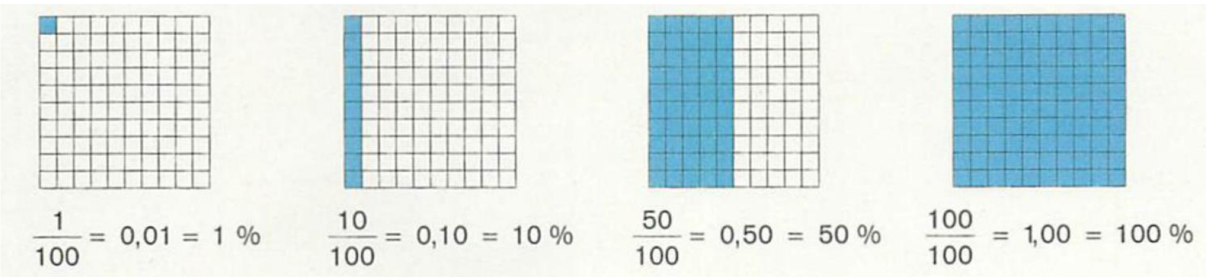
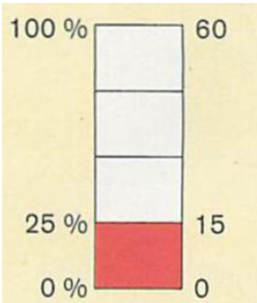
フィンランドの割合指導：
小学校・中学校・高等学校の教科書より

中学校・高等学校数学科における「割合」の活用力育成をめざした
カリキュラム開発研究

フィンランドの割合指導
～小学校・中学校・高等学校の教科書より～





2020 年 3 月

科学研究費助成事業

課題番号 17K04766

研究代表者　熊倉啓之（静岡大学）

はじめに

本冊子は，フィンランドの小学校・中学校・高等学校の数学教科書に掲載されている「割合」の単元の各ページの例題（及び説明や練習問題の一部）について，それらを翻訳して載せたものである。対象とした教科書は，次の通り，WSOY 社（現在は Sanomapro 社）発行の「割合」の単元が掲載されている 4 冊，及び別の単元に「割合」の問題が掲載されている 3 冊である。

小学校：Laskutaito 6B〔6 年生下〕（2007）
中学校：Laskutaito 8〔8 年生〕（2007），Laskutaito 9〔9 年生〕（2007）
高校：Lukiolaisen mathematiikka 1 Lausekkeet ja yhtälöt（2009）
Lukiolaisen mathematiikka 3 Matemaattisia malleja Ⅰ（2005）
Lukiolaisen mathematiikka 6 Matemaattisia malleja Ⅱ（2006）
Lukiolaisen mathematiikka 7 Talousmatematiikka（2010）

ただし，高校教科書は，いずれも「短い数学」（いわゆる文系）用の教科書である。

翻訳は，すべて Google 翻訳を利用したが，推測で翻訳している部分もある。
また，問題文はできるだけ忠実に訳したが，解説・解答は，必要最小限に略している。

なお，本冊子は，科学研究費基盤研究(C)「中学校・高等学校数学科における「割合」の活用力育成をめざしたカリキュラム開発研究」（研究代表者：熊倉啓之，課題番号 17K04766）の成果の一部として作成したものである。研究メンバーは以下の通りである。 また，本冊子の翻訳・編集に際して，静岡大学院生に尽力いただいた。

＜研究メンバー＞　　　※所属は，2019 年度現在

坂本健司	静岡県静西教育事務所		
沢田佳史	掛川市立大浜中学校	梅田英之	静岡県立科学技術高等学校
鈴木　直	藤枝市立瀬戸谷中学校	谷川　尚	静岡県立藤枝東高等学校
永野翔一	焼津市立和田中学校	田開伯幸	静岡県立富士宮北高等学校
和田勇樹	静岡県立清水南高等学校中等部	富田真永	静岡県立静岡西高等学校
國宗　進	静岡大学	近藤　裕	奈良教育大学
柗元新一郎	静岡大学	早川　健	山梨大学
熊倉啓之	静岡大学		

＜翻訳・編集補助＞
大村健太郎　静岡大学大学院教育学研究科修士 1 年

本冊子が，日本の「割合」指導の改善に，少しでも役立てば幸いである。

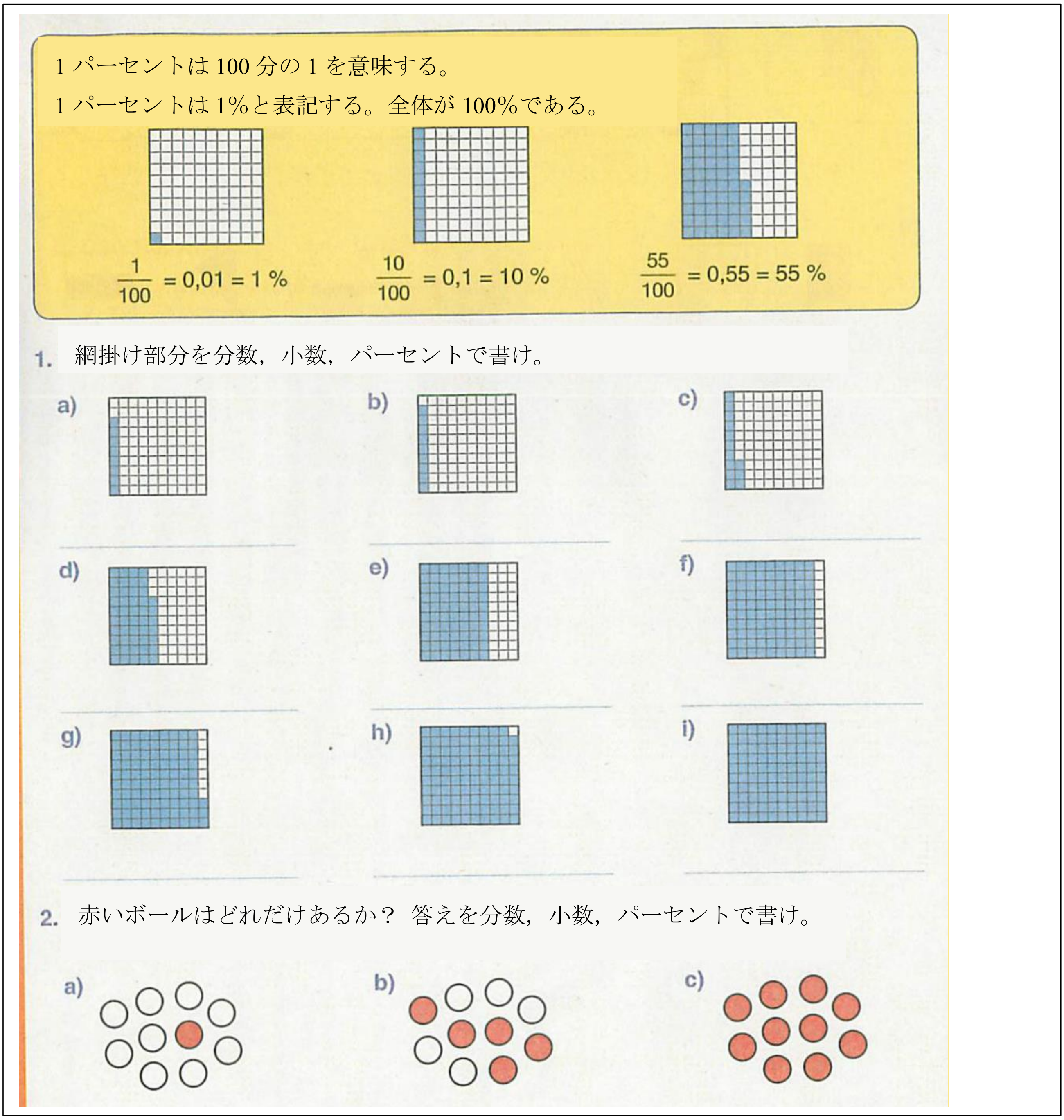
2020 年 3 月　翻訳責任者　熊倉啓之（静岡大学）

＜目　次＞

1　小学校算数教科書における「割合」

(1)　6 年生の問題　＜Laskutaito 6B ２．Percentage＞

①　分数-小数-パーセント　pp. 28-29



1 パーセントは 100 分の 1 を意味する。
1 パーセントは 1%と表記する。全体が 100%である。

$\frac{1}{100} = 0{,}01 = 1\ \%$　　$\frac{10}{100} = 0{,}1 = 10\ \%$　　$\frac{55}{100} = 0{,}55 = 55\ \%$

1.　網掛け部分を分数，小数，パーセントで書け。

a)　b)　c)
d)　e)　f)
g)　h)　i)

2.　赤いボールはどれだけあるか？ 答えを分数，小数，パーセントで書け。

a)　b)　c)

＜練習問題＞

7　リサとジョンは，ともに窓の 1／5 ずつを拭き，マムは残りの部分を拭いた。マムは何%の窓を拭いたか？

11　アリスとエミリィは，いずれもパイの 1／4 を食べた。サラは，パイの 30%を食べた。残っているパイは何%か？

② 1%を使ったパーセントの計算 pp. 30-31

Example 1.

300 メートルの 5%はどれほどの長さか？

- 最初に 1%を計算せよ。

300 m : 100 = 3 m

- これに 5 を掛けよ。

5 · 3 m = 15 m

Example 2.

60 リットルの 40%はいくらか？

- 最初に 1%を計算せよ。

60 *l* : 100 = 0,6 *l*

- これに 40 を掛けよ。

40 · 0,6 *l* = 24 *l*

13. 400 における次のパーセントを計算せよ。

a) 1 % ______

b) 6 % ______

c) 12 % ______

d) 20 % ______

e) 90 %. ______

of 400.

14. 50 における次のパーセントを計算せよ。

a) 1 % ______

b) 4 % ______

c) 10 % ______

d) 30 % ______

e) 80 %. ______

of 50.

15. 500 における次のパーセントを計算せよ。

a) 1 % ______

b) 8 % ______

c) 11 % ______

d) 15 % ______

e) 60 %. ______

of 500.

16. 次の 5%はいくらか？

a) 100 ______

b) 200 ______

c) 500 ______

d) 1 000 ______

e) 2 000. ______

17. 次の 2%はいくらか？

a) 300 ______

b) 30 ______

c) 3 000 ______

d) 50 ______

e) 500. ______

18. 次の 4%はいくらか？

a) 200 ______

b) 2 000 ______

c) 20 ______

d) 10 ______

e) 5 000. ______

30

＜練習問題＞

20　ジャミィはスキーで 15km 移動した。あと全行程の 12%残っている。全行程で何 km 移動したか？

21　ペドロは，スキーで 20km 移動する。全行程の 40%進んだところで 1 回目の休憩を取った。次に全行程の 70%進んだところで 2 回目の休憩を取った。彼は，休憩と休憩の間で何 km 進んだか？

22　ビックは，スケートで 9km 滑り，水泳で 2km 泳ぐ計画を立てた。しかし，彼女は，スケートでは目標の 80%の距離を滑り，水泳では，逆に目標の 20%だけ多く泳いだ。ビックは，スケートと水泳で，それぞれ何 km 滑り，泳いだか？

③　パーセントに相当する量を求める　※第2用法　pp. 32-33

パーセントを小数で表したもの（以下，小数）
数値に必要な割合は，小数を使用して計算できる。

Example 1.

300 の 15%を計算せよ。

15 % = 0,15
0,15 · 300 = 45

Example 2.

