

数学教育における価値に関わる多様な言説：
アーネスト『数学教育の哲学』より
（社会的価値観の重視と算数の力の育成に関する理論的実証的研究）

| | |
|-------|---|
| メタデータ | 言語: ja 出版者: 公開日: 2017-03-22 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 長崎, 榮三 メールアドレス: 所属: |
| URL | http://hdl.handle.net/10297/10015 |

1. 数学教育における価値に関わる多様な言説 —アーネスト『数学教育の哲学』より—

長崎 栄三

国立教育政策研究所名誉所員、元静岡大学教職大学院

1. はじめに

子どもたちの主体的・協働的な学習が期待されている。そして、また子どもたちが自ら思考・判断し表現することが望まれている。このような時、子どもたちは、何らかの価値、すなわち、自らにとって「よいと思う性質」を選択し、それを基に判断し行動することになる。つまり、これからの教育においては、一層、価値を基にした判断が重要なものとなってくる。

価値についての議論は、数学教育においてもなされてきている。例えば、筆者らは、数学教育の目的を考える基になる数学教育の価値を、「人間の形成にとって価値がある」(陶冶性)、「社会的な実用として価値がある」(実用性)、「文化の継承発展に価値がある」(文化性)という三つの価値から考え、それをもとに数学教育の目的を、人間形成的目的、実目的、文化的目的から考察した(長崎、2007)。

また、「算数・数学のよさ」が話題となった1990年代には、四つの価値、すなわち、「数学をすることによる個人の欲求の充足にかかわる個人的価値」、「社会に必要な数学についての能力や態度の育成にかかわる社会的価値」、「文化としての数学の発展にかかわる数学的価値」、「数学が関係する人間の理想の追求にかかわる理想的価値」から「算数・数学のよさ」について論じたこともある(長崎、1999a ; 1999b)。いずれも、人間、社会、文化(数学)を三つの軸として、その軸を基に価値を考察している。

このようなこれまでの数学教育における価値に対して、『数学教育の哲学』(アーネスト、2015)は、哲学、歴史学、社会学、心理学などを踏まえた、より広い視野から、認識や倫理そして数学教育の価値に関わる多様な言説を挙げ、さらには、アーネストラが1990年代に提唱した社会的構成主義に基づいて、そのような価値が生み出された根源にまで遡り、改めて、数学教育について価値の面から考察している。

本稿では、『数学教育の哲学』の価値に関わる言説を紹介しながら、数学教育における価値、そして、数学教育について考えることにする。

2. 『数学教育の哲学』について

本稿においては、数学教育における価値が主題であるが、この章では、数学教育における価値の『数学教育の哲学』全体での位置付けを俯瞰するために、本書の全体的な構成を挙げ、そして、価値の議論に必要と思われる基本的な事柄について簡単にまとめることにする。詳しい内容については、書籍『数学教育の哲学』を参照していただきたい。なお、本書の原著は1991年にイギリスで発刊されているが、今なお読み継がれている。また、本書の現代的な意義については、原著者アーネストによって寄稿された「日本語版に向けて」(本書 pp.485-495)に詳しい。

(1) 全体の構成

ポール・アーネスト著（長崎栄三、重松敬一、瀬沼花子監訳）（2015）『数学教育の哲学』（東洋館出版社、515頁）は、次のように、第1部「数学の哲学」、第2部「数学教育の哲学」の2部、13章の構成になっている。なお、以下の（ ）内は各章の翻訳担当者である。

第1部 数学の哲学

第1章 絶対主義者の数学の哲学への批判（阿部好貴）

第2章 数学の哲学、再概念化（松島充）

第3章 数学の哲学としての社会的構成主義（大谷実）

第4章 社会的構成主義と主観的知識（重松敬一）

第5章 社会的構成主義に類似するもの（瀬沼花子）

第2部 数学教育の哲学

第6章 数学教育の目的とイデオロギー（長尾篤志）

第7章 功利主義のイデオロギーを持った集団（西村圭一）

第8章 純粋主義のイデオロギーを持った集団（松元新一郎）

第9章 国民教育者の社会変革のイデオロギー（太田伸也）

第10章 コッククロフト報告書とナショナル・カリキュラムに対する批判的検討（長崎栄三）

第11章 数学、学習、能力、社会における階層（日野圭子）

第12章 数学と価値、数学と平等な機会（久保良宏）

第13章 調査研究、問題解決、教授法（島田功）

いずれも、数学の哲学、歴史学、社会学、心理学などの多方面の見識が盛り込まれており、数学教育の学徒にとっては特に数学の哲学を主とする第1部は難解であるが、それを乗り越えて第2部に行くと、数学教育の新たな展開を見ることができよう。第2部ではイギリスの社会集団を基に議論が進められているが、これを日本という文脈で考えてみるのも興味深い。

数学教育における価値については、ほとんど全章で触れられており、特に第12章では、価値が正面から扱われている。

(2) 本書の中心となる柱－「絶対主義」と「可謬主義」－

『数学教育の哲学』の第1部「数学の哲学」、第2部「数学教育の哲学」の両者の中心となる柱は、哲学の一分野である知識論における「絶対主義」と「可謬主義」の対比である。数学という知識を、前者は、「不可謬で客観的な知識の体系と考える」立場であり、後者は、「可謬的で社会的構成物であり、完成された所産ではないと考える」立場である。アーネストは、後者の可謬主義に立って論を進めている。

このことは、数学に限らず、私たちが扱う知識を、「絶対」と考えるか「可謬」と考えるかということでもあり、知識の価値を問うということは、知識の根源に戻ることにするとともに、教育のあり方をも問い直さざるを得なくなる。

(3) 数学の哲学

数学教育における価値を考察するには、「数学の哲学」としての、絶対主義（形式的、進歩的）、中間的立場、可謬主義のそれぞれの数学の考え方が必要である。それらはさらに具体的な九つの数学の哲学に分かれる。そこで、それぞれの哲学の概観を簡単にまとめることにする。

『数学教育の哲学』では、それぞれの哲学について、その内容についての紹介と批判的分析が詳しくなされている。そして、それらにおける数学の価値を対比させながら議論が進められている。なお、この書は、数学教育研究者による数学の哲学であるが、数学研究者による数学の哲学も併せて読むことをお勧めする¹⁾。

数学の哲学のうち、これからの数学教育を考える上では、特に、絶対主義としての「プラトン主義」と、可謬主義としての「社会的構成主義」に注目しておきたい。プラトン主義は多くの人が意識的・無意識的に持っているものであり、社会的構成主義はこれからの数学教育を考える上での鍵となるものであると思えるからである。

