

均質化法を応用した高分子基複合材料の汎用的な減衰振動解析手法の提案

メタデータ	言語: en 出版者: 静岡大学 公開日: 2015-12-18 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 小林, 和幸 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.14945/00009288

静岡大学 博士論文

均質化法を応用した高分子基複合材料の
汎用的な減衰振動解析手法の提案

2015 年 6 月

創造科学技術大学院

自然科学系教育部

環境・エネルギーシステム専攻

小林 和幸

目次

1 章	緒論	4
1.1.	研究背景	4
1.1.1.	高分子基複合材料の用途とその課題	4
1.1.2.	高分子基複合材料のミクロ構造の設計と均質化解析	6
1.1.3.	高分子基複合材料の減衰振動評価の歴史と現状	9
1.2.	研究目的	13
1.3.	本論文の構成	14
2 章	均質化法を応用した高分子基複合材料のモード重ね合わせ法減衰振動特性解析手法	16
2.1.	緒言	16
2.2.	モード重ね合わせ法による粘性減衰振動解析理論	17
2.3.	モード減衰比の評価方法	20
2.4.	マクロ構成則の同定	23
2.4.1.	異方性一般化 Maxwell モデル	23
2.4.2.	均質化法に基づく有限要素法によるマクロ構成則の同定	27
2.4.3.	等方性母材樹脂の粘弾性特性の同定	31
2.5.	構造体の振動解析	33
2.6.	結言	35
3 章	粒子分散複合材料の減衰振動特性解析と実験検証	37
3.1.	緒言	37
3.2.	試験片と解析モデル	38
3.3.	振動実験の方法	45
3.4.	樹脂の粘弾性測定	49
3.5.	均質化解析	52
3.6.	固有周波数	56
3.7.	固有モード形状	58
3.8.	モード減衰比	62
3.9.	結言	66
4 章	繊維強化複合材料 CFRP の減衰振動特性解析と実験検証	68

4. 1. 緒言	68
4. 2. 試験片と解析モデル	69
4. 3. 振動実験の方法	73
4. 4. 樹脂の粘弾性測定	75
4. 5. 均質化解析	78
4. 6. 固有周波数	81
4. 7. 固有モード形状	83
4. 8. モード減衰比	87
4. 9. 駆動点アクセランスと加速度インパルス応答	90
4. 10. 結言	96
5 章 結論	98
参考文献	101
本研究に係る業績	105
謝辞	106

第 1 章

緒論

1章 緒論

1.1. 研究背景

1.1.1. 高分子基複合材料の用途とその課題

複合材料とは、いくつかの素材を組み合わせることにより素材単体よりもさらに優れた特性あるいは特異な特性を発現させた材料であり、人工材料としては40年ほど前に登場した新素材である。複合材料は、基となる母材とそれを強化する強化材からなり、母材に注目した場合は、高分子基複合材料、金属基複合材料、セラミック基複合材料に大別され、強化材に注目した場合は、強化繊維材を入れた繊維強化複合材料と、粒子を分散させた粒子分散複合材料に分類される。特に高分子基複合材料は、高分子と強化材のそれぞれの特徴を活かして、比強度、比剛性、耐食性、疲労特性、減衰特性などに優れた材料の設計が可能であるため、現在様々な用途に応用が拡大してきている[1]。

産業用途に関しては、例えば航空分野では、ボーイング 787 やエアバス A350_XWB の機体重量の約 50% が高分子基複合材料である炭素繊維強化プラスチック (CFRP) で出来ている。その他にも、軽量建材や高速道路の補強材、風力発電機のブレード、産業用ロボットのアーム、燃料電池の電極など、極めて多くの分野で CFRP が使用されている[2]。一方、民生用途に目を移すと、CFRP が持つ軽量、高剛性、高減衰の特徴を生かして、釣竿、ラケット、ゴルフシャフトなど、スポーツ、レジャー等のアミューズメント用品に高分子基複合材料が非常に多く使用されている。近年ではその応用はますます広がっており、例えば自動車分野では、従来はレーシングカーなど特殊な車種で使われるのみであったが、最近では一般向け自動車の構造部品にも使用されるようになってきている。また電子機器においては、ノート PC やデジタルカメラなどの筐体に適用されている。

このように応用範囲の広い高分子基複合材料は、近年新しい領域として楽器への応用が試みられている。楽器用材料には伝統的に天然木材が多く使われており、特に音響放射板（響板）など音質を決定づける重要部品に使われる木材は、その多くが希少材と呼ばれ、成長に長

期間を要する資源保護の対象である．そのため，供給の持続性に大きな問題がある[3]．また，天然材料であることから，振動物性を左右する物性値の均質性，安定性が得られにくいことなども重要な課題といえる．そのため，木材を代替できる人工材料が求められている．そこで，例えば，ギター[4]やピアノの音響放射板，音板打楽器[5]などで，FRP を使った商品の研究開発[6～8]が行われている．

木材が楽器用に重用される理由は，比剛性，異方性が極めて大きく，それが楽器の音色を特徴づける振動減衰の周波数依存性（振動モード依存性）をもたらすためであるとされている[9～11]．木材の特徴は，高分子基複合材料のそれと多くの部分で重なっており，したがって，適切な材料設計が成されれば木材の代替材料や木材を超える材料の開発が可能であると期待できる．このような期待の一方，音質を大きく左右する減衰特性の振動モード依存性に対して十分な材料設計がなされないまま経験的な方法で振動板の開発が行われている現状があり，その品質は依然として天然木材に匹敵するものとなっていない．

一般的に，複合材料の巨視的な材料特性（マクロ特性）は，その微視構造（ミクロ構造）によって決定されることが出来る．一方，求められるマクロ特性は個々の問題（用途）によって様々であり，ミクロ構造は，そのマクロ特性を実現するため，その都度最適設計を行うことが求められる．従って，複合材料の応用技術において，適切なコスト（時間）で，ミクロ構造の材料設計を可能にする手法を確立することは，応用分野によらず極めて重要な課題となっている．

1.1.2. 高分子基複合材料のミクロ構造の設計と均質化解析

複雑な幾何構造の材料ミクロ構造を忠実に反映して材料特性を解析することは、理論力学的な枠組みではもちろん、進歩した有限要素法等の近似解析の理論と現在の高性能コンピュータの組み合わせを持ってしてもほぼ不可能といえる。そこで、ミクロ的な非均質性と均質体としてのマクロ的材料特性とを関係づけるための理論の構築の取り組みは、20 世紀中頃から様々な分野で試みられてきた[12]。

その初期の理論体系は「複合材料の力学」と呼ばれるものであり、初めに材料内のひずみを一定と仮定したフークトのモデルと材料内の応力を一定としたロイスのモデルが提案された。これらの理論においては、複合材料の力学特性はその素材の力学特性と構成比率のみによって決定されており、ミクロな幾何学構造は構成式に反映されないため適用範囲は狭く材料設計という意味は薄い。次に、マイクロメカニクスと呼ばれる力学モデルが提案された。まず、1950 年頃、Cox[13]によりシアラグモデルが提案され、Rosen, Dow[14]らの研究により発展した。このモデルは、強化繊維内の垂直応力が繊維側面とマトリクス界面のせん断応力によって伝達されるという考え方に基づいている。このモデルにより介在物の形状が力学特性に与える影響が初めて考慮されるようになったが、それは長方形に限られており、アスペクト比が小さくなると誤差が大きくなるものであった。次に、1950 年代後半 Eshelby により等価介在物法が提案された。このモデルによって、一般的に楕円体としてあらわすことのできる介在物の形状の影響が考慮できるようになった。しかしながら、介在物の相互干渉の影響はまだ考慮されておらず、不均質物資の配合比率が大きくなると正確な物性を評価できなかった。この問題を解決するために 1960 年頃、セルフコンシステンシモデルが、1970 年代に入ると、Mori-Tanaka 理論[15]が提案され、等価介在物法の拡張が行われた。これにより不均質材料の間の相互作用が考慮されるようになり、現実の複合材料にも等価介在物法が適用できるようになった。マイクロメカニクスは精密に体系化された実用性の高い理論体系であり、また、個々の材料の幾何学的な形状

や配置といった空間的な分布情報を相互干渉という形で加味することで、材料のミクロ構造の設計という新しい概念を複合材料にもたらした意味は非常に大きかった。しかし一方で、これらの「複合材料の力学」では、解析解がみつかるケースは介在物が楕円という単純な形状に限られている。高速のコンピューターが安価に手に入る今日、有限要素法等の計算力学的な要素が希薄なその解析手法は、やや時代遅れの感があることも否定できない。

これらの力学理論に対して 1970 年代中頃、構成材料の構成則とそれらのミクロ領域における分布や幾何学的情報から非均質材料のマクロ的な力学特性を導く数学理論が、均質化法として注目された。均質化法の理論を始めて系統立ててまとめたのは J.-L.Lions らのグループ[16～18]であった。また、彼らの一般的な数学理論の発達を背景に、Sanchez-Palencia は、様々な物理上の問題に均質化法が適用できることを示し[17]、力学への本格的な応用が始まった。さらに、Lene[19,20]らは数値解析を含む解析例を示すことで均質化法は複合材の力学理論として一般に知られるものとなった。

寺田はその著書[21]において、均質化法を一言でまとめると、「解析対称領域が、ある微視構造を単位として規則的に繰り返されることによって構成され、その繰り返し度合が非常に密なために直接有限要素法などで領域を離散化できない場合、解析対称を均質な等価モデルで代用して全体を解析し、その解析結果を任意の点での微視構造に戻すことによって微視構造自身の変形を近似的に求めるための数理モデル化の一手法」と述べている。つまり、この理論における材料のミクロ構造に対する幾何学的な制約は、周期対称性のみであるため、マイクロメカニクス等に比較して非常に扱いやすい。その均質化プロセスは、周期境界条件にのみ注意すれば、有限要素法等、どのような解析手法を用いても構わない。その意味で、様々なミクロ幾何形状に対して極めて汎用性の高い手法になっている。さらに、複合材料を構成する複数の素材の構成則が互いに異なるものであった場合でも、それぞれの素材の構成則についての有限要素法解析手法が確立されてい

れば，両者が混合したマイクロ構造の均質化解析が可能であることも拡張性の大きさの点で特筆される．

これらの特徴を考慮すれば，有限要素法による解析が多くの複雑な線形，非線形物理問題に対して可能となってきた現在，数学的均質化法の応用が，複合材料の汎用的なマイクロ構造設計手法として極めて有望であることは明らかである．

1.1.3. 高分子基複合材料の減衰振動評価の歴史と現状

1.1.1 節で紹介したような様々な用途の中で、特に高分子基複合材料の減衰振動特性に着目した材料設計手法の開発につながる先行研究を概説する。

減衰振動特性の評価に関する試みは、70 年代の Adams[22,23]らの CFRP 振動板に関する一連の研究に始まる。Adams らは、CFRP の減衰に対して、「ひずみエネルギー比例減衰」を仮定し、その比例係数に相当する異方性の減衰特性を表すことが可能な減衰能マトリックスの概念を導入した。減衰能マトリックスは、短冊状の CFRP 試験片の振動実験によって同定され、同じミクロ構造を持つ CFRP で構成される構造体の有限要素法減衰振動解析に利用することができる。しかし、当時においては CFRP のミクロ構造に依存する減衰能マトリックスの値を求めるには事前の実験が必要であることから、材料設計に応用するという意味は薄かった。90 年代に入ると、中西、松本らは、一連の研究で Adams らの理論を拡張した。非線形計画法による試験方法の改善 [24,25]を実施するとともに、Voigt の複合則を応用し、ある程度複雑な織物構造の減衰能マトリックスをより単純なミクロ構造のそれから換算できることを示した [26~28]。これらの研究により、減衰性能の材料設計がはじめて可能となったが、中西、松本らの研究では、均質化プロセスが単純な Voigt のモデルに基づくため、繊維の配合比率の影響が反映されるのみで、複合材料にみられる様々な幾何構造の影響を考慮しがたい。

一方、数学的均質化法に基づく研究も行われている、多くの高分子基複合材料のマクロ構成則は、そのミクロ構造にかかわらず母材を構成する高分子と同様の線形粘弾性特性を示すことが知られている。したがって、関連する多くの研究は、図 1.1 に示す異方性一般化 Maxwell モデルの未知パラメーターを同定する問題として扱われてきている [29~31]。

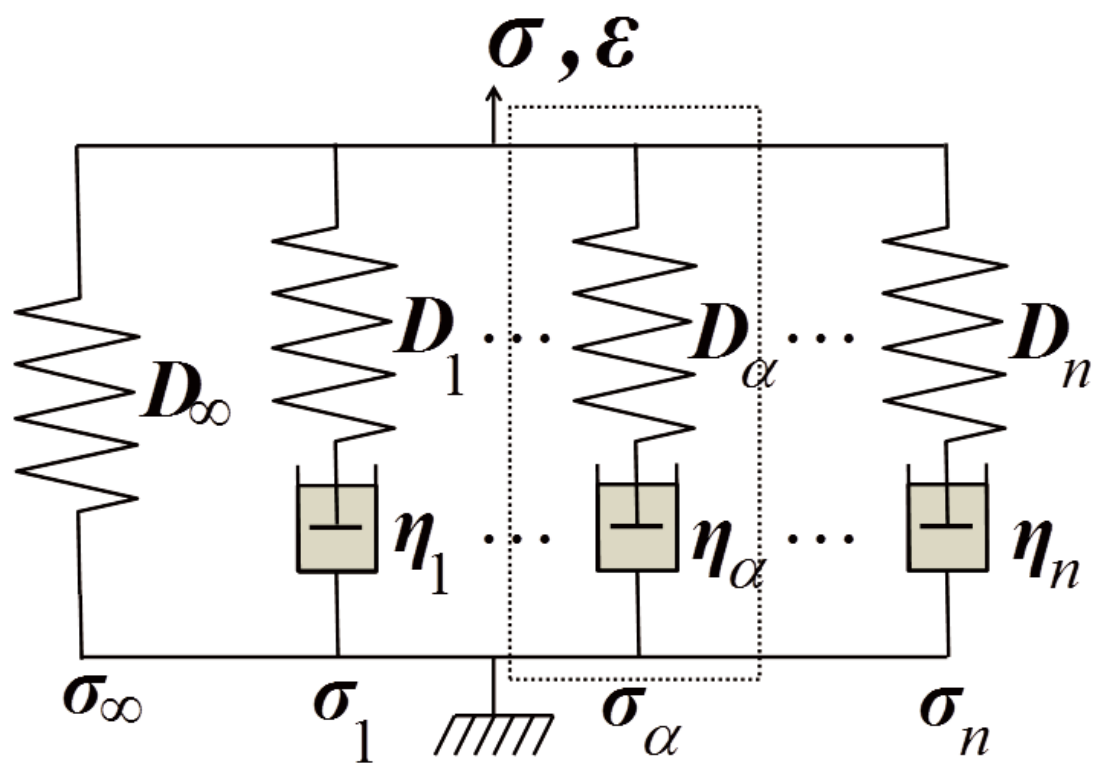


Fig.1.1 Anisotropic generalized Maxwell model.

図中の $\mathbf{D}_\infty$, $\mathbf{D}_\alpha$, $\boldsymbol{\eta}_\alpha$ はそれぞれ, 平衡応力の弾性係数マトリクス, 弾性係数マトリクス, 粘性係数マトリクスである. 異方性に拡張された一般化 Maxwell モデルでは, これらのパラメーターは 6×6 の対称マトリクスとなる.

一般に線形粘弾性問題を時間領域でそのまま扱うのは容易でないため, 対応原理に基づくラプラス変換による定式化が行われている[21]. Kaku, Arai[33]らは, このラプラス変換による方法を有限要素法で定式化し, 母材樹脂の特性が既知の場合について CFRP のマクロ熱粘弾性特性を計算した. 計算結果を逆ラプラス変換することで時間領域でのマクロ緩和弾性マトリクスは実験結果と良く一致することを明らかにした. また寺田ら[34]は, まったく同様の問題を, ひずみステップ応答を汎用構造解析コード ANSYS で時刻歴解析することで同定した. なお寺田らは, このように汎用解析コードを用いてエンジニアにもわかりやすい直観的な時刻歴計算で同定を行うことの利点を述べるとともに, 数値材料試験に基づく材料設計の概念を提唱している[35,36].

一方, 周波数領域での定式化が Koishi [37] らにより行われており, 汎用構造解析コード ABAQUS 上で利用できるようシステム開発された. さらに Koishi らは積層タイプのゴム複合材に対してマクロ複素弾性マトリクスを同定し, 実験結果と比較検討した結果, 複合則に比して数学的均質化法は精度上の優位性があることを明らかにした. また最近, 荒井ら[38]は, ラプラス変換による定式化によりマクロ複素弾性マトリクスを同定し, 梁を対象に直接法周波数応答解析を行った. これまでの多くの研究はマクロ材料物性値の同定と検証に留まっているものがほとんどである中で, 荒井らの研究は実際の構造物に対して広い周波数範囲での計算と実験との比較検討を行ったことの意義は大きい.

以上, 高分子基複合材料の減衰振動特性に着目した材料設計手法に関する先行研究を概説した. なかでも, Koishi[37]らの母材の複素弾性マトリクスが与えられる場合に, 周波数領域で複合材料のマクロ複素弾性マトリクスを数学的均質化で求める方法は, 事前に必要な実験が

最小限で済み，計算可能なマイクロ構造の幾何形状制約が少ないことから，材料設計という目的に最も合致していると考えられる．しかし，複素弾性マトリクスを求める手順が難解である上に汎用構造解析コードでは計算できないこと，また減衰特性の周波数依存性を正確に評価するために直接法周波数応答解析を行う必要があることから，計算コストが非常に大きくなることなど，広く一般のエンジニアが数多くの材料設計シミュレーション行うという視点からすると解決すべき課題が多数ある．また，構成則の理論的な同定とその実験検証は比較的多く見られる一方で，得られた構成則に基づいて，2次元的な広がりを持ち複雑な振動モードを示す実際の構造物に適用した研究はほとんど報告されていない．そのため，これらの手法を実構造に適用した場合の精度等に関する知見は極めて少ないのが現状である．

1.2. 研究目的

本研究は、前節で述べた高分子基複合材料の減衰振動特性の評価における現状の課題を解決するために、以下の3点を目的に行われた。

研究目的 1

複雑なミクロ構造を持つ高分子基複合材料について、最小限の材料測定を前提とし、計算コストが低く、従来の方法よりも短期間で多数回の材料設計シミュレーションを可能にする汎用的な減衰振動解析手法を提案する。

研究目的 2

振動特性に大きく影響する密度、剛性、減衰係数をコントロールすることが可能と考えられる粒子状介在物を分散させた高分子基複合材料について、提案した解析手法を適用し、振動実験結果と比較することによりその妥当性を検証する。また、体積含有率が振動特性に与える影響について詳細に考察する。

研究目的 3

振動特性の異方性をコントロールすることに有用と考えられるCFRP（カーボン繊維強化プラスチック）について、提案した解析手法を適用し、振動実験結果と比較することによりその妥当性を検証する。また、繊維の配向が振動特性に与える影響について考察する。

1.3. 本論文の構成

第 1 章「緒論」

本研究の背景および本研究の目的について述べる．

第 2 章「均質化法を応用した高分子基複合材料のモード重ね合わせ法減衰振動特性解析手法」

複雑なミクロ構造を持つ高分子基複合材料について，最小限の材料測定を前提とし，計算コストが低く，従来の方法よりも短期間で多数回の材料設計シミュレーションを可能にするために，数学的均質化解析手法を用いた汎用的な減衰振動解析手法を提案する．

第 3 章「粒子分散複合材料の減衰振動特性解析と実験検証」

第 2 章で示した解析手法を，微細な球状粒子（中実シリカ粒子および薄い樹脂球殻を持つ内部空洞粒子の 2 種類）をウレタン母材中に分散した複合材料矩形板に適用した．矩形板の振動解析と実験を行い，両者を比較することで本手法の妥当性を確認する．また，粒子の体積配合比率が振動特性に与える影響について考察を行う．

第 4 章「繊維強化複合材料 CFRP の減衰振動特性解析と実験検証」

第 3 章にて解析した球状粒子分散複合材料はマクロ的には等方的な性質をもつため，均質材料と比較して振動モード形状が大きく異なることや，モード減衰比の顕著なモード依存性はない．そこで本章では，提案した解析手法の有効性を検討するために，物性値の異方性が大きい炭素繊維強化プラスチック（CFRP）を対象に実験との比較検討を実施する．また，CFRP の異方性が減衰振動特性に与える影響についても考察を行う．

第 5 章「結論」

各章で得られた結果をまとめ，本論文の成果を述べる．

第 2 章

均質化法を応用した高分子基複合 材料のモード重ね合わせ法 減衰振動特性解析手法

2章 均質化法を応用した高分子基複合材料のモード重ね合わせ法減衰振動特性解析手法

2.1. 緒言

本章では，研究目的 1 を達成するため，高分子基複合材料のミクロ構造を考慮したマクロ減衰振動特性を，モード重ね合わせ法で数値解析する汎用的な方法を提案する．モード重ね合わせ法（以下モード法）では，運動方程式はモード座標系に変換され，解くべき微分方程式が非連成化される．そのため，直接法に比較して非常に低い計算コスト（時間）で振動解析が可能になる．一方，モード法で減衰特性の周波数依存性を正確に考慮するためには，各振動モードでの減衰特性（モード減衰比）を事前に把握していなければならない．しかし，このモード減衰比を，実験によらない手段で評価する方法はこれまで明確になっていなかったため，モード法振動解析が減衰特性を正確に評価する目的で実施されることはほとんどなかった．そこで本章では，数学的均質化法を用いることでモード減衰比を換算する方法を検討する．これにより，周波数に依存する減衰特性を考慮したモード法減衰振動解析の手法を確立する．また，均質化解析とモード法減衰振動解析を，汎用構造解析コード ANSYS を用いて実施する場合について，具体的な解析手順を詳細に検討し，明示する．

2.2. モード重ね合わせ法による粘性減衰振動解析理論

いま，粘性減衰を含む構造体を考える．その運動方程式に有限要素法を適用して空間離散化を行うと，マトリクス形式の運動方程式を得ることができる．

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (2.1)$$

ここで， $\mathbf{u}$ は各節点での変位ベクトル，ドットは時間微分を表し， $\mathbf{M}$ ， $\mathbf{K}$ ， $\mathbf{C}$ ， $\mathbf{F}$ はそれぞれ質量，剛性，減衰マトリクスおよび外力ベクトルを表す．

いま，線形振動を仮定して，式(2.1)にモード重ね合わせ法の一般理論を適用する[39]．式(2.1)の減衰項および外力を $\mathbf{0}$ として，適当な拘束条件のもとでの自由振動問題を考えると固有値問題が得られる．その r 番目の実固有ベクトルを $\mathbf{X}_r$ と書くことにすれば，式(2.1)の変位解 $\mathbf{u}$ は，式(2.2)のように $\mathbf{X}_r$ を重ね合わせて表すことができる．

$$\mathbf{u} = [\mathbf{X}_1 \ \mathbf{X}_2 \ \mathbf{X}_3 \ \cdots \ \mathbf{X}_n] \mathbf{q} = \boldsymbol{\xi} \mathbf{q} \quad (2.2)$$

ここで， $\mathbf{q}$ はモード変位， $\boldsymbol{\xi}$ は固有ベクトル $\mathbf{X}_r$ を列として構成されるマトリクスを表している．式(2.2)を式(2.1)に代入した後，左から $\boldsymbol{\xi}^T$ の転置行列を掛けると，

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{k}\mathbf{q} = \boldsymbol{\xi}^T \mathbf{F} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{m} = \boldsymbol{\xi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\xi} \quad (2.4)$$

$$\mathbf{c} = \boldsymbol{\xi}^T \mathbf{C} \boldsymbol{\xi} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{k} = \boldsymbol{\xi}^T \mathbf{K} \boldsymbol{\xi} \quad (2.6)$$

ところで，実固有ベクトル $\mathbf{X}_r$ は，質量マトリクス $\mathbf{M}$ および剛性マトリクス $\mathbf{K}$ の両方に関して直交性を有する．従って，モード質量マトリクス $\mathbf{m}$ ，モード剛性マトリクス $\mathbf{k}$ は対角マトリクスとなり， r 行目の非零対角成分は式(2.7),(2.8)で表すことができる．

$$m_r = \mathbf{X}_r^T \mathbf{M} \mathbf{X}_r \quad (2.7)$$

$$k_r = \mathbf{X}_r^T \mathbf{K} \mathbf{X}_r \quad (2.8)$$

スカラー値 m_r , k_r は, それぞれ r 次のモード質量, モード剛性と呼ばれる.

一方で実固有ベクトル $\mathbf{X}_r$ は減衰マトリクス $\mathbf{C}$ に関しては直交性を有しない. そのためモード減衰マトリクス $\mathbf{c}$ は一般には対角マトリクスとなることはない. モード重ね合わせ法は, 式(2.3)の左辺が対角マトリクスとなることを利用して, 物理座標系の変位 $\mathbf{u}$ で表された運動方程式(2.1)を, モード変位 $\mathbf{q}$ で表された互いに独立な 1 自由度の運動方程式群を個別に解くことに帰着する方法である. 従って減衰マトリクス $\mathbf{C}$ はモード減衰マトリクス $\mathbf{c}$ が対角マトリクスとなるような特別な形を仮定しなければならない. 例えば, 構造体の減衰を表すのに仮定されることが多いレイリー減衰は, マトリクス $\mathbf{C}$ を $\mathbf{K}$ と $\mathbf{M}$ の線形結合で表したもので, この場合 $\mathbf{c}$ が対角マトリクスとなることは容易に確認することができる. しかしながらレイリー減衰が持つ減衰特性を決定するパラメーターは 2 つしかなく, 減衰性能が周波数やモード形状に依存して変化する複雑な現象を扱う目的には適していないことは明らかである. しかしながらそのような複雑な減衰特性を表現できる一般的な $\mathbf{C}$ の数学的な表現はまだ知られていない.

そのため本研究では, 式(2.5)の $\mathbf{c}$ が, 対角成分 c_r から成る対角マトリクスであることを逆に仮定し, 未知数 c_r (モード減衰) を適当な方法で決定する方法を採用することにした. この方法によれば, 減衰特性を表現する独立なパラメーターは, 考慮される固有モードの数だけ存在することになり, 実用上十分に複雑な減衰特性を表すことができると期待される. しかしながらモード減衰を同定する方法が明確になっていないため, 実用上は適当なモード減衰を仮定するか, あるいはあらかじめ実験を行ってこれを同定する必要があった. そのため実際に高次の振動モードの評価にまで応用されることはほとんどなかった.