20 ユーロの 9%を計算せよ。

9 % = 0,09
0,09 · 20 € = 1,80 €

小数を使用せよ。

26. 次を計算せよ。

a) 50 の 40%

b) 20 の 60%

c) 1000 の 70%

d) 200 の 20%

27. 次を計算せよ。

a) 5 の 4%

b) 3 の 2%

c) 6 の 8%

d) 5 の 9%

28. 次を計算せよ。

a) 2 グラムの 110%

1,1 · 2 g =

b) 20 メートルの 120%

c) 30 リットルの 130%

d) 50 キロメートルの 90%

Notebook exercises

29. 小数を使用して次を計算せよ。

a) 230 ユーロの 3%
b) 120 グラムの 6%
c) 45 メートルの 9%

30. 小数を使用して次を計算せよ。

a) 50 キロメートルの 15%
b) 90 リットルの 97%
c) 450 ユーロの 105%

＜練習問題＞

32　16 人の教師と 30 人の親がスポーツイベントに参加した。教師の 75%は女性で，親の 30%は父親であった。このとき，

a）男性教師は何人参加したか？　　b)　母親は何人参加したか？

35　全長 8.5km のスキーコースがある。コースの 20%は川沿いのコースで，その 2 倍の距離は林間コースであり，残りのコースはフィールドを通るコースである。フィールドを滑る距離は何 km か？

④　パーセントの計算練習　pp. 34-35

1%は 100 分の 1 のことである。

Example 1.

200 ユーロの 1%は 2 ユーロ。

50%は半分である。

Example 2.

200 ユーロの 50%は 100 ユーロ。

10%は 10 分の 1 のことである。

Example 3.

200 ユーロの 10%は 20 ユーロ。

20%は 5 分の 1 のことである。

Example 4.

200 ユーロの 20%は 40 ユーロ。

25%は 4 分の 1 のことである。

Example 5.

200 ユーロの 25%は 50 ユーロ。

75%は 4 分の 3 のことである。

Example 6.

200 ユーロの 75%は 150 ユーロ。

次の表を埋めよ。

39.

100 %	50 %	10 %	1 %	150 %
300				
50				
1 000				
10				
80				
8				

40.

100 %	20 %	25 %	75 %	200 %
40 €				
400 €				
20 *l*				
600 m				
80 g				
800 kg				

＜練習問題＞

47　ウィリアムは，480 枚の写真を撮った。そのうちの 50%はスポーツの写真で，25%は動物の写真である。その他の写真は何枚か？

48　ヤコブはこれまでに 1040 枚の写真を撮った。そのうちの 25%はスウェーデンで，20%はノルウェーで，10%はエストニアで，残りはフィンランドで撮ったものである。フィンランドで撮った写真は何枚か？

⑤　応用問題　pp. 36-37

選択肢の中から正しいものに丸を付けなさい。

49.　次の 98%はいくらか？

a) of 50	b) of 300	c) of 1 000?
29	270	960
39	290	980
49	294	998

50.　次の 52%はいくらか？

a) of 50	b) of 300	c) of 1 000?
10	156	450
26	165	480
30	180	520

51.　次の 24%はいくらか？

a) of 50	b) of 300	c) of 1 000?
12	52	24
15	72	120
20	92	240

52.　次の 9%はいくらか？

a) of 50	b) of 300	c) of 1 000?
1,6	27	9
4,5	57	90
13,6	103	190

53.　次の 3%はいくらか？

a) of 50	b) of 300	c) of 1 000?
0,2	6	3
1,5	9	30
11,2	19	300

＜練習問題＞

54　フィンランドで生息するコウモリは，約 6 か月間冬眠する。コウモリの心臓は，通常は 1 分間当たり 400 回の割合で鼓動する。ただし，冬眠中は，通常時の 5%のみ鼓動する。冬眠中の 1 分間当たりの鼓動回数は？

⑥ パーセントにおける量の増減 pp. 38-39

5%の割合で増加するときの小数は,

100 % + 5 % = 105 % = 1,05

Example 1.

ジェレミーは年の初めに身長が 140cm だった。彼はその年の間に 8%成長した。年末の彼の身長はいくつか?

100 % + 8 % = 108 % = 1,08

1,08 · 140 cm = 151,2 cm

9%の割合で減少するときの小数は,

100 % – 9 % = 91 % = 0,91

Example 2.

デニムジャケットは 70 ユーロである。その価格は 15%引き下げられる。デニムジャケットの新しい価格はいくらか?

100 % – 15 % = 85 % = 0,85

0,85 · 70 € = 59,50 €

60. 価格が次のように増加した場合，変化した価格の計算に使用される小数はいくらか?

a) 3 % ______

b) 10 % ______

c) 15 % ______

d) 50 %? ______

61. 価格が次のように減少した場合，変化した価格の計算に使用される小数はいくらか?

a) 5 % ______

b) 15 % ______

c) 25 % ______

d) 50 %? ______

62. 重さが次のように増加した場合，変化した重さの計算に使用される小数はいくらか?

a) 8%増加 ______

b) 1%減少 ______

Notebook exercises

63. オリビアの高跳びの記録は 120 cm である。彼女は記録を 5%改善する。オリビアの新しい高跳びの記録はいくらか?

64. エドワードの走り幅跳びの記録は 340cm である。彼は記録を 10%改善する。エドワードの新しい走り幅跳びの記録はいくらか?

65. マルコは月曜日に 8 km 走る。火曜日は月曜日よりも 20%短い距離を走る。マルコは火曜日にどれだけ走るか?

66. メアリーは土曜日に 2.5 km 泳ぐ。日曜日は土曜日よりも 30%短い距離を泳ぐ。メアリーは日曜日にどれだけ泳ぐか?

67. オーリーとサラは同じ時間に走りに出かける。サラは 8,5 km 走り，オーリーはサラより 20%短い距離を走る。オーリーはどれだけ走るか?

＜練習問題＞

72 ビクターの体重は 105 kgであった。彼は，ランニングで 10%の減量を計画した。6 か月後に，ビクターは 6%だけ減量できた。ビクターは，目標の体重よりも何kg重いか?

75 ジュリアは，月曜日に 12km 走り，火曜日には，月曜日よりも 20%短い距離を走り，水曜日には，火曜日よりも 10%長い距離を走った。ジュリアは，3 日間で合計何 km 走ったか?

⑦　パーセントを求める　※第１用法　pp. 40-41

ある数量が別の数量に占める割合を，次のように計算する。

・最初に，ある数量が他の数量に対する分数を書け。

・次に，割り算を使用して分数を小数に変換せよ。

・最後に，小数をパーセントに変換せよ。

Example 1.

24 メートルは 50 メートルの何パーセントか？

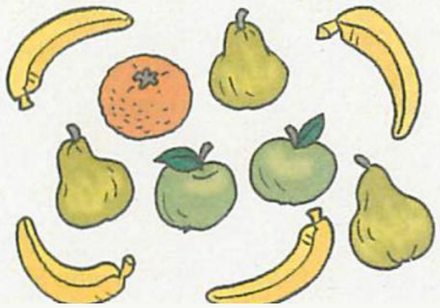
$$\frac{24\,\cancel{m}}{50\,\cancel{m}} = 0{,}48 = 48\ \%$$

Example 2.

500 グラムは 2 キログラムの何パーセントか？

・最初に，２つの量が同じ単位に変換される。

$$\frac{50\cancel{0}\ \cancel{g}}{2\ 00\cancel{0}\ \cancel{g}} = \frac{5^{(5}}{20} = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\ \%$$



76. 次の果物は，上図の果物の中ではどれくらいの割合か？

a) オレンジ ＿＿＿＿

b) リンゴ ＿＿＿＿

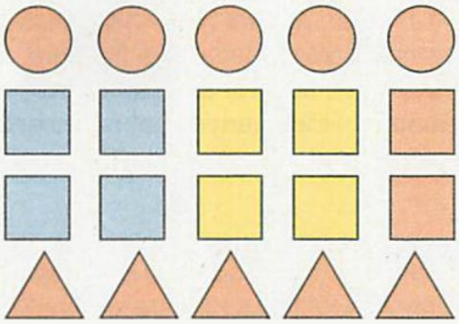
c) バナナ ＿＿＿＿

d) 洋ナシ ＿＿＿＿

e) リンゴ以外 ＿＿＿＿

f) バナナ以外 ＿＿＿＿

解答は，小数とパーセントで書け。



77. 次の図形は，上図の図形の中ではどれくらいの割合か？

a) 円 ＿＿＿＿

b) 四角形 ＿＿＿＿

c) 三角形 ＿＿＿＿

d) 青い図形 ＿＿＿＿

e) 青い図形以外 ＿＿＿＿

f) 赤い図形以外 ＿＿＿＿

解答は，小数とパーセントで書け。

⑧ 増減のパーセントを求める pp. 42-43

量が増加したとき，元の量に対する増加量のパーセントを計算せよ。

Example 1.

ベロニカは普通預金口座に 160 ユーロを持っている。 さらに 40 ユーロを預金する。 預金額の増加率はいくらになるか？

$$\frac{40\ €}{160\ €} = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\ \%$$

量が減少したとき，元の量に対する減少量のパーセントを計算せよ。

Example 2.

ジャケットの価格は 200 ユーロである。20 ユーロの割引とジャケットの価格に記載してある。価格の下落率はいくらになるか？

$$\frac{20\ €}{200\ €} = \frac{1}{10} = 0{,}1 = 10\ \%$$

79. ヘザーのクラスには 20 人の生徒がいる。さらに 2 人の生徒が到着する。生徒数の増加率はいくらか？

80. アレックスのクラスには 25 人の生徒がいる。ここで 5 人の生徒が去る。生徒数の減少率はいくらか？

81. ペニーの学校には 12 人の教師がいる。学校が拡張されて， さらに 3 人の教師が赴任する。教師数の増加率はいくらか？

82. 野球チームには 15 人の選手がいる。春にさらに 3 人の選手が参加する。選手数の増加率はいくらか？

83. リュックサックの価格は 40 ユーロである。いま 10 ユーロ割引される。割引された割合はいくらか？

84. カメラの価格は 300 ユーロである。新しいモデルの価格はこれより 30 ユーロ高い。価格の上昇率はいくらか？

85. 運動靴の価格は 80 ユーロである。いま 16 ユーロの割引が適用される。価格の下落率はいくらか？

86. スケートボードの価格は 90 ユーロである。いま 9 ユーロ値上げされる。価格の上昇率はいくらか？

＜練習問題＞

88　北極熊が生まれたときの体重は，およそ 800g である。子熊は，雪穴の中で約 4 kgになるまで過ごす。生まれたときの体重に対して何%増加するか？

92　冬眠直前のメス熊の体重は 150 kgであった。冬の間に，体重は 40%減少する。春になって冬眠を終えたときに，体重は何kgになっているか？

⑨　応用問題　pp. 44-45

95. 増加量と増加量のパーセントを計算せよ。

	元の量	増加後の量	増加量	増加量のﾊﾟｰｾﾝﾄ
a)	20 €	30 €		
b)	300 m	360 m		
c)	50 kg	65 kg		
d)	900 m	909 m		
e)	2 km	2,2 km		

96. 減少量と減少量のパーセントを計算せよ。

	元の量	減少後の量	減少量	減少量のﾊﾟｰｾﾝﾄ
a)	20 €	15 €		
b)	50 m	30 m		
c)	250 m	200 m		
d)	80 g	20 g		
e)	200 m	190 m		