① 数学の知識の絶対主義者の見方

数学的真理は絶対的に確実なものであり、数学は一つであり、そしておそらくはたった一つの確実で疑問の余地のない客観的な知識の世界である。

A) 形式的な絶対主義：基礎付け主義者

次の、2種類の仮定に基づいている。

- a) 数学についての仮定。公理と定義の仮定に関する。
- b) 論理学についての仮定。公理の仮定と推理の規則と、形式言語とその構文法に関する。

1) 論理主義

純粋数学を論理学の一部とみなす思想の学派。

2) 形式主義

数学は規則に従って紙上の記号で操作される、無意味な形式的なゲームであるという見方。

3) 構成主義（直観主義）

数学的真理と数学的対象の存在は、構成的方法によって立証されなくてはならないと主張する。

B) 進歩的な絶対主義

絶対主義ではあるが、数学の知識と理論についての理解が動的であり、人間の活動がその力動性に貢献している。直観主義の一部も含まれる。

4) プラトン主義

数学の対象はある理想的な王国において実在的で客観的な存在を持つと考える。数学の対象と構造は人間性に依存しない現実の存在であり、数学をするということは、それらのもととある関係を発見する過程である。

5) 規約主義

数学の知識と真理は、言語の規約に基づくものである。言語の規約が、数学と論理学に基礎的で確実な真理を与える。演繹的論理（証明）が、数学の知識の体系の残りの部分にその真理を伝達することによって、数学の確実性を確立する。

②数学の知識の中間的な見方

6) 規約主義（ウィトゲンシュタイン）

規約主義の基礎付け主義者の学派を批判し、数学における過程としての知ることについて詳述する。数学は「雑多で」あり、「言語ゲーム」の集まりである。真理、虚偽、証明の観念は、これらのゲームの規約的な言語規則を受け入れることに依存する。言語を使用すること（様々な言語ゲームや意味の文脈において）は、規則の受容を含んでいる。

7) 経験主義

数学の真理は経験の一般化であるとする。ラカトシュの準経験主義と区別して、素朴な経験主義と言われる。

③数学の知識の可謬主義者の見方

8) 準経験主義（ラカトシュ）

数学は数学者がなすこと、あるいは、なしてきたことであり、どのような人間の活動や創造にも本来存在するすべての不完全さを持ったものである。数学は数学の問題に取り組む人々の間の対話である。数学者は可謬であり、そして、彼らの所産は概念や証明を含み、最終的または完全なものとは決して考えることはできず、厳密さの標準が変化するにつれ、また、新しい挑戦や新しい意味が出現するにつれて、再交渉することが必要になるだろう。人間の活動であるから、数学はその歴史や応用、科学やその他における応用から離れて考えることはできない。

準経験主義の五つのテーゼは、次のように表せる。

1. 数学の知識は可謬である。
2. 数学は仮説演繹的である。
3. 歴史が中心にある。
4. 非形式的な数学の優位性が主張される。
5. 知識創造の理論が含まれている。

9) 社会的構成主義

数学を社会的構成物と見なす。人間の言語、規則、合意が数学の真理の確立と正当化において鍵となる役割を演じるということを受け入れる点で、規約主義に依拠する。

数学の知識と概念は発展し変化するという見方を含んで、準経験主義からその可謬主義者の認識論を受け継ぐ。それはまた、数学の知識は、数学的発見の論理を利用しながら、推測と論駁を通して成長するという、ラカトシュの哲学のテーゼを採用する。

規範的な数学の哲学に対して、記述的な数学の哲学であり、幅広く理解された数学の本性の説明を目指して、社会的構成物として数学の知識を記述する。

社会的構成主義という名称を採用する根拠は、次の通りである。

- (i) 数学の知識の論拠は言語の知識、規約、規則であり、言語は社会的構成物である。
- (ii) 個人の数学という主観的知識を、公表の後で、認められた数学という客観的知識に変

えるために、個人間の社会的な過程が必要である。

(iii) 客観性そのものが社会的なものと理解される。

(4) 認識や倫理の発達の段階とイデオロギーのモデル

数学教育の哲学を構成するために、ペリー理論の認識や倫理の段階を考え、それを基に、哲学（イデオロギー）のモデルを考える。

①ペリー理論：発達の段階の系列

ペリーは、個人の認識論的な立場と倫理的な立場の発達に関連する心理学理論として、二元論から多元論を経て相対論へと向かう系列を提唱した。

二元論：善と悪、正と邪、私たちとあなたたちなど、世界を二つに分ける。

多元論：複数の「解答」のアプローチや視点を認める。しかし、選択されたものの間での合理的な選択の基礎はない。

相対論：複数の「解答」のアプローチや視点を認め、それらの知識や答えや選択が、文脈の特徴に依存する原則に基づいた規則で、評価されるか正当化される。

②イデオロギーのモデル

イデオロギーとは、全体的で価値豊かな哲学、世界観、考えと信念が広く結び付いた体系のことである。「絶対主義、可謬主義」と「二元論、多元論、相対論」を組み合わせると絶対主義から可謬主義へと向かう四つのモデルが作られ、そのうちの「相対論的絶対主義」が、「分離、結合」（後に触れる）に分けられる。

二元論的絶対主義、多元論的絶対主義、相対論的絶対主義、

分離された相対論的絶対主義、結合された相対論的絶対主義、相対論的可謬主義。

(5) 社会集団

アーネストの数学教育の哲学の大きな特徴は、歴史学的、社会学的分析に基づいて、イギリスの社会集団を五つに分け、それぞれのイデオロギー（価値を含む）を基に数学教育の特徴を明らかにしていることである。その基となる五つの集団は、功利主義、純粋主義、社会変革の三つのイデオロギーを基に分類されている。

①功利主義のイデオロギー [社会全体の幸福を重視；経済重視、科学技術重視]

1) 産業訓練士：商人階級と産業経営者を代表。「小市民階級」の見解を持ち、教育の功利主義的側面に価値を置く。

2) 科学技術実用主義者：産業や商業や公的部門の雇用者の利益を代表。

②純粋主義のイデオロギー [数学それ自身のため、教育それ自身のため]

3) 古典的人文主義者：貴族や紳士のような、教養がある文化的な階級を代表。

4) 進歩主義的教育者：進歩主義的で自由主義的な改革者の目的を持つ。

③社会変革のイデオロギー

5) 国民教育者：民主主義と社会的平等に関心を持った急進的な改革の伝統を代表。

(6) 数学教育のイデオロギーのモデル

数学教育のイデオロギーのモデルを、第1、第2の二つの水準から考える。

第1水準

認識論、数学の哲学、道徳の価値の集まり、子どもの理論、社会の理論、
教育の目的

第2水準

数学教育の目的、学校数学の知識の理論、数学学習の理論、数学指導の理論、
数学学習の評価の理論、数学教育のための資源の理論、数学の能力の理論、
数学教育における社会的多様性の理論

先に述べた五つの集団が、これらの数学教育のイデオロギーのモデルにどのように位置付くかが、それぞれの水準の項目ごとに詳しくまとめられ、そして表で示されている。ここでは、その表からいくつかの項目を抜粋して挙げておく。