そこで本研究ではこの問題を解決するため, 以下の章で示すように, モード減衰 c_r をひずみエネルギー保存則に基づいて決定する方法を提案し, これを用いて解析を行った. その方法により必要な次数のモード減衰 c_r が求まっていれば, $\mathbf{C}$ は対角マトリクス $\mathbf{c}$ を用いて, 式(2.10)

により決定される[40].

$$\mathbf{C} = \mathbf{M}\boldsymbol{\zeta}\mathbf{c}\mathbf{m}^{-2}\boldsymbol{\zeta}^T\mathbf{M} \quad (2.9)$$

以上により，式(2.3)の左辺は対角マトリクスとなり，これを分解表示すると式(2.10)が得られる．ただし， ζ_r はモード減衰比， ω_r は不減衰固有振動数， f_r は r 次のモードにのみ影響する力であり、それぞれ式(2.11)～式(2.13)で表される． n は考慮する固有モードの数を表している．

$$m_r\ddot{q}_r(t) + 2\omega_r\zeta_rm_r\dot{q}_r(t) + k_rq_r(t) = f_r, \quad r = 1 \sim n \quad (2.10)$$

$$\zeta_r = \frac{c_r}{2\omega_rm_r} \quad (2.11)$$

$$\omega_r = \sqrt{\frac{k_r}{m_r}} \quad (2.12)$$

$$f_r = \mathbf{X}_r^T \mathbf{F} \quad (2.13)$$

従って問題は， n 個の1自由度（モード変位）の運動方程式群である式(2.10)を解くことに帰着された．なお，物理座標系で表した変位解 $\mathbf{u}$ は，モード変位の解 $\mathbf{q}$ を式(2.2)に代入することにより，簡単に求めることができる．

2.3. モード減衰比の評価方法

r 次のモード減衰比 ζ_r (モード減衰 c_r) を評価する準備として、その物理的な意味を考察する。式(2.10)は、その右辺の外力を 0 とおくと、 $\zeta_r < 1$ の場合に減衰振動する解を持つ[39]。そこでその振動周期を T とし、式(2.10)の両辺に微小変位 dq を乗じ、 $dq = \dot{q}dt$ であることを考慮して 1 周期の積分を行うと、

$$\int_0^T \frac{dK_{en}}{dt} dt + \int_0^T \frac{dU_{en}}{dt} dt = -2\omega_r \zeta_r m_r \int_0^T \dot{q}_r^2 dt \quad (2.14)$$

$$K_{en} = \frac{1}{2} m_r \dot{q}_r^2, \quad U_{en} = \frac{1}{2} k_r q_r^2 \quad (2.15)$$

ここで、 K_{en} および U_{en} は、それぞれ運動エネルギー、ひずみエネルギーである。いま、式(2.14)を書き換えると、

$$(K_{en} + U_{en})_{t=T} - (K_{en} + U_{en})_{t=0} = -2\omega_r \zeta_r m_r \int_0^T \dot{q}_r^2 dt \quad (2.16)$$

つまり、式(2.16)は、1 周期の振動における系のエネルギー保存則を表していることがわかる。

一方、式(2.10)を満足しかつ減衰振動する解は、初期位相が 0 となるように時間 $t=0$ を選んでも一般性は失われないから、式(2.14)と書くことができる。

$$q_r = q_{r0} \exp(-\omega_r \zeta t) \cos \omega_{rd} t \quad (2.17)$$

$$\omega_{rd} = \omega_r \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (2.18)$$

ただし、 q_{r0} は $t=0$ での初期変位を、 ω_{rd} は r 次モードの減衰振動の固有角周波数を表す。いま、式(2.17)を用いて式(2.14)の右辺の積分を実行すると、式(2.19)が得られる。ただし、式中の指数関数はテイラー展開され、 ζ は十分に小さいと仮定しその 2 次以上の項は省略されている。

$$-2\omega_r \zeta_r m_r \int_0^T \dot{q}_r^2 dt \approx -4\pi \zeta_r \left(\frac{1}{2} k_r q_{r0}^2 \right) = -4\pi \zeta_r E_0 \quad (2.19)$$

ここで、 E_0 は初期 $t=0$ で系が持つひずみエネルギーを表している．式(2.16)の左辺は、系が1周期で失う総エネルギー($-\Delta E$)であることを考慮し、式(2.19)を式(2.16)の右辺に代入すれば、

$$\Delta E = 4\pi \zeta_r E_0 \quad (2.20)$$

式(2.20)は、1周期の散逸エネルギー ΔE が振動初期のひずみエネルギー E_0 に比例し、モード減衰比 ζ_r はその比例係数に相当することを意味している．

以上を踏まえて、モード減衰比 ζ_r を同定する一般的な方法を検討する．いま、エネルギー損失の原因が材料内部の粘性のみによると仮定すれば、 ζ_r は粘性項を含む固体の構成式から決定されるはずである．そこで、解析の対象である複合材料が線形粘弾性体であると仮定し、その周波数領域の構成則を対応原理を用いて以下のような複素弾性係数マトリクスで表す．

$$\boldsymbol{\sigma}^* = \mathbf{D}^* \boldsymbol{\varepsilon}^* = (\mathbf{D}' + j\mathbf{D}'') \boldsymbol{\varepsilon}^* \quad (2.21)$$

ここで、添字*は変数が複素数であることを示し、 $\boldsymbol{\sigma}^*$ 、 $\boldsymbol{\varepsilon}^*$ は、それぞれベクトル表記の複素応力、複素ひずみである．また、 j は虚数単位、 $\mathbf{D}^*$ は複素弾性係数マトリクス、 $\mathbf{D}'$ 、 $\mathbf{D}''$ はそれぞれ貯蔵および損失弾性係数マトリクスである．

いま、構造体が振動数 ω_r 、固有ベクトル $\mathbf{X}_r$ の形状で自由振動している状態を考える．固体内の微小体積要素 dv における最大ひずみベクトルを $\boldsymbol{\varepsilon}_r$ と書けば、複素ひずみ $\boldsymbol{\varepsilon}^*$ の時間変化は初期位相を0とすれば、

$$\boldsymbol{\varepsilon}^* = \boldsymbol{\varepsilon}_r \exp(j\omega_r t) \quad (2.22)$$

単位体積あたりの散逸エネルギー Δe は、1周期の自由振動で内部応力をする仕事に等しいから、式(2.21)、(2.22)を用いて以下のように計算することができる．

$$\Delta e = \oint \text{Re}(\sigma^*) \cdot \text{Re}(d\epsilon^*) = \int_0^T \text{Re}(\mathbf{D}^* \dot{\epsilon}^*) \cdot \text{Re}(\dot{\epsilon}^*) dt = \pi \epsilon_r^T \mathbf{D}'' \epsilon_r \quad (2.23)$$

ここで、 Re は複素数の実部を示し、 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ はベクトル $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ の内積を示す．式(2.23)の Δe を、構造体の全領域 V で体積積分すると、その構造体が 1 周期に失う全エネルギー ΔE が得られる．

$$\Delta E = \pi \int_V \epsilon_r^T \mathbf{D}'' \epsilon_r dv \quad (2.24)$$

また、 $t=0$ での構造体の内部ひずみエネルギー E_0 は、

$$E_0 = \frac{1}{2} \int_V \epsilon_r^T \mathbf{D}' \epsilon_r dv \quad (2.25)$$

と表される．式(2.24), (2.25)を式(2.20)に代入することにより、モード減衰比の計算式(2.26)が導かれる．

$$\zeta_r = \frac{\frac{1}{2} \int_V \epsilon_r^T \mathbf{D}'' \epsilon_r dv}{\frac{1}{2} \int_V \epsilon_r^T \mathbf{D}' \epsilon_r dv} \quad (2.26)$$

式(2.26)により、複素弾性係数マトリクス $\mathbf{D}^*$ が既知であれば、モード減衰比 ζ_r は実固有ベクトルに対応する構造体のひずみ分布から計算できることがわかる．

一方、微分方程式(2.10)を解くためには ζ_r 以外にも、モード剛性 k_r , モード質量 m_r の同定が必要である．そのために必要な剛性マトリクス $\mathbf{K}$, 質量マトリクス $\mathbf{M}$ は、それぞれ貯蔵弾性係数マトリクス $\mathbf{D}'$ と巨視的な平均質量密度 ρ を用いて通常の有限要素法(FEM)離散化手順に従って求めることができる．以上の手順より、微分方程式(2.10)の係数であるモードパラメータ k_r, m_r, c_r はすべて決定することができる．

2.4. マクロ構成則の同定

2.4.1. 異方性一般化 Maxwell モデル

2.3 章では、樹脂基複合材料構造体を線形粘弾性体とみなすことができると思えば、その構成則は複素弾性係数マトリクスで表されることを述べた。本章では、マクロ構成則についてさらに詳しく調べ、線形粘弾性体の構成則を表す一般化 Maxwell モデルから異方性複素弾性係数マトリクスが同定する。

マクロ物性とは、ミクロな局所構造を持つ材料の空間的に均質化された平均物性を表すものであり、その数理モデルとしての枠組みはあらかじめマクロ構成則として定められていなければならない。そのマクロ構成則に含まれているパラメーターは、本研究においては数学的均質化法に基づく数値材料試験により同定される。マクロ構成則の数理モデルには、対象となる材料の局所構造の性質を反映できる程度に十分複雑なものであることが求められている。

いま簡単のため、本報で扱う材料は、1 種類の線形粘弾性を持つ等方性基材と、異方性と弾性的性質を有する複数の強化材から構成され、周期構造を有すると仮定する。このような典型的な樹脂基複合材料は、図 2.1 に示すような、一般化 Maxwell モデルを異方性に拡張した異方性一般化 Maxwell モデルで表すことができる[31,32]。本図は図 1.1 と同じものであるが、読みやすさのために再掲した。図中の $\mathbf{D}_\infty$, $\mathbf{D}_\alpha$, $\boldsymbol{\eta}_\alpha$ は、それぞれ平衡応力の弾性係数マトリクス、弾性係数マトリクス、粘性係数マトリクスである。異方性に拡張された一般化 Maxwell モデルでは、これらのパラメーターは 6×6 の対称マトリクスとなる。

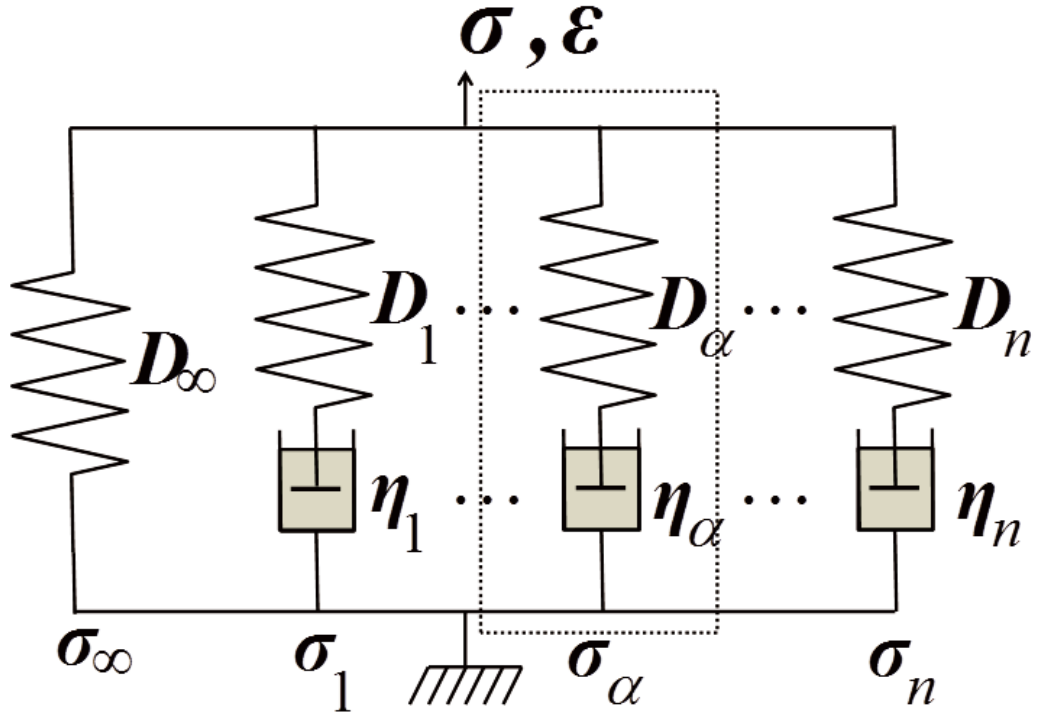


Fig.2.1 Anisotropic generalized Maxwell model.

一般化 Maxwell モデルは，一要素の Maxwell モデル α を並列に連結したモデルである．従って，個々の要素 α のひずみは，それぞれが全ひずみ ϵ に等しく，また個々の要素 α の応力の総和が，全体の応力 σ に等しい．

$$\dot{\sigma}_\alpha + \tau_\alpha^{-1} \sigma_\alpha = D_\alpha \dot{\epsilon} \quad (2.27)$$

$$\sigma = D_\infty \epsilon + \sum_{\alpha=1}^n \sigma_\alpha \quad (2.28)$$

$$\tau_\alpha = \eta_\alpha D_\alpha^{-1} \quad (2.29)$$

ただし， τ_α は緩和時間マトリックスである．

これらの微分方程式を， $t \geq 0$ ，大きさ $\bar{\epsilon}$ のステップ状のひずみ入力に対して解くと，次式に示す応力の時間応答が求まる．

$$\sigma(t) = \left\{ D_\infty + \sum_{\alpha=1}^n D_\alpha \exp(-t \tau_\alpha^{-1}) \right\} \bar{\epsilon} = D_\tau(t) \bar{\epsilon} \quad (2.30)$$

$$\mathbf{D}_\tau(t) = \mathbf{D}_\infty + \sum_{\alpha=1}^n \mathbf{D}_\alpha \exp(-t\tau_\alpha^{-1}) \quad (2.31)$$

ここで $\mathbf{D}_\tau(t)$ は，緩和弾性係数マトリクスである．

次に，同モデルに定常的に調和振動する強制ひずみを与えた場合の応力の周波数応答を計算する．任意のひずみ入力 $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ に対する応力は，ボルツマンの重畳原理から，緩和弾性係数マトリクス $\mathbf{D}_\tau(t)$ の Duhamel 積分で求められ， $t=0$ での初期条件を考慮すれば，式(2.32)となる．

$$\boldsymbol{\sigma}(t) = \mathbf{D}_\tau(t)\boldsymbol{\varepsilon}(0) + \int_0^t \mathbf{D}_\tau(t-s) \frac{d}{ds} \boldsymbol{\varepsilon}(s) ds \quad (2.32)$$

式(2.32)に，調和振動するひずみベクトル $\boldsymbol{\varepsilon}^* = \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} \exp(j\omega t)$ を代入し， $t-s=k$ なる変数変換を行えば，任意の時間 t での複素応力は式(2.33)となる．

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}^* = & \left(\mathbf{D}_\tau(t) \cos \omega t + \omega \int_0^t \mathbf{D}_\tau(k) \sin \omega k dk \right) \boldsymbol{\varepsilon}^* \\ & - j \left(\mathbf{D}_\tau(t) \sin \omega t - \omega \int_0^t \mathbf{D}_\tau(k) \cos \omega k dk \right) \boldsymbol{\varepsilon}^* \end{aligned} \quad (2.33)$$

ここで，本研究において扱う複合材料の粘性特性については，等方性を仮定する．この仮定は，複合材料が等方性粘弾性基材を1つだけ含む場合には妥当であると考えられているためである[34]．このとき緩和時間マトリクスはひとつのスカラー値 τ_α により $\boldsymbol{\tau}_\alpha = \tau_\alpha \mathbf{I}$ と表される[41]．ただし $\mathbf{I}$ は単位マトリクスである．さらに，式(2.31)を式(2.33)に代入し， $t \rightarrow \infty$ として応力の非平衡成分を消去すれば，以下の複素弾性係数マトリクスが求まる．

$$\mathbf{D}'(\omega) = \mathbf{D}_\infty + \sum_{\alpha=1}^n \frac{\omega^2 \tau_\alpha^2}{1 + \omega^2 \tau_\alpha^2} \mathbf{D}_\alpha \quad (2.34)$$

$$\mathbf{D}''(\omega) = \sum_{\alpha=1}^n \frac{\omega \tau_\alpha}{1 + \omega^2 \tau_\alpha^2} \mathbf{D}_\alpha \quad (2.35)$$

以上のように，異方性一般化 **Maxwell** モデルの構成測は，時間領域での緩和弾性係数マトリクス，周波数領域での複素弾性係数マトリクスで表すことができた．両者はまったく同じパラメーターで表されているので，均質化過程において同定された構成則が緩和弾性係数であるか複素弾性係数であるかにかかわらず，簡単に相互変換することができる．特に式(2.31)は **Prony** 級数と呼ばれる．

2.4.2.均質化法に基づく有限要素法によるマクロ構成則の同定

構造体のマクロ構成則は，適当な同定手法により，式(2.31)の Prony 級数の係数を決定することで同定される．緒論で詳しく述べたように，材料の微視的なミクロ構造を考慮して平均マクロ物性を求める方法は，「複合材料の力学」や「マイクロメカニクス」などの理論力学的アプローチや「数学的均質化法」など，これまでに多くの方法が知られているが，本研究では，数学的均質化法に基づいた有限要素法解析で平均マクロ物性を求めることとした．数学的均質化法は，ミクロ構造の周期性を前提としている方法だが，その微視的幾何形状に対する制限がほとんど無く，また有限要素法との連携も進んでいることから，複雑なミクロ構造への適応性が優れていると考えられるためである．

具体的には，まず始めに対象とした複合材料のミクロ構造の1周期を取り出して，図 2.2 のようなユニットセルの要素モデルを作成する．

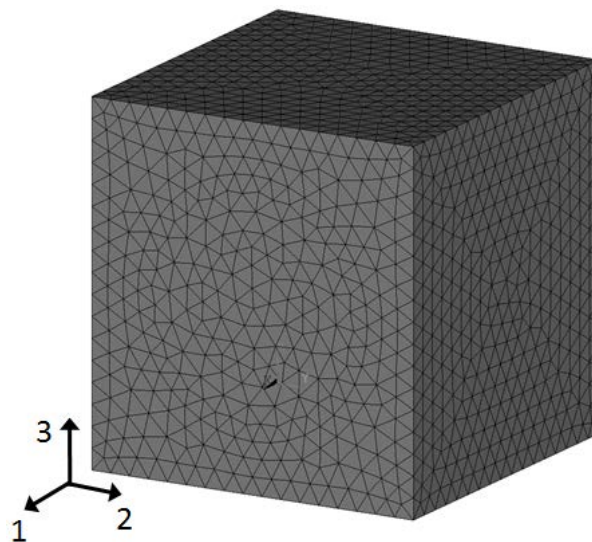


Fig. 2.2 FEM model of a unit cell

つぎにユニットセルの 1,2,3 の 3 方向の境界面に,それぞれ独立に以下の 6 パターンのステップ状マクロひずみ $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ に相当する相対的な強制変位を与え, その後の時刻歴応力分布 $\boldsymbol{\sigma}(t)$ を数値計算する.

●パターン 1 : 1 方向一軸引張

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T(t) = \left\{ \bar{\varepsilon} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right\}, \quad t \geq 0 \quad (2.36)$$

●パターン 2 : 2 方向一軸引張

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T(t) = \left\{ 0 \quad \bar{\varepsilon} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right\}, \quad t \geq 0 \quad (2.37)$$

●パターン 3 : 3 方向一軸引張

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T(t) = \left\{ 0 \quad 0 \quad \bar{\varepsilon} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right\}, \quad t \geq 0 \quad (2.38)$$

●パターン 4 : 12(21)面内純せん断

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T(t) = \left\{ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \bar{\varepsilon} \quad 0 \quad 0 \right\}, \quad t \geq 0 \quad (2.39)$$

●パターン 5 : 23(32)面内純せん断

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T(t) = \left\{ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \bar{\varepsilon} \quad 0 \right\}, \quad t \geq 0 \quad (2.40)$$

●パターン 6 : 13(31)面内純せん断

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T(t) = \left\{ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \bar{\varepsilon} \right\}, \quad t \geq 0 \quad (2.41)$$

与えられたそれぞれのひずみパターンと, そこから計算された応力の体積平均値を式(2.30)に代入すれば, 均質化された直交異方性マクロ緩和弾性マトリクス $\mathbf{D}_r(t)$ の 9 つの独立な成分を求めることができる.

以上の均質化プロセスは, Prony 級数を構成則として緩和応力解析を実行できるすべての汎用有限要素法構造解析コード(例えば ANSYS)で実施することが可能である. また, 求められたマクロ緩和弾性マトリクス $\mathbf{D}_r(t)$ を用いて, 式(2.31)の右辺の異方性一般化 Maxwell モデル

の係数マトリクスを同定することは必ずしもすべての汎用コードで可能なわけではないが、ANSYS の Multiscale.sim オプション[41]を用いれば、一般的な最小二乗法によって決定することができる[34]。同定されたこの係数マトリクスは、あらためて式(2.34)(2.35)により周波数領域の複素弾性係数に変換される。

ANSYS とその Multiscale.sim オプションを使用した場合のユニットセルの均質化解析手順を図 2.3 に具体的に示す。始めに作成されたユニットセルの材料主軸の方向は、物理座標系の方向に一致さなければならない。ユニットセルの解析モデルには、樹脂の緩和弾性係数マトリクス $\mathbf{D}\tau(t)$ と、強化材の直交異方性弾性マトリクス $\mathbf{D}$ が割り当てられる。数値応力緩和解析は、ステップ状の微小な強制ひずみをユニットセル境界面の垂直方向、せん断方向にそれぞれ独立に与えて行われ、応力の時間変化が求められる。Multiscale.sim オプションで同定される直交異方性一般化 Maxwell モデルの係数マトリクスは、式(2.34)(2.35)により周波数領域の複素弾性係数に変換して使用される。

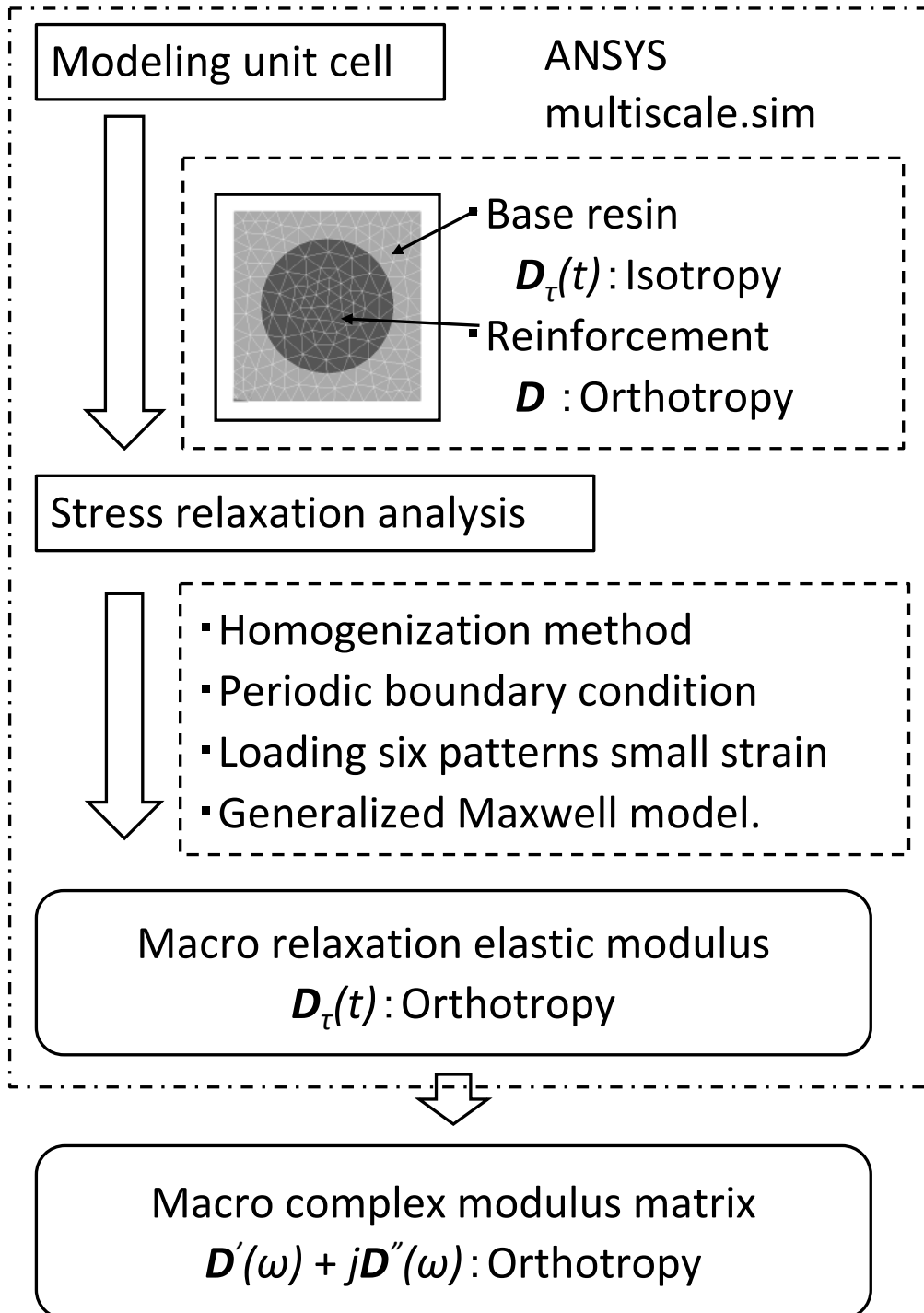


Fig.2.3 Identification procedure of a macro complex modulus matrix.