97. 次の金額の 5%は何ユーロか？

a) 600 ユーロ ______

b) 60 ユーロ ______

98. 次の長さの 8%は何メートルか？

a) 500 メートル ______

b) 4000 メートル ______

99. 次の長さの 20%は何メートルか？

a) 400 メートル ______

b) 80 メートル ______

100. 次の金額の 200%は何ユーロか？

a) 50 ユーロ ______

b) 250 ユーロ ______

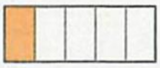
＜練習問題＞

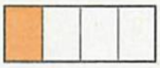
103　オスカーは，300€の自転車を買う計画である。彼は，すでに価格の 35%を貯金していて，父親が価格の 40%を出してくれる。さらに，お店で 8%だけ割引してくれるという。オスカーは，あといくら必要か？

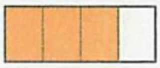
⑩　応用問題　pp. 46-47

104. 図の網掛け部分を分数，小数，パーセントで書け。

a) 

b) 

c) 

d) 

105. 次の分数を，小数とパーセントで書け。

a) $\frac{6}{10}$ = ＿＿ = ＿＿

b) $\frac{5}{4}$ = ＿＿ = ＿＿

c) $\frac{8}{100}$ = ＿＿ = ＿＿

d) $\frac{1}{20}$ = ＿＿ = ＿＿

106. 次の値の1%はいくらか？

a) 300 メートル

b) 3 キロメートル

c) 90 ユーロ

d) 5 ユーロ

e) 1 トン

107. 次を計算せよ。

a) 600 グラムの 10%

b) 5 メートルの 20%

c) 30 ユーロの 5%

d) 10 リットルの 25%

108. 次のパーセントを答えよ。

a) 30 グラムに対する 15 グラム

b) 15 グラムに対する 30 グラム

c) 1 キロメートルに対する 200 メートル

d) 1 キログラムに対する 20 グラム

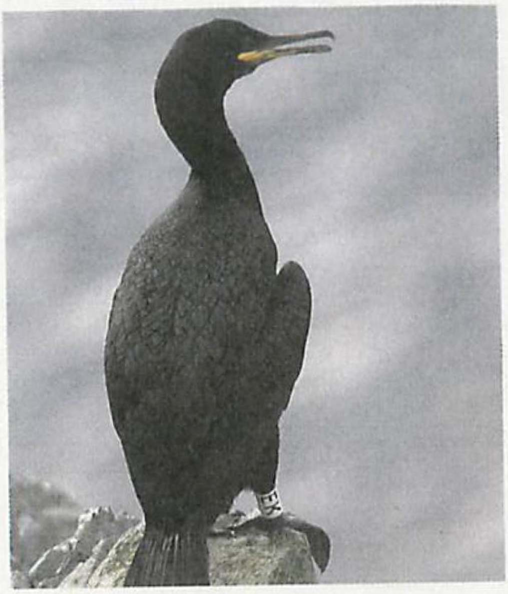
＜練習問題＞

115　エリ・ハイキングショップでは，定価 50€の寝袋が 10%引きで販売されている。オリ・エクササイズパラダイスでは，同じ寝袋が定価 60€の 15%引きで販売されている。どちらの店の方が安いか？

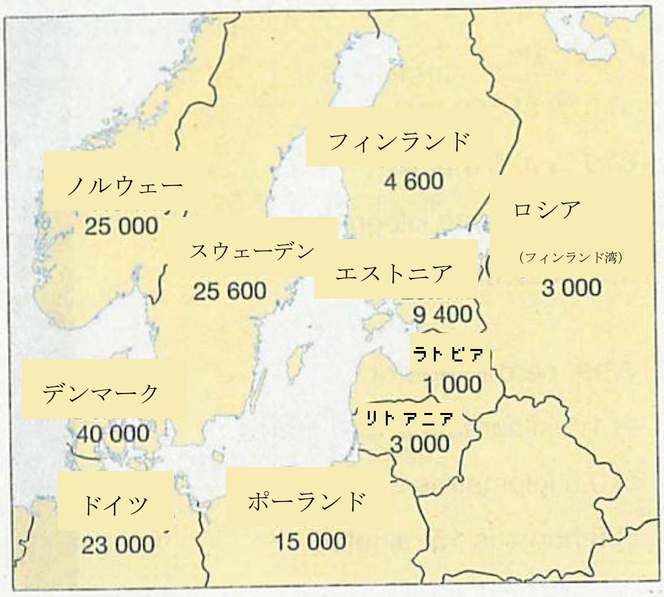
116　アンディは，まず月曜日に 1km だけジョギングをする。その後は，前日よりも 10%だけ多くの距離を走ることにした。ただし，100m 未満は四捨五入するものとする。彼は，4 日目にどれだけの距離を走ることになるか？

⑪　鵜　pp. 48-49

鵜



2005 年に巣作りした鵜のペアの数



117　2005 年におけるバルト海の周囲の国の鵜の巣の数が，地図に示されている。地図の情報を用いて，次の記述が正しいか誤りかを言え。

a)　スウェーデンとノルウェーの巣の数は，50000 より多い。
b)　ノルウェーの巣の数は，デンマークの数の 50%より少ない。
c)　ラトビアの巣の数は，リトアニアの数の 30%より多い。
d)　フィンランドの巣の数は，デンマークの数の 15%より少ない。
e)　リトアニアの巣の数は，ポーランドの数の 20%である。
f)　フィンランドの巣の数は，ノルウェーの数の 20%より少しだけ多い。
g)　ドイツの巣の数は，ノルウェーの数の 90%より多い。
h)　フィンランド，エストニア，ラトビアの巣の数の合計は，ポーランドの数に等しい。
i)　ポーランドの巣の数は，スウェーデンの数の 50%より少ない。
j)　バルト海の周囲の巣の数の 50%より多い数が，デンマーク，ノルウェー，スウェーデンにある。
k)　およそ 100 万の 1／2 の数の巣が，バルト海の周囲にある。

＜練習問題＞

118　（鵜の翼長は 140 ㎝である。）鷲の翼長 2.2m を基にしたときの，鵜の翼長の割合を，1%未満を四捨五入して求めよ。

⑫　川岸の学校で　pp. 50-51

○川岸の学校で

125　川岸の学校には 5 人の教師がいるが，そのうちの 1 人は男性である。学校の教師の何パーセントが女性か？

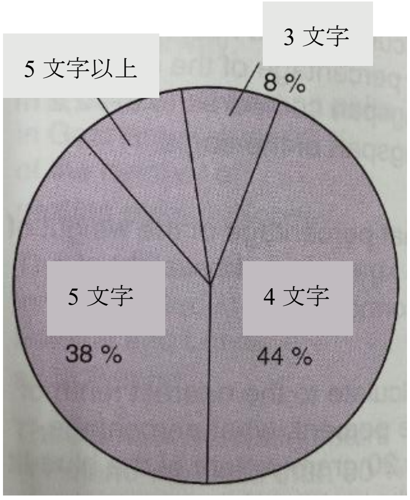
126　川岸の学校には 110 人の生徒がいて，そのうち 52%が男子である。a）男子　b）女子は何人か？

127　5 年生と 6 年生の合同クラスには 30 人の学生がいる。18 人は男子である。

a）学校の 110 人の生徒のうち，5 年生と 6 年生のクラスは何パーセントか？

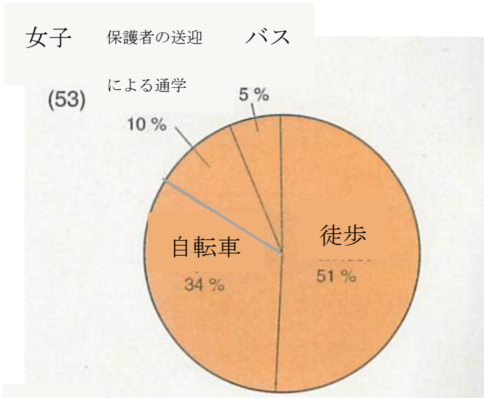
b）5 年生と 6 年生のクラスの何パーセントが女子か？

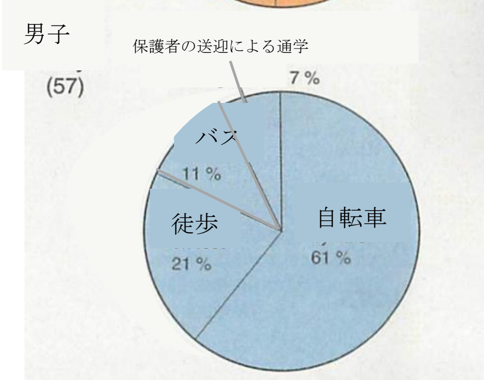
6 年生の生徒は，学校のすべての生徒の名前の長さを調べた。彼らは，名前の長さの円グラフを作成した。



129　生徒の何パーセントが 5 文字以上の名前を持っているか？

130　名前が次の文字数の生徒は何人いるか？　a）3 文字 b）4 文字





132　次の女子生徒の数は何人か？

a)　徒歩通学

b)　自転車通学

c)　バス通学または保護者の送迎による通学

133　次の男子生徒の数は何人か？

a)　徒歩通学

b)　自転車通学

134　徒歩で学校に来る生徒のうちの 8 人が，自転車通学に変更した。次の割合は何%か？

a)　徒歩通学者の減少率

b)　自転車通学者の増加率

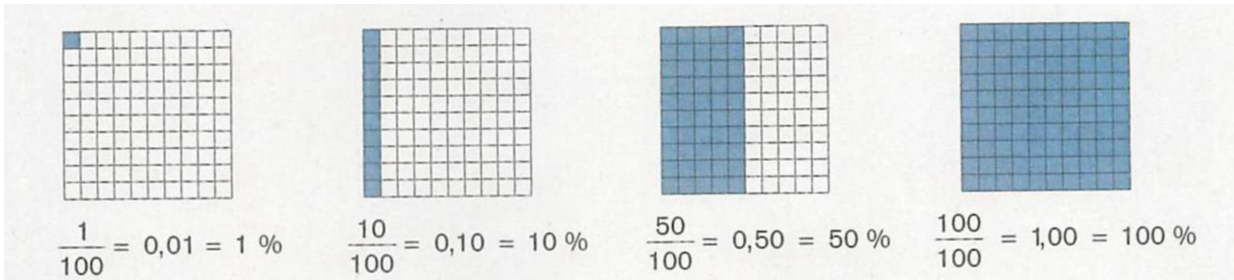
135　春に，16 人の 1 年生が 1 日だけ学校にくる。その日の学校の全部の生徒数の増加率は何%か？