表 五つの教育的イデオロギーの概観（抜粋）

| 社会集団 | 産業訓練士 | 科学技術実用主義者 | 古典的人間主義者 | 進歩主義的教育者 | 国民教育者 |
|-------|---|------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| 数学の見方 | 真理と規約の集まり | 有用な知識の疑問の余地のない体系 | 構造化された純粋な知識の体系 | 過程的な見方。個人化された数学 | 社会的構成主義 |
| 道徳の価値 | 権威主義的、「ビクトリア時代」の価値、選択、努力、自助、仕事、道徳的弱点、私たちは良く、彼らは悪い | 功利主義的、実用主義、便宜、「富の創造」、科学技術の発展 | 「目隠しされた」公正、客観性、規約中心の構造、階層、父性的「古典的」見方 | 人間中心、思いやり、共感、人間の価値、養育、母性的、「ロマンチックな」見方 | 社会的公正、自由、平等、友愛、社会意識、参加と公民性 |
| 社会の理論 | 硬直した階層、市場 | 能力主義的な階層 | エリート主義者、層化された階級 | 柔軟な階層、福祉国家 | 改革を必要とする不公平な階層 |
| 数学の目的 | 「基礎に戻れ」。ニューメラーシーと従順さの社会的訓練 | 適切な水準と資格への有用な数学（産業中心） | 数学の知識の体系の伝達（数学中心） | 創造性、数学による自己実現（子ども中心） | 数学を通じた批判的意識と民主的公民性 |
| 学習の理論 | 勤勉、努力、練習、機械的手続き | 技能獲得、実際の経験 | 理解と応用 | 活動、遊び、探究 | 質問、意思決定、交渉 |

3. 『数学教育の哲学』における価値に関わる言説

『数学教育の哲学』における価値に関わる主な言説を取り出すと、次の十の言説が見出せる。

- 1) 数学の絶対主義と可謬主義の見方－価値から自由か、価値を帯びているか－
- 2) 知識の社会学と社会的構成主義の類似－知識は価値を帯びている－
- 3) 数学の社会学から見た数学共同体における価値－数学の価値の高低－
- 4) 倫理的価値に対する立場－倫理的二元論、倫理的多元論、倫理的相対論－
- 5) 分離価値、結合価値、社会的公正の価値－男らしさと女らしさとその総合－

- 6) 五つの社会集団とそれらにおける価値－産業訓練士、科学技術実用主義者、古典的人間主義者、進歩主義的教育者、国民教育者－
- 7) 数学と価値－数学は中立で価値自由か、数学は価値を帯び文化に結び付けられているか－
- 8) 社会的構成主義における知識の価値－自由、平等、博愛－
- 9) 数学は価値を帯びる－反人種差別主義、多文化的社会、ジェンダーへの影響－
- 10) 数学的活動と価値－正当化の文脈と発見の文脈－

これらのうち、1)～3)が第1部の数学の哲学で述べられたものであり、4)以降は第2部の数学教育の哲学で述べられたものである。以下では、それぞれについて、本文の一部を引用しながら、その内容を概括的に見ていくことにする。詳しくは、書籍『数学教育の哲学』を参照して欲しい。

(1) 数学の絶対主義と可謬主義の見方－価値から自由か、価値を帯びているか－

第1部第2章 数学の哲学、再概念化 1. 数学の哲学の範囲

数学の絶対主義と可謬主義では、数学の見方がいくつかの点で異なるが、価値については、前者は、数学は価値から中立、価値から自由と考えるが、後者は、数学は価値を帯びていると考える。

・・・[略]・・・(数学についての) 三つの論点が、哲学的にそして教育的に特別に重要なものとして選ばれてもよい。これらの論点のそれぞれは、二分法によって表され、そして、その論点についての絶対主義と可謬主義の見方が対比される。三つの論点とは次のものである。第一に、主として命題の体系として表現される完成された所産としての知識と、知ることの活動もしくは知識を獲得すること、との対比である。・・・[略]・・・第二に、孤立し分離した学問としての数学と、分離できずに人間の知識の全体構造の一部としての数学との間の区別である。・・・[略]・・・(pp.50-51)

第三の区別は、第二の特殊なものでさらに発展したものと見ることができる。それは客観的で価値自由(すなわち、価値判断の影響を受けない)で、それ自身の内的な論理だけに関連するという数学の見方と、それに対比して、人間の文化の必要不可欠な部分で、それゆえに他の知識や努力の王国のように人間の価値で十分に染まっていると見なされる数学の見方を区別する。絶対主義者の見方は、彼らの内的な関心とともに、数学を客観的で、道徳や人間の価値から絶対的に自由であると見なす。可謬主義者の見方は、他方、数学を人間の知識の歴史的、社会的起源を通して、人間の知識のその他のものに関連付ける。それゆえに可謬主義者の見方は、数学を価値が帯びているものと見なし、数学を、数学の発展や応用において重要な役割を演じる、道徳的、社会的な価値に染まっているものと見なす。(p.52)

(2) 知識の社会学と社会的構成主義の類似－知識は価値を帯びている－

第1部第5章 社会的構成主義に類似するもの 3. 数学の社会学的展望

B. 知識の社会学 知識は価値を帯びている

知識の社会学は、数学の社会的構成主義とその考え方が類似している。とりわけ、両者は、知識は価値を帯びていると考える。例えば、数学が客観的であるというのは、数学に内在するものではなく、人間によって吹き込まれたものだと考える。

・・・[略]・・・知識の社会学は、社会的構成主義に類似するものを提案している。・・・
[略]・・・第一に、すべての知識は社会的構成物だとする・・・[略]・・・第二に、社会的構成主義は、知識の社会学の〈ストロング・プログラム〉の規準をおおよそ満たす。・・・
[略]・・・(pp.153-154)

第三に、知識は価値を帯びている。価値は選択の論拠であり、そこで、価値を帯びるということは社会集団の好みや関心を表すことである。価値は選択の自覚した行動として明示的に現れたり、または、無自覚な追従や受容として暗黙的に現れたりすることができる。例えば、ポランニー（1958）は、科学的総意の是認のような科学の共同体の多くの共有された価値は、暗黙的であると論じる。しかし、科学や科学的知識の伝統的な見方は、それは、論理的で、合理的で、客観的で、従って価値から自由であるというものである。社会的構成主義と知識の社会学の両者は、異なった理由でこの見方を拒絶する。知識の社会学は、すべての知識は価値を帯びていると主張する。なぜならすべての知識は社会集団の所産であり、それらの社会集団の目的と関心を具体化するからである。

社会的構成主義は、数学の知識は価値から自由であるということを否定する。第一に、なぜなら社会的構成主義は数学と科学の間の領域の区別を拒絶し、そして、科学哲学者らによってますます受け入れられているように、科学は価値を帯びているからである。第二に、なぜなら社会的構成主義はすべての知識に対して共有された言語的な論拠を仮定し、そして、その知識はすべての人間の目的に役立つので、人間の価値が吹き込まれるからである。数学で形式的な言語や非形式的な言語を使用することは、数学の知識の定義と正当化のための客観的な論理学の規則に固執することによって、価値を葬り去ることを試みる。しかし、仮説演繹法（例えば、公理的方法）の使用は、価値が仮説（と定義）の選択に含まれているということの意味する。それ以外に、論理学や科学的方法には暗黙的な価値がある。