2.4.3. 等方性母材樹脂の粘弾性特性の同定

ユニットセルの応力緩和解析に必要な基材樹脂の等方性緩和弾性係数マトリクス $\mathbf{D}_\tau(t)$ は、そのせん断弾性係数 $G_\tau(t)$ と体積弾性係数 K_b から、式(2.42)～(45)で表される．この際、応力の静水圧成分と体積ひずみの関係については、粘弾性挙動を示さないものと仮定した．

$$\mathbf{D}_\tau(t) = K_b \mathbf{i} \mathbf{i}^T + 2G_\tau(t) \left(\mathbf{i}_0 - \frac{1}{3} \mathbf{i} \mathbf{i}^T \right) \quad (2.42)$$

$$\mathbf{i} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{i}_0 = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \quad (2.43)$$

$$K_b = \frac{E_\tau(0)}{3(1-2\nu_0)} \quad (2.44)$$

$$G_\tau(t) = \frac{3E_\tau(t)K_b}{9K - E_\tau(t)} \quad (2.45)$$

樹脂の緩和弾性係数 $E_\tau(t)$ と、粘弾性挙動が実質的に無視できる常温で測定された瞬間ポアソン比 ν_0 を用いれば、 K_b と $G_\tau(t)$ は等方性材料に対する弾性係数相互の関係式(2.44)，(2.45)から求めることができる．ここで右辺の $E_\tau(t)$ は、動的粘弾性試験（DMA 試験）で測定された周波数領域での複素縦弾性係数 $E'(\omega)$ ， $E''(\omega)$ を、式(2.34)，(2.35)を用いて時間領域に変換して求めることができる．

非共振法である DMA 試験は、高周波数では試験片質量の影響により精度が低下することが知られている．そこで、時間・温度換算則[42]を適用する．この換算則に従う高分子材料では、式(2.46)のように、温度 T での（緩和特性を記述する）時間スケール t と、参照温度 T_R での時間スケール t' の比は、樹脂固有のシフトファクター α_T で表される．

$$\alpha_T = t/t' \quad (2.46)$$

この性質を利用して、さまざまな温度条件下にて測定された結果を広

範囲の周波数領域の測定結果（マスター曲線）に変換することができる． α_T の近似に対してはさまざまな方法が提案されている．本論文の第 3,4 章の実験で使用したウレタン樹脂とエポキシ樹脂では，比較的簡易な表現を持つアレニウスの式(33)を使用しても矛盾の無いマスター曲線を得ることができた．

$$\ln \alpha_T = \frac{\Delta H_a}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_R} \right) \quad (2.47)$$

ここで R は気体定数， ΔH_a は樹脂固有の活性化エネルギーである．

得られた基材樹脂の貯蔵縦弾性係数と損失縦弾性係数のマスター曲線 $E'(\omega)$ ， $E''(\omega)$ を式(2.34)，(2.35)の左辺に代入し，対応する右辺の係数 E_a ， τ_a を適当な手段で同定すれば，式(2.31)から基材樹脂の緩和弾性係数 $E_r(t)$ が得られる．本論文の第 3,4 章の実験で使用したウレタン樹脂とエポキシ樹脂では，藤川ら[43]の方法に基づいて同定を行う粘弾性カーブフィットプログラム（メカニカルデザイン）を使用した．

2.5. 構造体の振動解析

図 2.4 に振動解析手順を示す．複合材料で作られた構造体に対して，均質化物性とその材料主軸方向を設定する．拘束条件を設定した後で実固有値解析を行う．貯蔵弾性係数は，参照角周波数 ω_0 での値を使用する．得られた実固有ベクトルから，モード質量，モード剛性および式(2.26)を用いてモード減衰比を計算する．式(2.26)の体積積分は，ANSYS から出力される材料主軸方向の座標系における要素平均ひずみを用いて，要素単位で加算して求めた．以上の手順で，有限要素法の減衰を考慮したモード法時刻歴応答解析、周波数応答解析を行うためのデータをすべて得ることができる．

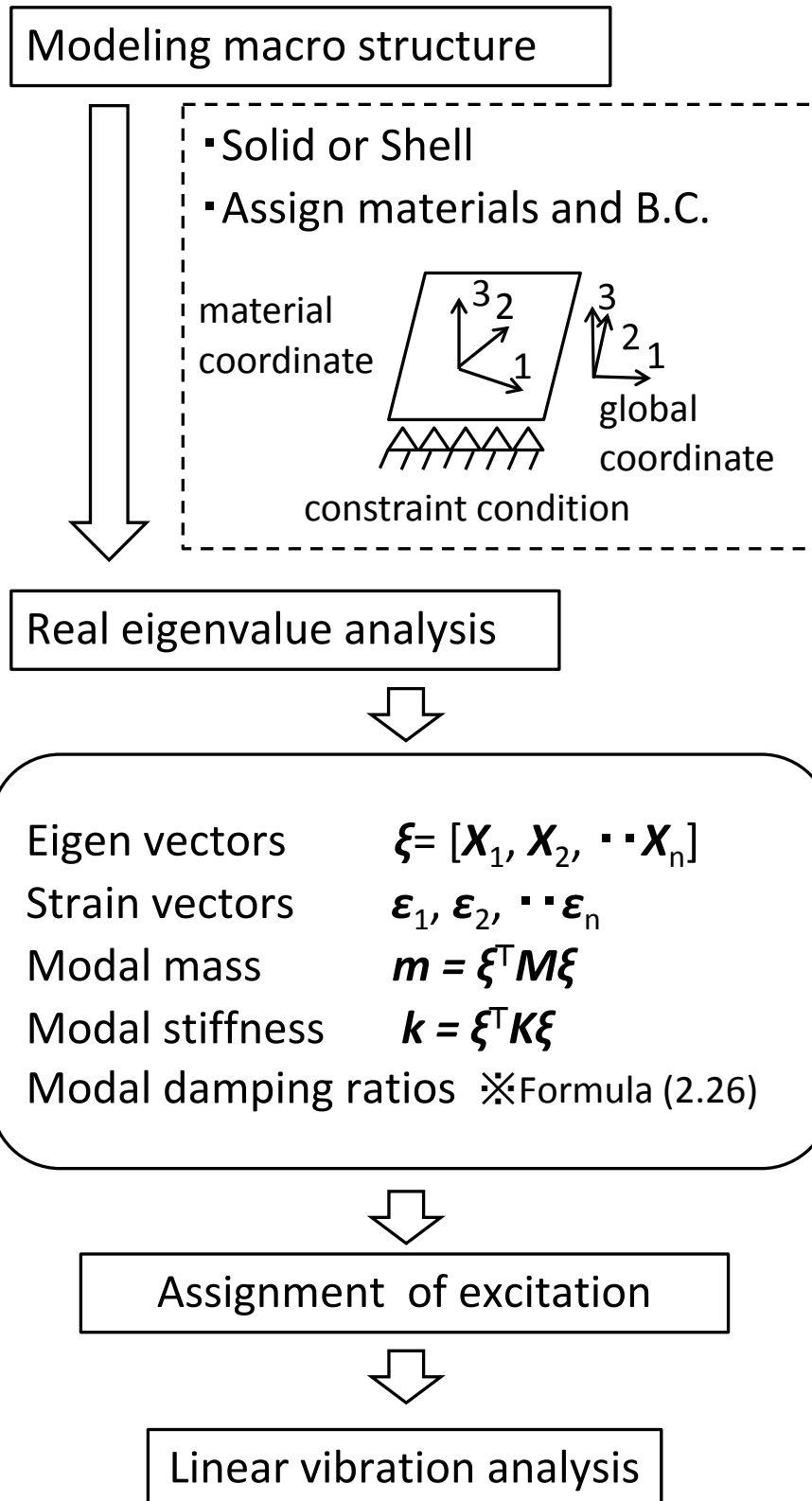


Fig.2.4 Vibration analysis procedure using a mode superposition method.

2.6. 結言

本章では、数学的均質化法を使用して高分子基複合材料のマクロ構成則を同定することにより、モード重ね合わせ法を用いた減衰振動解析が可能であることを示した。構造体の振動解析を行う前に把握しておく必要があるモード減衰比は、対応する振動モードの1周期の散逸エネルギーの積分から求められる。また、この積分は、材料のマクロ複素弾性マトリクスを用いて計算できる。均質化法の理論によれば、マクロ複素弾性マトリクスは、ステップ状のひずみ負荷を与えたユニットセルの応力の時間応答（緩和弾性マトリクス）から計算することができる。ここで必要となるユニットセルの均質化解析および、構造体の減衰振動解析はどちらも、汎用有限要素法解析コード(ANSYS)で計算することができることを示した。一方、ユニットセルの均質化解析のプロセスでは、複合材料の構成素材についての粘弾性特性（緩和弾性マトリクス）を把握するための物性測定が必要とされる。JIS規格に基づく動的粘弾性測定結果に、一般的な高分子材料で成り立つとされる時間・温度換算則を適用することで、広い周波数範囲で素材の粘弾性特性を得る方法を示した。

以上のように、周期的ミクロ構造を持つ高分子基複合材料について、モード重ね合わせ法の減衰振動解析手順を示すことができた。モード法振動解析においては、運動方程式の物理座標系の解は、実固有ベクトルによりモード座標系に変換され、その結果、非連成微分方程式群が得られる。そのため、連立方程式を解かなければならない直接法振動解析と比較して非常に短時間の数値解析が可能になることが知られている。したがって、本減衰解析手法は、ミクロ幾何形状に対する汎用性が高いこと、従来の直接法よりも短期間で多数回の材料設計シミュレーションを可能とすることから極めて有意義であると考えられる。

第 3 章

粒子分散複合材料の減衰振動 特性解析と実験検証

3章 粒子分散複合材料の減衰振動特性解析と実験検証

3.1. 緒言

2 章では，高分子基複合材料からなる構造体を，減衰特性の周波数依存性を考慮して実用的な計算コストで数値計算する手法を具体的に示した。この結果は，最近複合材料の応用が検討されるようになった楽器の音響放射板の開発に有効な材料設計手法を提供すると期待される。そこで本章では，楽器用材料として，固有周波数や振動モード形状，モード減衰比を左右するという意味で重要な密度および比剛性を容易に制御可能な複合材料として粒子分散複合材料に着目し，提案手法の妥当性を確認するための解析と実験を行った。

3.2. 試験片と解析モデル

2章で提案した解析手法を，振動特性に直接大きく影響を与える密度および剛性の制御に有効と考えられる粒子分散複合材料について適用し，振動実験結果との比較と検証を行う．

実験は，表 3.1 に示すような 8 種類の矩形状試験片(200×150×2mm)について実施した．ウレタン基材（ハイ・キャスト 3741,H&K Ltd）に，2 種類の微小球状粒子をその配合比率を変えて均一に分散した試験片をレジントランスファーモールドイング法(RTM)で成形した．ただし，表中で配合比率 0%と表記したものは，単なるウレタン板を表している．したがって，A-0 と E-0 は，実際は同じ種類の試験片を表していることに注意する．これらの試験片の周辺自由境界における振動モードパラメーターを実測し，本研究で提案された方法による解析結果との比較検証を行う．また，同時に，粒子の体積含有率が振動特性に与える影響を調査する．

Table 3.1 Specification of the test specimens.

Specimen's name	Volume fraction	Dispersed material	Base resin
A-0	0.0%	Admafine *Spherical silica	Hicast 3741 *Urethane
A-8	8.1%		
A-16	16.4%		
A-24	24.2%		
E-0	0.0%	Expancel *Spherical shell made of thin plastic film	
E-8	8.3%		
E-16	16.5%		
E-22	22.4%		

分散材 Admafine(アドマテックス)は、密度 2.2 g/cm^3 、メディアン径 $0.56 \mu\text{m}$ の微小真球状シリカである(図 3.1)。また Expansel (日本フィライト) は、非常に薄い樹脂膜で仕切られたメディアン径 $46.2 \mu\text{m}$ の球状空洞構造を持つ(図 3.2)。この試験片は独立発泡材料とみなして差し支えないと考えられる。

試験片の実際の RTM 成形のプロセスを図 3.3 に示す。完成した Admafine 含有矩形板の体積含有率は、8.1,16.4,24.2 %、Expansel 含有矩形板の体積含有率は、8.3,16.5,22.4 %となった。ただし体積含有率は、矩形板完成後にその重量と体積を測定して平均密度を求め、既知であるウレタン樹脂および分散材料の密度を用いて換算されたものである。図 3.4 に、最も Admafine の体積配合率が高い試験片の断面の電子顕微鏡写真を示す。図 3.5 に最も Expansel 体積配合率が高い E-22 試験片の表面の光学顕微鏡写真を示す。どちらも極端な粒子の凝集は見られない。

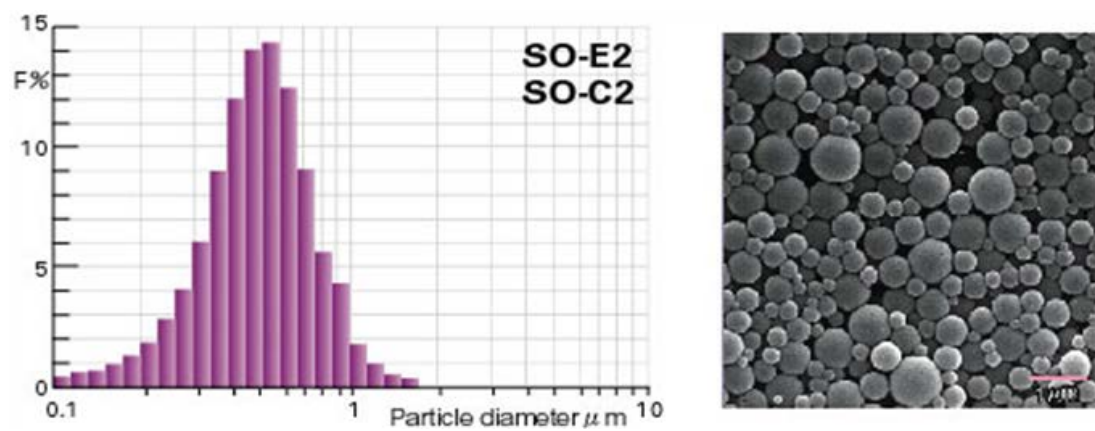


Fig. 3.1 Particle size distribution data provided from Admatechs corporation.

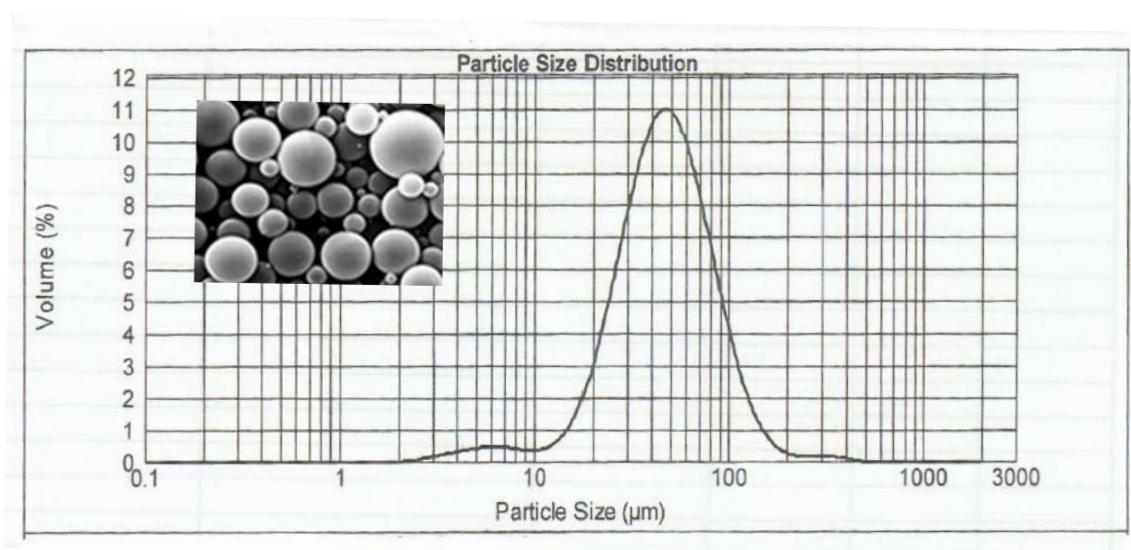


Fig. 3.3 Particle size distribution data provided from Japan Fillight corporation.

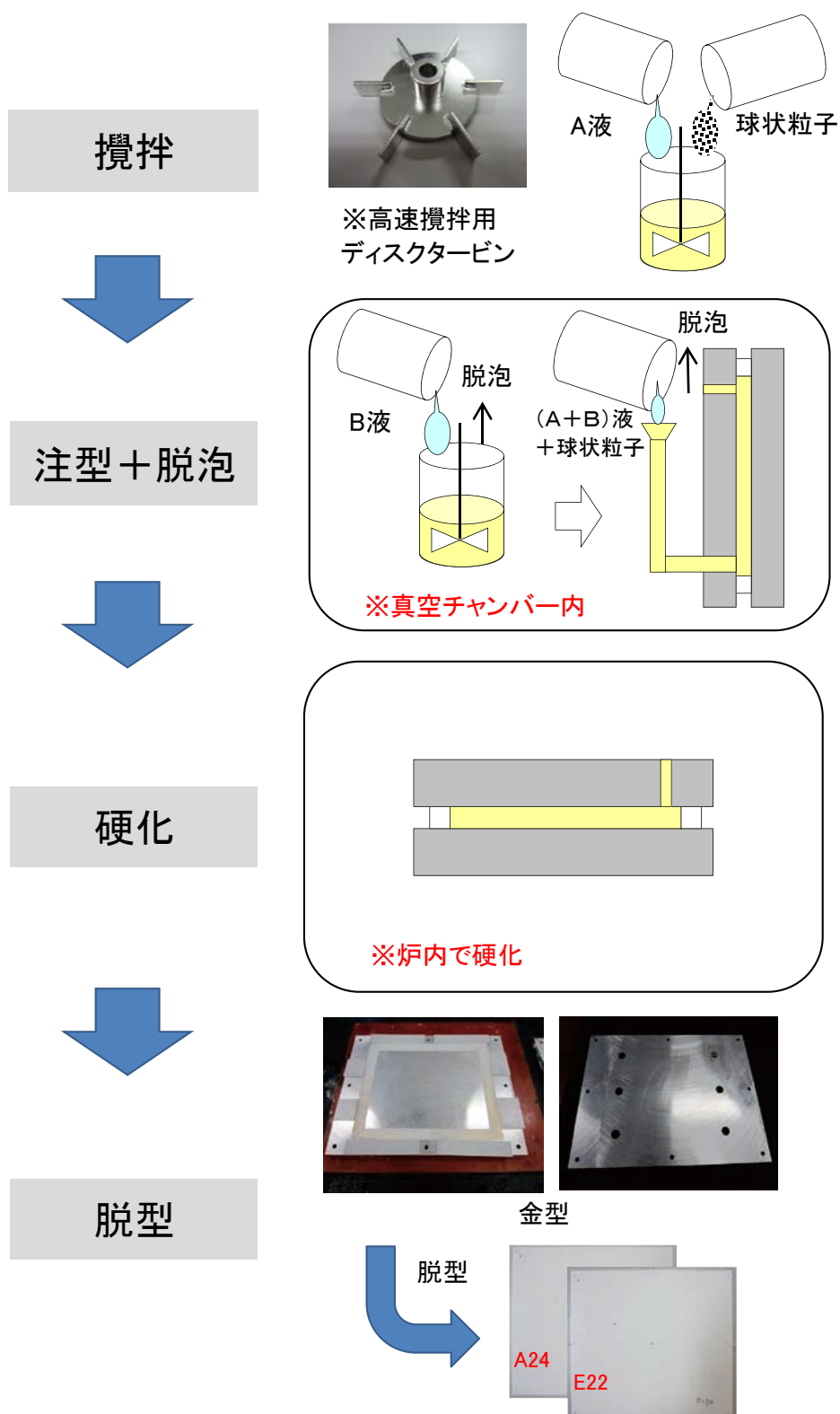


Fig 3.3 Molding process of the test specimens.

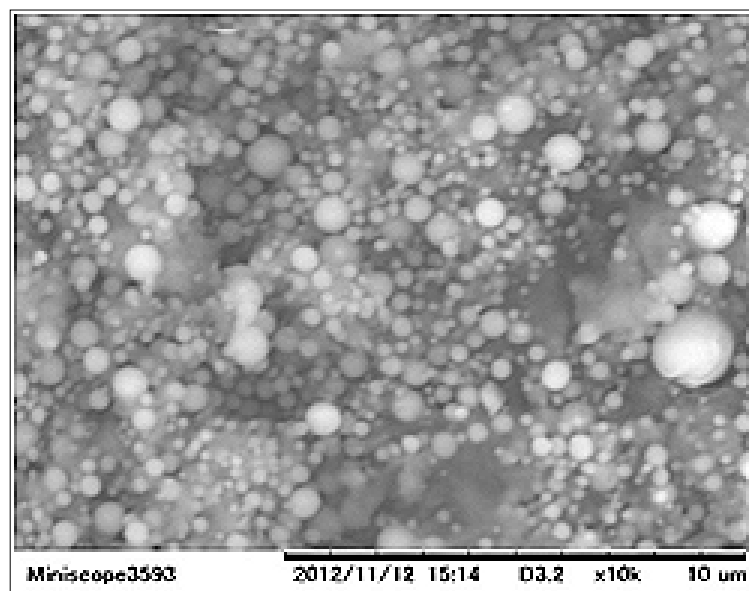


Fig. 3.4 Electron micrograph of rectangular plate in which Admafine is blended 24 vol%.



Fig. 3.5 Optical micrograph of rectangular plate in which Expansel is blended 22 vol%.

図 3.6 と図 3.7 に 4 面体 2 次要素により要素分割を行った均質化解析用のユニットセルモデルを示す．今回対象とした球状粒子分散複合材料は，特別な粒子の偏り等がない限り等方性を示すはずである．従って図 3.6, 図 3.7 のように明らかに対角方向に異方性を持つ粒子の正方配置のユニットセルを用いることは本来適当ではない．そのため，あらかじめ確認の意味で立方体の内部に複数の粒子がランダムに配置する構造のユニットセルを用いて均質化解析を行い，正方配置の場合との比較を行った．その結果，本解析の目的である固有振動数，モード減衰比の解析値は両者でほとんど一致した．そのため近似的には正方配置でも十分に評価できると判断し，解析の効率化のため図 3.6，図 3.7 のユニットセルを使用することにした．

Admafine の物性は等方性弾性体とみなし，解析で使用するヤング率とポアソン比および密度は，製造メーカから提供された表 3.2 に示す値を使用した．また，Expansel の球殻は薄いので無視し，解析上は完全な空洞と見なした．また，矩形板のマクロモデルは 6 面体 2 次要素により分割し，各辺の要素分割数は $100 \times 75 \times 4$ とした．

Table3.2 Physical properties of Admafine.

Young's modulus	72 GPa
Poisson's ratio	0.17
Density	22 g/cm ³

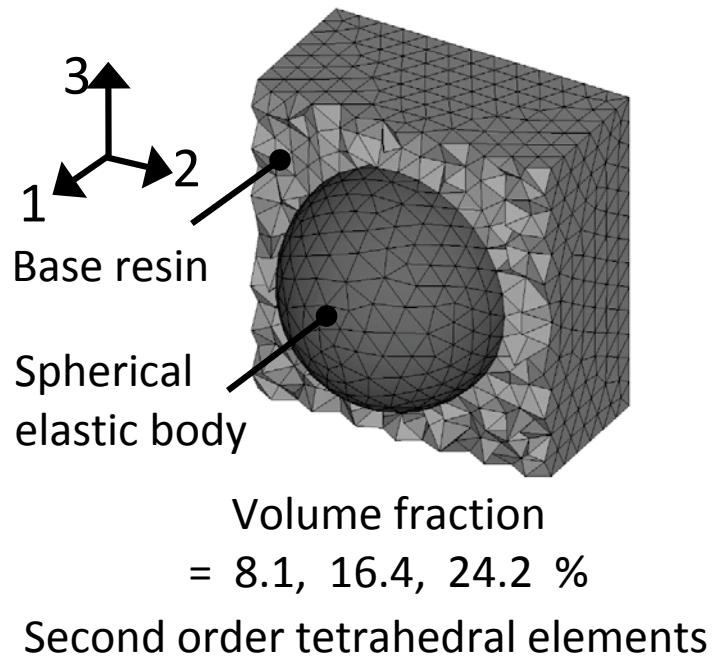


Fig. 3.6 Unit cell of Admafine plate which is made of second order tetrahedral elements.

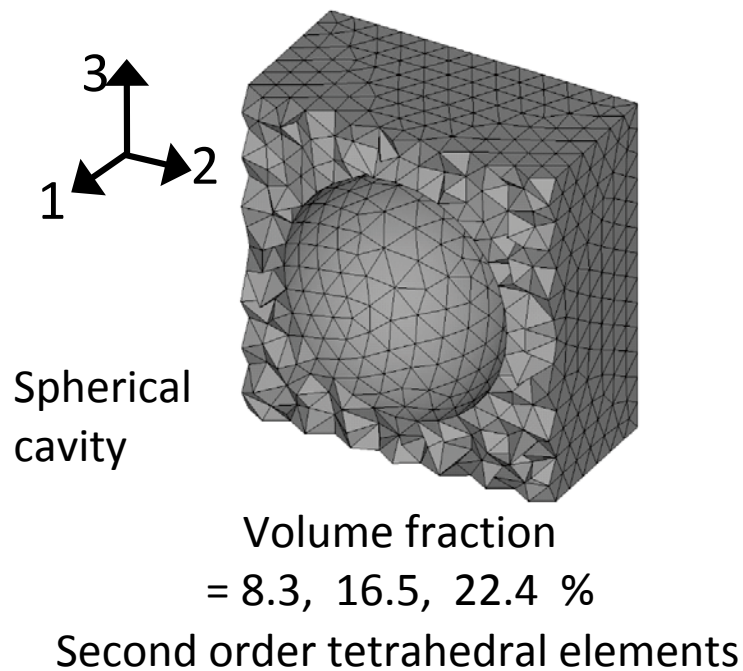


Fig. 3.7 Unit cell of Expansel plate which is made of second order tetrahedral elements.

3.3. 振動実験の方法

矩形板の振動について，その固有周波数，モード形状，モード減衰比の3つのモードパラメーターと，矩形板の角の点での駆動点アクセラランスに着目して検証実験を行った．

モード形状の測定は，図 3.8 に示すように，柔らかいゴム材で吊るされた矩形板にスピーカーを近づけてホワイトノイズで音響的に励振し，その速度応答を走査型レーザードップラー振動形（LDV）で測定した．全体を同位相で加振すると発生する振動モードが限定されてしまうため，遮蔽板を設けることで矩形板の角の部分だけが加振されるようにして測定した．これによりホワイトノイズで多くの振動モードを同時に発生することができた．

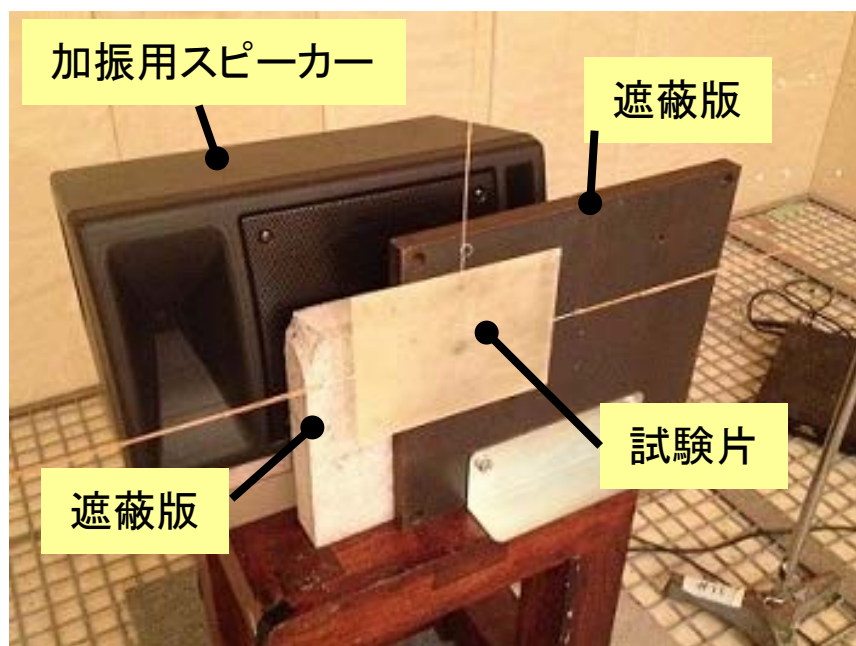


Fig. 3.8 Measurement of vibration mode shape.

固有周波数とモード減衰比は、図 3.9 に示すような実験系で行った。ゴムで吊るされた矩形板を振り子式治具に固定されたインパルスハンマーで打撃し、同位置の応答速度を矩形板の裏側から LDV で測定した。この際、ハンマリングは 5 回行い、その平均値を最終的な測定データとした。得られた駆動点モビリティはソフトウェア (Me'scope, システムプラス) にて処理され、直交多項式法で合致する固有周波数とモード減衰比を同定した。また、モード減衰比の精度の良い測定のため、振動モードの形状ごとに矩形板を吊るす位置と打撃位置の組み合わせを最適化して実験を行った。具体的には、固有モード形状を予め解析で予測し、すべてのモードにおいて振動の節が支持位置となり、振動の腹が打撃位置となるように最適な実験条件を設定した。図 3.10 は 2 次モードの実施例である。モード減衰比の計測値の信頼性を確認するため、一部の振動モードに関しては測定段取りを変えて 6 回繰り返して実験を行ったところ、測定値のばらつきの最大は 10% 程度に収まっていた (表 3.3)。

Table3.3 Confirmation of repeat accuracy of measurement in mode damping ratio.