２　中学校数学教科書における「割合」

(1)　8 年生の問題（Laskutaito 8）

①　パーセント（百分率）

１　分数，小数とパーセント　pp. 8-9

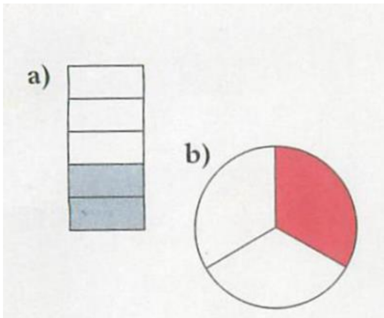


パーセントは，100 分の 1 を意味する。

1％＝1/100＝0.01　Pro cetum　は，100 を意味するラテン語である。

小数と分数をパーセントに変換する。 0.27＝27/100＝27％　　　3/5＝0.6＝60％

(例 1)　色のついた部分の割合を，分数，小数，パーセントで表せ。

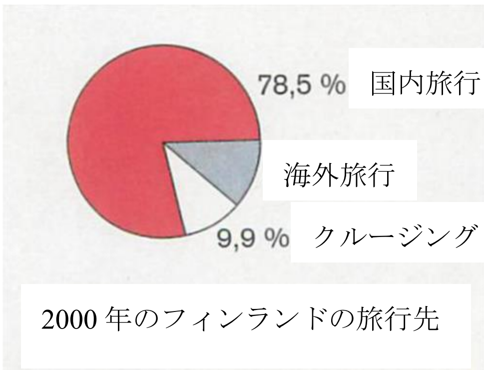


a)　2/5＝0.4＝40％

b)　1/3≒0.33＝33％

(例 2)　a)　すべての旅行のうちで，海外旅行のパーセントはどれほどか？

b)　海外旅行の割合は，クルージング旅行の割合より，どれだけ**パーセントポイント**が高いか？



a)　100－78.5－9.9＝11.6％

b)　11.6－9.9＝1.7

答　a)　11.6％　b)　1.7 パーセントポイント

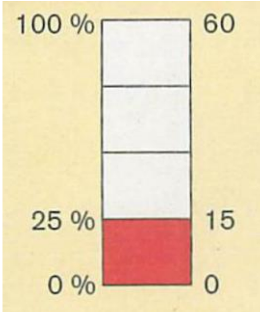
２　パーセントを求める計算　pp. 10-11

パーセントの計算

60 のうちの 15 は，何%に相当するか？

基準を 100 としたときの割合を求める。

15/60＝0.25＝25%



(例 1)　学校には，250 人の生徒がいて，そのうち女子が 150 人いる。
学校の生徒に対する a)　女子　b)　男子　の割合をパーセントで求めよ。

a)　生徒数 250 人に対して，女子生徒数は 150 人である。女子生徒数の割合は，
150/250＝0.60＝60%

b)　男子生徒数の割合は，100－60＝40%

答　a)　60%　b)　40%

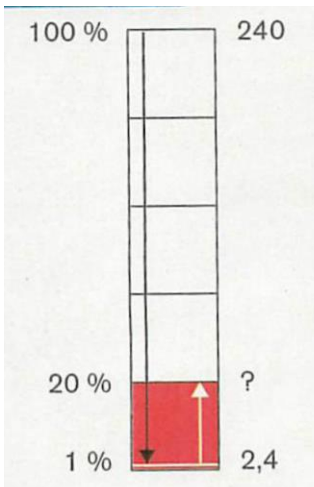
(例 2)　250 人の生徒数の学校で，委員会の選挙の投票数は 200 票であった。選挙の投票率は何%か？

投票資格のある生徒数は 250 人である。

投票率は，200/250＝0.8＝80%

答　80%

３　パーセントに相当する値を求める計算　pp. 12-13



(例 1)　240 の 20%に相当する値を，a)　推論　b)　パーセント　の考えでそれぞれ求めよ。

a)　240/100＝2.4　←　240 の 1%を求める
20×2.4＝48　←　20 倍する。

b)　20%＝0.20　　←　パーセントの値を変換する。
0.20×240＝48　←　240 の 0.2 倍を求める。

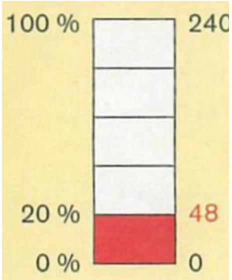
答　48

パーセントに相当する値を求める計算

240 の 20%に相当する値は何か？

基準量に割合をかける。

$0.20\times240=48$



(例 2)　ピエタルサーリの町には，2002 年の段階で 2370 校のコンプリヘンシブスクールがあり，そのうち 56.6%はスウェーデン語で教える学校で，残りの学校はフィンランド語で教える。
この町で，スウェーデン語で教える学校は何校か？

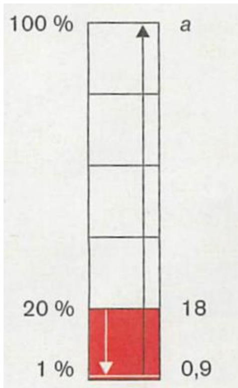
56.6%は 0.566 に等しい。2370 が基準量である。スウェーデン語で教える学校は，

$0.566\times2370=1341.42\fallingdotseq1340$

答　1340

4　基準量を求める計算　pp. 14-15

(例 1)　18 が 20%に相当するときの基準量は？　a)　推論　b)　パーセントの考えでそれぞれ求めよ。



a)　18 が 20%に相当するとき，18/20＝0.9 が 1%に相当する。
100%に相当する値は，100×0.9＝90

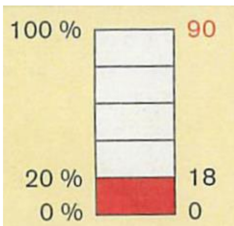
b)　$0.20\times a=18$　←　未知の基準量を文字 a で表す。
$0.20\times a=18$
$a=18/0.20=90$　←　割る。

基準量を求める計算

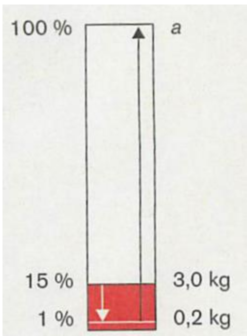
18 が 20%に相当するときの基準量は？

パーセントに相当する量をパーセントで割る。

$18/0.20=90$



(例 2)　大麦を 15%含む飼料がある。3.0 kgの大麦を摂るには，どれ位の飼料が必要かを，a)　推論　b)　パーセントの考えでそれぞれ求めよ。



a)　3.0 kgが 15%に相当するので，3.0/15＝0.2 は 1%に相当する。
よって，100%に相当するのは 100×0.2＝20 kg

b)　求める基準量は，$a=3.0/0.15=20$ kg

答　20 kg

５　健康　pp. 16-17

(例 1)　8 年生の健康調査で，a)　男子　b)　女子　で，健康状態が「優れている」または「良好」と回答している生徒の割合は何%か？

健康状態	男子	女子
優れている	5 100	2 900
良好	6 700	7 700
普通	1 600	2 600
悪い	200	300
合計	13 600	13 500

2002 年に，学校保健調査を，基礎学校 8 年生，9 年生，および高校 1 年生，2 年生に行った。表は，8 年生に対して，「あなたの健康状態はどうですか」と質問した結果である。資料は，学校保健ステーク 2002 から引用。

a)　8 年生の男子の回答数は 13600 人で，そのうち「優れている」または「良好」という回答は，
　　5100＋6700＝11800
　その割合は，
　　11800/13600＝0.8676…≒87%

b)　8 年生の女子の回答数は 13500 人で，そのうち「優れている」または「良好」という回答は，
　　2900＋7700＝10600
　その割合は，
　　10600/13500＝0.7852…≒79%

答　a)　87%　b)　79%

６　比較した差のパーセント　pp. 18-19

(例 1)　50 に対して 60 は何%大きいか？　a)　差　b)　関係　の考えで，それぞれ求めよ。

a)　60－50＝10　　←　差を求める
　10/50＝0.20＝20%　←　基準量に対する差の割合を求める

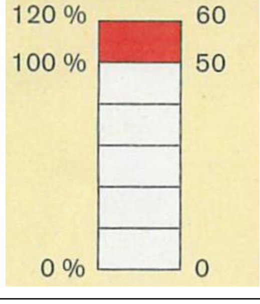
b)　60/50＝1.20＝120%　←　パーセントを求める
　120－100＝20%　←　100%に対する差のパーセントを求める

比較した差のパーセントを求める計算

50 に対して 60 は何%大きいか？

基準量に対する差のパーセントを求める。

$$\frac{60-50}{50}=0.20=20\%$$



(例 2)　Big Mac　の料金は，a)　ロシアに対するフィンランド　b)　アメリカに対する中国　について，それぞれ何%高い，あるいは安いか？

a)　$\dfrac{3.30-1.20}{1.20}=\dfrac{2.10}{1.20}=1.75=175\%$

b)　$\dfrac{2.47-1.09}{2.47}=\dfrac{1.38}{2.47}\approx 0.56=56\%$

答　a)　175%高い　b)　56%安い

Big Mac -hintoja (€) v. 2003	
フィンランド	3,30
アメリカ	2,47
ユーロ圏平均	2,71
中国	1,09
スイス	4,08
デンマーク	3,74
ロシア	1,20

出典：The Economist，フィンランド　マクドナルド，2004

Big Mac は，世界中で販売されているため，エコノミスト誌は，Big Mac の価格と各国の生活費を比較した。

7　変化した量のパーセント　pp. 20-21

(例 1)　ギターの価格が 200€から 250€に上昇した。a)　差　b)　関係　の考えで，価格が何%上昇したか求めよ。

a)　250－200＝50　←　価格の差を求める

50/200＝0.25＝25%　←　元の価格に対する価格の差のパーセントを求める

b)　250/200＝1.25＝125%　←　元の価格に対する新しい価格のパーセントを求める

125－100＝25%　←　100%に対する差のパーセントを求める

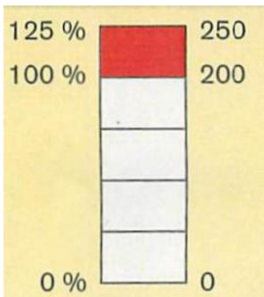
答　25%

変化した量のパーセントを求める計算

何%増減したか？

元の価格に対して，値上げ価格が何%上昇したかを求める。

$$\frac{250-200}{200}=25\%$$



(例 2)　携帯電話の平均価格は，2000 年が 197€で，2003 年が 170€であった。価格は何%下がったか？

元の価格に対して下がった分のパーセントを求める。

$$\frac{197-170}{197}=\frac{27}{197}\approx 0.14=14\%$$

答　14%下がった

13-16 歳の若者のおよそ 90%が，自分の携帯電話を持っている。使用目的は，メール，ゲーム等がほとんどである。

８　変化量の計算　pp. 22-23

(例 1)　列車の切符の価格は 50€である。10％値上げするとき，a)　変化量　b)　変化したパーセント　の考えで，値上げした価格を求めよ。

a)　0.10×50＝5€　←　変化した価格を求める
　50＋5＝55€　←　元の価格に変化した価格を加える
b)　100＋10＝110％　←　100％に変化した価格のパーセントを加える
　110％＝1.10　←　変化した価格の割合を求める
　1.10×50＝55€　←　元の価格に変化した価格の割合をかける
答　55€

(例 2)　コートの価格は 80€である。15％値下げするとき，a)　変化量　b)　変化したパーセント　の考えで，値下げした価格を求めよ。

a)　0.15×80＝12€　←　変化した価格を求める
　80－12＝68€　←　元の価格から変化した価格をひく
b)　100－15＝85％　←　100％から変化した価格のパーセントをひく
　85％＝0.85　←　変化した価格の割合を求める
　0.85×80＝68€　←　元の価格に変化した価格の割合をかける
答　68€

(例 3)　アンは，サドルを 610€で購入した。これは，22％の消費税を含んでいる。サドルの税別の価格はいくらか？

税別の価格を x€とすると，x€を 1.22 倍した値が 610€である。次の方程式を解く。
　$1.22\times x=610$　　　　// ：1.22
　$x=610/1.22=500$
　答　500€

９　パーミル（千分率）　pp. 24-25

パーミル

1‰＝1/1000＝0.001＝0.1％
1％＝10‰

割合を表現するのに，パーセントの代わりに，パーミルや 1/1000 を使うことができる。

(例 1)　160 の 125‰はいくつか？

125/1000×160＝0.125×160＝20
答　20

(例 2)　60kg を基準としたとき，120g は何‰か？

120/60000＝0.002＝2‰

答　2‰

(例 3)　フィンランドでは，2004 年に，トーベヤンソンとムーミン達の絵柄の銀貨 70000 枚を発行した。10€コインで，重さは 27.4g であり，そのうち銀貨 25.345g 含まれている。このコインに含まれる銀の濃度は何‰か？