数学は価値自由な客観性の典型であると考えられたが、社会的構成主義は知識の社会学と共にこの信念を拒絶し、客観性それ自身が社会的であり、その結果として数学の知識は人間と文化の価値を帯びていると論じる。(pp.155-156)

(3) 数学の社会学から見た数学共同体における価値－数学の価値の高低－

第1部第5章 社会的構成主義に類似するもの 3. 数学の社会学的展望

C. 数学の社会学 社会的構成主義者の数学の社会学

数学者は、数学を統語論（数学の仕組みの研究）、意味論（数学の意味の研究）、語用論（数学とその使用者や文脈との関係の研究）の三つの水準で扱う。この階層は数学者の価値を具体化し、数学の知識が形式的、抽象的、非個人的になるほど価値は高くなり、発見的、具体

的、個人的になるほど価値は低くなると考える。

・[略]・数学者は数学の統語論と意味論と語用論の三つの水準で知識を操作するというを提案する。(p.159)・[略]・

これらの三つの水準は、数学者が働く実際についての異なった領域である。言説の言語と領域として、それらはより狭い特殊化され精確なもの(統語論の水準)から、より包括的で表現に富んで曖昧なもの(語用論の水準)へと一つの階層を形成している。より表現に富んだ体系はより表現が少ない体系の内容を参照することができるが、その関係は非対称である。

その階層はまた、数学者の価値のいくつかを具体化する。つまり、数学の知識がより形式的に、より抽象的に、より非個人的になればなるほど、価値はより高くなる。数学の知識が、より発見的で、より具体的で、より個人的になればなるほど、それはより低く評価される。レスティエヴォ(1985)は、抽象的な数学の発展は、「手」と「頭脳」の経済的な社会的な分離から起こると論じている。なぜなら、抽象的な数学は実際の関心事から遠くに離されているからである。「頭脳」は社会の富と権力に結び付いているので、この区分は上述の価値を導くと言えよう。

上で述べられた価値は、数学をその形式的な表現と同一視することになる(統語論の上で)。これは、数学者と数学の哲学者(少なくとも絶対主義的哲学を支持する哲学者)の両者によってなされる同一視である。数学の抽象性を価値づけることはまた、なぜ数学は客観化されるのかということをも部分的に説明するかもしれない。なぜならデビス(1974)が示唆するように、その価値は数学の純粹形式と規則を強調し、それらの客観化と具象化を促進するからである。この評価は、数学の客観化された概念や規則が、文学の創造とは異なってその所有にはほとんど関心を持たず、非個人化され再定式化されることを許容する。そのような変化は、厳格で一般的な数学の規則や価値になりやすく、それらが数学の文化の一部となる。これは結果として、数学者の共同体の中で権力を持った人々によって行使される党派的な関心の影響をいくらか相殺することになる。しかしこれは決して最も権力のある数学者の立場を脅かすことはない。なぜならば、受け入れ可能な知識の客観的な規則が、数学共同体の中のエリート地位を正当化するのに役立つからである。(pp.160-161)

(4) 倫理的価値に対する立場—倫理的二元論、倫理的多元論、倫理的相対論—

第2部第6章 数学教育の目的とイデオロギー

1. 認識論的な立場と倫理的な立場 C. 倫理的立場

倫理的な価値に対する立場として、倫理的二元論から倫理的多元論を経て倫理的相対論へと向かう三つの立場がある。倫理的相対論からすると、数学教育の目的の理論を発展させるためには、原則に基づいた論拠の上に価値を考える必要がある。

①倫理的二元論

二元論は、一つの極端な倫理的立場である。というのも、それは、合理的正当性のない絶対的な権威へ道徳上の事柄を関係させるからである。そして、その他の価値や

視点の合法性を否定するからである。(pp.183-184)・・・[略]・・・

②倫理的多元論

多元論的な倫理的立場は、どのような事柄にも異なった道德の視点が存在すると認めるが、しかし、選択や正当化のための合理的あるいは原則に基づいた土台は欠けている。多元論的な立場は、個人の好みや利益が等しく妥当であるということ認めるが、自分自身の価値や利益は維持される。道德の選択や行動のための絶対的なあるいは原則に基づいた正当化が欠けているのは、選択が、気まぐれ、もしくは、実用的推論に基づいたそれらの結果の有用性や便宜に基づいてなされることを示している。結局、この立場のもっとも矛盾のない価値の集まりは、有用性、実用的選択、そして便宜性から成る。

③倫理的相対論者の立場

非常に多くの個人的な哲学が相対論と矛盾しないのと同様に、相対論と適合する異なった倫理的な見方も多くある。この立場は、単に一貫した原則に基づいた価値の集まりを要求するものであり、その価値には選択肢の正当性の承認が伴っている。このように、数学教育の目的の理論を発展させるためには、原則に基づいた論拠の上に数多くの価値の集まりを考える必要がある。(p.184)・・・[略]・・・

(5) 分離価値、結合価値、社会的公正の価値—男らしさと女らしさとその総合—

第2部第6章 数学教育の目的とイデオロギー

1. 認識論的な立場と倫理的な立場 C. 倫理的立場

道德の価値として、分離価値と結合価値が区別されることがある。分離価値は、規則や原則に焦点を当て、領域や知識の対象を客観化するものであり、男性らしさに関連する。結合価値は、人間のつながり、関係、共感、思いやりに関心をもち、女性らしさに関連する。そしてこれらを総合した第三の価値として社会的公正の価値を考える。

・・・[略]・・・ペリー理論を補足するためには、倫理の心理学理論を探究するのが適している。最も知られているのは、コールバーグ(1969、1981)の道德の段階の理論である。しかし、彼は、究極的な道德の価値の選択においてえり好みをし偏向していると批判されている。彼への主な批判者であるギリガン(1982)は、コールバーグによって提案された価値を補って、分離価値と結合価値という二つの道德の価値を区別する。ベレンキーら(1985、1986)は、ペリー理論に、これらの価値を適用し、また同時に、それに総合したものを適用し、結果的に、これが第三の価値となった。私は、すべてをまとめて、この三つの価値を全部採用することにする。それぞれは相対論と矛盾しない。

ギリガン(1982)によって区別された道德の枠組みは、短く述べると次のようなものである。分離された視点は、規則や原則に焦点を当て、そして、関心を持っている領域や知識の対象を客観化するものである。道德の推論は、「目隠しされた公正(ブラインド・ジャスティス)」に典型的に基づいており、それは人間の問題に関心を持たず公正の規則を偏らずに適用するものである。そのような視点は、男性らしさの文

化的定義の一部分であると言われる。

対照的に、結合された道德の視点は、人間のつながりに関心を持ち、関係、共感、思いやりに関心を持ち、状況の人間的な次元にも関心を持つ。この見方は、型にはまった「女性らしさの」役割と関連するものであり、関係付ける、養育する、また、安心させる、保護するという（これの役割があるかもしれないと、社会的に構成された）ものである。

これらの道德の視点は、相対論と結び付けられ、そして、相対論と一貫したものとなる。しかし、それらは、簡単には価値の集まりとしては見なされない。ベレンキーら（1986）の提案にあるように、その視点は、倫理的発達だけでなく、知的発達にも関連すると考えられている。これは、ペリー理論が、一つの統合された全体を形成するものとして、認識論的立場と倫理的立場の両者を取り扱っていることで正当化される。

