考えられる．有限要素解析において，要素の損傷値が限界値に達すると，その要素を消去することで，二つの被加工材に分離する手法が行われている．棒材のせん断を考えた場合，等方損傷モデルでは，主応力や平均応力が損傷値として支配的となるため，異方損傷モデルの損傷値より，破断部の軸方向の損傷値の高い分布が広くなると推測される．分布が広くなれば消去される要素が広くなり，被加工材の体積の減少に影響を受けるという課題が考えられる．

本研究で提案したような異方損傷モデルによる延性破壊予測の適用とその検証がさらに進展し，ますます複雑化していく鍛造加工への活用範囲の拡大に期待したい．

謝　辞

本研究は，私が 2018 年 4 月から静岡大学大学院自然科学系教育部 環境・エネルギーシステム専攻の後期 3 年博士課程に所属し，遂行された内容であります．終始丁寧なご指導ご鞭撻をいただいた早川邦夫教授に深く感謝を申し上げます．そして，本研究の論文を査読して頂いた島村佳伸教授，臼杵深准教授に御礼を申し上げます．また，大学での実験を援助していただいた早川研究室の学生の方々にも御礼を申し上げます．

また，私が社会人の身でありながら，大学進学への後押しをしていただいた会社上司のジヤトコ株式会社の中澤康一様，日産自動車株式会社の池田明彦様，松苗宏樹様にも感謝を致します．

本研究の遂行にあたり，中空シャフト部品成形の試作にご協力をいただいた日産自動車株式会社の藤川真一郎様，志賀則幸様，軸肥大成形の試作にご協力をいただいたジヤトコ株式会社の竹下達視様，古谷美佳様にも感謝を申し上げます．

最後に，研究と仕事の両面を支えていただいた家族と，いつも応援してくださる両親に感謝を致します．

参考文献

[1] 工藤英明ほか, 鍛造-目指すはネットシェイプ-, コロナ社, 1995.

[2] 中島將木, 新井慎二, 近藤一義, 分流法による精密鍛造の実用化, 塑性と加工, 50-587, 2009, 1086-1090.

[3] 石川孝司, 冷間鍛造における材料の割れ予測, 塑性と加工, 53-620, 2012, 790-794.

[4] 池田実, 伊藤克浩, 密度の減少・回復を利用した押出し成形品の内部割れの評価, 第 29 回塑性加工春季講演会論文集, 1998, 129-130.

[5] 村井映介, 森満帆, 中山省二, 近藤靖之, 深穴の張力負荷押出し加工, 第 65 回塑性加工春季講演会論文集, 2016, 119-120.

[6] 橋本和弥, 藤松威史, 中島將木, 新井慎二, 第 62 回塑性加工春季講演会論文集, 2011, 69-70.

[7] Besson, J., Continuum Models of Ductile Fracture: A Review, International Journal of Damage Mechanics, 19-1, 2010, 3-52.

[8] 村上澄男, 連続体損傷力学, 森北出版株式会社, 2008.

[9] Murakami, S., Continuum Damage Mechanics, Springer, 2012.

[10] Pineau, A. Benzerga, A. A. and Pardoen, T., Failure of metals I: Brittle and ductile fracture, Acta Materialia, 107, 2016, 424-483.

[11] Cockcroft, M. G. and Latham, D. J., Ductility and workability of metals, Journal of the Institute of Metals, 96, 1968, 33-39.

[12] Oh, S. I., Chen, C. C. and Kobayashi, S., Ductile fracture in axisymmetric extrusion and drawing-part 2: Workability in extrusion and drawing. Journal of Engineering for Industry, 101-1, 1979, 36–44.

[13] Tria, D. E. and Trebinski, R., On the Influence of Fracture Criterion on Perforation of High-Strength Steel Plates Subjected to Armour Piercing Projectile, The Journal of Committee on Machine Building of Polish Academy of Sciences, 62, 2015, 157-179.

[14] Gouveia, B. P. P. A., Rodrigues, J. M. C. and Martins, P. A. F., Fracture predicting in bulk metal forming, Int. J. Mech. Sci., 38-4, 1996, 361-372.

[15] Atkins, A. G., Fracture in Forming, Journal of Materials Processing Technology, 56-1-4, 1996, 609-618.