コイン全体の重さに対する銀の重さの割合は，

25.345/27.4＝0.925＝925‰

答　925‰

10　金利の計算　pp. 26-27

(例 1)　お金を借りた人は，ローンの返済をするのに，毎年，利息が含まれる。年利率 5.0％の住宅ローン 50400€を返済するのに，a)　1 年　b)　1 か月　の利息はいくらか？

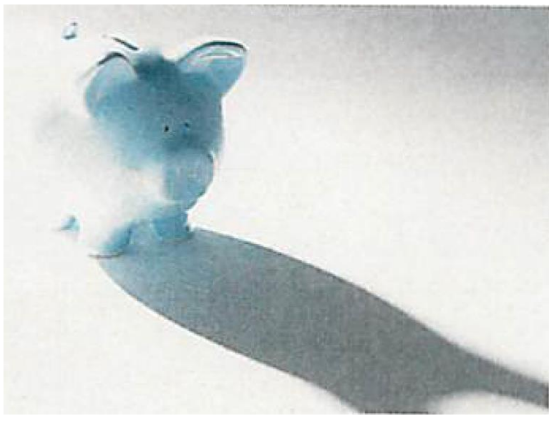
a)　年利 5.0％の 1 年間の利息は，

0.050×50400€＝2520€

b)　1 年の返済額を 12 で割ると，

2520/12＝210€

(例 2)　銀行に，年利率 0.5％で 20000€を預金するとき，a)　毎年　b)　50 日間　の預金の利息はいくらか？



a)　年利 0.5％の 1 年間の利息は，

0.005×20000＝100€

b)　1 日の利息は，360 で割ると，

100/360≒0.2778

50 日間の利息は，50×0.2778＝13.89€

答　a)　100€　b)　13.89€

(例 3)　4 月 17 日に，年利 0.7％で 20000€を預金したが，それを，同じ年の 8 月 22 日に引き出した。利息に対する税金が 28％かかるとして，預金の合計額はいくらか？　10 セント未満を切り捨てて答えよ。

預金していた日数を計算すると，4 月 18 日から 8 月 22 日までは，4 月が 13 日，5 月が 31 日，6 月が 30 日，7 月が 31 日，8 月が 22 日だから，

13＋31＋30＋31＋22＝127

1 年間の利息は，0.007×200000＝1400€

127 日間の利息は，127×1400/360≒493.89€

税金は，0.28×493.89＝138.28…≒138.20€

預金の合計額は，200000＋493.89－138.20＝200355.69€

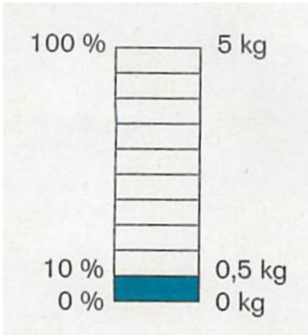
答　200355.69€

11　溶液と混合液　pp. 28-29

溶液または混合液の濃度

溶液または混合液の濃さは，十分に溶かしたり混ぜたりしたときの量のパーセントで表される。

(例 1)　10%の濃さの食塩水 5 kgが容器に入っている。この容器の水を蒸発させたら，何 g の塩が残るか？



溶液の 10%の量が塩だから，0.10×5＝0.5 kg

答　0.5 kg

(例 2)　バイクの燃料には，5L のガソリンに 1.3dL のエンジンオイルを混ぜる。燃料の中に占めるオイルの割合は何%か？

求める割合は，オイルの量/全体量＝1.3/51.3＝0.0253…≒2.5%

答　2.5%

(例 3)　15%の食塩水 400g に，100g の塩を加えた。食塩水の濃度は何%か。

元の溶液にある食塩の量は，0.15×400＝60g

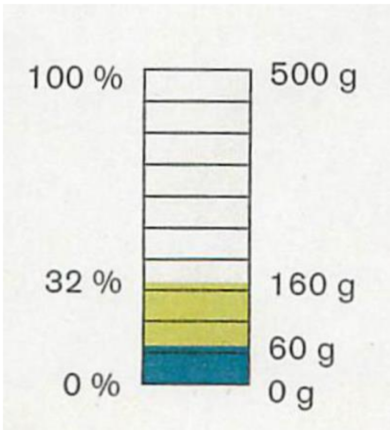
新たな食塩水では

塩の量は，60＋100＝160g

全体の量は，400＋100＝500g

食塩水の濃度は，

塩の量/全体量＝160/500＝0.32＝32%



(2)　9年生の問題（Laskutaito 9）

①　分数と割合

７１　パーセント　復習（略）

７２　パーセントの計算　pp. 154-155

(例 1)　容器に，15％の食塩水 10 ㎏が入っている。この容器から水 4 ㎏が蒸発した。食塩水は何％になったか？

$0.15\times10=1.5$ ㎏

$10-4=6$ ㎏

$1.5/6=0.25=25\%$

　答　25％

(例 2)　重さ 60g の宝石があり，585 パーミルの金を含んでいる。この宝石にある金の重さはいくらか？

$0.585\times60=35.1\text{g}\fallingdotseq35\text{g}$

　　答　35g

(例 3)　プリンターの販売価格は 146.40€である。ここには消費税 22％が含まれている。税金分を除いた価格はいくらか？

求める価格を x€とすると

$x+0.22x=1.22x$

$1.22x=146.40$

$x=146.40/1.22=120$

　答　120.00€

②　金融数学

７３　税金と手数料　pp. 156-157

(例 1)　給料の額が a)　2513,00€，b)　2870.00€　の時に，源泉徴収税額※を求めよ。

※源泉徴収税についての説明文あり

a)　2608.33€未満なので，

$0.21\times2513.00=527.73$

b)　2608.33€を超えているので，

$2870.00-2608.33=261.67$　※

0.21×2608.33＋0.435×261.67＝661.575…≒661.58

答　a)　527.73€　　b)　661.58€

給与計算

オプション A または B を選択し，主な雇用主に税務カードを提出してください。

VIRTANEN VILLE VALIO　様

税務カード 2006

主な仕事からの給与収入

課税 HIMILÄ

個人 ID

011173-2X37

2006 年 2 月 1 日時点の源泉徴収率

給料への基本税率	超過分の税率	船員収入の基本税率	超過分の税率
21,0 %	43,5 %		

源泉徴収税は，従業員が選択した所得制限 A または B までの基本税率と，超過税率で雇用主から提供されます。従業員が選択するオプションに関係なく，基本的な割合と追加の割合は同じです。雇用主は，従業員の選択に応じてポイント A または B の所得制限までの基本割合に応じて，および補足割合に応じて超過部分に源泉徴収を実行します。税率は，納税者が選択したオプションに関係なく同じです。A または B を選択して管理します。年の途中で選択を変更することはできません。

A ☒ 給与期間の所得基準に基づいて源泉徴収税を選択します。

ユーロでの賃金収入のしきい値

月ごと	2 週間ごと	1 週間ごと	1 日ごと	1 日当たりの船員収入	コンピュータシステムの年間収入
2 608,33	1 203,85	601,92	85,99		

2608.33€までは 21.0％の，それを超える分については 43.5％の税金がかかる。

(例 2)　住民税がかかる収入が 26432.55€，所得税がかかる収入が 29309.70€のとき，Espoo 市に住んでいるとすると，a)　住民税，　b)　所得税　はいくらか？

※住民税，所得税についての説明文あり

a)　0.175×26432.55＝4625.696≒4625.70

b)　29309.70－20500＝8809.70

0.205×8809.70＝1805.9885≒1805.99

1130＋1805.99＝2935.99

答　a)　4625.70€　　b)　2935.99€

2005 年の市民税率		州所得税スケール 2005		
自治体	所得税率	課税所得(€)	下限税(€)	下限を超える収益分配に対する税率（%）
Espoo	17,50	12 000–15 400	8	10,5
Hattula	17,75	15 400–20 500	365	15,0
Oulu	18,00	20 500–32 100	1 130	20,5
Lieksa	18,75	32 100–56 900	3 508	26,5
Muonio	19,00	56 900–	10 080	33,5
Vimpeli	19,50			

７４　収入と支出の関係　pp. 158-159

(例 1)　コンピュータを購入するのに，現金で一括で支払うのに比べて分割払いで支払う場合，

a)　余分に支払う金額　b)　余分に支払う金額の割合　はそれぞれいくらか？

27€/月で 24 回払い

a)　24×27＝648

648－440＝208

b)　208／440＝0.427…≒47％

答　a)　208€　　b)　47％

(例 2)　右のローンの金利で，1 年間の利息を見積もれ。

100€の融資

2 週間につき，21.55€の利息

2 週間で 21.55€だから，1 週間で 21.55／2€の利息

1 年間の利息は，52×21.55／2＝560.30€

1 年間借りたときの利息の，元金に対する割合は

560.30／100＝5.6030≒560

答　560％

７５　節約と投資　pp. 160-161

証券取引所は上場企業の株式を扱っており，その価格は需要と供給によって異なる。ヘルシンキ証券取引所の価格の一般的な傾向は，このグラフによって示されている。OMX ヘルシンキ総合指数は株価の加重平均を表す。

(例 1)　2005 年 7 月における a)　最低値，b)　最高値，

c)　最高値は最低値よりもどれくらいの割合で多かったか？ を求めよ。

a)　最低値は約 7190 ポイント

b)　最高値は約 7590 ポイント

c)　7590 と 7190 の差 400 について，7190 を基準量としてその割合を求めると

$\frac{400}{7190} = 0.056 = 5.6\%$

３　高等学校数学教科書における「割合」

(1)　「式と方程式」の問題

①　パーセント　＜３．１　pp. 100-105＞

(例 1)　ある都市の人口は，年初めには 5327 人いた。1 年経って，人口は 5.2％増加した。この年の終わりには，人口は何人になったか？

＜解答＞

1＋0.052＝1.0052

1.052×5327＝5604.004

答　約 5600 人

(例 2)　価格が 32€の商品がある。15％オフで販売されることとなった。いくら安くなったか？

＜解答＞

1－0.15＝0.85

0.85×32＝27.20€

答　27.207€

(例 3)　2000 年のエメンタールチーズの平均価格は，1 ㎏当たり 8.97€であった。この価格は 1980 年の時の価格と比べて，20 年間で 116％も上昇した。1980 年の時のエメンタールチーズの平均価格は，1 ㎏当たりいくらか？

＜解答＞

1＋1.16＝2.16

求める価格を x€とすると，2.16x＝8.97

x＝4.152…

答　4.15€

(例 4)　マーティンは，3 段跳びの記録について話した。1 回目は 510cm ジャンプし，2 回目は 1 回目よりも 21％短くジャンプし，3 回目は 2 回目よりも 32％長くジャンプした。マーティンの 3 段跳びの記録はどれだけか？