ベレンキーら（1986）は、分離価値と結合価値を総合したものを表す、さらに進んだ認識論的立場と倫理的立場を、認識論的アプローチとともに提案する。彼らは、それを「構成された知」と名付け、それは結合された「声」と分離された「声」を統合するものである。それは統合された認識論的立場と倫理的立場ではあるが、私たちは、含まれた倫理的価値を切り離すことができる（ベレンキーらはこのようにはしないが）。これらの価値は、公正と構造（分離価値）への関心を、思いやりと人間のつながり（結合価値）への関心に結び付けるものである。その総合は、自由で、個々の人間の可能性の実現を促進する、社会的公正と社会的構造に関連した価値を含むものである。その価値の集まりは、社会的公正、平等性、人間の共同を含む。これらは、主として結合価値（特に共同、そして社会的公正の社会の側面）であるが、分離の要素（平等性、そして、社会的公正の公正の側面）も含んでいる。（pp.184-186）・・・[略]・・・

（6）五つの社会集団とそれらにおける価値－産業訓練士、科学技術実用主義者、古典的人間主義者、進歩主義的教育者、国民教育者－

第2部第7章 功利主義のイデオロギーを持った集団 第8章 純粹主義のイデオロギーを持った集団 第9章 国民教育者の社会変革のイデオロギー

イギリスの五つの社会集団のイデオロギーを、産業訓練士は二元論的絶対主義、科学技術実用主義者は多元論的絶対主義、古典的人間主義者は分離された相対論的絶対主義、進歩主義的教育者は結合された相対論的絶対主義、国民教育者は相対論的可謬主義として、それぞれの認識論的価値や道德的価値などを考える。

①産業訓練士としての新右派

・・・[略]・・・

二元論的絶対主義は、知識や道德の価値や社会関係に関する新右派の見方を特徴づける。この見方によれば、数学を含む知識は、決まり切っていて、真か偽であり、権威によって立証される。道德の価値も同様に、正誤、善悪のように二元的に決められ、権威に照らして立証される。私たちの社会では、権威主義的な父性主義は、文化にお

ける最も伝統的な価値や道徳の見方を容認する。これらの最も顕著なことは、ビクトリア時代の価値であり、プロテスタントの労働倫理であり、そこでは、労働、勤勉、質素、規律、義務、自制、自助に高い価値を置く（ヒンメルファーブ、1987）。したがって、二元論者の道徳主義者にとって、これらはすべて道徳的に好ましく良いものである。対照的に、遊び、気楽さ、自己満足、寛大さ、依存はすべて悪いものである。

これらの価値はまた、人間性や社会関係のある見方に結び付いている。権威と伝統的なユダヤ教、キリスト教に共通に根差す価値を評価することから、最高部（神に近い）には良いものが、最低部には卑しいものがくるといふ、人間の一つの階層化された見方が生じる。これは、中世の時代に世界で受け入れられたモデル、すなわち「存在の大いなる連鎖」であり、その影響は続いている（ラヴジョイ、1953）。そのような見方は、人々を基本的に同等ではないと見て、そして、社会的地位を道徳の価値と同一視する。それはまた、子どもを、特に下層階級の子どもを、その道徳的な意味のすべてで悪、または少なくとも自然に誤りをしがちであると見る。この見方のもう一つの結論は、これらの見方に合意する人々（私たちの一員）だけを信頼することであり、そして、合意しない人々（彼ら）を信頼せずに拒絶する。（pp.221-222）・・・[略]・・・

②科学技術实用主義者のイデオロギー 多元論的絶対主義

認識論的に、科学技術实用主義者の見方は、知識を、問題点のない、与えられたもの、道具のように実際的な応用に用いることのできるものとして見る。特に、数学は固定的で絶対的だが、応用できるものと見なされる。したがって、その数学の哲学は、疑問の余地がない、「ブラックボックス」の絶対主義である。

倫理的には、その立場は实用主義であり、倫理的原則に基づいたものではなく、有用性や便宜に基づいたものである。それは多元論的であり、複数の観点を認めており、原則や理にかなった判断によって区別することはできない。そこで、道徳の判断は有用性と便宜に基づき、また、選択は個人や部門の利害関係に照らしてなされる。さらなる産業生産の促進による科学や科学技術の発展がまた社会の進歩を促進するという、功利主義の価値に基づいた信念がある。知識が疑問の余地なく受け入れられるのと同様に、現存する経済的、社会的な秩序とそのさらなる発展も受け入れられ、そして、有用性が促進すると見なされる。したがって、そのイデオロギーは、有用性と富を価値があるものとし、知識や現状の社会を疑問なく受け入れ、そして科学や科学技術の進歩を社会の発展やその価値の実現の手段と見なす。（p.238）・・・[略]・・・

③古典的人間主義者

古典的人間主義者の集団は、純粋な知識はそれ自身のために価値があると考え。特に、数学の古典的人間主義者は、数学を本質的に価値がある、文化の一つの中心的な要素と見なす。数学は人類の最高の到達点の一つであり、「科学の女王」であり、絶対的な真理の完全で透明な体系である。それはエリート、才能を持った小さな集団、の所産である。数学の厳密さの中で、論理的証明、構造、抽象化、簡潔さ、優雅さ（エレガンス）、に価値があるとされる。これらの価値に基づいて、数学教育の目的は、数学それ自身のために数学を伝達することになる。この集団のイデオロギーは、分離

された相対論的絶対主義である。

この分離された見方は、規則と原則に焦点を当て、そして、関心を持っている領域や知識の対象を客観化する。道徳の推論は、真理、正当さ、「目隠しされた公正」、すなわち、すべてに対して公正の規則を偏らずに適用することに基づいており、個々の人間の論点や関心には関わらない。この見方は、コールバーグの道徳性発達理論におけるポスト規約主義的で原則に基づいた段階に対応している。・・・[略]・・・

このイデオロギーの分離された価値は、また、正当さや公正さの原則に反するとして、便宜や功利の判断の拒絶へと導く。理性や合理性や論理に中心を置くために、純粹主義者の美学があり、それは、道徳の推論だけではなく、実際すべての推論における、簡潔さ、明快さ、純粹さ、客観性に価値を置く。この純粹さに価値を置くことは、この立場の中心となる特性である。

分離されたー結合されたという二分法の一つの極に価値を位置付けることは、男らしさ 対 女らしさ、指導における 教科中心 対 子ども中心、そして、芸術や教育における 古典主義 対 ロマン主義 のような（ジェンキンス、1975）、多くの他の二分法の極の一つに類似している。分離に対応するそれぞれの極は、感情や表現や主観性よりも、規則や構造や形式や客観性に価値を置く。（pp.261-263）