Iteration No.	Admafine A-24			Expansel E-22		
	mode 1	mode 7	mode 9	mode 1	mode 7	mode 9
1	0.73%	0.90%	0.94%	1.08%	0.98%	1.00%
2	0.78%	0.90%	0.95%	1.12%	0.98%	0.97%
3	0.74%	0.90%	0.92%	1.01%	0.98%	1.00%
4	0.74%	0.89%	0.95%	1.01%	0.98%	0.98%
5	0.74%	0.90%	0.94%	0.99%	0.97%	0.97%
6	0.74%	0.90%	0.94%	1.01%	0.97%	0.98%
Avarage	0.74%	0.90%	0.94%	1.04%	0.98%	0.98%



ハンマリングによる速度計測
と固有周波数, モード減衰比同定

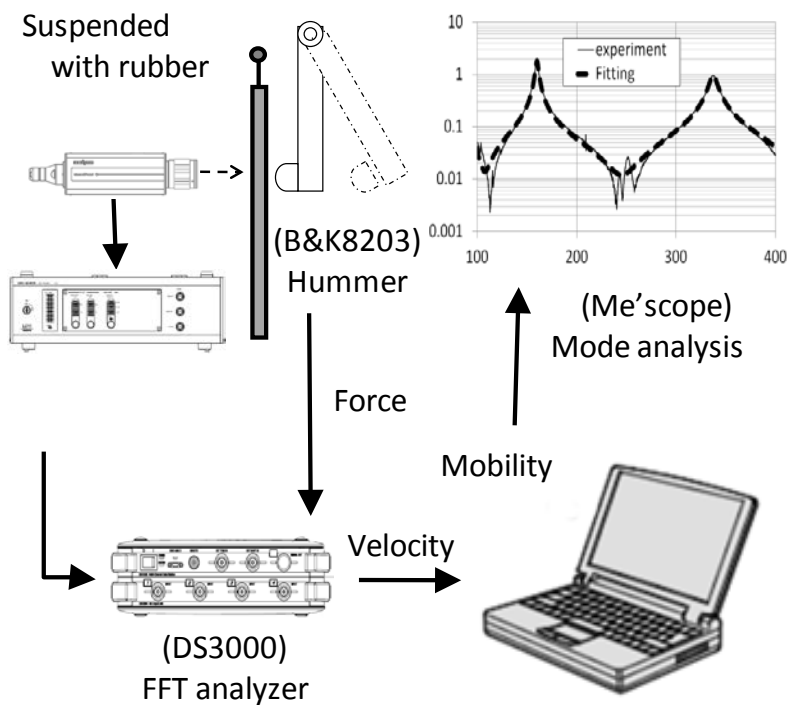
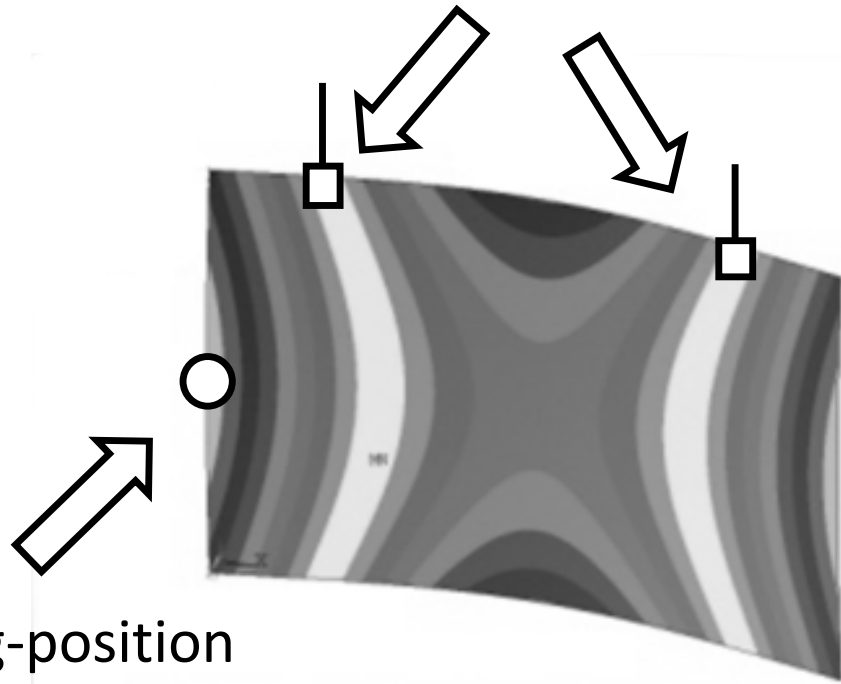


Fig. 3.9 Experimental system to measure acceleration and identify natural frequency and mode damping ratio.

Suspending positions
⇒ Node of vibration



Hitting-position
⇒ Antinode of vibration

✕ In the case of secondary mode

Fig. 3.10 Optimization of hitting and supporting positions in consideration of mode shapes.

3.4. 樹脂の粘弾性測定

ウレタン樹脂 Hicast 3741 の引張モードの DMA 測定を, JIS K 7244-4 に基づき動的粘弾性試験機(DMA+150, 01dB-Metravib)で行った(図 3.10). ただし試験片は, 標線間距離約 30 mm, 幅 10 mm, 厚さ 2 mm で, レジントランスファーモールディング (RTM) 成形した板から切り出されている. サンプル数は 1 である. 温度を 0℃~150℃まで変化させ, 10℃毎に 7 段階の周波数 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256 Hz で測定した. 取得した複素弾性係数から, 各温度の測定プロット点を周波数軸に対して平行移動させることにより, 20℃での縦弾性率のマスター曲線を作成した(図 3.11). このとき活性化エネルギー ΔH_a は 2.4×10^5 (J/mol/K) であった. マスター曲線の Prony 級数近似 (図 3.11 太線) は, 今回の実験目的に重要な 1~1000 Hz の間の損失正接の近似誤差が最小になるように, 角周波数 $10^{-2} \sim 10^5$ (rad/s) の区間でのみ, 項数 40 で行われた. これは, 広い周波数範囲で近似すると, 貯蔵弾性係数の実測値との乖離が大きくなり, その結果損失正接の近似精度が低下するためである. 表 3.4 に, 本樹脂の複素縦弾性係数を近似的に表す一般化 Maxwell モデルの係数 E_α , τ_α ($\alpha=1 \sim 40, \infty$) を具体的に示した. 一方, 4 本の試験片における常温の瞬間ポアソン比の平均値は 0.40 であった. 以上の測定および一般化 Maxwell モデルの係数同定を経て, 式(2.42)~式(2.45)を用いて Hicast 3741 の等方性緩和弾性マトリクスが決定された.

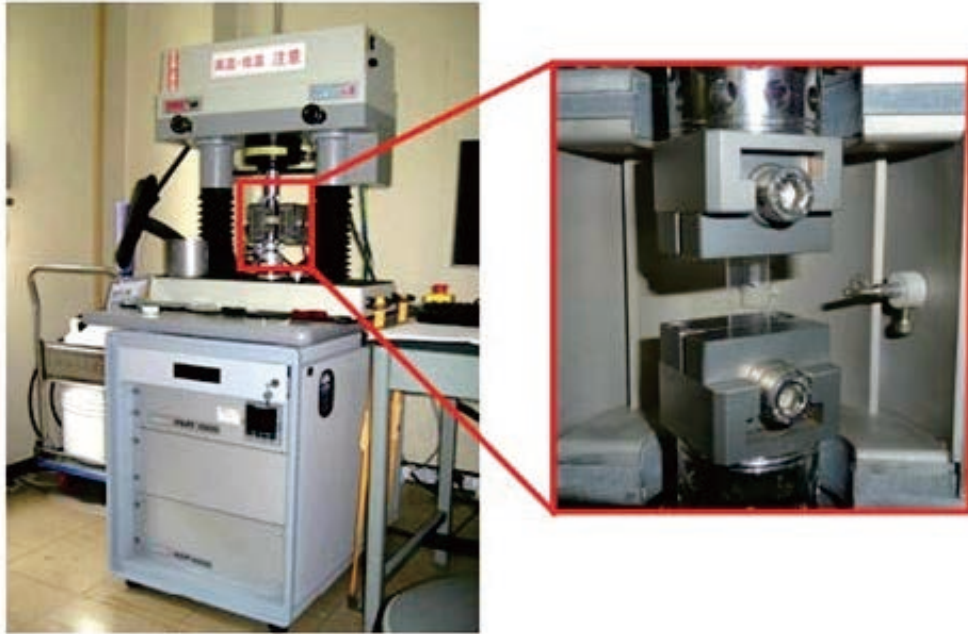


Fig. 3.10 Dynamic viscoelasticity measuring device.
(DMA+150, 01dB-Metravib)

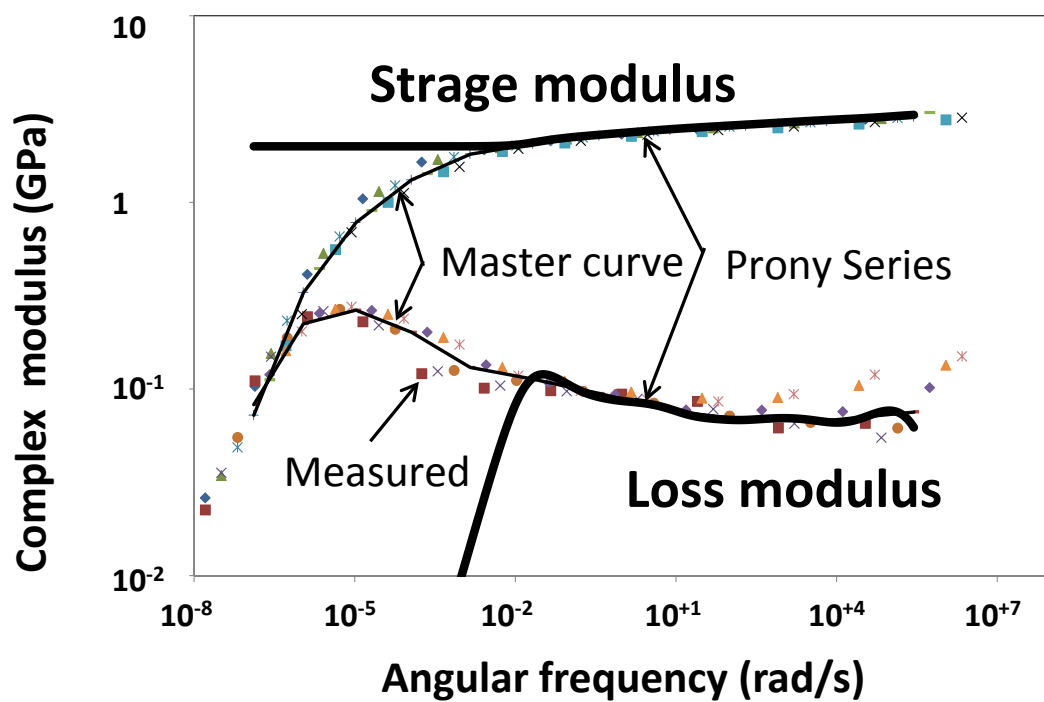


Fig. 3.11 Viscoelastic measurement results and prony series approximation of urethane resin Hicast3741.

Table3.4 Viscoelastic parametores for base resin Hicast 3741.

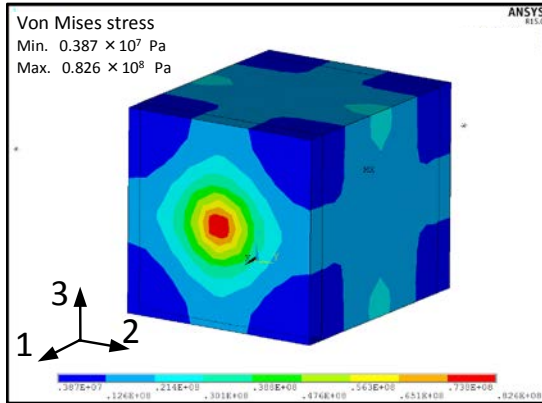
$$E'(\omega) = E_{\infty} + \sum_{\alpha=1}^n \frac{\omega^2 \tau_{\alpha}^2}{1 + \omega^2 \tau_{\alpha}^2} E_{\alpha} \quad , \quad E''(\omega) = \sum_{\alpha=1}^n \frac{\omega \tau_{\alpha}}{1 + \omega^2 \tau_{\alpha}^2} E_{\alpha}$$

α	E_{α} [Pa]	τ_{α} (sec)	α	E_{α} [Pa]	τ_{α} (sec)
1	3.96E+07	3.61E-06	22	1.73E+07	2.81E-02
2	3.87E+07	5.54E-06	23	1.70E+07	4.30E-02
3	2.48E+07	8.48E-06	24	1.66E+07	6.58E-02
4	2.63E+07	1.30E-05	25	1.90E+07	1.01E-01
5	2.11E+07	1.99E-05	26	2.67E+07	1.55E-01
6	1.35E+07	3.05E-05	27	2.14E+07	2.37E-01
7	1.67E+07	4.67E-05	28	2.69E+07	3.63E-01
8	1.63E+07	7.16E-05	29	2.13E+07	5.56E-01
9	1.29E+07	1.10E-04	30	2.56E+07	8.51E-01
10	1.90E+07	1.68E-04	31	1.88E+07	1.30E+00
11	1.94E+07	2.57E-04	32	2.44E+07	2.00E+00
12	1.96E+07	3.94E-04	33	2.60E+07	3.06E+00
13	1.98E+07	6.04E-04	34	1.87E+07	4.69E+00
14	1.98E+07	9.25E-04	35	2.28E+07	7.18E+00
15	1.96E+07	1.42E-03	36	2.48E+07	1.10E+01
16	1.94E+07	2.17E-03	37	3.07E+07	1.69E+01
17	1.87E+07	3.33E-03	38	3.32E+07	2.58E+01
18	1.72E+07	5.09E-03	39	6.66E+07	3.95E+01
19	1.72E+07	7.80E-03	40	8.87E+07	6.06E+01
20	1.73E+07	1.20E-02	∞	2.00E+09	—
21	2.17E+07	1.83E-02			

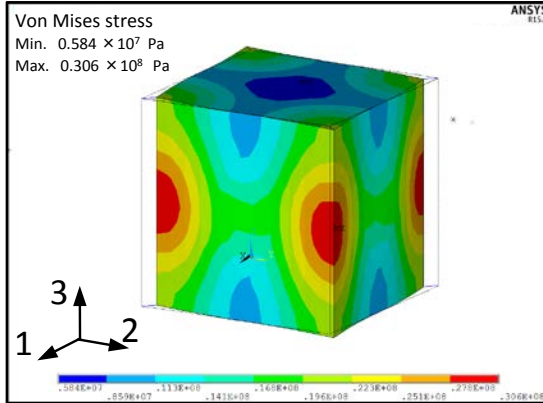
3.5. 均質化解析

測定されたウレタン樹脂の粘弾性物性を使用して，2 章で示した手順に従ってユニットセルの均質化解析を行った．Admafine 複合材の代表例として配合率 24.2%の，Expansel 複合材の代表例として配合率 22.4%の応力緩和数値解析結果をそれぞれ図 3.12，図 3.13 に示す．式 (2.36)～(2.41)で表される一定のマクロひずみ $\bar{\epsilon}$ を 0.01 として時刻 $t=0(\text{sec})$ にてステップ状に加え， $t=10^{-7} \sim 10^{+2}(\text{sec})$ の時間の応力分布を，全時間増分ステップ 37 として計算した．また，温度は動的粘弾性測定を行った際に基準とした $20(^{\circ}\text{C})$ に設定した．計算した時間範囲は，ウレタン樹脂の粘弾性特性を Prony 級数で近似した周波数範囲に対応している．

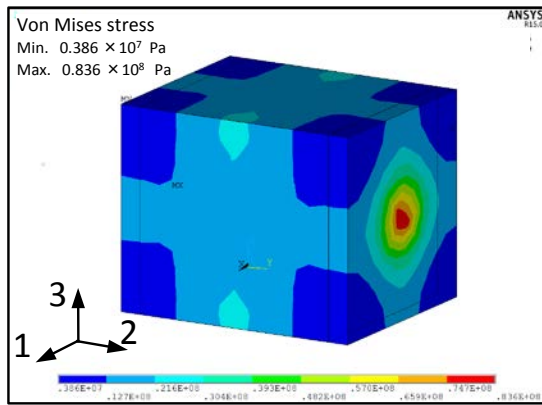
図 3.14，図 3.15 に，上記の均質化解析から同定された Admafine 複合材と Expansel 複合材のマクロ緩和弾性マトリクス $\mathbf{D}_r(t)$ の全成分の値をそれぞれ示す．Admafine 複合材の弾性係数は Expansel 複合材のその約 3 倍程度であることがわかる．これらの値から式(2.34),(2.35)を用いて複素弾性マトリクスを知ることができる．



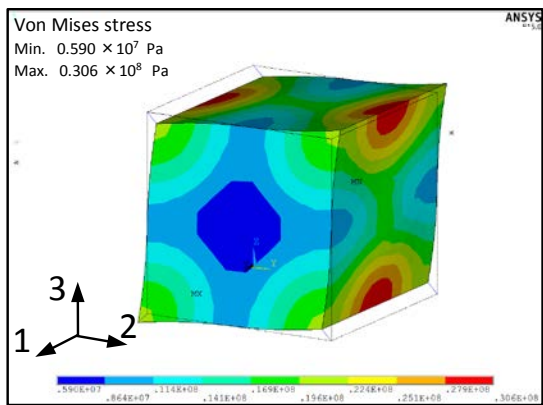
Uniaxial tensile test in 1 direction



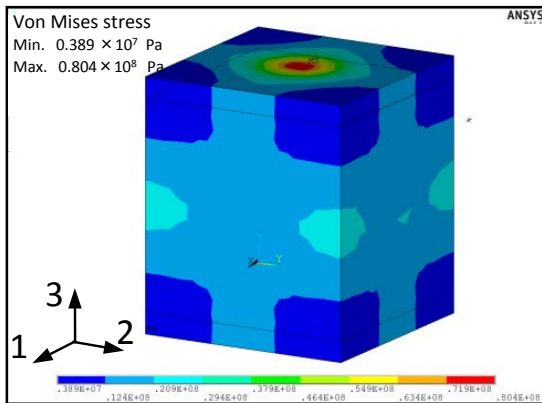
Pure shear test in 12 plane



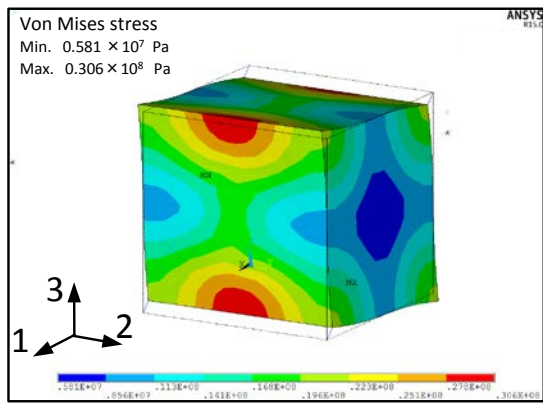
Uniaxial tensile test in 2 direction



Pure shear test in 23 plane



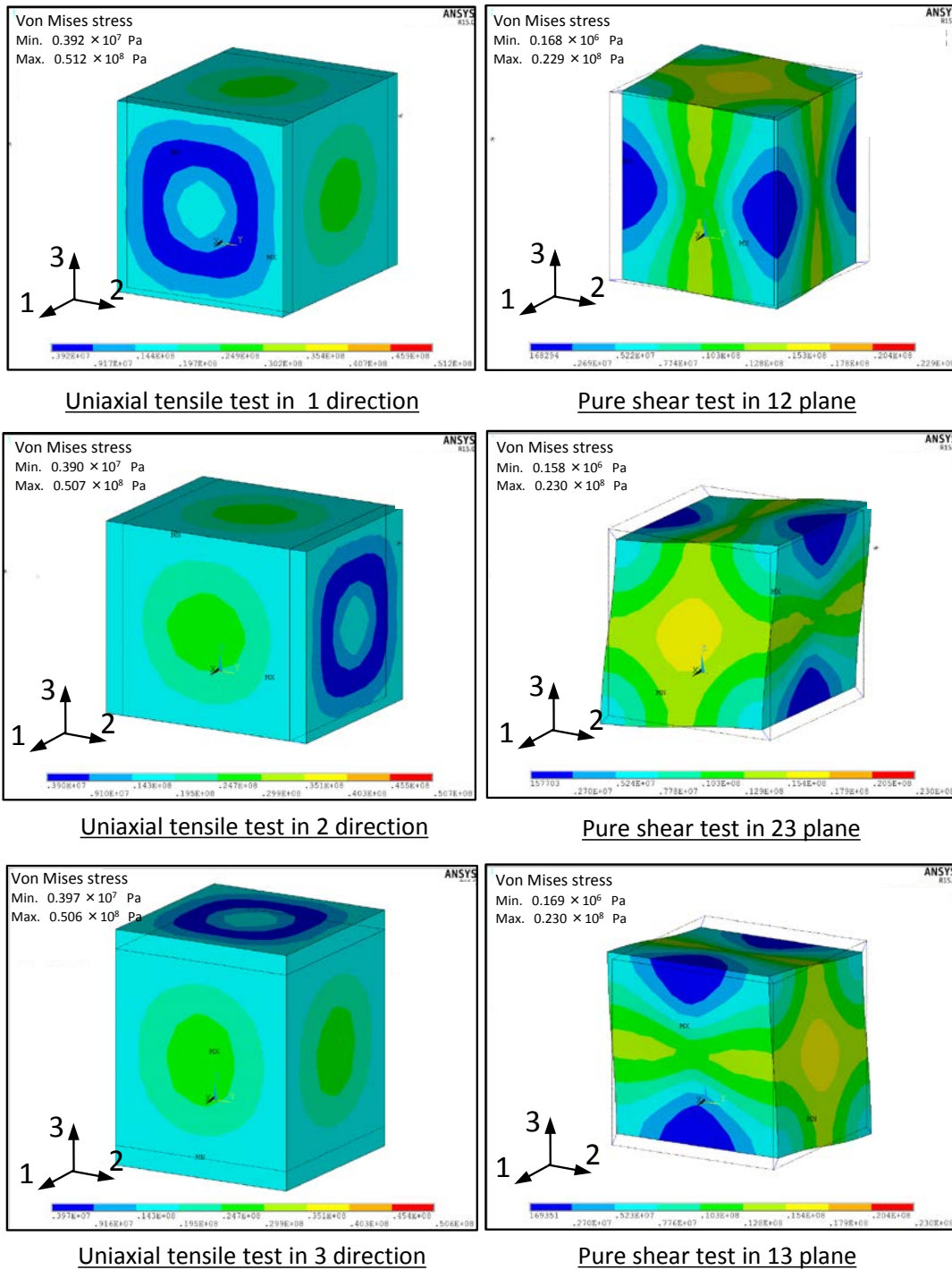
Uniaxial tensile test in 3 direction



Pure shear test in 13 plane

(Deformation scale $\times 20$)

Fig.3.12 Deformation and Von Mises stress distribution of Admafine-composite unitcell the volume fraction of which is 24.2% at $t=100s$ in numerical stress relaxation analysis.



(Deformation scale $\times 20$)

Fig. 3.13 Deformation and Von Mises stress distribution of expansel-composite unitcell the volume fraction of which is 22.4% at $t=100s$ in numerical stress relaxation analysis.

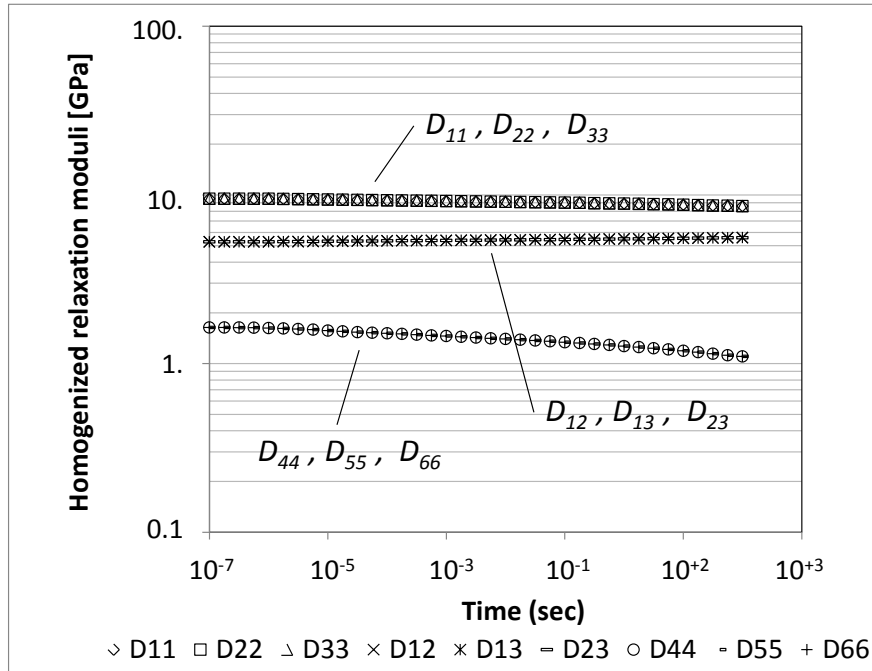


Fig. 3.14 Time variation of the relaxation elastic matrix of Admafine composite the volume fraction of which is 24.2%.

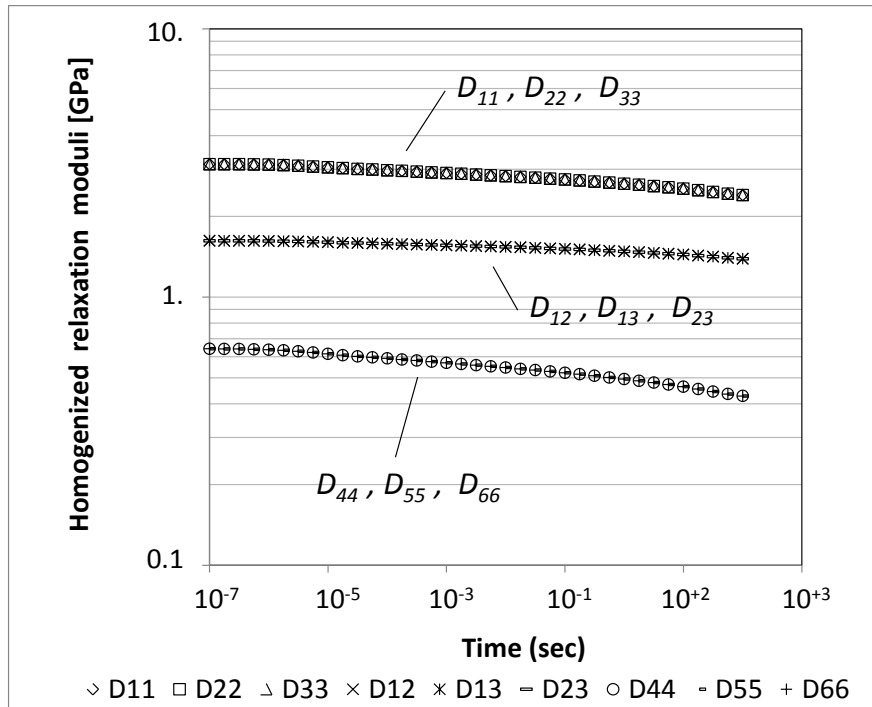


Fig. 3.15 Time variation of the relaxation elastic matrix of Expansel composite the volume fraction of which is 22.4%.