＜解答＞

510 $\xrightarrow{-21\%}$ 0.79×510＝402.9 ㎝

402.9 $\xrightarrow{+32\%}$ 1.32×402.9＝531.8 ㎝

よって，510＋402.9＋531.8＝1444.7

答　14.45m

(例 5)　デニーは，給料の 60％を生活費として支出するため，個人で自由に使えるのは 700€である。

a)　デニーの給料はいくらか？

b)　デニーは，給料総額の 44％を税金で引かれる。デニーの給料総額はいくらか？

c)　デニーは，給料総額のうち個人で自由に使える金額の割合はいくらか？

＜解答＞

a)　1－0.6＝0.4

$0.4x$＝700，x＝1750

b)　1－0.44＝0.56

$0.56y$＝1750，y＝3125

c)　700／3125＝0.224＝22.4％

答　a)　1750€　b)　3125€　c)　22.4％

②　パーセントの比較　＜３．２　pp. 106-116＞

(例 1)　A 店のコーヒーは 1.69€で販売している。同サイズ・同品質のコーヒーを，B 店では 2.40€で販売している。B 店のコーヒーの価格は，A 店の価格よりも何％高いか？

＜解答＞

2.40／1.69＝1.4201…

1.4201…－1＝0.4201…

答　約 42％

(例 2)　長さ 110cm のジーンズが，最初の洗濯で 102.5cm に縮んだ。ジーンズは何％縮んだか？

＜解答＞

102.5／110＝0.9318…

0.9318…－1＝－0.06818…

答　約 6.8％

(例 3)　ベリーは，2 つの異なる品種のベリーの実を 59 ㎏拾った。次の各場合に，ベリーが拾ったそれぞれの品種の実はどれだけか？

a)　赤の実が，黒の実よりも 36％多いとき

b)　黒の実が，赤の実よりも 36％少ないとき

＜解答＞

a)　黒の実を x ㎏拾ったとすると，

$x＋1.36x＝59$

$2.36x＝59$，$x＝25$

$59－25＝34$

b)　赤の実を y kg拾ったとすると，

$y＋0.64y＝59$

$1.64y＝59$，$y＝35.97\cdots$　→　約 36 kg

$59－36＝23$ kg

答　a)　黒 25 kg，赤 34 kg　　b)　黒 23 kg，赤 36 kg

(例 4)　5%と 10%の 2 種類の食塩水がある。マイヤは，10%の食塩水 100mL と 5%の食塩水を混ぜて，7%の食塩水を作る必要がある。5%の食塩水をどれだけ混ぜればよいか？

＜解答＞

5%の食塩水を xg 混ぜるとする。

	溶液の量	塩の量
10%	100	$0.10×100＝10$
5%	x	$0.05x$
7%	$100＋x$	$0.07×(100＋x)$

$0.07(100＋x)＝10＋0.05x$

$7＋0.07x＝10＋0.05x$

$0.02x＝3$，$x＝150$

答　150mL

(例 5)　羊毛 20%の洋服がある。羊毛の価格が 25%上昇した。しかし同時に，他の経費は 5%減少した。洋服の価格はどれだけ変化するか？

＜解答＞

洋服の価格を a とする。

	変更前の価格	変更後の価格
羊毛	$0.20a$	$1.25×0.20a＝0.25a$
その他	$0.80a$	$0.95×0.80a＝0.76a$
合計	a	$0.25a＋0.76a＝1.01a$

答　1%

(例 6)　a がまず 20%増加し，次に 20%減少するとき，結果としてどれだけになったか？　また，a よりもどれだけ変化したか？

＜解答＞

$a \xrightarrow{+20\%} 1.20a \xrightarrow{-20\%} 0.80×1.20a＝0.96a$

$a - 0.96a = 0.04a$

答　$0.96a$,　　　4％減少

(例 7)　動物園の入場者数を 5 年間調査した。その結果，最初の 4 年間は，いつも前年の 5%だけ増加したが，5 年目は突然前年の 10%だけ減少したことがわかった。結局，5 年間で，どれだけ変化したか。

＜解答＞

調査開始時の入場者数を a 人とする。

$$a \xrightarrow{+5\%} 1.05a \xrightarrow{+5\%} 1.05 \times 1.05a = 1.05^2 a \xrightarrow{+5\%} 1.05^3 a \xrightarrow{+5\%} 1.05^4 a$$

$$\xrightarrow{-10\%} 0.90 \times 1.05^4 a = 1.0939\cdots a$$

よって，約 9.4％増加した。

<u>パーセントポイント</u>

p％と q％の差　$q-p$ を，**パーセントポイント**という。

(例 8)　電子レンジは，1990 年には 52％の世帯が所有していたが，1996 年には 77％の世帯が所有するようになった。

a)　何パーセントポイント変化したか？

b)　所有する世帯数は何％増加したか？

＜解答＞

a)　77％－52％＝25 パーセントポイント

b)　世帯数を a とすると，

$0.77a／0.52a = 1.4807\cdots$

よって，約 48％

(2)　その他の単元の問題

①　2 次方程式に関連する問題

1　＜7．経済数学　1.1　パーセント（例 7）p.17＞

　ある街では，駐車料金を，年の初めに p%値上げし，さらに年の終わりに $2p$%値上げした。結局，1 年間で 49.5%の値上げであった。p を求めよ。

＜解答＞

　$p/100=x$ として，駐車料金のもとの値段を a とすると，

$$(1+2x)(1+x)a=1.495a,\quad (1+2x)(1+x)=1.495$$

$$2x^2+3x-0.495=0$$

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot 2\cdot(-0.495)}}{2\cdot 2}=\frac{-3\pm 3.6}{4}=0.15,\quad -1.65$$

　よって，$p=15$%である。

②　指数関数（等比数列）・対数関数に関連する問題

2　＜3．線形計画法・指数モデル　3.1　指数モデルの導入（例 3）p.67＞

　ハイディは，46400 ユーロで家を購入し，その 5 年後に 58000 ユーロで売却した。家の価格は，1 年当たり平均して何%上昇したか？

＜解答＞

　1 年当たりの価格の上昇率を q とすると，

$$q^5\cdot 46400=58000,\quad q^5=\frac{58000}{46400}=1.25$$

$$q=\sqrt[5]{1.25}=1.0456\cdots$$　よって，およそ 4.6%

3　＜3．線形計画法・指数モデル　3.1　指数モデルの導入（例 6）p.70＞

　とがった角を持つサイは，世界でも最も脅威の動物である。世界自然保護基金 WWF の統計によると，1980 年における数は 12750 頭であったが，1993 年においては，2475 頭を超える程度の頭数である。

a）サイの数が指数関数的に変化したとして，1 年間の平均の減少率を求めよ。

b）同じようにサイの数が変化したとして，1967 年におけるサイの数を推測せよ。

＜解答＞

a）1980 年から 1993 年まで 13 年間なので，減少率を q とすると，

$$12750\cdot q^{13}=2475$$

$$q^{13} = \frac{2475}{12750}$$

q＝0.8815…

0.8815…－1＝－0.1184…

よって，11.8％

b）1967 年の頭数を x 頭とすると，

（方法 1）

$x \cdot q^{13}$＝12750

$$x = \frac{12750}{q^{13}} = 65681.8\cdots \approx 65700$$

よって，65700 頭

（方法 2）

$12750 \cdot q^{-13}$＝65681.8…≒65700　よって，65700 頭

４　＜3．線形計画法・指数モデル　3.2　指数関数（例 3）p.77＞

2000 年における家の価格は，46000€で，2000－2006 年の期間では平均して年間 3.9％価格が上昇している。

a）期間中の家の価格を表す関数式を作れ。

b）2003 年と 2006 年の価格を求めよ。

＜解答＞

a）2000 年から x 年後の家の価格を示す関数式は，$f(x)=46000 \cdot 1.039^x$

b）2003 年は，$f(3)=46000 \cdot 1.039^3$＝51594.62…

2006 年は，$f(6)=46000 \cdot 1.039^6$＝57869.68…

よって，2003 年　約 52000€，2006 年　約 58000€

５　＜3．線形計画法・指数モデル　3.4　指数モデル（例 1）p.91＞

フィンランドに生息するサイマーワモンアザラシ（サイマー湖に生息するワモンアザラシ）は，絶滅寸前の動物であり，現在，効果的な保護策が計画されている。森林委員会のデータによると，2004 年のアザラシの数は，約 270 頭である。2020 年までに，400 頭まで増やすのが目標である。

a）2020 年までに目標に到達するためには，1 年間あたりの平均増加率は何％か。

b）この割合で増加するとして，350 頭を超えるのは何年か？

c）森林委員会によると，2004 年以前は，年間で約 2％ずつ増加していたという。これによれば，2000 年は何頭いたことになるか？

＜解答＞

a）2004 年から 2020 年まで 16 年間あるので，増加率を q とすると，

$270 \cdot q^{16}$＝400

$$q^{16}=\frac{40}{27} \qquad q=\sqrt[16]{\frac{40}{27}}=1.0248\cdots$$

よって，約 2.5%

b）2004 年から x 年後に 350 頭になるとすると，

$270\cdot q^x=350$,

$$q^x=\frac{35}{27} \qquad x=\frac{\log\left(\frac{35}{27}\right)}{\log q}=10.56\cdots$$

よって，11 年後，すなわち 2015 年に 350 頭を超える。

c）2000 年のときの頭数を K とする。2000 年から 2004 年まで 4 年間だから，

$K\cdot 1.02^4=270$

$K=249.43\ldots$

よって，約 250 頭

６　＜3．線形計画法・指数モデル　3.4　指数モデル（例 2）p.92＞

A 町の人口は 2004 年に 8000 人で，その後毎年 2%ずつ減少していくと推定されている。一方，B 町の人口は，2004 年に 5000 人で，その後毎年 4%ずつ増加していくと推定されている。B 町の人口が A 町の人口に追いつくまでに何年かかるか？

＜解答＞　2004 年から x 年後の人口は，

A 町：$8000\cdot 0.98^x$

B 町：$5000\cdot 1.02^x$

2 町の人口が等しくなるのは，$8000\cdot 0.98^x=5000\cdot 1.02^x$

$$0.98^x=\frac{5000}{8000}\cdot 1.04^x$$

$$\frac{0.98^x}{1.04^x}=0.625$$

$$x=\frac{\log 0.625}{\log\left(\frac{0.98}{1.04}\right)}=7.909\cdots$$

よって，約 8 年後

７　＜3．線形計画法・指数モデル　3.4　指数モデル（例 3）p.93＞

お菓子の価格は，四半期ごとに 3%上昇する。元の価格の 2 倍になるのに，どのくらいかかるか？

＜解答＞お菓子の価格を K として，x 回目の四半期の経過後に 2 倍の価格になるとすると，

$1.03^x\cdot K=2K$　より　$1.03^x=2$

$$x=\frac{\log 2}{\log 1.03}=23.449\cdots$$

$$\frac{23.449\cdots}{4} = 5.86\cdots$$

よって，約 6 年後

【複利】

８　＜3. 線形計画法・指数モデル　3.4　指数モデル（例 4）p.94＞

カレは，5000€を預金していて，1 年間で 1.0%の利子がつく。1 年後，2 年後，3 年後，10 年後の預金総額はいくらか？

＜解答＞

$1.01 \cdot 5000$€＝5050€

$1.01 \cdot 5050$€＝5100.50€

$1.01 \cdot 5100.50$€＝5151.505€≒5151.51€

$1.01^{10} \cdot 5100$€＝5523.110…€≒5523.11€

９　＜3. 線形計画法・指数モデル　3.4　指数モデル（例 5）p.95＞

資金には，純利子として，年間 2.32%がつく。預金総額が 25%増額するのに，何年かかるか？　ただし，預金は年の初めに行い，年末に利子がつく。

＜解答＞　最初の資金を K として，n 年後に 25%増になるとすると，

$K \cdot 1.0232^n = 1.25 \cdot K$,　　$1.0232^n = 1.25$

$$n = \frac{\log 1.25}{\log 1.0232} = 9.729\cdots$$

よって，10 年後

【放射性崩壊】

10　＜3. 線形計画法・指数モデル　3.4　指数モデル（例 6）p.96＞

ヨウ素の同位体 131 は放射性物質で，半減期は 8 日間である。32 日間で，放射性物質は何%に減少するか？

＜解答＞　32／8＝4 だから，最初の物質量を K とすると，

$K \cdot 0.5^4 = K \cdot 0.0625\ldots$

よって，約 6.3%

11　＜3. 線形計画法・指数モデル　3.4　指数モデル（例 7）p.97＞

リンの同位体 32 は，放射性物質である。60%の放射物質が崩壊するのに 18.9 日かかるとき，この物質の半減期を求めよ。

＜解答＞　最初の物質量を K として，半減期の x 回後に 60%崩壊するとして，

$K \cdot 0.5^x = 0.40 \cdot K$,　　$0.5^x = 0.40$

$$x=\frac{\log 0.40}{\log 0.5}=1.321\cdots$$

半減期を T 日とすると，

$$x=\frac{19}{T} \qquad T=\frac{19}{x}=\frac{19}{1.321\cdots}=14.29\cdots$$

よって，半減期は 14.3 日

12　<3. 線形計画法・指数モデル　3.4　指数モデル（例 8）p.98>

化石に含まれている炭素の同位体 14 が，生きている生物に対して次の割合であるとき，この化石は何年前と推定できるか？（炭素の同位体 14 の半減期は 5730 年である。）