④進歩主義的教育者 結合された相対論的絶対主義者のイデオロギー

この立場の道徳の価値は結合価値である。

責任の倫理は公平の概念に依拠しており、必要性での差異の認識は…思いやりや世話のもとになる理解に基づく（ギリガン、1982、164-165頁）。

これらの価値は、共感、世話、そして、状況における人間の特性とともに、人間関係や人間間の結合に関連している。それらは、「女性」の役割（いわゆる社会的に構成されたもの）に典型的に帰着される。すなわち、関係させる、育てる、元気づける、守ることである。

この結合された見方は、芸術や教育におけるロマンチックな伝統と類似しており、表現、スタイル、多様性、経験、そしてサブカルチャーに価値を置く（ジェンキンス、1975）。表現は、特に個人的で人間中心の価値を表し、同様に経験が「個人の知識」の源泉となる。

結合価値は、多くの他の組の主要要素とともに見出すことができ、それは、子ども中心 対 教科中心、内容 対 構造、進歩的 対 伝統的、直観的 対 理性的、そして、ディオニソスの 対 アポロニウスの、が含まれている。結合性に対応する部分は、規則、構造、論理、客観性、静的な形式の代わりに、表現、創造性、感情、主観性、動的な成長、が浮かぶ。これらは、たとえ結合価値によって論理的に導かれないとしても、結合価値の内包の一部である。（pp.280-281）

⑤国民教育者。相対論的可謬主義のイデオロギー

・・・[略]・・・

この立場の全体的な認識論は、可謬主義者であり、概念変容を指向したものであり（トゥールミン、1972；ピアースとメイナード、1973）、数学の哲学と一致するもの

である。したがって、その認識論は、すべての知識は、文化に結び付いており、価値を帯びており、人間の活動や探究と相互関係を持ち、それらに基礎を置くものであるということを認めている。知識の発生と正当化は、どちらも社会的であり、人間の合意により位置付けられているということが理解される。このイデオロギーの社会的、政治的な意識の観点からすると、知識や倫理、そして社会的、政治的、経済的な論点がすべて強く相互に関連していると見ることが、不可欠な認識論的な見方である。特に、知識は、行動や権力の鍵であり、現実とは切り離せないと見られる。

この立場の道徳の価値は、社会的公正の価値であり、分離価値と結合価値の総合である。その分離された見方から、公正と権利を評価することと、社会的、経済的、政治的構造の重要性を認識することが生じる。その結合された見方から、それぞれの個人の権利、感情、意味づけを尊重することと、すべての人々が理想的に拡大された家族としての社会で生きているということに関心を持つことが生じる。これらの関心を支えるのは、平等主義の原則であり、社会的公正を求める願望であり、そして、それらの社会的公正は三つの基本的な価値、すなわち、平等、自由、博愛（または友愛）に基づいている。さらにまた二つの引き出された価値もある。すなわち、それは民主的な参加（平等と自由）と人道主義（平等と友愛）である。・・・[略]・・・

その三つの組は、「自由、平等、友愛」を権利として主張したフランスの革命家たちによって完成された。こうして、自由と平等に友愛が加わったのである。(pp.303-305)

(7) 数学と価値—数学は中立で価値自由か、数学は価値を帯び文化に結び付けられているか—

第2部第12章 数学と価値、数学と平等な機会 1. 数学と価値

数学の価値について、絶対主義者は、数学は中立で価値自由であるとし、社会的構成主義者は、数学は価値を帯び文化に結び付けられているとする。そして、後者は、絶対主義者の価値が意識的または無意識的に、数学の定義を通して数学にこっそりと持ち込まれているとし、その根源を西洋社会の上流階級にいる白人男性に求めている。

①中立で価値自由なものとしての数学の見方

絶対主義者の哲学は、個人的な数学の哲学と同様に、数学の絶対的な客観性や中立性の信念に深く関わっている。しかしながら、この信念に関わらず、彼らが推進する数学の見方は、それ自身、価値を帯びている。なぜならば、私たちが見てきたように、数学の中には暗黙的な価値があるからである。抽象的は具体的よりも価値があり、形式的は非形式的よりも価値があり、客観的は主観的よりも価値があり、正当化は発見よりも価値があり、合理性は直観よりも価値があり、理性は感情よりも価値があり、一般的は特殊的よりも価値があり、理論は実践よりも価値があり、脳の仕事は手の仕事よりも価値がある、などなど。これらは、数学者の明白な価値の多くを構成しており、同様に、イギリスや西洋の科学的な文化の多くによって共有されている。・・・[略]・・・

私が主張したいことは、絶対主義者の価値が意識的または無意識的に、数学の定義

を通して数学にこっそりと持ち込まれているということである。換言すれば、絶対主義者の見方によって本物の数学の知識として認められるものすべてが、これらの価値を満たさなければならず、そして、満たさないものはどのようなものでも認められないとして拒絶される。数学の命題、それらの証明、形式的な数学の言説の成果が、正当な数学として認められる。数学の発明、数学者の実践、そして非形式的で専門的な数学の言説の成果や過程は、正当な数学としては認められない。・・・[略]・・・

価値や文化が上述のように見なされるとすると、さらに問われるべき疑問がある。それらは誰の利益に役立つのかということである。イギリスと西洋は社会の上流階級にいるかまたはそこから来た白人男性によって主に支配されている。雇用や権力のほとんどの部門は、ピラミッド型の階層構造を持っており、上流階級はこの集団によって支配されている。したがって、例えば、大学の数学者、すなわち数学を定義する集団の間で圧倒的に優位を占めているのは、中流、上流階級の白人男性である。
(pp.393-395)・・・[略]・・・

②数学は価値を帯び文化に結び付けられているという見方

社会的構成主義は、数学を長い時間の流れの中で組織化された人間の活動の成果と見なす。知識のいろいろな分野はすべて人間の創造であり、それらの共有された起源や歴史によって関連し合っている。その結果として、数学は、知識のその他のものと同様に文化に結び付けられ、そしてその創作者たちの価値と彼らの文化的な文脈に染まっている。・・・[略]・・・

数学の歴史はその創造を記録する。・・・[略]・・・

人間の知識のすべての分野は関連しあっている。・・・[略]・・・

数学は価値を帯びており文化に結び付けられている。・・・[略]・・・(pp.396-401)

(8) 社会的構成主義における知識の価値－自由、平等、博愛－

第2部第12章 数学と価値、数学と平等な機会 1. 数学と価値

社会的構成主義の教育的な意味 価値の集まり

社会的構成主義は、知識は価値を帯びており文化に結び付けられているとし、その価値を西洋の自由主義の価値に求める。そして、その基礎的な価値として、自由、平等、博愛を挙げる。

ここで採用される価値の集まりは、国民教育者のイデオロギーのものである。これらはまた、主に西洋の自由主義の価値である。これらは次から成る。

基礎的な価値としての、自由、平等、博愛。すべての人間の高潔と個性への敬意。

これらの価値を人々と文化のすべての集団に拡張すること。そして、それらに等しい価値と地位を与えること。

性、人種、信条、社会階級、性的志向、年令、障害、またはほかの差別的な特性にも関わらないすべての個人の平等な機会の権利。

これらの価値を政治的に制定する手段として、民主主義、すなわち集団的に人間の生活状況を決定する人間の権利を受容すること。

価値のこれらの選択の背後には何の必然性もない。なぜならば、必然的な価値は厳密にはないからである。しかしながら、それらは憲章、法案、人権の普遍的な宣言によって、そして西洋の自由民主主義の法律の中で、大体は是認されている価値である。(pp.401-402)