[16] Lee, JY., Steglichb, D. and Lee, MG., Fracture prediction based on a two-surface plasticity law for the anisotropic magnesium alloys AZ31 and ZE10, International Journal of Plasticity, 105, 2018, 1-23.

[17] Ko, DC. and Kim, BM., The prediction of central burst defects in extrusion and wire drawing, Journal of Materials Processing Technology, 102-1-3, 2000, 19-24.

[18] Holmen, J. K., Daehli, L. E. B., Hopperstad, O. S. and Borvik, T., Prediction of ductile failure using a

phenomenological model caribrated from micromechanical simulations, Procedia Structural Integrity, 2, 2016, 2543-2549.

[19] Lee, R. S., Chiu, H. Y., Chen, Y. J., Lo, Y. C. and Wang, C. C., Evaluation of Facture Criteria Considering Complex Loading Paths in Cobalt Alloy Tube Hydroforming, Materials Transactions, 53-5, 2012, 807-811.

[20] McAllen, P. and Phelan, P., A method for the prediction of ductile fracture by central bursts in axisymmetric extrusion, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 219-3, 2005, 237-250.

[21] Ran, JQ. and Fu, MW., Applicability of the uncoupled ductile fracture criteria in micro-scaled plastic deformation, International Journal of Damage Mechanics, 25-3, 2016, 289-314.

[22] Gonzalez, A. A., Celentano, D. J. and Cruchaga, M. A., Assessment of ductile failure models in single-pass wire drawing processes, International Journal of Damage Mechanics, 27-9, 2017, 1291-1306.

[23] Zhuang, X., Meng, Y. and Zhao, Z., Evaluation of prediction error resulting from using average state variables in the calibration of ductile fracture criterion, International Journal of Damage Mechanics, 27-8, 2017, 1131–1155.

[24] Haddi, A., Imad, A. and Vega, G., The influence of the drawing parameters and temperature rise on the prediction of chevron crack formation in wire drawing, International Journal of Fracture, 176-2, 2012, 171-180.

[25] 石川孝司, 高柳聡科, 吉田佳典, 湯川伸樹, 伊藤克浩, 池田実, 冷間多段押し出し成形における内部欠陥の予測, 塑性と加工 42-488, 2001, 79-83.

[26] 高田賢治, 佐藤健太郎, 麻寧緒, 異方性のひずみ依存モデルと延性破壊条件式を用いた高強度鋼板の破断予測, 自動車技術会論文集, 44-2, 2013, 739-743.

[27] 宅田裕彦, 蟹江智文, 磯貝栄志, 吉田亨, 延性破壊条件式を用いた高張力鋼板の成形限界予測, 鉄と鋼, 91-6, 2005, 553-559.

[28] Martins, P. A. F., Bay, N., Tekkaya, A. E. and Atkins, A. G., Characterization of fracture loci inmetal forming, International Journal of Mechanical Sciences, 83, 2014, 112-123.

[29] 田中徹, 萩原世也, 只野裕一, 稲田拓真, 森孝信, 渕脇健二, 有限要素法を用いた打ち抜き加工における切断面の延性判定における考察, 塑性と加工, 52-609, 2011, 1104-1108.

[30] Lee, Y. S., Yi, H. K., Tyne, C. J. V. and Moon, Y. H., Failure criterion for aluminium tubes during warm hydroforming and in crash applications, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 225-3, 2011, 357-386.

[31] Myint, P. W., Hagihara, S., Tanaka, T., Taketomi, S. and Tadano, Y., Determination of the Values of Critical Ductile Fracture Criteria to Predict Fracture Initiation in Punching Processes, J. Manuf. Mater. Process., 1-12, 2017,

1-13.

[32] Depriester, D. and Massoni, E., On the damage criteria and their critical values for flowforming of ELI grade Ti64, Key Engineering Materials, 622-623, 2014, 1221-1227.

[33] Stebunov, S., Vlasov, A., Biba, N., Prediction of fracture in cold forging with modified Cockcroft-Latham criterion, Procedia Manufacturing, 15, 2018, 519-526.

[34] Quan, Gz., Luo, Gc., Mao, A., Liang, Jt. and Wu, Ds., Evaluation of Varying Ductile Fracture Criteria for 42CrMo Steel by Compressions at Different Temperatures and Strain Rates, The Scientific World Journal, 2014, 1-10.