3.6. 固有周波数

図 3.16 に、シリカ粒子 Admafine を分散したウレタン複合材料試験片の固有周波数の解析値と実測値を示す。両者の絶対値は相対比 5% 以内で一致した。また、Admafine の体積含有率が高いと固有周波数が高くなる傾向が実験と解析の両方で確認できる。これは Admafine の添加では、密度の増加よりも剛性の増加の影響がより大きく、見かけの比剛性が高くなったためと考えられる。

図 3.17 に、球状空洞体とみなせる Expansel 複合材料試験片の固有周波数の解析値と実測値を示す。両者の絶対値は相対比 3% 以内で一致した。また、Expansel の体積含有率が高いと固有周波数が低くなる傾向が実験と解析の両方で確認できる。これは Expansel の添加では、密度の低下よりも剛性の低下の影響がより大きく、見かけの比剛性が低下したためと考えられる。

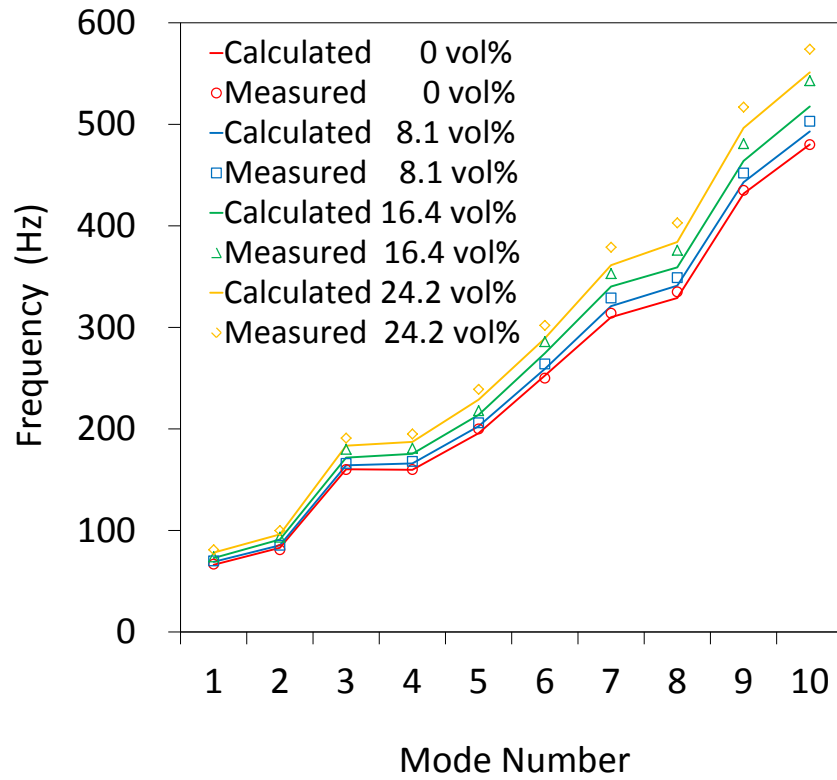


Fig. 3.16 Natural frequency of Admafine composite plate.

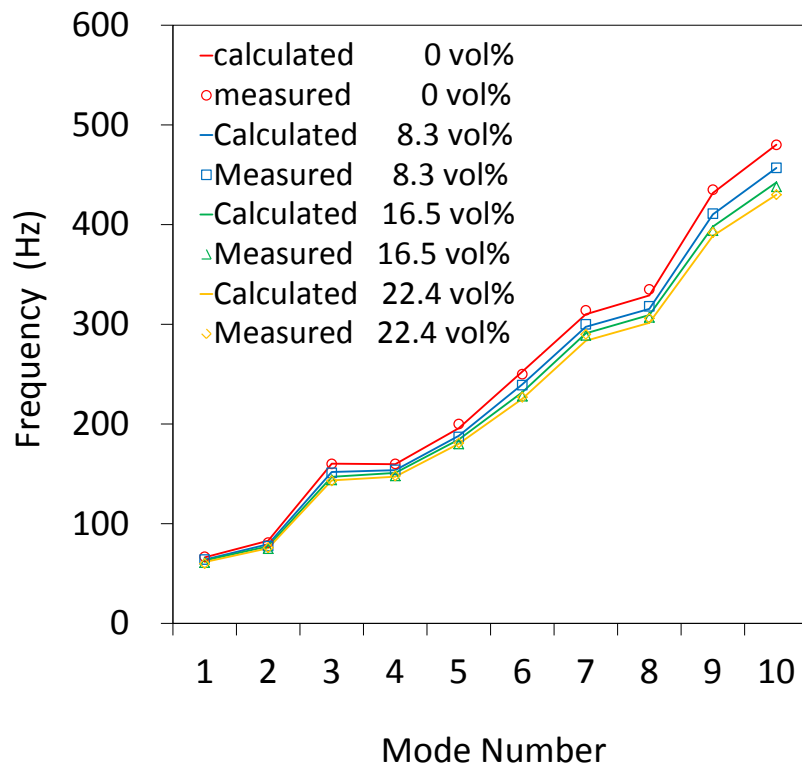
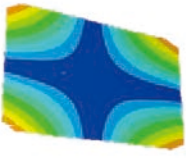
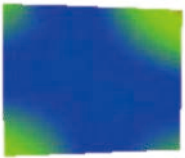
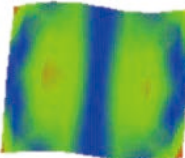
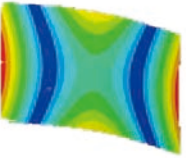
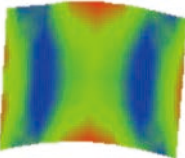
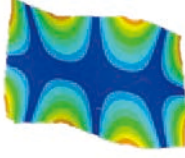
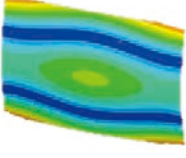
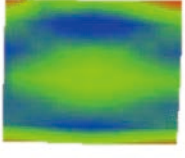
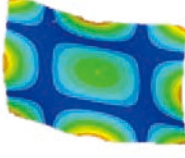
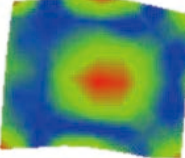
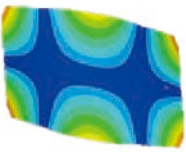
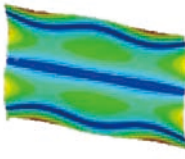
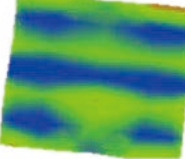
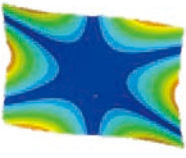
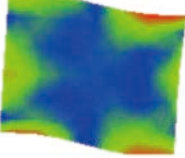
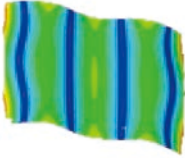
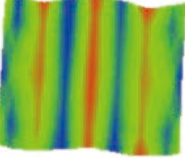


Fig. 3.17 Natural frequency of Expansel composite plate.

3.7. 固有モード形状

図 3.18, 図 3.19 にそれぞれ, ウレタン試験片(A-0)と Admafine を体積含有率 24.2%だけ混合した試験片(A-24)の, 1~10 次までの振動モード形状の解析値と実測値を比較した. 図ではそれぞれの振動モードの固有ベクトルとその絶対値を, 変形量とコンターで表示している. ただし, A-0 の 4 次モードと 7 次モード, およびは A-24 の 4 次モードは明確に計測することができなかった. 周波数が接近した振動モードが存在し, かつモード減衰比が大きい場合は, その振動モードの計測が困難になるためである. 計測できたものに関しては, 両者の形状の特徴はほぼ一致していることがわかった. その他の Admafine 配合比の試験片(A-8,A-16)に関しても, モード形状には変化は見られず, 解析と実測は同程度に良く一致していた. このことは, 球状介在物が均一に分散したミクロ構造を持つ複合材料は, 均質, 等方な性質を示すと考えられることから妥当な結果であると考えられる.

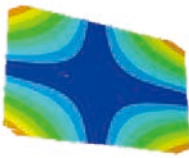
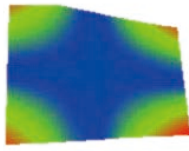
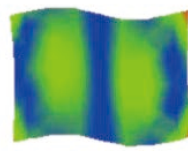
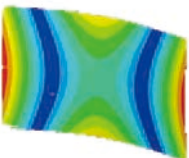
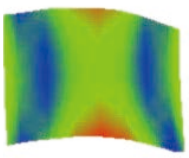
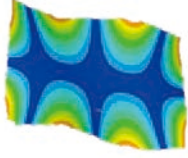
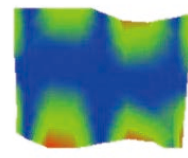
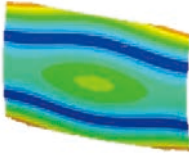
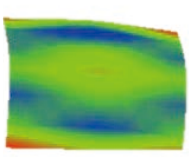
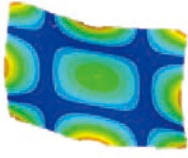
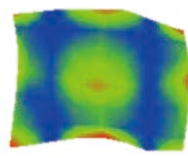
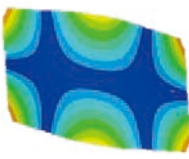
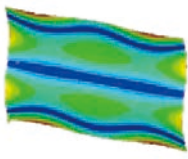
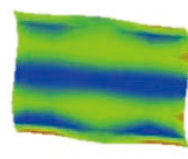
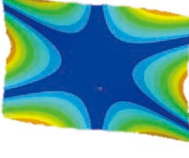
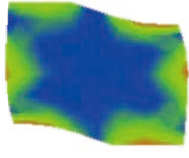
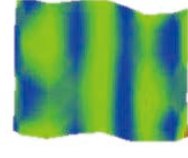
図 3.20 に, Expansel を体積含有率 22.4%だけ混合した試験片(E-22)の 10 次までの振動モード形状の解析値と実測値を示した. ただし, Admafine 複合板の場合と同様に 4 次モードは 3 次モードに非常に接近した周波数であるため, 明確に計測することができなかった. 計測できたものに関しては, 両者の形状の特徴はほぼ一致していることがわかった. その他の Expansel 配合比の試験片(E-8,E-16)に関しても, モード形状には変化は見られず, 解析と実測は同様に一致していた. この結果も Admafine の場合と同様に, 球状の空洞が均一に分散したミクロ構造を持つ材料は均質, 等方な性質を示すと考えられることから妥当な結果であると考えられる.

No.	Calculated	Measured	No.	Calculated	Measured
1			6		
	66 Hz	67 Hz		253 Hz	250 Hz
2			7		Not detected
	83 Hz	81 Hz		310 Hz	314 Hz
3			8		
	160 Hz	160 Hz		329 Hz	335 Hz
4		Not detected	9		
	160 Hz	160 Hz		432 Hz	435 Hz
5			10		
	196 Hz	200 Hz		480 Hz	480 Hz

Displacement:Eigenvector

Contour : Absolute value of eigenvector

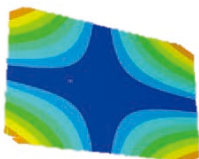
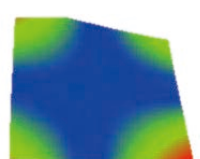
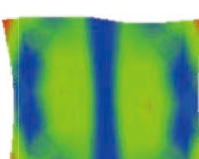
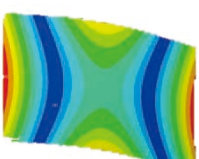
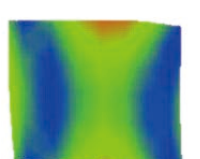
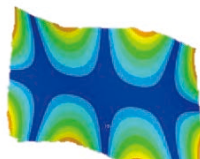
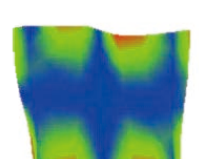
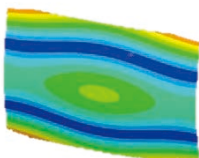
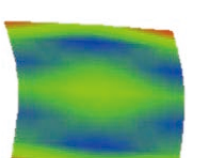
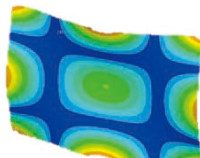
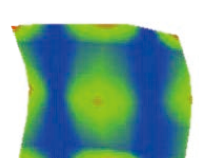
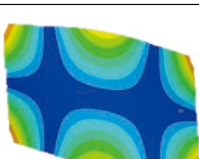
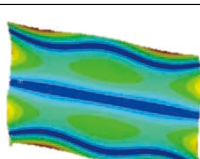
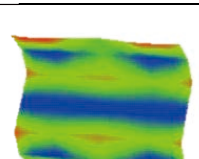
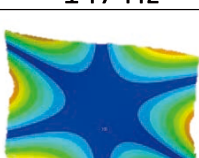
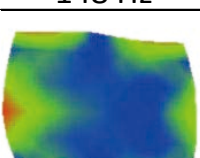
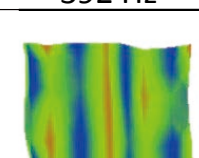
Fig. 3.18 Comparison of the vibration mode shapes of urethane specimen.

No.	Calculated	Measured	No.	Calculated	Measured
1			6		
	62 Hz	60 Hz		225 Hz	227 Hz
2			7		
	75 Hz	76 Hz		284 Hz	290 Hz
3			8		
	143 Hz	143 Hz		301 Hz	306 Hz
4		Not detected	9		
	147 Hz	148 Hz		389 Hz	392 Hz
5			10		
	180 Hz	181 Hz		430 Hz	430 Hz

Displacement:Eigenvector

Contour : Absolute value of eigenvector

Fig. 3.19 Comparison of the vibration mode shapes of Admafine composite specimen (A-24).

No.	Calculated	Measured	No.	Calculated	Measured
1			6		
	62 Hz	225 Hz		225 Hz	227 Hz
2			7		
	75 Hz	76 Hz		284 Hz	290 Hz
3			8		
	143 Hz	143 Hz		301 Hz	306 Hz
4		Not detected	9		
	147 Hz	148 Hz		389 Hz	392 Hz
5			10		
	180 Hz	181 Hz		430 Hz	430 Hz

Displacement:Eigenvector

Contour : Absolute value of eigenvector

Fig. 3.20 Comparison of the vibration mode shapes of Expansel composite specimen (E-22).

3.8. モード減衰比

シリカ球状粒子 Admafine, および薄い球殻を持つ球状空洞体 Expansel を分散した複合材試験片のモード減衰比について, 解析値と実測値を比較した結果を図 3.21 および図 3.22 にそれぞれ示す.

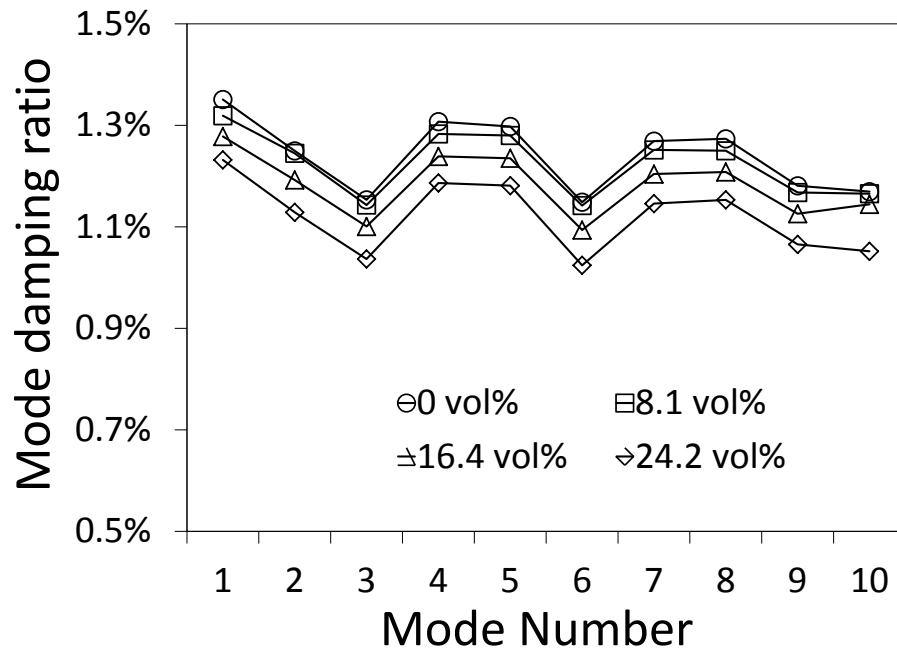
解析値と測定値を詳細に比較すると, 一致する点と異なる点があることがわかる. はじめに一致する点を述べる. 減衰比のモード形状依存性という観点からは, 解析値と測定値は一致する点が多い. 例えば, 板の曲げ変形が主である 3 次, 6 次モードの減衰比が, 面外ねじれ変形成分が混入しているその他のモードのそれよりも明確に小さいという特徴は, 解析と実験で良く一致する (図 3.18~図 3.20 参照). これは, 1 周期の振動で失うエネルギーは, ねじれ振動の方が曲げ振動よりも大きいということを示している.

ところで, モード減衰比がモード形状に依存するということは, 球状粒子を均一に分散した試験片のマクロ物性は等方的になるはずであるということと一見矛盾するように思われる. しかし, たとえマクロ物性が等方性であっても, 独立な弾性係数は 2 つあることを考えると矛盾は無い. つまり, 複素弾性係数マトリクスは式(2.42)で示したように, それぞれ体積弾性率とせん断弾性率のみを含むマトリクスの和で表すことができるから, 式(2.26)で計算されるモード減衰比も同様にそれぞれ 2 種類の弾性係数に起因する項に分離することができる. 従って, モード減衰比はそのモードに固有のひずみベクトルが, どちらの項への寄与分をどの割合だけ含んでいるかによって決まる. その結果, 減衰比は各々のモード形状によって異なる値を持つことになる. 今回のように体積弾性率の損失係数を 0 としてもこの結論は変わらない.

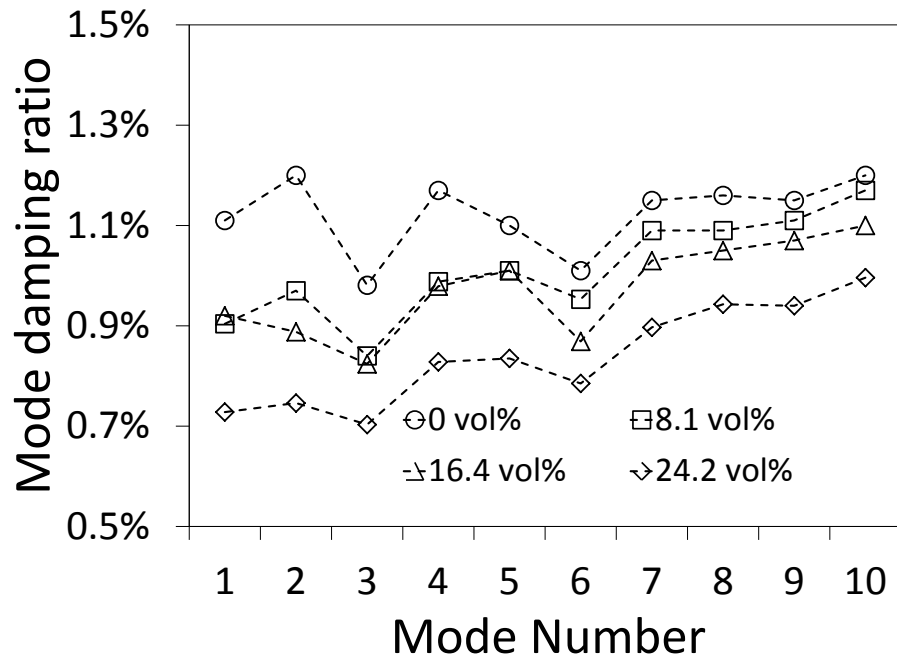
さらに解析と実験が一致する点としては, モード減衰比の粒子含有率に関する依存性があげられる. すなわち, Admafine 粒子が分散した試験片では, 含有率が高いとモード減衰比が全体的に小さくなるが, これは相対的に損失がほとんど無視できるシリカ粒子の割合が高くなるためと解釈できる. それに対して球状空洞体とみなせる Expansel を分散した試験片のモード減衰比の体積含有率依存性は小さい. これは,

球状空洞体においては、空気領域の粘性と体積弾性率は樹脂と比べて十分小さいため（解析モデルでは省略されている）、式(2.26)で計算されるモード減衰比は樹脂領域での積分によってほぼ決まっている。そのため、マクロな均質体として考えた場合、モード減衰比は空洞比率には基本的に依存しないためであると考えられる。ただし、空洞の存在によって基材樹脂に局所的なひずみ分布が発生している場合には、その局所的なひずみ分布の寄与により見かけ上のモード減衰比は変化する。実験結果の減衰比にたいする空洞比率依存性がやや確認されるのは、この局所的なひずみ分布の寄与が現れているからだと考えられる。

次に異なる点を述べる。モード減衰比の解析値は、測定値よりも全体的に大きな値となり、その差は決して小さくない。この原因としては、解析値に与える影響が非常に大きいと考えられる点から、まず樹脂の粘弾性測定精度と、その同定手順において発生する誤差が疑われる。またこれらの2種類の試験片のモード減衰比は、モード次数が大きくなると緩やかに上昇する傾向が、実験値にのみ確認される。これは何らかの理想化された解析条件（例えば粒子介在物の界面が完全固着など）が関係している可能性があるが、はっきりした原因は特定できていない。今後原因の特定が必要である。



(a) Calculated



(b) Measured

Fig.3.21 Comparison of measured and calculated mode damping ratio of Admafine composite plates.

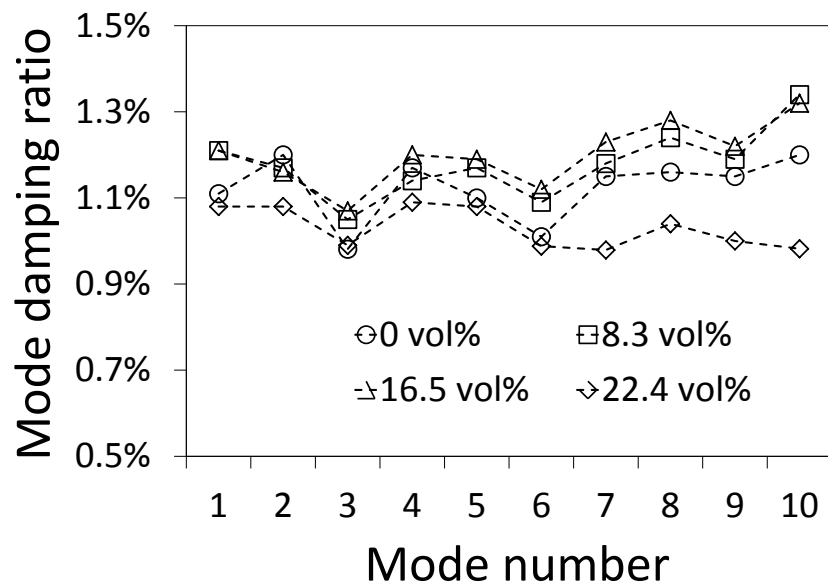
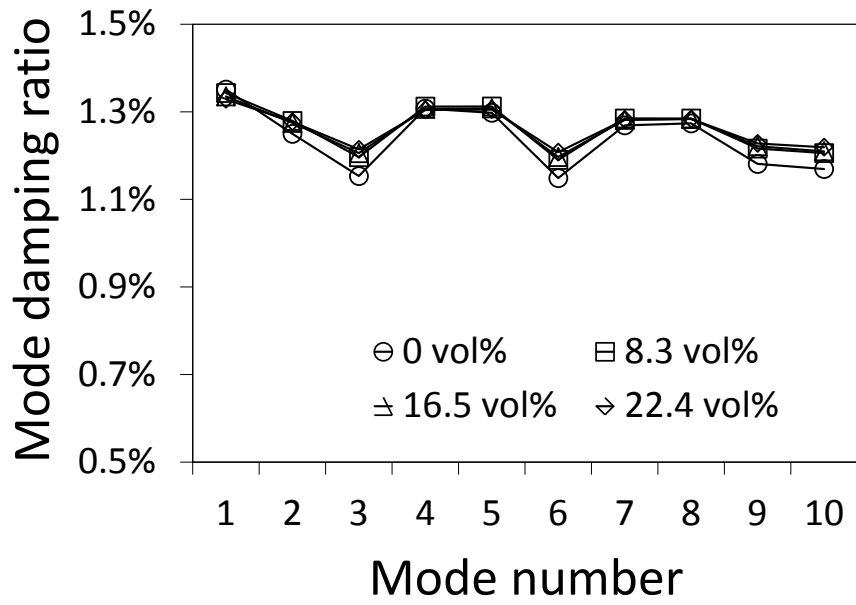


Fig.3.22 Comparison of measured and calculated mode damping ratio of Expansel composite plates.

3.9. 結言

2 章にて提案した，局所ミクロ構造を持つ複合材料からなる構造体について，モード重ね合わせ法による一般的な減衰振動解析手法を提案した．球状粒子が分散する複合材料に対して提案手法の妥当性を，矩形板の振動実験と解析結果を比較することにより検証した．

モード形状，固有周波数の解析値と測定値は良く一致した．また，モード減衰比については，面外へのねじれ変形が主となる振動モードでやや高い値となる傾向があること，および粒子の体積含有率に対する依存性が，解析値と測定値で一致した．

一方で，モード減衰比の解析値は，概ねその測定値よりも大きな値となった．また高次モードになると減衰比の測定値は緩やかに上昇する傾向があるが，解析値からは，少なくとも 10 次までの振動モードではそのような特徴はみいだせなかった．原因の特定が課題として残された．

ただし，線形振動を記述する 3 つのモーダルパラメーターに関して，解析値と測定値でその傾向が一致する点が多いことから，球状粒子分散複合材料に対して，本解析手法の理論的な妥当性が確認できた．

第 4 章

繊維強化複合材料 CFRP の減衰 振動特性解析と実験検証

4章 繊維強化複合材料 CFRP の減衰振動特性解析と実験検証

4.1. 緒言

3章では，2章で提案された解析方法を，密度，剛性を制御する目的に応用可能な粒子分散複合材料に適用し，実験との比較検証を行いその有効性を明らかにした．ところが，粒子分散複合材料は巨視的には等方的な性質をもつため，均質材料と比較して振動モード形状が大きく異なったり，減衰比が顕著なモード依存性を示したりすることはなかった．一方，繊維強化プラスチックは粘弾性特性の異方性が強いいため，等方性材料とは大きく異なるモード形状や減衰比のモード形状依存性が強く表れることが予想される．これらの異方性粘弾性体の特徴を解析で予測可能であることを検証することは，異方性の性質を活かした設計が行われる楽器の音響放射板の材料設計，構造設計の技術確立にとって極めて重要な課題である．

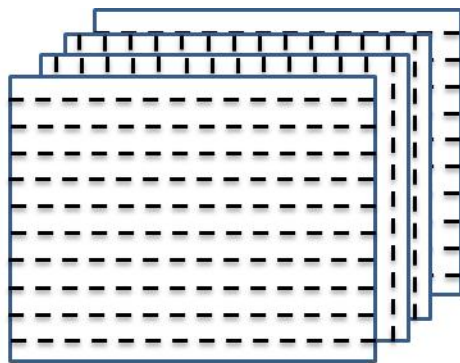
そこで本章では，楽器用材料として，振動モード形状やモード減衰比の周波数依存性を左右するという意味で重要な異方性粘弾性を容易に制御可能な複合材料として炭素繊維強化プラスチック(CFRP)積層板に着目し，2章で提案した解析手法の妥当性を確認するための解析と実験を行った．

4.2. 試験片と解析モデル

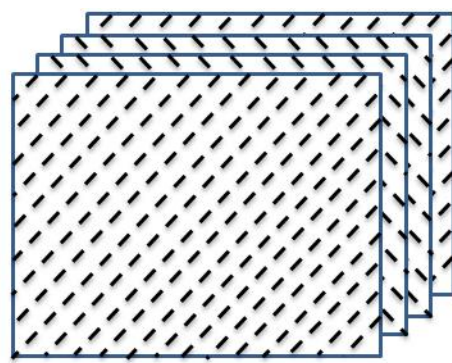
表 4.1, 図 4.1 に示すようなエポキシ樹脂 (DENATOOL, ナガセケムテックス) の矩形板(以降 EPOXY) と, それをマトリックス樹脂とした CFRP 直交積層板の矩形板 (200×150×1.52~1.92) を 2 種類(以降 CFRP0 および CFRP45)作製した. CFRP0 は, 一方向炭素繊維束(リペラーク MRK-M2-40)から作られたプリプレグを, $[0/90]_s$ に積層して作成した. CFRP45 は, CFRP0 に使用されたものと同様のプリプレグを, $[0/45]_s$ に積層して作成した. 繊維含有率 V_f は試験片の一部を切り出し JIS K7075 に準拠し燃焼法で測定した. この 3 種類の試験片について, 自由境界条件でモードパラメータと振動加速度を実測し解析結果と比較を行った.