a）75％　　　b）10％

＜解答＞

a）最初の物質量を K として，半減期の x 回後に 75％になったとすると，

$K\cdot 0.5^x=0.75x$,　　$0.5^x=0.75$

$$x=\frac{\log 0.75}{\log 0.5}=0.4150\cdots$$

だから，t 年前とすると，

$t=x\cdot T=0.4150\ldots\cdot 5730=2378.1\ldots$

よって，化石の年代は，2400 年前

b）最初の物質量を K として，半減期の x 回後に 10％になったとすると，

$K\cdot 0.5^x=0.10x$,　　$0.5^x=0.10$

$$x=\frac{\log 0.10}{\log 0.5}=3.321\cdots$$

だから，t 年前とすると，

$t=x\cdot T=3.321\ldots\cdot 5730=19034.6\ldots$

よって，化石の年代は，19000 年前

13　<3. 線形計画法・指数モデル　3.4　指数モデル（例 9）p.99>

ベイコは，炎症を抑えるために抗生物質を飲むように指示された。この薬は，体内で 1 時間当たり 37％減少する。ベイコは 50 ㎎の錠剤を摂ったとき，体内に残る量が半分になるのはいつか？

＜解答＞　37％減少するので 63％になるから，x 時間後に半減するとして，

$50\cdot 0.63^x=25$,　　$0.63^x=0.5$

$$x=\frac{\log 0.5}{\log 0.63}=1.5002$$

よって，1 時間 30 分後

14　<3. 線形計画法・指数モデル　4.1　線形と指数（例 6）p.117>

カチとリスト兄弟は，それぞれ祖母の遺産の 4200€を受け取った。2 人は，そのお金を，2.3%の利子が付く定期預金として，銀行に預金することにした。利子には 28%の税金がかかる。預金の条件として，この期間中に元金を引き出すことはできないが，利子については，毎年引き出すことが可能である。

カチは，3 年間は利子を引き出さずにそのまま預金することにした。一方，リストは，毎年利子を引き出したいと考えている。2 人の方法による利益を比べよ。3 年後に，それぞれの場合の利益はいくらになるか？

<解答>

利子による利益は，0.72･2.3%＝1.656%

カチの場合：

3 年後の預金額は，K_3＝4200€･1.01656^3＝4412.130…€≒4412.13€

だから，3 年間の利益は，4412.13€－4200€＝212.13€

リストの場合：

1 年間の利益は，R＝4200€･0.01656＝69.552€≒69.55€

3 年間の利益は，3･R＝3･69.55€＝208.65€

よって，2 人の利益の差は，212.13€－208.65€＝3.48€

15　<7. 経済数学　1.1　パーセント（例 5）p.16>

製品価格が，p%ずつ繰り返し割引される。割引回数が 4 回になるときの価格は，元の価格の 4／5 に等しくなるという。このとき，p を求めよ。

<解答>

元の価格を a，q＝1－p/100 とすると，

q^4a＝0.8a,　　q^4＝0.8

$$q = \sqrt[4]{0.80} = 0.9457\cdots$$

1－q＝0.0542…≒5.4%

よって，p＝5.4%

16　<7. 経済数学　1.1　パーセント（例 6）p.16>

ある装置の商品価値は，毎年 25%ずつ下がるという。購入価格の 20%以下の価値となるのは，何年後か？

<解答>

購入価格を a として，x 年後に元の 20%になるとすると，

$0.75^x a$＝0.20a

0.75^x＝0.20

$$x=\frac{\log 0.20}{\log 0.75}=5.59\cdots$$

よって，6 年後に，20%以下の価値となる。

17　＜7. 経済数学　2.1　金利（例 10）p.74＞

年の初めに 13000€を貯金した。4 年間で 14000€まで増やすには，年利は何%でなければならないか？　ただし，利子に対して 28%の税金がかかる。

＜解答＞

税金を含めた利率を q とすると，

$13000q^4=14000$

$$q=\pm\sqrt[4]{\frac{14000}{13000}}=\pm 1.01869\cdots$$

求める利率を p とすると，

$0.72p=0.01869\ldots$

$$p=\frac{0.01869\cdots}{0.72}=0.025971\cdots\approx 0.02597$$

よって，2.597%

18　＜7. 経済数学　2.1　金利（例 11）p.74＞

年の初めに 13000€を貯金した。年利 2.550%，利子への税率 28%であるとき，元金が 15000€までになるのに，どの位の期間かかるか？

＜解答＞

$0.02550\times 0.72=0.01836$　より，x 年かかるとすると，

$13000\times 1.01836^x=15000$

$$1.01836^x=\frac{15}{13}$$

$$x=\frac{\log\left(\frac{15}{13}\right)}{\log 1.01836}=7.8654\cdots$$ (時間)＝7 年＋12×0.8654…≒7 年 10 か月

よって，7 年 10 か月かかる。

③　数列（対数関数）に関連する問題

19　<6. 数列　3.1　数列の概念（例 5）p.76>

患者は，2 週間，毎日朝食時に 5 ㎎の薬を飲む治療を行う。1 日で，体内に入った薬の量の 30%は減少する。

a)　最初の日から 5 日間までの，体内の薬の量を求めよ。

b)　体内に蓄積された薬の量をすぐに計算できる式を作れ。

c)　日数と体内に蓄積された薬の量の関係をグラフに表せ。

<解答>

a)　n 日後の体内に蓄積された薬の量を a_n とすると，

$a_1 = 5$

$a_2 = 0.7 \times a_1 + 5 = 8.5$

$a_3 = 0.7 \times a_2 + 5 = 10.95$

$a_4 = 0.7 \times a_3 + 5 = 12.665$

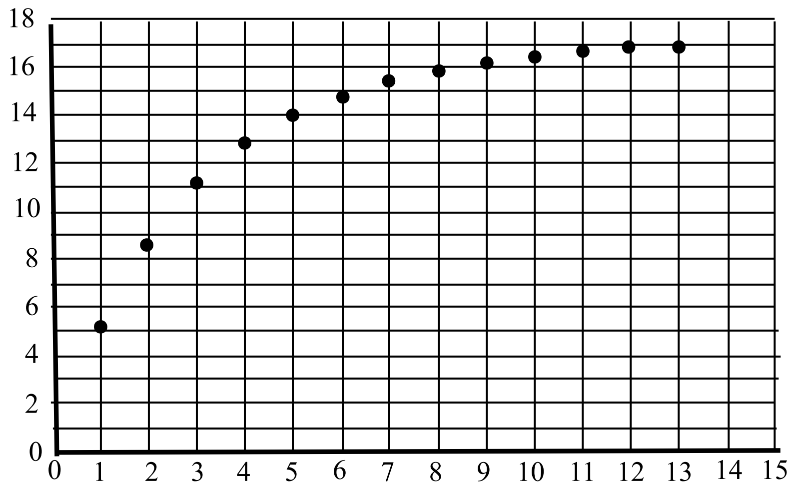
$a_5 = 0.7 \times a_3 + 5 = 13.8655$

よって，5mg，8.5mg，11.0mg，12.7mg，13.9mg

b)　$a_1 = 5$

$a_n = 0.7 \times a_{n-1} + 5$（$n = 2,3,4,\ldots$）

c)



20　<6. 数列　3.3　等比数列とその和（例 8）p.104>

鋼球を 2m の高さから平らな鋼板の上に落下させると，銅版の上で跳ね返る。球は，いつも直前の高さの 80%跳ね返る。高さが 0.5m 未満になるのは，何回跳ね返るときか？

<解答>　n 回目に跳ね返る高さを a_n とすると，

$a_1 = 0.8 \times 2 = 1.6$(m)

n 回目に 0.5m 未満になるとして，

$a_n = 1.6 \times 0.8^{n-1} < 0.5$

$1.6\times0.8^x=0.5$ のとき，$x=\log(0.5/1.6)/\log0.8=5.212\ldots$

よって，$n-1>5.212\ldots$,　　　$n>6.212\ldots$

だから，7 回目

21　＜6．数列　3.3　等比数列とその和（例 11）p.108＞

ローラは，5 年連続して 1200 ユーロずつ預金する。金利は 3.00%であるが，税金が 28%かかる。5 年後に預金総額はいくらになるか？

＜解答＞

毎年の増額率を q，n 年後の総額を S_n とすると，

$q=1+0.72\times0.03=1.0216$

よって，$S_5=1200q+1200q^2+\ldots+1200q^5$

$=1200q\times(1-q^5)/(1-q)\fallingdotseq6400.18$　　　よって，6400.18€

22　＜6．数列　3.3　等比数列とその和（例 12）p.109＞

毎年定期的に貯金して，6 回の貯金で総額が 5000€を超えるには，いくらずつ預金すればよいか？　ただし，純利子（税金を差し引いた利子）は 2.85%で，毎年の初めに貯金して，その年の最後に利子が付加される。

＜解答＞

毎年の貯金額を x として，n 年後の預金総額を a_n とすると，

$a_1=x$，$q=1+0.0285=1.0285$，$n=6$

$$x\cdot\frac{1-1.0285^6}{1-1.0285}>5000$$

まず，等しくなる場合を考えると，

$$x\cdot\frac{1-1.0285^6}{1-1.0285}=5000$$

$x\cdot6.444\ldots=5000$　　│ : 6.444…

$x=775.903\ldots$

よって，776€ずつ貯金すればよい。

23　＜6．数列　3.3　等比数列とその和（例 13）p.110＞

地球には，消費量が毎年 2%ずつ増加するとして，40 年間は十分に消費できるだけの石油埋蔵量があることが知られている。もし，毎年の消費量が 0.5%のみの上昇だとしたら，何年間分の十分な石油量があるといえるか？

＜解答＞

現在の石油消費量を a，消費量の増加率を $q=1.02$ とする。

石油埋蔵量 S_{40} は，

$S_{40}=a\times(1-1.02^{40})/(1-1.02)\fallingdotseq60.42a$

0.5%上昇するとき，x 年間で石油を使い切るとすると，$S_x = S_{40}$ より

$a\times(1-0.005^x)／(1-0.005)=60.42a$

$1.005^x=1.302$,　 $\boldsymbol{x}=\log1.302／\log1.005≒52.91\ldots$　　　よって，およそ 53 年後