[35] Xue, Y., Zhang, Z. M. and Wu, Y. J., Study on Critical Damage Factor and the Constitutive Model Including Dynamic Recrystallization Softening of AZ80 Magnesium Alloy, Science of Sintering, 45-2, 2013, 199-208.

[36] Yin, Q., Soyarslan C., Isik, K. and Tekkaya, A. E., A grooved in-plane torsion test for the investigation of shear fracture in sheet materials, International Journal of Solids and Structures, 66, 2015, 121-132.

[37] Bai, Y. and Wierzbicki, T., A comparative study of three groups of ductile fracture loci in the 3D space, Engineering Fracture Mechanics, 135, 2015, 147-167.

[38] Trebacz, L., Szeliga, D. and Pietrzyk, M., Sensitivity analysis of quantitative fracture criterion based on the results of the SICO test, Journal of Materials Processing Technology, 177-1-3, 2006, 296-299.

[39] McClintock, F., Kaplan, S. and Berg, C., Ductile fracture by hole growth in shear bands, International Journal of Fracture Mechanics, 2, 1966, 614-627.

[40] McClintock, F., A Criterion for Ductile Fracture by the Growth of Holes, J. Appl. Mech., 35-2, 1968, 363-371.

[41] Christiansen, P., Nielsen, CV., Bay, N. and Martins, PAF., Internal shear cracking in bulk metal forming, Proc IMechE Part L: J Materials: Design and Applications, 233-4, 2019, 541-545.

[42] Rice, J. R. and Tracey, D. M., On the Ductile Enlargement of Voids in Triaxial Stress Fields, J. Mech. Phys. solids, 17-3, 1969, 201-217.

[43] Mirone, G., Approximate Model of the Necking Behaviour and Application to the Void Growth Prediction, International Journal of DAMAGE MECHANICS, 13-3, 2004, 241-261.

[44] Maire, E., Bordreuil, C., Babout, L. and Boyer, JC., Damage initiation and growth in metals. Comparison between modelling and tomography experiments, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 53-11, 2005, 2411-2434.

[45] Gonzalez, A. A., Celentano, D. J., Cruchaga, M. A., Assessment of ductile failure models in single-pass wire drawing processes, International Journal of DAMAGE MECHANICS, 27-9, 2017, 1291-1306.

[46] 大矢根守哉，延性破壊の条件式について, J. Jpn. Soc. Mech. Eng., 75-639, 1972, 596-601.

[47] Zhang, Z., Kong, X., Mirzai, M. A. and Manabe, K., Determination of Material Constants in Ductile Fracture Criterion for Tubular Materials with Conical Flaring Test, Steel Research International, 88-5, 2017, 1-8.

[48] 小坂田宏造, 綿谷晶廣, 関口秀夫, 冷間塑性加工条件における炭素鋼の延性破壊（第1報, 高圧下引張りおよびねじり試験）, Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng., 43-368, 1977, 1251-1258.

[49] 小坂田宏造, 綿谷晶廣, 関口秀夫, 冷間塑性加工条件における炭素鋼の延性破壊（第2報, 金属組織の影響）, Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng., 43-376, 1977, 4463-4473.

[50] 小坂田宏造, 越島次郎, 関口秀夫, 冷間塑性加工条件における炭素鋼の延性破壊（第3報, 変形方法と変形履歴の影響）, Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng., 46-407, 1980, 844-851.

[51] Gurson, A. L., Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth: Part I—Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media, Journal of Engineering Materials and Technology, 99-1, 1977, 2-15.

[52] Tvergaard, V., Influence of voids on shear band instabilities under plane strain conditions, International Journal of Fracture, 17-4, 1981, 389-407.

[53] Tvergaard, V., Needleman, A., Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar, Acta Metallurgica, 32-1, 1984, 157-169.

[54] Chu, C. C. & Needleman, A., Void Nucleation Effects in Biaxially Stretched Sheets, J. Eng. Mater. Technol. Trans. ASME, 102-3, 1980, 249-256.

[55] 吉田佳典, 湯川伸樹, 石川孝司, 細野定一, 村瀬道徳, 延性破壊を考慮した剛塑性FEMによるせん断加工の変形解析, 塑性と加工, 44-510, 2003, 735-739.