Table 4.1 Specification of the test specimens.

Name	Size(mm)	Lamination	V _f (%)	Carbon Fiber	Base Resin
Epoxy	200 × 150 × 1.92	—	—	—	DENATOOL (Nagase Chemtex)
CF0°	200 × 150 × 1.52	[0°/90°] _s	64	REPLARK (Mitsubishi)	
CF45°	200 × 150 × 1.57	[45°/−45°] _s	68		



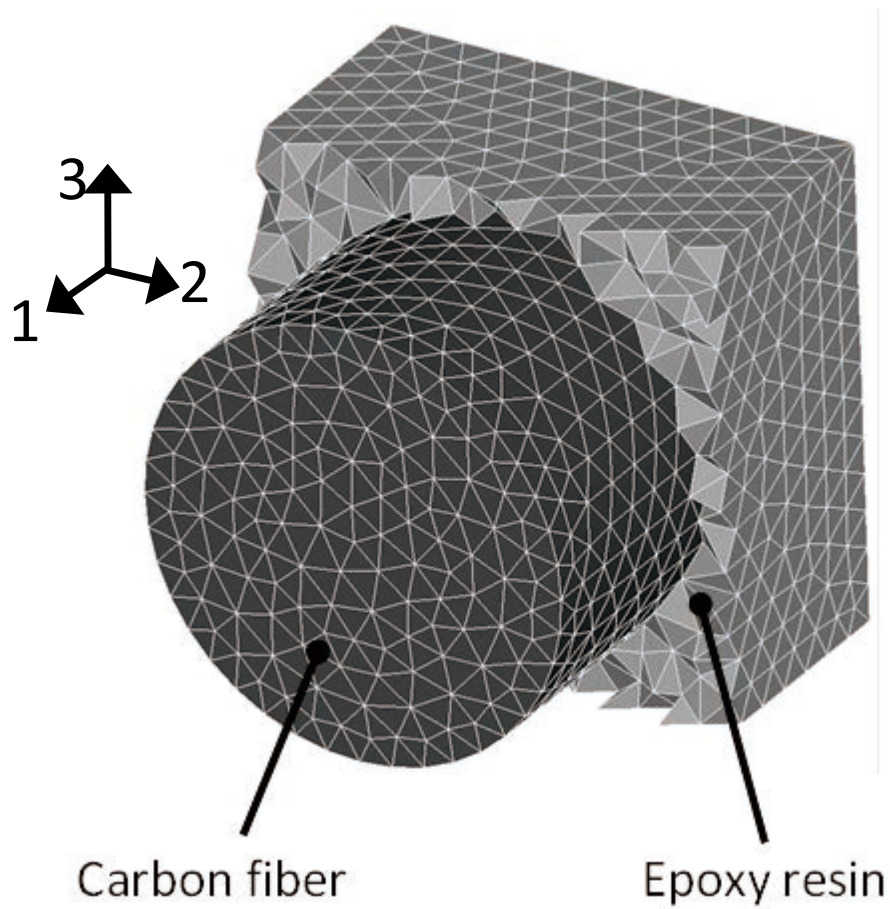
$200 \times 150 \times 1.52^t$
CFRP0



$200 \times 150 \times 1.57^t$
CFRP45

Fig. 4.1 Lamination sequences of CFRP.

図4.2に4面体2次要素により要素分割を行った均質化解析用のユニットセルモデルを示す．炭素繊維は横等方性弾性体を仮定し，その弾性係数(表4.2参照)はCFRP積層板の弾性係数から逆解析的に算出したものが用いられた[32]．また，矩形板の振動解析用マクロモデルは6面体2次要素で作成した．各辺の要素分割数は $100 \times 75 \times 4$ である．厚さ方向はCFRPの積層構造に合わせて4分割されており，それぞれの要素には配向方向を考慮した均質化物性値が与えられている．



Second order tetrahedral elements

Fig. 4.2 Unit cell of CFRP plate which is made of second order tetrahedral elements.

Table 4.2 Horizontal isotropic elastic modulus of carbon fiber.

E_L	217	GPa
E_T	26.0	GPa
G_{LT}	26.4	GPa
ν_{LT}	0.337	
ν_{TT}	0.530	

4.3. 振動実験の方法

作製した 3 種類の矩形板について，自由境界に相当する支持条件にて，固有周波数，固有モード形状，固有モード減衰比を測定し解析結果と比較した．また，矩形板の角の点を加振した場合の駆動点加速度応答にも着目して実験と解析を行った．モード形状は，柔らかいゴム材で吊るされた矩形板にスピーカーを近づけてホワイトノイズで音響的に励振し，その速度応答を走査型レーザードップラー振動形(LDV)で測定した(図 3.8)．また，固有周波数とモード減衰比は，同様にゴム材で吊るされた矩形板を振り子式治具に固定されたインパルスハンマーで打撃し，同位置の応答速度を板の反対側から LDV で測定した(図 3.9)．測定時のサンプリング周波数と測定時間はそれぞれ 22kHz, 6.4s である．この際，5 回の試験結果の平均値を最終的な測定データとした．得られた駆動点モビリティはソフトウェア(Me'scope, システムプラス)にて処理し，直交多項式法で合致する固有周波数とモード減衰比を同定した．また，3 章での粒子複合材料の実験時と同様に，モード減衰比の精度の良い測定のため，振動モードの形状ごとに矩形板を吊るす位置と打撃位置の組み合わせを最適化して実験を行った．具体的には，固有モード形状を予め解析で予測し，すべてのモードにおいて振動の節が支持位置となり，振動の腹が打撃位置となるように最適な実験条件を設定した．モード減衰比の計測値の信頼性を確認するため，一部の振動モードに関しては測定段取りを変えて 6 回繰り返して実験を行ったところ，測定値のばらつきの最大は 10%程度に収まっていた(表 4.3)．

Table4.3 Confirmation of repeat accuracy of measurement in mode damping ratio.

Iteration No.	EPOXY			CFRP0		
	mode 1	mode 7	mode 9	mode 1	mode 7	mode 9
1	0.63%	0.78%	0.74%	0.31%	0.17%	0.08%
2	0.63%	0.74%	0.84%	0.31%	0.18%	0.08%
3	0.64%	0.74%	0.85%	0.31%	0.20%	0.08%
4	0.63%	0.74%	0.85%	0.31%	0.20%	0.08%
5	0.63%	0.76%	0.85%	0.31%	0.19%	0.08%
6	0.63%	0.74%	0.72%	0.31%	0.18%	0.08%
Avarage	0.63%	0.75%	0.81%	0.31%	0.19%	0.08%

4.4. 樹脂の粘弾性測定

エポキシ樹脂 DENATOOL の引張モードの DMA 測定を, JIS K 7244-4 に基づき動的粘弾性試験機(DMA+150, 01dB-Metravib) で実施した(図 3.10). 試験片には, RTM 成形した樹脂板から切り出した標線間距離約 30mm, 幅 10mm, 厚さ 2mm の矩形試験片を用いた. サンプル数は 1 である. 温度を 0°C ~ 150°C まで変化させ, 10°C 毎に 7 段階の周波数 4,8,16,32,64,128,256Hz で測定した. 取得した複素弾性率から, 各温度の測定プロット点を周波数軸に対して平行移動させることにより, 20°C のマスター曲線を作成した(図 4.3). このとき活性化エネルギー ΔH_a は $5.1 \times 10^5 (\text{J/mol/K})$ であった. マスター曲線の Prony 級数近似(図 4.3) は, 今回の実験で重要な $1 \sim 1000 (\text{Hz})$ の間の損失正接の近似誤差が最小になるように, 角周波数 $10^{-2} \sim 10^5 (\text{rad/s})$ の区間でのみ, 項数 40 で行われた. これは, 広い周波数範囲で近似すると, 貯蔵弾性係数の実測との乖離が大きくなり, その結果損失正接の近似精度が低下するためである. 表 4.4 に, 本樹脂の複素縦弾性係数を近似的に表す一般化 Maxwell モデルの係数 E_a , τ_a ($a=1 \sim 40, \infty$) を具体的に示した. 一方, ポアソン比については常温での準静的引張試験の結果から求めた. 試験本数は 6 本とした. このとき, ポアソン比の平均値は 0.38 であった. 以上の測定および一般化 Maxwell モデルの係数同定を経て, 式(2.42)~式(2.45)を用いて DENATOOL の等方性緩和弾性マトリクスが決定された.

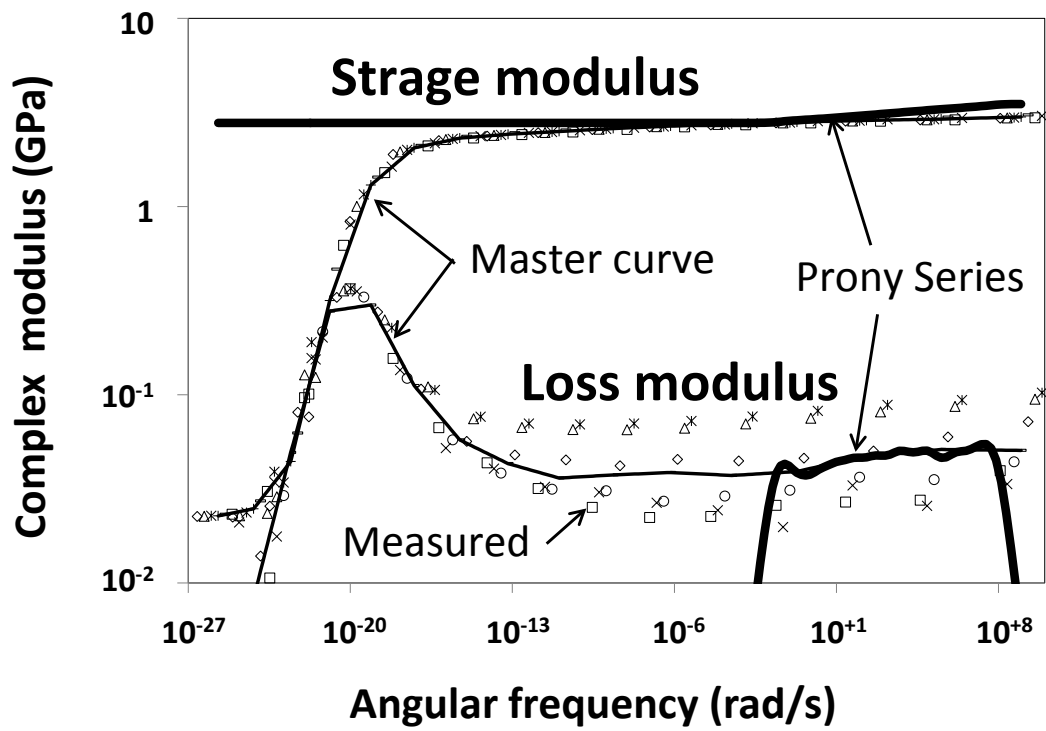


Fig. 4.3 Viscoelastic measurement results and prony series approximation of epoxy resin DENATOOL.

Table4.4 Viscoelastic parametores for epoxy resin DENATOOL.

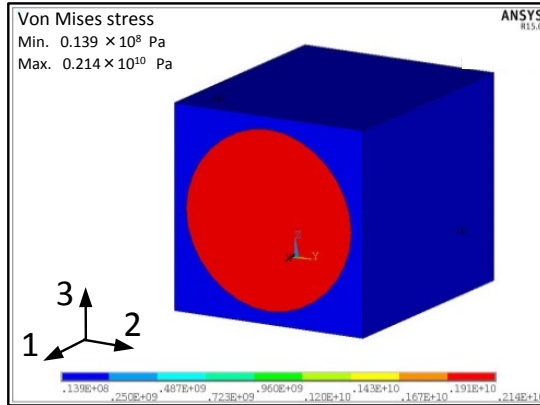
$$E'(\omega) = E_{\infty} + \sum_{\alpha=1}^n \frac{\omega^2 \tau_{\alpha}^2}{1 + \omega^2 \tau_{\alpha}^2} E_{\alpha} \quad , \quad E''(\omega) = \sum_{\alpha=1}^n \frac{\omega \tau_{\alpha}}{1 + \omega^2 \tau_{\alpha}^2} E_{\alpha}$$

α	E_{α} [Pa]	τ_{α} (sec)	α	E_{α} [Pa]	τ_{α} (sec)
1	4.02E+07	1.26E-08	22	2.49E+07	1.84E-03
2	2.39E+07	2.22E-08	23	1.55E+07	3.24E-03
3	2.36E+07	3.91E-08	24	1.44E+07	5.70E-03
4	2.08E+07	6.89E-08	25	1.34E+07	1.00E-02
5	1.76E+07	1.21E-07	26	2.53E+07	1.77E-02
6	1.52E+07	2.14E-07	27	1.22E+07	3.12E-02
7	1.39E+07	3.76E-07	28	1.21E+07	5.49E-02
8	2.82E+07	6.63E-07	29	2.42E+07	9.67E-02
9	1.58E+07	1.17E-06	30	1.20E+07	1.70E-01
10	1.11E+07	2.06E-06	31	1.17E+07	3.00E-01
11	1.29E+07	3.63E-06	32	2.21E+07	5.29E-01
12	1.43E+07	6.39E-06	33	1.01E+07	9.31E-01
13	3.05E+07	1.12E-05	34	9.03E+06	1.64E+00
14	1.58E+07	1.98E-05	35	1.67E+07	2.89E+00
15	1.60E+07	3.49E-05	36	8.35E+06	5.09E+00
16	1.57E+07	6.15E-05	37	9.71E+06	8.96E+00
17	1.52E+07	1.08E-04	38	2.72E+07	1.58E+01
18	2.94E+07	1.91E-04	39	2.07E+07	2.78E+01
19	1.43E+07	3.36E-04	40	2.74E+07	4.90E+01
20	1.38E+07	5.92E-04	∞	2.78E+09	—
21	1.32E+07	1.04E-03			

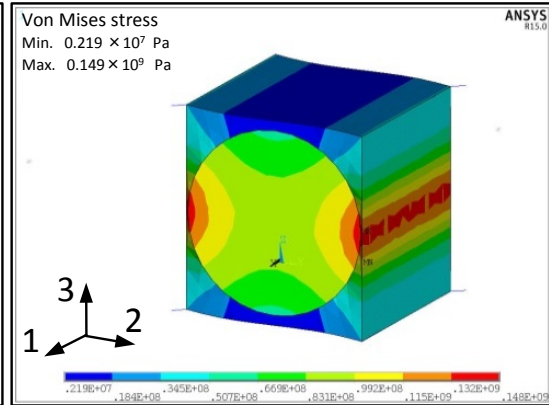
4.5. 均質化解析

測定されたエポキシ樹脂の粘弾性物性を使用して、2 章で示した手順に従って CFRP のユニットセルの均質化解析を行った．代表例として $V_f=64\%$ の一方向強化 CFRP の応力緩和数値解析結果を図 4.4 に示す．式(2.36)～(2.41)で表される一定のマクロひずみ $\bar{\epsilon}$ を 0.01 として時刻 $t=0(\text{sec})$ にてステップ状に加え、 $t=10^{-9} \sim 10^{+2}(\text{sec})$ の時間の応力分布を、全時間増分ステップ 42 として計算した．また、温度は動的粘弾性測定を行った際に基準とした $20(^{\circ}\text{C})$ に設定した．計算した時間範囲は、エポキシ樹脂の粘弾性特性を Prony 級数で近似した周波数範囲に対応している．

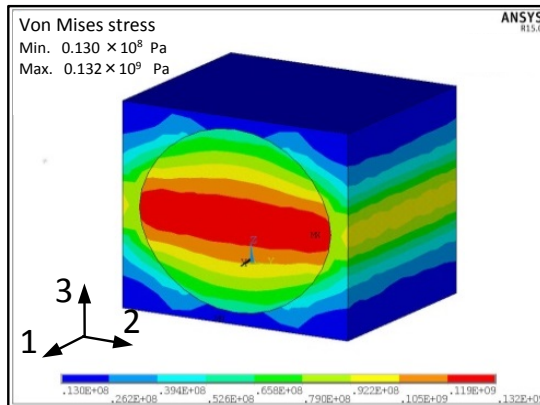
図 4.5 に上記の均質化解析から同定された $V_f=64\%$ の一方向強化 CFRP のマクロ緩和弾性マトリクス $\mathbf{D}_r(t)$ の全成分の値を示す．CFRP の弾性係数は等方的な粘弾性体を母材として剛な繊維を配向したことにより、対応するマクロ弾性係数には顕著な異方性が現れていることがわかる．これらの値から式(2.34),(2.35)を用いて複素弾性マトリクスを知ることができる．



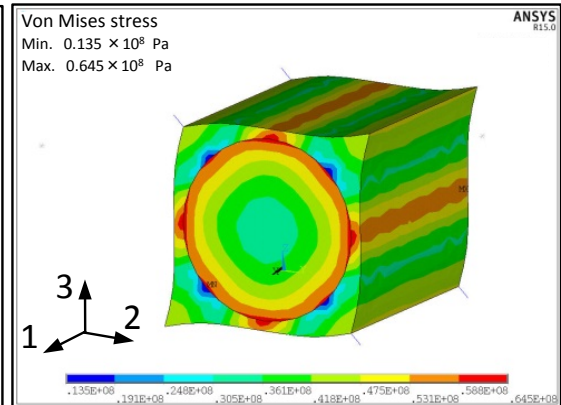
Uniaxial tensile test in 1 direction



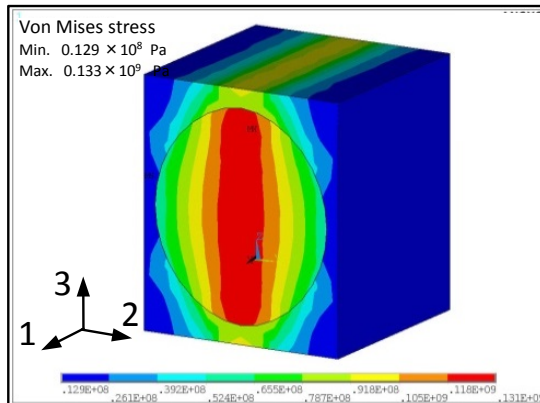
Pure shear test in 12 plane



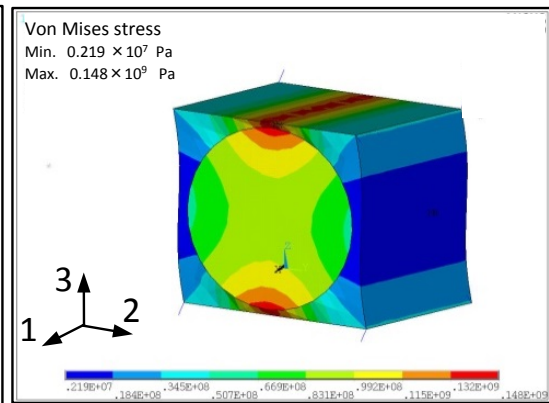
Uniaxial tensile test in 2 direction



Pure shear test in 23 plane



Uniaxial tensile test in 3 direction



Pure shear test in 13 plane

(Deformation scale $\times 20$)

Fig.4.4 Deformation and Von Mises stress distribution of the CFRP unitcell the volume fraction of which is 64% at $t=100s$ in numerical stress relaxation analysis.

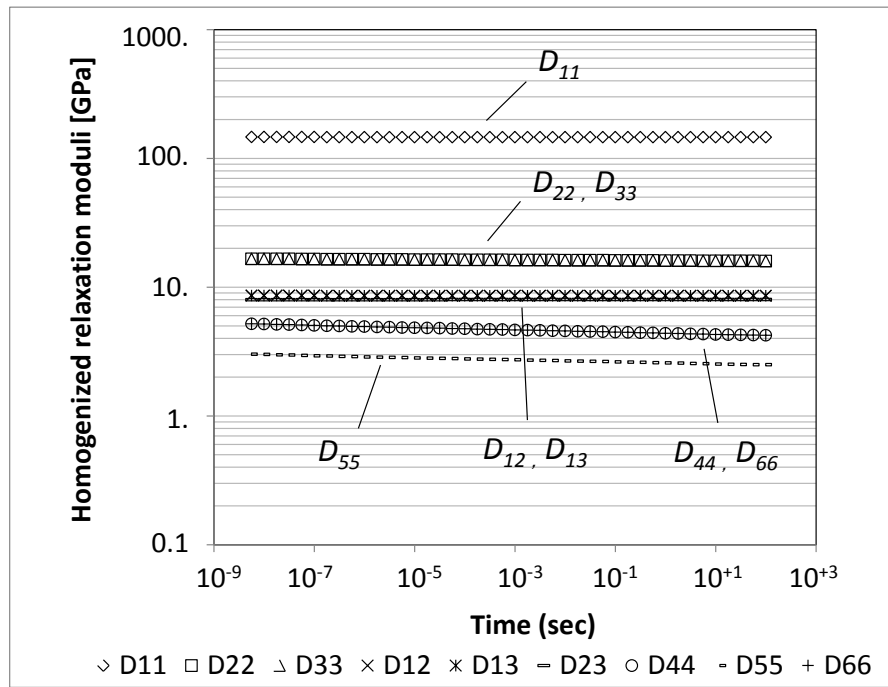


Fig. 4.5 Time variation of the relaxation elastic matrix of the CFRP the volume fraction of which is 64%.

4.6. 固有周波数

図 4.6, 図 4.7 にそれぞれ EPOXY と CFRP0 および EPOXY と CFRO45 の 1～10 次モード（周波数の低いものから順番に番号をつけた）の固有周波数の解析値と実測値を示す．EPOXY は等方性板との比較のため両方のグラフにプロットした．両者は概ね一致していることから，CFRP 直交積層板の固有周波数に関して，提案手法は良好な予測を与えることがわかる．

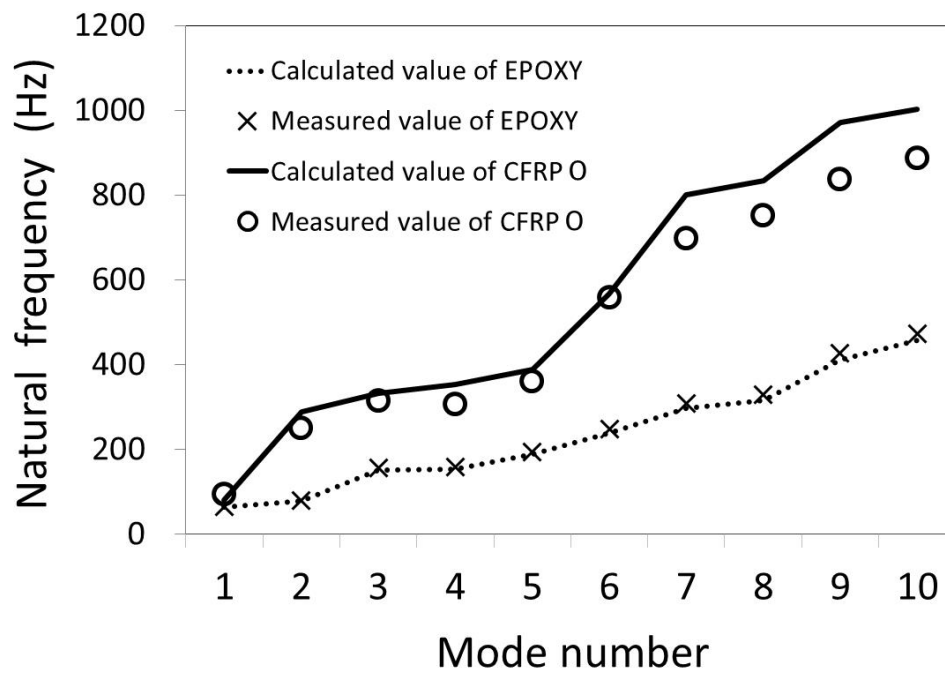


Fig. 4.6 Comparison of calculated and measured values of the natural frequency of CFRP0.

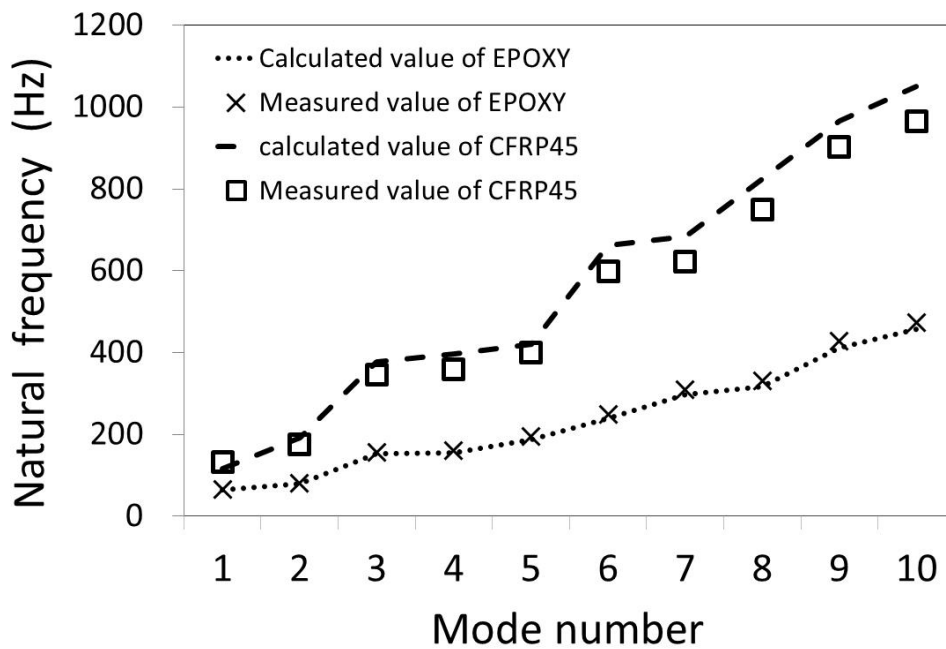


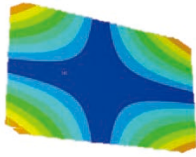
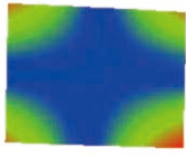
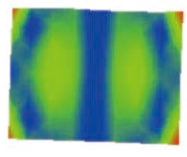
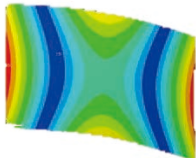
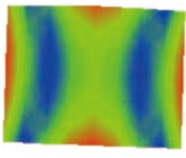
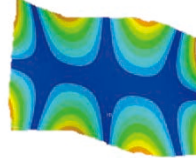
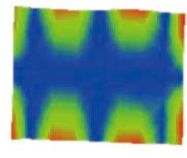
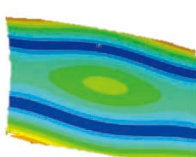
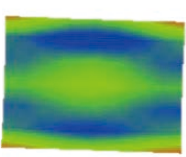
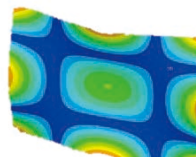
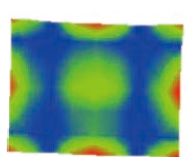
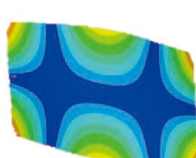
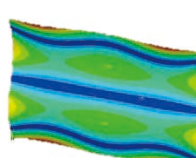
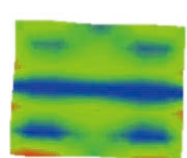
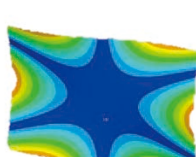
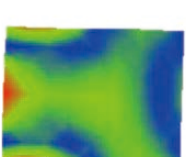
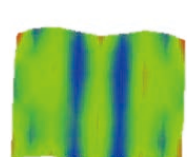
Fig. 4.7 Comparison of calculated and measured values of the natural frequency of CFRP45.