(9) 数学は価値を帯びる－反人種差別主義、多文化的社会、ジェンダーへの影響－

第2部第12章 数学と価値 2. 反人種差別主義者と多文化的数学教育

3. ジェンダーと数学教育 4. 結論

数学が価値を帯びていると考えることで、反人種差別主義者と多文化的数学教育、及び、ジェンダーと数学教育、という二つの大きな論点を浮き彫りにする。そしてこれらの背後にある数学の中立的な見方の根源を探り、西洋文化のあり方を論じる。

①反人種差別主義者と多文化的数学教育

価値を帯びるという数学の本性は、反人種差別主義者や多文化的数学教育にとって影響がある。

A.問題は何か 取り組まれるべき最初の論点は、人種的、民族的な集団の数学への不十分な参加に関する問題の本性である。簡潔に言えば、この問題の三つの側面を文献から特定することができる。

人種的に少数者の生徒の教育的な低い達成度・・・[略]・・・

教育における組織的な人種差別主義・・・[略]・・・

社会における人種差別主義・・・[略]・・・

B.この問題とその解決のイデオロギー的な見方 教育の五つのイデオロギーのそれぞれは、多文化的社会における数学教育の問題とその解決に異なった認識を持っている。(pp.403-408)・・・[略]・・・

②ジェンダーと数学教育

A.問題は何か 第二の平等の機会の問題は、数学における男性と女性の参加の割合の不均衡である。二百年の間、女性は男性と比較して不利な数学教育を受けていることの証拠がある。・・・[略]・・・ 純粋に記述的に言うと、この問題には二つの要素がある。

1) 外部試験における女性の低い達成度・・・[略]・・・

2) 16歳以降の数学における女性の低い参加・・・[略]・・・

教育における組織的な性差別主義・・・[略]・・・

社会における性差別主義・・・[略]・・・

B.その問題とその解決の認識 数学教育の五つのイデオロギーのそれぞれは、人種に対する彼らの見方と類似して、ジェンダーと数学という問題とその解決に異なった認識を持っている。(pp.415-419)・・・[略]・・・

③結論

・・・[略]・・・

数学の中立的な見方を支えているのは、西洋の科学的な文化を支配する文化的な見

方や価値である。これは、合理性の文化であり、理性に価値を置いて感情は軽視する。それは、知られているものから知る人を分離し、その知覚を客観化し、言説の世界から知る主観を取り去る。それは、分離と権力の言説であり（ギリガン、1982）、そして、それは自然を征服しようとし、それが正当化する知識に確実性と安全性を要求する（ウォーカーダイン、1989）。それは、人間の本性の半分の攻撃的な男らしさであり、あと半分の受容力があり憐みの深い女らしさを拒絶する。均衡を失うと、それは権力の主張に導き、さらには破壊的な武力や衝突、そして環境の破壊へと導く（イスリー、1983）。

男性に所有されるものとして数学を見るか、共同の社会的構成物として数学を見るかは、男性優位の西洋文化を維持するか、またはそれに挑戦するかということで中心的な役割を演じる。非人間化された男性の数学で成功することは、私たちの人間性、すなわち、心配し、関係付け、感じる能力を減らすかもしれない。この数学の見方を通して、民族的な少数者の集団や女性が劣っているということを維持することは、すべての人に記号的な暴行を加えることであり、そして人間としての私たちの高潔さを減じるものである。（pp.423-424）

（10）数学的な活動と価値－正当化の文脈と発見の文脈－

第2部第13章 調査研究、問題解決、教授法

数学的な活動には、正当化（証明）の文脈と発見（創造）の文脈があり、前者だけではなく後者にも価値が等しく認められるべきであるとする。そこで、数学の学習活動に問題提起と問題解決を含め、数学のカリキュラムに探究や調査研究（調べ学習）を含むことで、すべての人のための数学が、すべての人による数学になるとする。

①数学は人間の問題提起と問題解決から生ずる

・ ・ [略] ・ ・ 数学的な活動や言説は、数学の形式的な言説、非形式的な言説、社会的な言説の三つの水準で起こる。西洋社会では、特に専門的な数学者の文化では、これらは、降順で価値付けられる。数学の形式的な言説の水準は、数学の正当化の提示のために指定され、正当化は高い価値が与えられている。数学の非形式的な言説は、より低い水準で起こり、低い水準はより低い価値が割り当てられる。しかし、数学的な活動や数学の創造は、当然、非形式的な水準で起こる。そこで、このことは数学的な活動や数学の創造がより低い立場であることを意味する（ハーシュ、1988）。

そのような区別や評価は社会的構成物であり、それは検討され異議を唱えることができる。これまでの章で、数学における主観的知識の創造と客観的知識の創造を相互に関係付けるという、社会的構成主義の説明が与えられた。これは、「発見」（創造）と正当化の文脈は、完全には分離できないということを示唆しており、なぜならば、証明のような正当化は、概念や推測や理論と同じように人間の創造性の所産だからである。社会的構成主義は、数学のすべての学習者を数学の創造者と見なすが、しかし、数学共同体の批判的な合意を得た人々だけが本物の新しい数学の知識を作る。すなわち、正当化された数学の知識を作る（ダウリング、1988）。数学のすべての学習者の

数学的な活動は、もしそれが生産的で問題提起と問題解決を含むならば、専門的な数学者の活動と質的に何の差異もない。非生産的な数学には、同じような類似性はない。なぜならば、それは「凍った」数学に匹敵し、創造的なものに対立するものとして本質的に再生的だからである（ガーデス、1985）。(p.428)

②教育における問題と調査研究

数学の主要部分が人間の問題提起と問題解決で、これがすべての人が近づける活動であるとする、そこで、教育にとって重要な結果が次に出てくる。これらの結果は、前章で具体的に挙げられた価値や原則にも依存し、次のことを含む。

- ・すべての人のための数学は、人間の数学的な問題提起と問題解決に中心的に関わるべきである。
- ・探究や調査研究が、学校数学のカリキュラムの中心を占めるべきである。
- ・数学は可謬的でそして変化しつつある人間の構成物であるという事実は、明白に認められ、そして、学校数学のカリキュラムに具体化されるべきである。
- ・使われる教授法は、過程や探究に焦点が当てられるべきであり、さもないと上述の意味合いが否定される。

これらの原則の一つの結果は、すべての人のための数学が、すべての人による数学になることである（ヴォルミンク、1990）。(pp.428-429)

4. 『数学教育の哲学』の本文中の「価値」に関わる言葉

『数学教育の哲学』では、「価値」という言葉は、約400か所に見出すことができる。「価値」が重要な概念であることがうかがえる。価値に関わる言葉を文型で分類すると、次のようである。