[56] 吉田佳典, 村瀬泰章, 湯川伸樹, 石川孝司, せん断加工の変形解析における空孔生成臨界ひずみモデルの導入, 塑性と加工, 46-532, 2005, 392-396.

[57] Zhang, WW., Wang, XS., Cui, XL. and Yuan, SJ., Analysis of corner filling behavior during tube hydro-forming of rectangular section based on Gurson–Tvergaard–Needleman ductile damage model, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 229-9, 2015, 1566-1574.

[58] Komori, K., Simulation of shearing by node separation method, Comput. Struct., 79-2, 2001, 197-207.

[59] Kachanov, L. M., On ruputure time under condition of creep , Izvestia Akademi Nauk SSSR, Otd. Tekhn. Nauk, 8, 1958, 26-31. (in Russian)

[60] Lemaitre, J., A continuous damage mechanics model for ductile fracture, Journal of Engineering Materials and Technology, Trans. ASME, 107-1, 1985, 83-89.

[61] Chow, C. L. and Wang, J., Crack propagation in mixed-mode ductile fracture with continuum damage mechanics, Journal of Mechanical Engineering Science, 203-3, 1989, 189-199.

[62] Chow, C. L. and Lu, T. J., An Analytical and Experimental Study of Mixed-Mode Ductile Fracture under Nonproportional Loading, International Journal of Damage Mechanics, 1-22, 1992, 191-236.

[63] Chow, C. L. and Lu, T. J., Analysis of Failure Properties and Strength of Structural Adhesive Joints with Damage Mechanics, International Journal of Damage Mechanics, 1-4, 1992, 404-434.

[64] Chow, C. L. and Chen, X. F., An endochronic damage model for three-dimensional ductile failure analysis of double-edge notched thick-tension specimens, Journal of Mechanical Engineering Science, 212-1, 1998, 25-34.

[65] Chow, C. L. and Yang, X. J., Prediction of the forming limit diagram on the basis of the damage criterion under non-proportional loading, Journal of Mechanical Engineering Science, 215-4, 2001, 405-414.

[66] Wei, Y. and Chow, C. L., A Damage-Coupled TMF Constitutive Model for Solder Alloy, International Journal of Damage Mechanics, 10-2, 2001, 133-152.

[67] Chow, C. L. and Yang, X. J. A Generalized Mixed Isotropic-kinematic Hardening Plastic Model Coupled with Anisotropic Damage for Sheet Metal Forming, International Journal of Damage Mechanics, 13-1, 2004, 81-101.

[68] Chow, C. L. and Jie, M., A Damage-coupled Criterion of Localized Necking Based on Acoustic Tensor, International Journal of Damage Mechanics, 16-3, 2007, 265-281.

[69] Chow, C. L.and Jie, M., Anisotropic Damage-coupled Sheet Metal Forming Limit Analysis, International Journal of Damage Mechanics, 18-4, 2009, 371-392.

[70] Chow, C. L., Mao, J. and Shen, J., Nonlocal Damage Gradient Model for Fracture Characterization of Aluminum Alloy, International Journal of Damage Mechanics, 20-7, 2011, 1073-1093.

[71] Chaboche, J. -L., Damage Induced Anisotropy: On the Difficulties Associated with the Active/Passive Unilateral Condition, International Journal of Damage Mechanics, 1-2, 1992, 149-171.

[72] Chaboche, J. -L., Development of Continuum Damage Mechanics for Elastic Solids Sustaining Anisotropic and Unilateral Damage, International Journal of Damage Mechanics, 2-4, 1993, 311- 329.

[73] Saanouni, K., Forster, CH. and Hatira, F. Ben, On the Anelastic Flow with Damage, International Journal of Damage Mechanics, 3-2, 1994, 140-169.

[74] Saanouni, K., Nesnas, K. and Hammi, Y., Damage Modeling in Metal Forming Processes, International Journal of Damage Mechanics, 9-3, 2000, 196-240.

[75] Nesnas, K. and Saanouni, K., Integral Formulation of Coupled Damage and Viscoplastic Constitutive Equations: Formulation and Computational Issues, International Journal of Damage Mechanics, 11-4, 2002, 367-397.

[76] Lestriez, P., Saanouni, K., Mariage, J. F. and Cherouat, A., Numerical Prediction of Ductile Damage in Metal Forming Processes Including Thermal Effects, International Journal of Damage Mechanics, 13-1, 2004, 59-80.