4.7. 固有モード形状

図 4.8～図 4.10 にそれぞれ EPOXY と CFRP0 および CFRO45 の振動モード形状の解析値と実測値を示す．図ではそれぞれの振動モードの固有ベクトルとその絶対値を，変形量とコンターで表示している．

振動モード形状は両者でよい一致を示した．ただし非常に近接した周波数範囲に存在する 3 次と 4 次のモードに関しては，固有周波数の大きさの順序に逆転がみられた．また，等方性の EPOXY 矩形板の振動モードと CFRP 矩形板のそれは大きく異なっている．特に CFRP45 の振動モードは複雑な形をしているが，解析によりほぼ正確に予測できていることは，繊維の配向方向による振動モードの制御可能性を感じさせるという意味で特筆される．

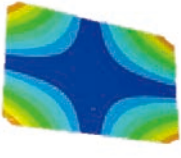
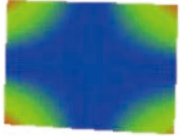
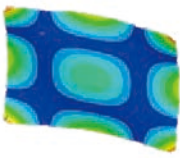
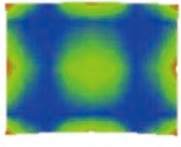
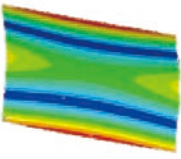
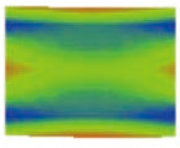
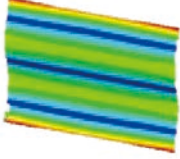
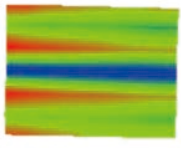
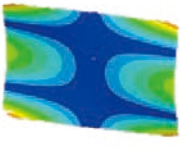
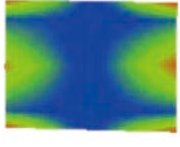
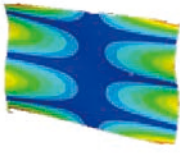
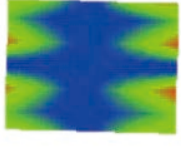
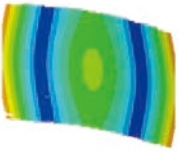
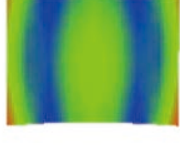
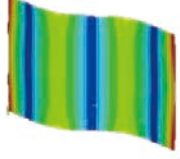
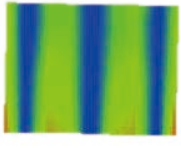
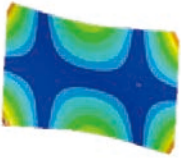
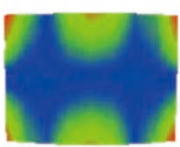
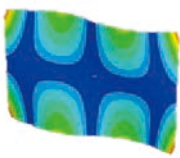
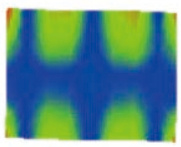
以上のことから，CFRP 直交積層板の固有モード形状に関して，提案手法は良好な予測を与えることがわかった．

No.	Calculated	Measured	No.	Calculated	Measured
1			6		
	64 Hz	66 Hz		240 Hz	248 Hz
2			7		
	79 Hz	81 Hz		298 Hz	309 Hz
3			8		
	152 Hz	157 Hz		317 Hz	330 Hz
4		not detected	9		
	154 Hz	160 Hz		411 Hz	428 Hz
5			10		
	188 Hz	195 Hz		457 Hz	473 Hz

Displacement:Eigenvector

Contour : Absolute value of eigenvector

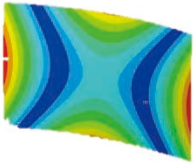
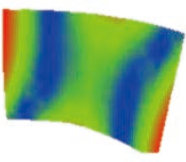
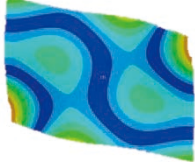
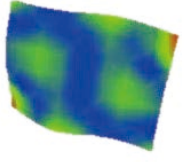
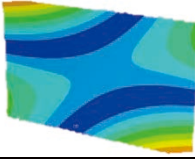
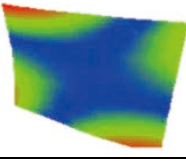
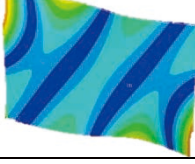
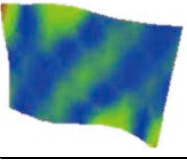
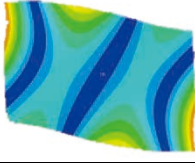
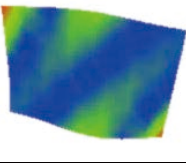
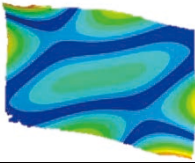
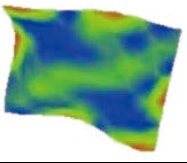
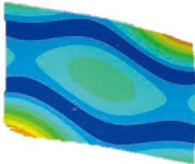
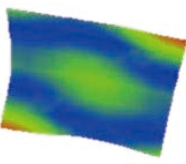
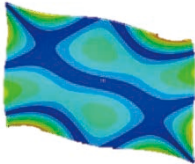
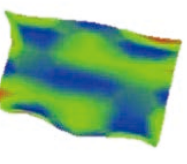
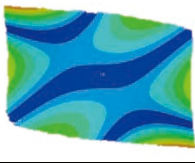
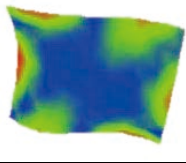
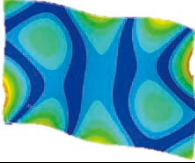
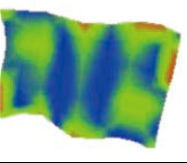
Fig. 4.8 Comparison of the vibration mode shapes of EPOXY specimen.

No.	Calculated	Measured	No.	Calculated	Measured
1			6		
	81 Hz	94 Hz		568 Hz	559 Hz
2			7		
	290 Hz	251 Hz		801 Hz	698 Hz
3			8		
	334 Hz	316 Hz		835 Hz	753 Hz
4			9		
	354 Hz	307 Hz		971 Hz	838 Hz
5			10		
	389 Hz	361 Hz		1002 Hz	888 Hz

Displacement:Eigenvector

Contour : Absolute value of eigenvector

Fig. 4.9 Comparison of the vibration mode shapes of CFRP0 specimen.

No.	Calculated	Measured	No.	Calculated	Measured
1			6		
	117Hz	132 Hz		662 Hz	598 Hz
2			7		
	191 Hz	176 Hz		684 Hz	621 Hz
3			8		
	378 Hz	346 HZ		824 Hz	749 Hz
4			9		
	396 Hz	358 Hz		965 Hz	902 Hz
5			10		
	421 Hz	399 Hz		1050 Hz	965 Hz

Displacement:Eigenvector

Contour : Absolute value of eigenvector

Fig. 4.10 Comparison of the vibration mode shapes of CFRP45 specimen.

4.8. モード減衰比

図 4.11, 図 4.12 に, EPOXY と CFRP0 および EPOXY と CFRP45 についてのモード減衰比の解析値と測定値を示す. EPOXY は等方性板との比較のため両方のグラフにプロットした, プロットにあたって, 解析と実験で CFRP0 の 3 次と 4 次のモード形状の周波数順序が入れ替わっていたため, 比較を容易にするため, 図 4.11 では実験値の 3 次と 4 次のモード番号を入れ替えて図示を行った.

まず, CFRP0 および CFRP45 のモード減衰比の実験結果は EPOXY のそれと比較してモード依存性が極めて大きい, 解析結果もそのモード依存性を正しく予測できていることがわかる. 特に CFRP0 のモード形状を振動モード形状別に分類してみたとき, 板の面外へのねじれ変形が支配的な 1, 3, 6, 8 次のモード減衰比は, 板の曲げ変形が支配的な 2, 4, 7, 9 次のそれよりも相対的に大きな値をとる傾向がみられる(図 4.9 の振動モード形状を参照). この事実を定量比較の観点から詳細にみると, 板の曲げ変形が支配的な振動モードのモード減衰比の解析値と実験値は極めて良く一致したが, ねじれ変形が支配的な振動モードのモード減衰比は, 解析値の方が実験値より大きく評価される傾向がみられ, 純粋な面外ねじれ変形に近い 1 次の振動モードでは解析値と実験値の差が約 2 倍と最大であった. より高次の振動モードではその差は縮まる傾向にあるが, これは高次モードの変形は, 純粋なねじれ変形でなく, 曲げ変形とねじれ変形が合成した変形であるためであると推測される. つまり, モード減衰比の解析値は, 曲げ変形の振動モードに対してほぼ正確な数値を与え, 面外のねじれ変形に対してはかなり大きな値(2 倍程度)を与えることが推測される. CFRP45 においても, 基本的な傾向は CFRP0 の場合と変わらない. ただし, CFRP45 のモードの方がより複雑な振動をするため, 1 次以外の振動モードではねじれ変形と曲げ変形が高度に複合した変形となる. そのためモード減衰比の振動モード依存性(周波数依存性)は CFRP0 ほどには大きくはない.

以上の結果は, 少なくとも本研究が対象とした CFRP 直交積層板で

は、面外せん断ひずみ成分をより多く含む振動モードの方が、面内垂直ひずみ成分を多く含む振動モードよりも減衰が大きいということを示している。これは、積層板の面外せん断変形が母材樹脂の大きなせん断変形を伴うものであるのに対し、面内の伸縮に関しては、本研究では直交積層板を用いていることもあり、母材樹脂の変形量はそれほど大きくないため、妥当な結果であるといえる。ただし既に述べた通り本解析では面外せん断ひずみが卓越する振動モードの減衰比を過大評価する傾向にあり、この傾向は、繊維を含まない等方性の樹脂矩形板においても、また 3 章で検討した粒子分散複合材料の解析においても同様に見られたことから、その原因としては、繊維／樹脂界面の完全接着を仮定したことや、エポキシ樹脂の粘弾性特性の測定あるいは同定精度が十分でなかったことなどが考えられるが、今後のさらなる検討が必要である。

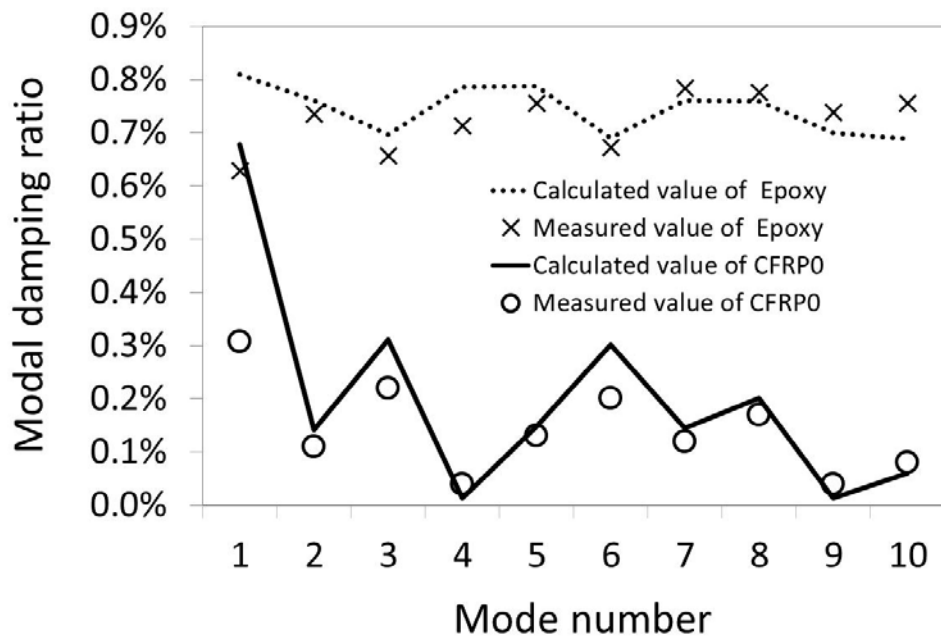


Fig. 4.11 Comparison of calculated and measured values of the mode damping ratio of CFRP0.

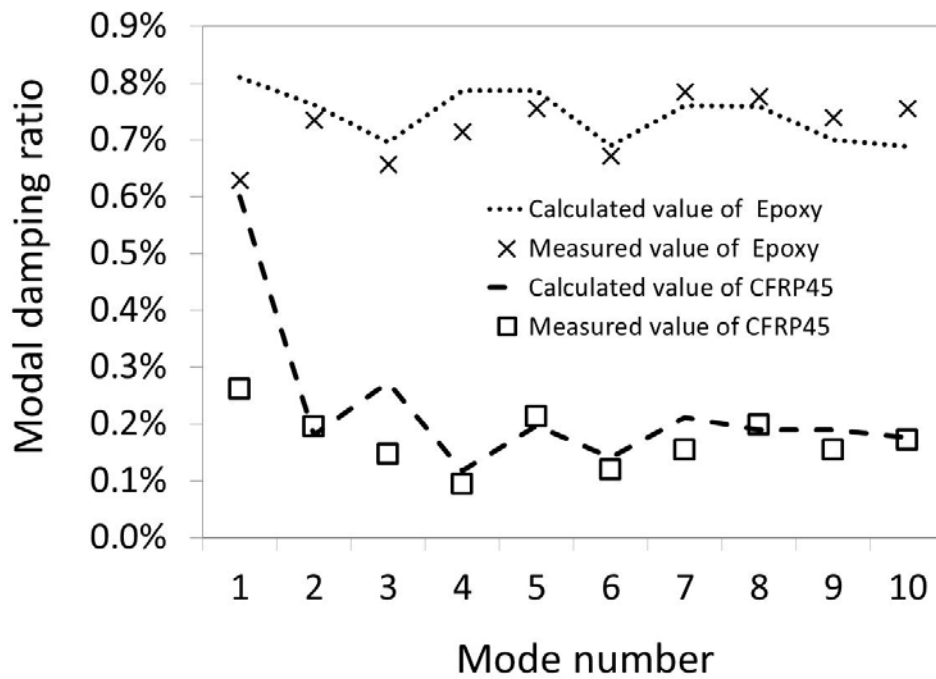


Fig. 4.12 Comparison of calculated and measured values of the mode damping ratio of CFRP45.

4.9. 駆動点アクセラランスと加速度インパルス応答

図 4.13～図 4.15 は，EPOXY と CFRP0 および CFRP45 矩形板の角の点での駆動点アクセラランスの解析値と実験値を比較したものである．解析では，周波数分解能 0.5 Hz で最大 1100 Hz までの周波数応答を計算した．角の点を選択したのは，自由境界で発生する固有振動で，角の点が節になるものは存在しないと考えられるため，この点の加振が最も多くの振動モードを励起できると考えられるためである．

EPOXY の駆動点アクセラランスの解析値と実測値はほぼ正確に一致した．一方，CFRP0，CFRP45 では，CFRP0 での 3 次と 4 次モードの周波数順序の入れ替わりに加え，固有周波数をやや過大評価する傾向がみられる．しかし，駆動点アクセラランスの大きさとピークの鋭さ(Q 値)が概ね一致していることから，解析でも十分に CFRP 直交積層板の減衰振動を予測できていると考えられる．

参考までに，解析ならびに実験で得られた駆動点アクセラランスを逆フーリエ変換して得られる時間領域の加速度インパルス応答を図 4.16～図 4.18 に示す．ここで，加速度はそれぞれの時間履歴の最大値によって正規化されている．EPOXY と CFRP0，CFRP45 の減衰の様子を比較すると，実験において CFRP0 および CFRP45 の振動は EPOXY に比較して長時間継続するという特徴があるが，その傾向は解析でもよく再現できていることがわかる．さらに CFRP0 に関しては，十分に時間が経過した 1.4s 付近の振動モードを詳細に見ると，実験，解析ともにモード減衰比の最も小さい 4 次モード（実験では 310Hz，解析では 350Hz）の振動形状で振動を続けていることから，モード減衰比のモード形状依存性に起因した時間波形の特徴が解析でもよく再現されていることがわかる．ただし，解析では 4 次モードの減衰比が過小評価されているため，長時間側での時間波形の振幅が大きくなっている．これは解析の精度が悪いというよりも，減衰比が非常に小さい振動モードにおいては，材料の内部減衰以外の(例えば空気の粘性)エネルギー散逸が無視できなくなるためであると考えられる．これは提案手法を時間領域での評価に用いる際に十分な注意が必要であることを

示している.

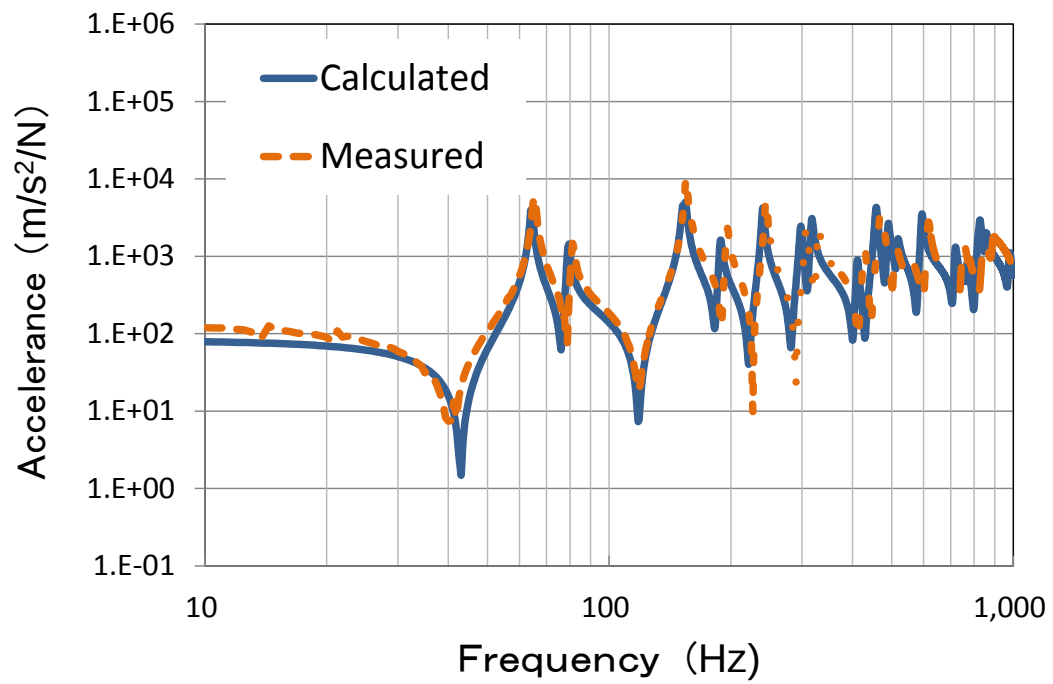


Fig. 4.13 Driving point accelerance at the corner of EPOXY plate.

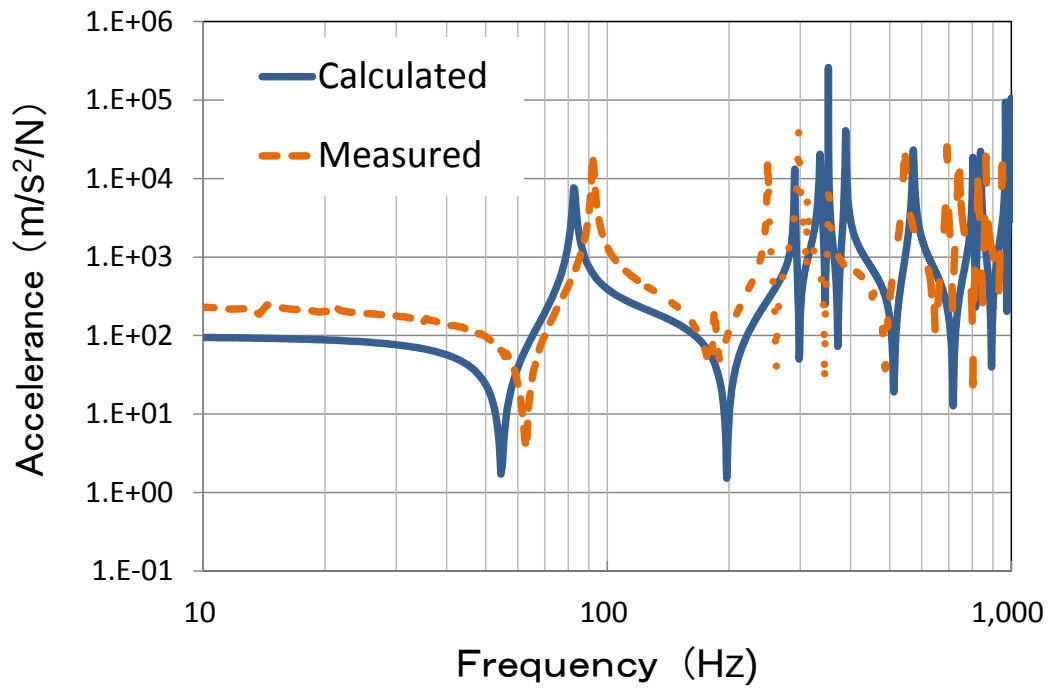


Fig. 4.14 Driving point accelerance at the corner of CFRP0 plate.

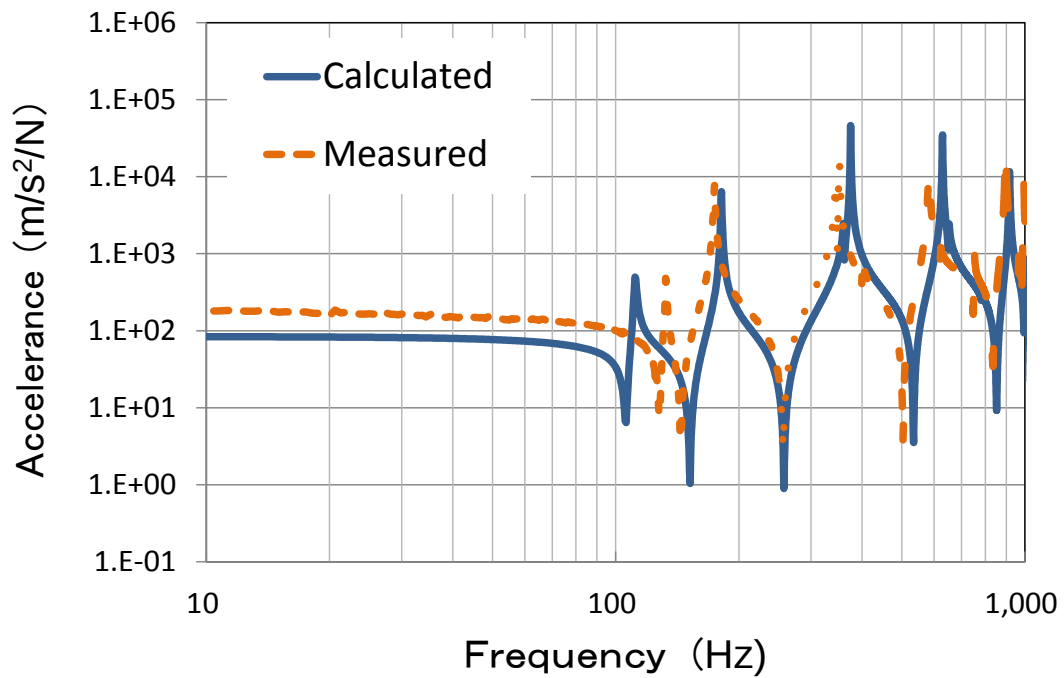


Fig. 4.15 Driving point accelerance at the corner of CFRP45 plate.

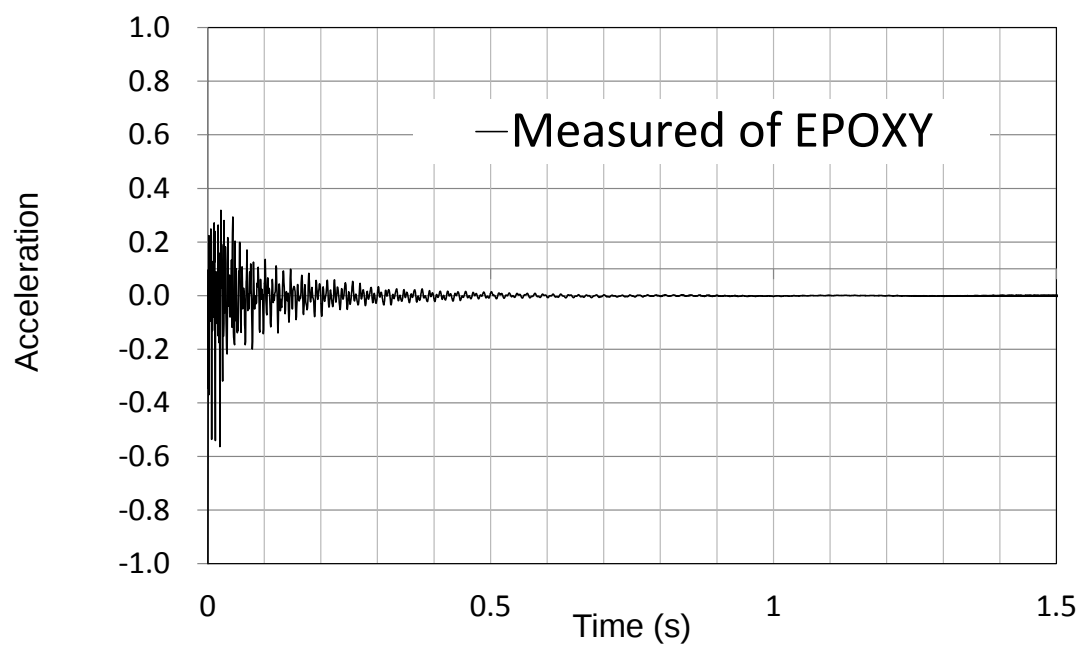
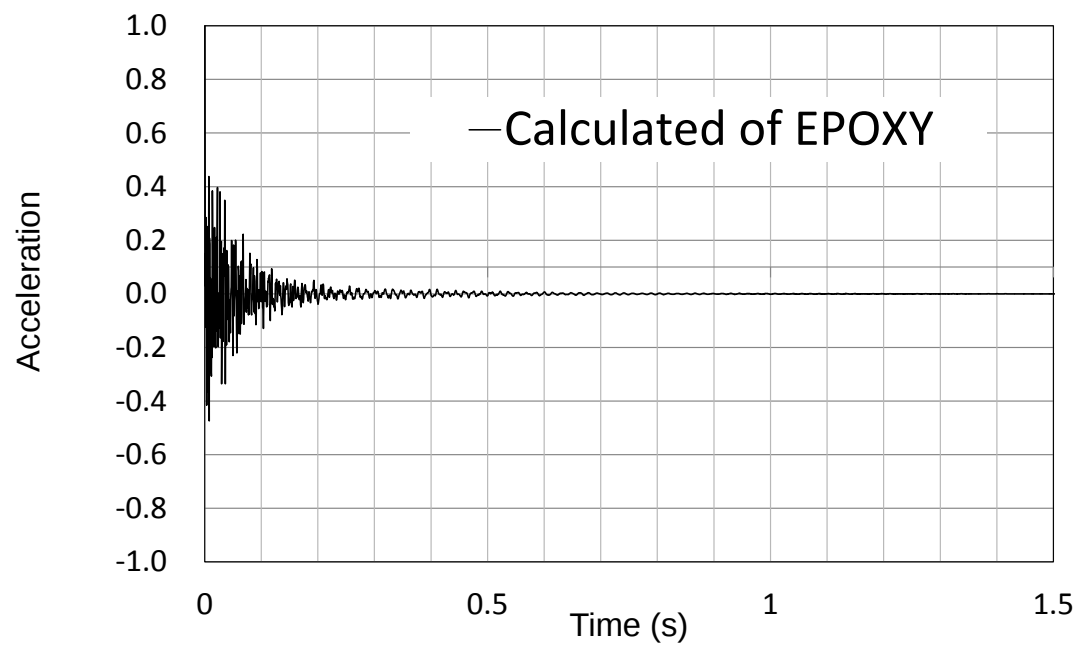


Fig. 4.16 Acceleration impulse response at the corner of EPOXY.