(1) 価値＋動詞

価値がある、価値が含まれる、価値づける、価値と結びつく、価値に挑戦する、価値に富む、価値に基づく、価値を置く、価値を教え込む、価値を帯びる、価値を確認する、価値を強調する、価値を信じる、価値を尊敬する、価値を認識する、価値を表現する、価値を満たす、価値を持つ、価値を蝕む。

(2) 価値＋名詞

価値自由、価値体系、価値の集まり、価値の実現、価値の神話、価値の選択、価値の対立、価値の伝達、価値の問題、価値の変化、価値の包括的な言明。

(3) ○○価値

①形容詞＋価値

暗黙的な価値、基礎的な価値、基本的価値、結合価値、固有な価値、社会的な価値、政治的な価値、潜在的な価値、高い価値、伝統的な価値、道具的な価値、道徳的な価値、内在的な価値、低い価値、必然的な価値、等しい価値、非本質的な価値、分離価値、量的価値、倫理的価値。

②名詞＋価値

イデオロギーの価値、男らしさの価値、概念構造の価値、過程の価値、教育的価値、教

育の質に関する価値、権利や組織に結び付いた価値、好戦的愛国的な価値、功利主義的価値、市場の価値、社会的公正の価値、自由社会の価値、純粋数学の価値、小市民階級の価値、職業価値、所産の価値、数学者の価値、数学に内在する価値、数学の共同体の価値、西洋の自由主義の価値、西洋文化の価値、絶対主義者の価値、人間の価値、ビクトリア時代の価値、文化的な遺産の価値、文化的文脈の価値、文化の価値。

本書の「価値」を見ていると、実に自由に多彩な「価値」の使われ方がしているのが分かる。プラトン主義のように、数学の価値が、数学に内在していると考えれば、誰でもが、数学の価値を自由に語るということは恐れ多くてできないであろう。

しかし、少なくとも、教育の場面においては、子どもたちの多様な将来を思い浮かべ、価値をもっと自由に考えていきたい。

5. おわりに

『数学教育の哲学』では、数学教育における価値が多様な面から論じられ、しかも、その価値の根源がどこに存するかまで論じられている。数学教育における価値は、数学に内在し、価値からは中立で、価値自由であるというわけではなく、数学は価値を帯び文化に結び付けられているとしている。社会的構成主義に立てば、すなわち、知識が人間によって作られてきたのであるなら、価値も人間によって作られてきたのである。そして、これまで数学に内在している考えられてきた、抽象的、形式的、客観的などの価値は、西欧の上流社会の男性によるものであるとしている。そして、そのようにして作られてきた数学の価値によって、人種や少数民族やジェンダーによる数学教育の成果に影響を与えてきたことも明らかにしている。日本にもある数学教育における男女差もこのようなことを反映しているのだろう。

これからの教育では、子どもたちが、算数・数学に主体的に取り組むということが一層求められている。そこでは、当然、算数・数学に関わる価値判断が必要になる。さらに、その価値はこれまでのように無条件に与えられるものではなく、それを考えることさえも算数・数学の学習になってくるということであろう。価値についての言説を通して、アーネストの「すべての人による数学教育」という意図が伝わってくる。

ところで、このような様々な価値ということを考えていくと、これまでの日本の数学教育における「多様性を活かす」という次の研究成果を注目せざるを得ない。

- 1) 『算数科 多様な考えの生かし方まとめ方』(古藤怜・新潟県算数教育研究会, 1992)
- 2) 『算数・数学科のオープンエンドアプローチ』(島田茂, 1977)
- 3) 『問題から問題へ』(竹内芳男・沢田利夫, 1984)

これらのうち、1) では、多様な考えを出すだけでなく、それらのある視点から分類しまとめることを提案している。当時、子どもの考えを大事にするということで、多様な考えを出すだけで終わっていた実践が多かったのに対して、視点を基に分類することを目指したのである。これはアーネストによれば、ペリー理論の多元論から相対論へと移行していると考えられる。同様に、2) でもオープンエンドの問題のうちの分類の例では、単

に分類するだけでなく、各自の視点を挙げることを求めている。ここにも相対論を見て取ることができる。

1)、2)だけではなく3)も含めて、子どもの考えを大事にして、その多様性に着目していたが、本書を読むと、それらの視点が、数学に内在すると思われていた、数学を発展させる数学的な価値ではなかっただろうか。これらの研究を継承発展させる意味で、もっと私たち自身が自由に数学教育における価値を考えていきたい。

アーネストは『数学教育の哲学』の最終章で、数学的な活動においては、「正当化の文脈」だけではなく、「発見の文脈」の重要性を述べ、そこでの価値の違いについて論じている。筆者は、この二つの文脈に加え、さらに、「活用の文脈」を加えられないかと考えている。算数・数学で決まりを発見し、それを正当化して終わりとするのではなく、それを活用していくことが求められている。そして、そのような活用の文脈では、正当化の文脈や発見の文脈における価値とはまた異なった価値が必要になるのではないであろうか。なによりも、活用の文脈では、活用する人間、生活、社会、世界、文化が問われるであろう。新たな算数・数学の視点が必要になるであろう。

注

- 1) 数学研究者による数学の哲学については、次の著書を参考にすることができる。
 - a) スティーブン・F・バーカー著（赤摂也訳）（1968）『数学の哲学』培風館.
 - b) Dossey, J.(1992). *The nature of mathematics: its role and its influence*. In Douglas A. Grouws(ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.39-48). National Council of Teachers of Mathematics.
(日本数学教育学会において2005年から2006年にかけて行われた現教育課程策定のための教育課程委員会（委員長は筆者）において、メンバーの当時筑波大学院生の高橋聡氏によって、この翻訳版が「数学の本性 -その役割と影響-」として紹介されている。)
 - c) 砂田利一、長岡亮介、野家啓一（2011）『数学者の哲学+哲学者の数学』東京図書株式会社.
 - d) スチュワート・シャピロ著（金子洋之訳）（2012）『数学を哲学する』筑摩書房.

引用・参考文献

ポール・アーネスト著（長崎栄三、重松敬一、瀬沼花子監訳）（2015）『数学教育の哲学』東洋館出版社.

原著：Paul Ernest (1991),”*The Philosophy of Mathematics Education*”,Routledge, Falmer.

古藤怜・新潟県算数教育研究会（1992）『算数科 多様な考えの生かし方まとめ方』東洋館出版社.

長崎栄三（1999a）「算数のよさを味わい生活に活かす子ども」『第1巻 生きる力を育む算数授業』ニチブン， pp.131-132.

長崎栄三（1999b）「算数の簡潔さ・的確さ・能率さを追求する」『第8巻 算数のよさを味わい生活に活かす子ども』ニチブン，pp.196-201.

長崎栄三（2007）「算数教育の目的はどう考えるか」長崎栄三・滝井章編著『何のための算数教育か』東洋館出版社，pp.12-34.

島田茂編著（1977）『算数・数学科のオープンエンドアプローチ』みずうみ書房。（新訂版，東洋館出版社，1995）.

竹内芳男・沢田利夫編著（1984）『問題から問題へ』東洋館出版社.