[77] Sornin, D. and Saanouni, K., About Elastoplastic Nonlocal Formulations with Damage Gradients, International Journal of Damage Mechanics, 20-6, 2011, 845-875.

[78] Saanouni, K., Lestriez, P. and Labergere, C., 2D Adaptive FE Simulations in Finite Thermo-Elasto-Viscoplasticity with Ductile Damage: Application to Orthogonal Metal Cutting by Chip Formation and Breaking, International Journal of Damage Mechanics, 20-1, 2011, 23-61.

[79] Rajhi, W., Saanouni, K. and Sidhom, H., Anisotropic ductile damage fully coupled with anisotropic plastic flow: Modeling, experimental validation, and application to metal forming simulation, International Journal of Damage Mechanics, 23-8, 2014, 1211-1256.

[80] Ghozzi, Y., Labergere, C., Saanouni, K. and Parrico, A., Modelling and numerical simulation of thick sheet double slitting process using continuum damage mechanics, International Journal of Damage Mechanics, 23-8, 2014, 1150-1167.

[81] Yue, ZM., Soyarslan, C., Badreddine, H., Saanouni, K. and Tekkaya, AE., Identification of fully coupled anisotropic plasticity and damage constitutive equations using a hybrid experimental-numerical methodology, International Journal of Damage Mechanics, 24-5, 2015, 683-710.

[82] Badreddine, H., Labergère, C. and Saanouni, K., Ductile damage prediction in sheet and bulk metal forming, Computational simulation of manufacturing processes, 344-4-5, 2016, 296-318.

[83] Badreddine, H. and Saanouni, K., On the full coupling of plastic anisotropy and anisotropic ductile damage under finite strains, International Journal of Damage Mechanics, 26-7, 2017, 1080-1123.

[84] Hammi, Y., Bammann, D. J. and Horstemeyer, M. F., Modeling of Anisotropic Damage for Ductile Materials in Metal Forming Processes, International Journal of Damage Mechanics, 13-2, 2004, 123-146.

[85] Desmorat, R., Gatuingt, F. and Ragueneau, F., Nonstandard Thermodynamics Framework for Robust Computations with Induced Anisotropic Damage, International Journal of Damage Mechanics, 19-1, 2010, 53-73.

[86] Hayakawa, K., Nakamura, T. and Tanaka, S., Elastic–plastic Behavior of WC-Co Cemented Carbide Used for Forging Tool Considering Anisotropic Damage and Stress Unilaterality, International Journal of Damage Mechanics, 19-4, 2010, 421-439.

[87] Tsiloufas, S. P. and Plaut, R. L., Ductile Fracture Characterization for Medium Carbon Steel Using Continuum Damage Mechanics, Materials Sciences and Applications, 3-11, 2012, 745-755.

[88] Soyarslan, C., Tekkaya, A. E. and Akyuz, U., Application of Continuum Damage Mechanics in discontinuous crack formation: Forward extrusion chevron predictions, Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 88-6, 2008, 436-453.

[89] Maria, G., Kerim, I., Till, C., Sebastian, H., Helmut, R. and Tekkaya, A. E., Material haracterization and Validation Studies for Modeling Ductile Damage during Deep Drawing, Proceeding of 17th International Conference on Sheet Metal, 183, 2017, 77-82.

[90] Pirondi, A. and Bonora, N., Modeling ductile damage under fully reversed cycling, Computational Materials Science, 26, 2003, 129-141.

[91] Ladeveze, P., Lemaitre, J., Damage effective stress in quasi-unilateral conditions, Proc. 16th International congress of theoretical and applied mechanics, 1984.

[92] Pan, Y., Tian, F. and Zhong, Z., A continuum damage-healing model of healing agents based self-healing materials, International Journal of Damage Mechanics, 27-5, 2018, 754-778.

[93] Lumley, R., Self Healing in Aluminium Alloys, Springer Series in Materials Science, 100, 2007, 219-254.

[94] 中村和彦，桑原利彦，プレス絞り加工，日刊工業新聞社, 2002.

[95] 石川孝司，塑性加工シミュレーションの動向，電気製鋼, 82-2, 2011, 133-141.

[96] Bao, Y., Wierzbicki, T, On fracture locus in the equivalent strain and stress triaxiality space, International Journal of Mechanical Sciences, 46-1, 2004, 81-98.