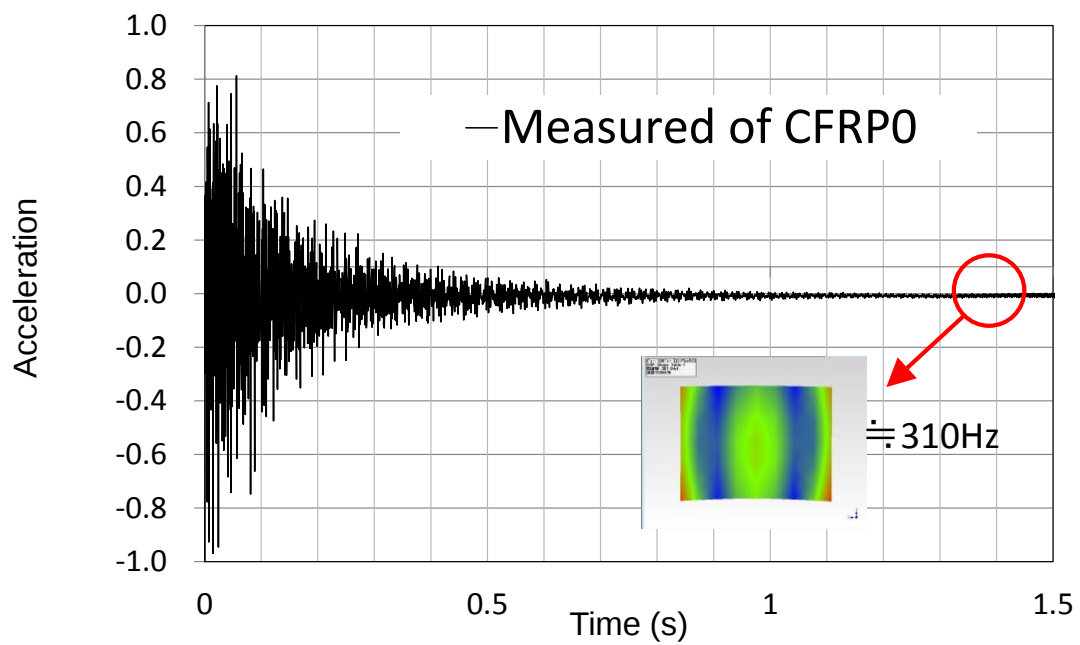
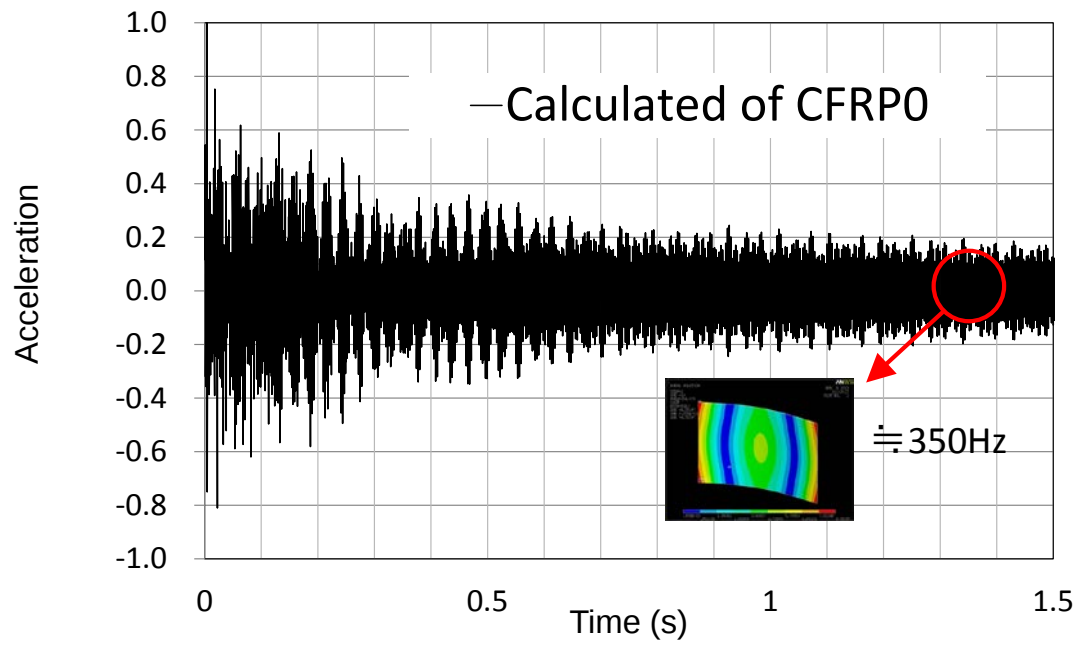


Fig. 4.17 Acceleration impulse response at the corner of CFRP0.

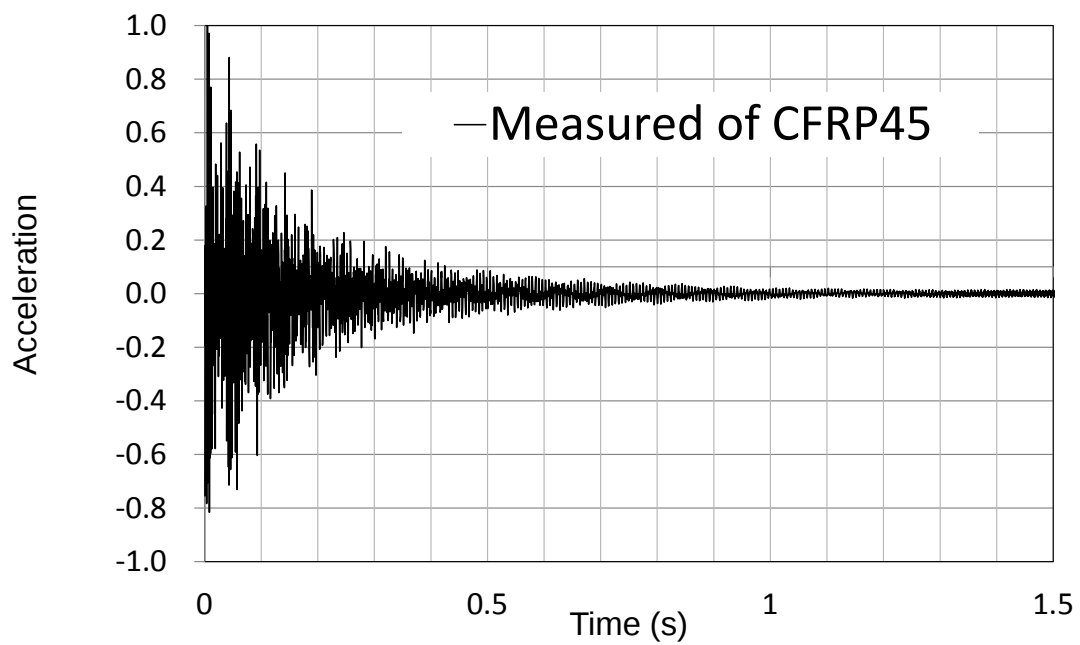
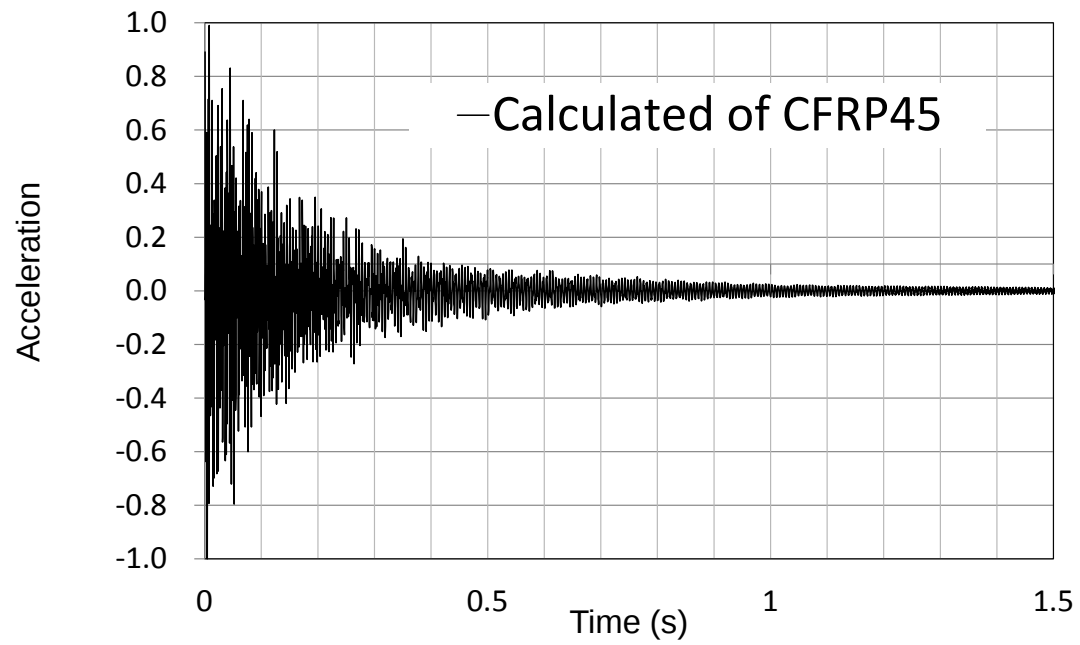


Fig. 4.18 Acceleration impulse response at the corner of CFRP45.

4.10. 結言

2 章にて提案したモード重ね合わせ法と均質化法を組み合わせた高分子基複合材料の減衰振動解析手法が繊維強化プラスチック積層板へも適用可能かどうかを検討するため、CFRP 直交積層板の実験結果との比較検討を行った。

CFRP 矩形板の実験結果は、振動モード形状とモード減衰比に顕著な異方性の特徴がみられた。モード減衰比は、面外ねじれ振動モードで大きく、曲げ振動モードでは比較的小さくなる。これは、積層板の面外せん断変形が母材樹脂の大きなせん断変形を伴うものであるのに対し、面内の伸縮に関しては、母材樹脂の変形量はそれほど大きくないためであると考えられる。

一方、CFRP 矩形板の解析結果は、これらの実験結果と概ね一致した。ただし、本解析では面外せん断ひずみが卓越する振動モードの減衰比を少し過大評価する傾向があり、この傾向は、繊維を含まない等方性の樹脂矩形板においても、また 3 章で検討した粒子分散複合材料の解析においても同様に見られたことである。その原因は明確になっていないが、たとえば繊維／樹脂界面の完全接着を仮定したことや、エポキシ樹脂の粘弾性特性の測定あるいは同定精度が十分でなかったことなどが考えられる。今後のさらなる検討が必要である。

以上のことから、複合材料の構成素材である樹脂の粘弾性特性、強化繊維の弾性特性、ならびに複合材料のミクロ構造と積層構成が与えられれば、数値解析で CFRP 積層の固有周波数、モード形状、モード減衰比を概ね予測可能であることがあきらかとなった。したがって、粒子強化複合材料のみならず、繊維強化複合材料に対しても適用可能な汎用的な手法であることが確認された。

第 5 章

結論

5章 結論

本研究では、高分子基複合材料のミクロ構造を、その使用用途に応じて最適設計（材料のマクロ物性を最適化）するために利用される数値シミュレーション手法の提案と実験検証が行われた。特に楽器の振動板など、最近の応用領域で重要になると予想されるが、これまであまり深く検討されることが無かった減衰振動特性の周波数あるいはモード形状依存性に焦点をあてた研究が行われた。

第2章では、複雑なミクロ構造を持つ高分子基複合材料について、最小限の材料測定を前提とし、計算コストが低く、従来の方法よりも短期間で多数回の材料設計シミュレーションを可能にする汎用的な減衰振動解析手法を提案した。数学的均質化法が、異方性一般化 Maxwell モデルの構成則のもとで採用され、検討可能なミクロ構造の幾何学的制約が周期対称性のみとなった。また、これまで明らかになっていなかった複素弾性マトリクスからモード減衰比を計算する手法の定式化を行った。これにより、母材樹脂の動的粘弾性を事前に測定するのみで、複雑なミクロ構造の減衰振動特性を、計算コストが直接法に比較して各段に低いモード重ね合わせ法にて行うことが可能になった。また、ここで示した解析手法は、汎用構造解析コード ANSYS でも実施することが可能であり、その解析手順を詳細に示した。

第3章では、振動特性に大きく影響する密度、剛性、減衰係数をコントロールすることが可能と考えられる粒子状介在物を分散させた高分子基複合材料について、第2章にて提案した解析手法を適用し、振動実験結果と比較することによりその妥当性を検証した。検証は、ウレタン母材に、シリカ中実粒子と薄い球殻を持つ内部空洞粒子をそれぞれ分散した2種類の矩形板について、線形振動を近似的に表すことができるモードパラメータを比較することにより行われた。モード形状、固有周波数の解析値と測定値は良く一致した。また、モード減衰比については、面外へのねじれ変形が主となる振動モードでやや高い値となる傾向があること、および粒子の体積含有率に対する依存性が、解析値と測定値で一致した。一方で、モード減衰比の解析値は、概ね

その測定値よりも大きな値となった．また高次モードになると減衰比の測定値は緩やかに上昇する傾向があるが，解析値からは，少なくとも 10 次までの振動モードではそのような特徴はみいだせなかった．原因の特定が課題として残された．ただし，線形振動を記述する 3 つのモーダルパラメーターに関して，解析値と測定値でその傾向が一致する点が多いことから，球状粒子分散複合材料に対して，本解析手法の理論的な妥当性が確認できた．

第 4 章では，振動特性の異方性をコントロールすることに有用と考えられる CFRP（カーボン繊維強化プラスチック）について，第 2 章で提案した解析手法を適用し，振動実験結果と比較することによりその妥当性を検証した．また，繊維の配向が振動特性に与える影響について考察した．CFRP 矩形板の実験結果には，振動モード形状とモード減衰比に顕著な異方性の特徴がみられた．CFRP の振動モードは等方性板と比較して非常に複雑なものとなり，またモード減衰比は，面外ねじれ振動モードで大きく，曲げ振動モードでは比較的小さくなるなど，はっきりとしたモード依存性が確認された．一方，解析でも実験結果と概ね一致する傾向が確認された．この原因は，積層板の面外せん断変形が母材樹脂の大きなせん断変形を伴うものであるのに対し，面内の伸縮に関しては，母材樹脂の変形量はそれほど大きくないためであると考えられるが，解析でもこの減衰メカニズムが適確にとらえられていることがわかった．一方，本解析手法では，面外せん断ひずみが卓越する振動モードの減衰比を少し過大評価する傾向があることがわかった．この傾向は，繊維を含まない等方性の樹脂矩形板においても，また 3 章で検討した粒子分散複合材料の解析においても同様に見られたことである．その原因は明確になっておらず，今後の課題が残された．しかしながら，本解析手法は，繊維強化複合材料においても，固有周波数と固有モードはほぼ正確にとらえられており，また，モード減衰比も，実際問題で生じる純粋なねじれ振動以外の複合モードでは実用上問題ない解析精度で予測が可能であることが示された．

以上の 2 章～4 章の結果をまとめると，提案された解析手法は，固有周波数と振動モード形状の予測について極めて高い精度を有することが確認できたといえる．またモード減衰比は，強化材の種類によらず，垂直ひずみが支配的な振動モード形状では高い解析精度を示すが，せん断ひずみが支配的な振動モード形状では解析精度が低下することが明らかとなった．その原因は明らかになっていないため今後の課題となっているが，現実の構造体では，せん断方向のひずみが大きくなるような使用状況はほとんどないと考えられることから，本解析手法は実用上十分に有効であると考えられる．

参考文献

- [1] 三木光範, 福田武人, 元木信弥, & 北條正樹. (1997). 複合材料. 共立出版.
- [2] 平松 徹.炭素繊維の本. (2012).日刊工業新聞.
- [3] Victoria Taylor, Katalin Kecse-Nagy, “Thomas Osborn, RADE IN DALBERGIA NIGRA AND THE EUROPEAN UNION.” (2012).
- [4] クラシックギター便利帳
<http://www.wb.commufa.jp/lagrima/kouzou.html>
- [5] ヤマハホームページ
<http://www.yamaha.co.jp/plus/marimba/trivia/?ln=ja&id=117002>
- [6] T, Ono., & D, Isomura. (2004). Acoustic characteristics of carbon fiber-reinforced synthetic wood for musical instrument soundboards. *Acoustical Science and Technology*, 25(6), 475-477.
- [7] A, Okuda., & T, Ono. (2008). Bracing effect in a guitar top board by vibration experiment and modal analysis. *Acoustical Science and Technology*, 29(1), 103-105.
- [8] S, Phillips., L, Lessard. (2013). Application of natural fiber composites to musical instrument top plates. *Journal of Composite Materials*,47,4,475-484.
- [9] 祖父江信夫, 中野晴之, & 浅野猪久夫. (1984). 楽器用スプルース合板の振動特性. *木材学会誌*, 30(1), 93-97.
- [10] 内田盛也. (1988). 先端複合材料の設計と加工, p163.
- [11] 小野晃明. (2001). 楽器用木材の音響と物性の秘密の関係 (非線形波動現象のメカニズムと数理). *数理解析研究所講究録*, 1209 ,89-98.
- [12] 東郷敬一郎. (2004). 材料強度解析学. 内田老鶴圃.
- [13] HL, Cox. (1952). The elasticity and strength of paper and other fibrous materials. *British Journal of Applied Physics*, 3(3), 72.
- [14] NF, Dow. (1963). GE Report R63SD61.

- [15] T, Mori., & K, Tanaka. (1973). Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. *Acta Metallurgica*, 21(5), 571-574.
- [16] A, Benssousan., JL, Lions., & G, Papanicolaou. (1978). Asymptotic analysis for periodic media. *Armsterdam: North-Holland Publishing Company*.
- [17] E, Sánchez-Palencia. (1980). Non-homogeneous media and vibration theory. In *Non-homogeneous Media and Vibration Theory* (Vol. 127).
- [18] JL, Lions. (1981). Some methods in the mathematical analysis of systems and their control (Book). *Beijing, Science Press*.
- [19] F, Devries., H., Dumontet, G, Duvaut., & F, Léné. (1989). Homogenization and damage for composite structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 27(2), 285-298.
- [20] F, Léné., P, Paumelle. (1992). Micromechanics of damage in woven composite, *Composite Material Technology*, 14, 97-105.
- [21] 寺田賢二郎, & 菊池昇. (2003). 均質化法入門-計算力学レクチャーシリーズ. 丸 善.
- [22] RD, Adams., & DGC, Bacon. (1973). Effect of fibre orientation and laminate geometry on the dynamic properties of CFRP. *Journal of Composite Materials*, 7(4), 402-428.
- [23] MR, Maheri., & RD, Adams. (1995). Finite-element prediction of modal response of damped layered composite panels. *Composites Science and Technology*, 55(1), 13-23.
- [24] 松本金矢, 細川健治, 座古勝, & 小林博. (1999). 積層複合材料の減衰パラメータ同定法. *日本機械学会論文集 C 編*, 65(636), 3129-3134.
- [25] 座古勝, 松本金矢, 倉敷哲生, & 中西康雅. (2005). 繊維強化プラスチック材料の振動減衰同定に及ぼす大気圧の影響. *日本機械学会論文集 C 編*, 71(702), 386-391.
- [26] 松本金矢, 座古勝, & 中西康雄. (2001). 積層複合材料の振動伝達

- 特性最適化. *日本機械学会論文集 C 編*, 67(659), 2107-2112.
- [27] 松本金矢, 中西康雅, & 座古勝. (2006). 複合材料の振動解析と最適設計. *機械の研究*, 58(10), 1011-1015.
- [28] 中西康雅, 松本金矢, 座古勝, & 倉敷哲生. (2006). 織物複合材料の振動減衰推定法に関する研究. *日本機械学会論文集 C 編*, 72(719), 2042-2047.
- [29] X, Wu., & N, Ohno. (1999). A homogenization theory for time-dependent nonlinear composites with periodic internal structures. *International Journal of Solids and Structures*, 36(33), 4991-5012.
- [30] N, Ohno., X, Wu., & T, Matsuda. (2000). Homogenized properties of elastic-viscoplastic composites with periodic internal structures. *International Journal of Mechanical Sciences*, 42(8), 1519-1536.
- [31] W, Araki., T, Adachi., & A, Yamaji. (2003). Time-temperature dependences of fracture toughnesses of epoxy resin and silica particulate-filled epoxy composite. In *Materials Science Forum* (Vol. 426, pp. 1985-1990).
- [32] 荒井政大, 田中博己, 松下寿暁, & 杉本公一. (2008). カーボンナノファイバー強化熱可塑性樹脂の熱粘弾性特性評価. *材料*, 57(2), 167-173.
- [33] K, Kaku., M, Arai., T, Fukuoka., & T, Matsuda. (2010). Evaluation of thermo-viscoelastic property of CFRP laminate based on a homogenization theory. *Acta mechanica*, 214(1-2), 111-121.
- [34] 寺田賢二郎, 濱名康彰, & 平山紀夫. (2009). 繊維強化プラスチックの粘弾性マルチスケール解析手法. *日本機械学会論文集. A 編*, 75(760), 1674-1683.
- [35] 寺田賢二郎. (2007). 複合材料の数値材料実験のススメ (その 1) 等価物性と均質化法. *強化プラスチック*, 53(4), 205-210.
- [36] 平山紀夫. (2007). 複合材料の数値材料実験のススメ (その 4) 汎用ソフトによる数値材料実験の試み (構造問題). *強化プラスチック*, 53(7), 306-313.

- [37] M, Koishi., M, Shiratori., T, Miyoshi., & A, Miyano. (1996). Stochastic homogenization method for composite materials with uncertain microstructures. *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineering series A*, 62(602), 78-83.
- [38] 荒井政大, 板垣大輔, 西村正臣, 島村佳伸, & 小林和幸. (2014). 均質化法による CFRP 積層はりの減衰振動特性評価. *計算数理工学論文集*, 14, 43-48.
- [39] 長松昭男. モード解析入門. (1993). コロナ社.
- [40] 吉田望, 澤田純男, & 中村晋. (2006). 減衰が地盤の地震応答解析にあたえる影響と精度. *日本地震工学会論文集*, 6(4), 55-73.
- [41] 山本晃司, 寺田賢二郎, & 平山紀夫. (2011, May). 異方性粘弾性構成則の汎用 CAE ツールへの組み込み. *計算工学講演会論文集 Proceedings of the Conference on Computational Engineering and Science* (Vol. 16, p. 4p). 日本計算工学会.
- [42] 岡小天. レオロジー入門. 1970. 工業調査会.
- [43] 藤川正毅, 隆雅久, 青山大輔, 三原康子, & 小林卓哉. (2004). 定ひずみ速度試験による線形粘弾性特性係数関数決定法. *実験力学*, 4(4), 315-320.

本研究に係る業績

学術誌掲載論文

- 1) 小林和幸, 小山孝生, 杉村亜寿美, 荒井政大, & 島村佳伸. (2015).
均質化法による複合材料のモード法減衰振動解析. *日本複合材料学会誌*, 41(1), 9-18.
- 2) 小林和幸, 小山孝生, 杉村亜寿美, 荒井政大, & 島村佳伸. モード重ね合わせ法と均質化法を用いた繊維強化プラスチック積層板の減衰振動解析, *日本複合材料学会誌*, (投稿中).
- 3) 1) 荒井政大, 板垣大輔, 西村正臣, 島村佳伸, & 小林和幸. (2014).
均質化法による CFRP 積層はりの減衰振動特性評価. *計算数理工学論文集*, 14, 43-48.

口頭発表

- 1) Kazuyuki KOBAYASHI, Takao KOYAMA, Asumi SUGIMURA, Masahiro Arai, Yoshinobu SHIMAMURA, Damping Vibration Analysis of Composite Materials Using Mode Superposition and Homogenization Method, 13th Joint Symposium among sister Universities in Mechanical Engineering, Yokohama, August, 2014, pp.191-194.
- 2) 小林和幸, 小山孝夫, 杉村亜寿美, 荒井政大, & 島村佳伸. (2013).
均質化法による複合材料のモード法減衰振動解析. 第 38 回複合材料シンポジウム, pp.71-72, 鹿児島.

謝辞

本研究は、楽器用材料の評価をするにあたり避けて通れない振動減衰の問題を数値解析で取り扱う方法に関して、静岡大学の島村佳伸准教授に相談したことから始まり、名古屋大学の荒井政大教授のご指導のもとにまとめられたものである。この比較的前例の少ない研究内容の指導を快く引き受けてくださり、有益なご助言と、終始一貫した力強い励ましの言葉をいただいた島村先生、荒井先生、また間接的なご支援をいただいた静岡大学 東郷敬一郎教授、藤井朋之助教に深謝致します。

本論文を完成するにあたり、静岡大学の三浦憲二郎教授、早川邦夫教授、福田充宏教授、真田俊之准教授に審査していただき、有益なご助言とご教授をいただいた。信州大学大学院の板垣大輔さんには、試験片の作成と定期的な議論に加わっていただいた。サイバネット(株) 三宅智夫様、鷺尾宰司様には、数値解析の実行やマクロプログラムの開発にご助言いただくとともに、技術的に有益なご意見を多数いただいた。ヤマハ(株) 鈴木克典さんからは、論文作成にあたって様々な有益なアドバイスをもらい、また終始激励の言葉をいただいた。

各位に心から感謝致します。

最後に、共同研究者として様々な議論や実験を通じて、研究遂行の原動力となったヤマハ(株) 小山孝生さん、杉村亜寿美さん、水谷朗さん、岡田優子さんにこころより感謝致します。