[97] Bai, Y., Wierzbicki, T., Application of extended Mohr–Coulomb criterion to ductile fracture, International Journal of Fracture, 161-1, 2010, 1-20.

[98] Turner, M. J., Clough, R. W., Martin, H. C. and Topp, L. J., Stiffness and deflection analysis of complex structures, J. Aeronaut. Sci., 23, 1956, 805-823, 854.

[99] Osakada, K., Nakano, J., Mori, K., Finite element method for rigid-plastic analysis of metal forming-Formulation for finite deformation, Int. J. Mech. Sci., 24-8, 1982, 459-468.

[100] 桑原利彦ほか，非線形有限要素法，日本塑性加工学会編，コロナ社, 1994.

[101] 野田直剛，中村保，基礎塑性力学，日新出版, 1991.

[102] 村田真伸，西脇武志，吉田佳典，切欠付丸棒引張試験による変形抵抗同定のための応力補正法の検討, J. Jpn. Soc. Technol. Plast., 57-669, 2016, 977-982.

[103] Brooks, R. C., Choudhury, A.，金属の疲労と破壊 破面観察と破損解析，内田老鶴圃, 1999.

[104] Hering, O., Dahnke, C., Tekkaya, A. E., Influence of Damage on the Properties of Cold Forged Parts, Proc. ICFG2018, 2018, 137-144.

[105] 飯塚栄治，卜部正樹，山崎雄司，稲積透，薄鋼板の伸びフランジ変形限界に及ぼすひずみ勾配の影響, J. Jpn. Soc. Technol. Plast., 51-594 (2010), 74-79.

[106] 早川邦夫，中村保，田中繁一，鍛流線の影響を考慮した材料損傷評価手法の開発，第61回塑性加工連

合会講演論文集, 2010, 355-356.

[107] 塚本頴彦, 回転鍛造機械の妙技, J. Jpn. Soc. Technol. Plast., 40-458, 1999, 222-228.

[108] 川井謙一, 回転成形技術の現状と将来, J. Jpn. Soc. Technol. Plast., 43-502, 2002, 1024-1029.

[109] 桑原義孝, 岡部永年, 朱霞, 黄木景二, 生田文昭, 軸肥大加工の応用による部品の嵌合加工法, F.: J. Jpn. Soc. Technol. Plast., 51-592, 2010, 460-464.

[110] 桑原義孝, 岡部永年, 朱霞, 黄木景二, 外形拘束制御による軸肥大加工法, J. Jpn. Soc. Technol. Plast., 51-592, 2010, 455-459.

[111] 生田文昭, 桑原義孝, 川嵜一博, 岡部永年, 特殊鋼, 64-2, 2015, 15-17.

[112] Fujikawa, S., Watanabe, A., Nakazawa, K., Takeshita, T., Okamoto, M. & Terada, H, Damage Value Estimation for Inclined Rotary Forming, The proceedings of ICFG2017, 2017, 72-77.

[113] 工藤英明, 青木一喜, S45Cの据え込み割れ試験, J. Jpn. Soc. Technol. Plast., 8-72, 1967, 17-27.

[114] 永栄義勇, 川邑正男, 固体潤滑皮膜の性能に及ぼす表面処理の影響, 鉄と鋼, 72-8, 1986, 899-903.

学位論文申請資格に関わる論文

(1) Watanabe, A, Hayakawa, K, Fujikawa, S, Shiga, N: 異方損傷モデルによる冷間鍛造における延性破壊の予測手法の提案, J. Jpn. Soc. Technol. Plast., **60**-703 (2019), pp. 221-227
（本論文の2, 3, 4章を発表）

(2) Watanabe, A, Hayakawa, K, Fujikawa, S, Shiga, N: Prediction method of ductile fracture in cold forging using anisotropic ductile fracture criterion, The Proceeding of ICFG2019, (2019), pp. 19-27
（本論文の2, 3, 4章を発表）

(3) Watanabe, A, Hayakawa, K, Fujikawa, S, Takeshita, T, Furutani, M: フランジ部品外周側面部の斜め亀裂の予測に対する異方損傷モデルの適用, J. Jpn. Soc. Technol. Plast., **62**-722, (2021), （ページ番号未定）
（本論文の2, 5章を発表）