24　＜6．数列　4.1　数列の応用（例 1）p.120＞

河川のパーチ（スズキの一種）が，ほとんどいなくなってしまったので，漁業協会はパーチを復活させようと，5 年間，毎年春に 2000 匹の稚魚を放流する。漁業協会の見積もりによると，毎年 30%のパーチが，釣りによって，あるいは他の原因でいなくなる。

a)　この計画によれば, パーチの数はどのように推移していくか？　ただし, パーチの数は, 春に放流した直後の数とする。

b)　5 年間の後，パーチは自然に 10%増加することが見込まれ，毎年約 600 匹が釣られるとする。次の 5 年間にパーチの数はどのように推移していくか？

＜解答＞

a)　n 年後のパーチの数を a_n とすると，

$a_1=2000$

$a_2=0.7\times a_1+2000=3400$

$a_3=0.7\times a_2+2000=4380$

一般に，$a_n=0.7\times a_{n-1}+2000$

よって，2000，3400，4400，5100，5500

b)　n 年後のパーチの数を b_n とすると，

$b_0=5500$

$b_1=1.10\times b_0-600=5450$

一般に，$b_n=1.10\times b_{n-1}-600$

よって，5450，5400，5330，5270，5190

25　＜6．数列　4.1　数列の応用（例 2）p.122＞

森林管理区内では，1200 羽の水鳥がいて，毎年 5%ずつ増加していると予想されている。毎年，30 羽が狩りで捕獲される。毎年，同じように鳥の数は推移する。

a)　5 年間の鳥の数はどのように推移するか？

b)　毎年の鳥の数が計算できる式を求めよ。

c)　式を使って，10 年後，20 年後の鳥の数をそれぞれ求めよ。

＜解答＞

a)　n 年後の鳥の数を a_n，増加率を $q=1.05$ とすると，

$a_0=1200$

$a_1=1200q-30$

一般に，$a_n=a_{n-1}q-30$

この式に順に代入して，1230，1261.5，1294.5…，1329.3…，1365.7…

よって，1230，1260，1290，1330，1370

b)　$a_1 = 1200q - 30$

$a_2 = a_1 q - 30 = (1200q - 30)q - 30 = 1200q^2 - 30q - 30$

$a_3 = a_2 q - 30 = (1200q^2 - 30q - 30)q - 30 = 1200q^3 - (30 + 30q + 30q^2)$

一般に，$a_n = 1200q^n - (30 + 30q + \ldots + 30q^{n-1})$

$= 1200\, q^n - 30 \times (1 - q^n) / (1 - q)$，ただし，$q = 1.05$

c)　$a_{10} = 1577.3\ldots$，$a_{20} = 2191.9\ldots$

よって，約 1580 羽，約 2190 羽

26　＜6. 数列　4.1　数列の応用（例 3）p.124＞

ある森林は，2 万 m^3 の木材の生産量が見込まれている。木は，毎年 4.5%だけ体積が増加すると推定されている。その森林の所有者は，毎年 1100m^3 分の木材を 10 年間伐採することとした。10 年後に，木材の生産量はどれだけになるだろうか？　また，n 年後の生産量を表す式を作れ。

＜解答＞

n 年後の木材の生産量を a_n，$q = 1.045$ とすると，

$a_0 = 20000$

$a_2 = a_1 q - 1100 = 20000q^2 - 1100q - 1100$

$a_3 = a_2 q - 1100 = 20000q^3 - (1100 + 1100q + 1100q^2)$

よって，

$a_{10} = 20000q^{10} - 1100(1 + q + q^2 + \ldots + q^9) = 17542.3\ldots$　　よって，17500m^3

n 年後の式は

$a_n = 20000q^n - 1100(1 - q^n) / (1 - q)$　ただし，$q = 1.045$

27　＜7. 経済数学　2.2　割引現在価値（例 2）p.81＞

将来のために，ある農民は 4 年間にわたり，年の初めに口座に 1500€ずつ預金する。ただし，実質の利子率は年利 2.85%であるとして，4 年間の総額の割引現在価値はいくらか？

＜解答＞

$q = 1.0285$　として，求める割引現在価値を K とすると，

$K = 1500 + 1500 \times q^{-1} + 1500 \times q^{-2} + 1500 \times q^{-3}$

$= 1500(1 + q^{-1} + q^{-2} + q^{-3})$

$= 5755.182\ldots$

$\fallingdotseq 5755.18$（€）

よって，5756€である。

28　＜7. 経済数学　2.2　割引現在価値（例 3）p.82＞

6 年連続して毎年 600€ずつを高校がスポーツクラブに投資すると，総額の割引現在価値はいくらになるか？　ただし，支払いは年末とし，また利子率は 3.5%で税率 28%である。

＜解答＞
実質の利子率は，0.035×0.72＝0.0252　だから，q＝1.0252　として，求める割引現在価値を K とすると，

$$K=600\times q^{-1}+600\times q^{-2}+600\times q^{-3}+600\times q^{-4}+600\times q^{-5}+600\times q^{-6}$$
$$=600(q^{-1}+q^{-2}+q^{-3}+q^{-4}+q^{-5}+q^{-6})$$
$$=3302.665\ldots$$

よって，3303€である。

29　＜7．経済数学　3.1　数列とお金（例 2）p.91＞
ある家族は，バスルームの改装のために，毎月初めに 250€貯金する。1 回目の貯金は，1 月に行う。実質の年金利が 2.6%であるとき，1 年後の利子の総額および貯金総額を求めよ。

＜解答＞
利息は，1＋2＋3＋4＋…＋12＝78 か月分につく（※）ので，
1 年間の利子の総額は，{250×(0.026÷12)}×78＝42.25€
また，貯金総額は，250×12＋42.25＝3042.25€　である。

※（著者注）1 年間については，毎月 0.026÷12 だけ，単利の利子が付くと考える。

30　＜7．経済数学　3.1　数列とお金（例 5）p.96＞
新生児の子どものために，口座を開設して 200€入金した。次に，1 年後の洗礼式のときに 200€入金し，その後は毎年の誕生日のときに，18 歳の誕生日になるまで 200€ずつ貯金した。実質の年金利が 3.25%のときに，18 年後の貯金の総額はいくらになるか？

＜解答＞
q＝1.0325　とすると，求める総額 S は，

$$S=200+200q+200q^2+200q^3+\ldots+200q^{18}$$
$$=\frac{200(1-q^{19})}{1-q}=5145.616\cdots\approx 5145.62$$

よって，5145.62€　になる。

31　＜7．経済数学　3.1　数列とお金（例 6）p.97＞
貯金の総額が 5 年後の末に 5000€を超えるようにするには，毎年いくらずつ貯金すればよいか？　ただし，年率 3.45%として，年の初めに入金し，年末に利子が付くものとする。

＜解答＞
毎年の貯金額を K，q＝1.0345 として，5 年後に 5000€になるとすると，

$$Kq+Kq^2+Kq^3+Kq^4+Kq^5$$

$$=Kq\times\frac{1-q^5}{1-q}=5000$$

$K\times5.541\ldots=5000$

$$K=\frac{5000}{5.541\cdots}=902.212\cdots$$

よって，903€

32 ＜7. 経済数学 3.1 数列とお金（例 8）p.100＞

住宅を購入するための預金口座を開設して，4 年間で，毎月初めに 175€ずつ貯金する。実質金利は 3.2%で，年末に利子が付く。4 年後に，貯金総額はいくらになるか？ また，利子の合計はいくらか？

＜解答＞

1 年間 12 か月分の利子分は，

$(1+2+\ldots+12)\times(175\times0.032\div12)=36.40$€

よって，1 年間の貯金総額 K は，

$K=175\times12+36.40=2136.40$€

よって，4 年間の貯金総額 S は，$q=1.032$ として，

$S=K+Kq+Kq^2+Kq^3$

$$=K\times\frac{1-q^4}{1-q}=8964.6095\approx8964.61$$

また，利息の合計は，$8964.61-175\times12\times4=8964.1-8400=564.61$

よって，貯金総額は 8964.61€で，利息の合計は 564.61€

33 ＜7. 経済数学 3.1 数列とお金（例 9）p.101＞

店主は，販売する商品を拡大して，新商品を 1200 個倉庫に仕入れた。彼女は，最初の補充は 2 月初めに，最後の補充は 12 月初めに，毎月 200 個ずつ仕入れることとする。店主は，これまでの経験に基づき，1 か月で在庫の約 70%が販売されると見積もっている。年末に，どの程度の商品が倉庫にあるかを予想せよ。

＜解答＞

n ヶ月後の倉庫の在庫量を a_n とする。$q=0.3$ とすると，

$a_0=1200$

$a_1=a_0q+200=1200q+200$

$a_2=a_1q+200=(1200q+200)q+200=1200q^2+(200+200q)$

$a_3=a_2q+200=1200q^3+(200+200q+200q^2)$

…

$a_{11}=1200q^{11}+(200+200q+200q^2+\ldots+200q^{10})$

$$=1200q^{11}+200\times\frac{1-q^{11}}{1-q}=285.71\cdots$$

よって，12 月末日の在庫量は，

$a_{11}\times q$＝285.71…×0.3＝85.71…

よって，約 85 個である。

34　＜7. 経済数学　3.2　クレジット（例 2）p.113＞

若い夫婦が，家具を購入するために，消費者ローン会社から 3000€を借りた。ローンの実質金利は 13.20％である。貸し付け条件によれば，5 年間で毎月の月末に，一定の額を返済する（元利均等返済）。それとは別に，初回はローン会社に 50€支払い，その後も毎回 5€ずつ支払う。2950€の家具を買うのに，最終的にどれだけのお金を支払うことになるか？

＜解答＞

1 か月の金利は，13.20÷12＝1.10％であるので，q＝1.011 として，毎月の返済額を A とすると，12×5＝60 回で返済完了なので，$A=3000q^{60}\times\frac{1-q}{1-q^{60}}=68.566\cdots$（※）

※　（著者注）一般に，元利均等返済において，借入額を K，利率を r，1＋r＝q とし，N 回で返済が完了するときの毎月の返済額を A（一定）とすると，次の式が成り立つ。

$$A=Kq^{N}\times\frac{1-q}{1-q^{N}}$$

（証明）n 回目の返済後の元金残高を a_n とすると，a_0＝K

n 回目の返済に際して，

利息　$a_{n-1}\times r$

元金返済分　$A-r\,a_{n-1}$

よって，n 回目の返済後の元金残高は，

$a_n=a_{n-1}-(A-r\,a_{n-1})=(1+r)\,a_{n-1}-A=qa_{n-1}-A$

この漸化式を解いて，

$$a_n=Kq^{n}-\frac{A(1-q^{n})}{1-q}$$

a_N＝0 とすると，$Kq^{N}=\frac{A(1-q^{N})}{1-q}$

よって，$A=Kq^{N}\times\frac{1-q}{1-q^{N}}$

よって，支払総額は，50＋5×60＋68.57×60＝4464.20€

35　＜7. 経済数学　3.2　クレジット（例 3）p.114＞

ある家族が，10 年返済の住宅ローンで 60000€を借りた。ローンの金利は，最初の 3 年は年利 4.80%の固定金利で，その後の金利はプライムレートとなる。ローンは，四半期ごとに支払う。ローンの 1 年目の利息を，a）元金均等返済※　b）元利均等返済※　の場合について，それぞれ求めよ。また，3 年後の残額はそれぞれいくらであるか？

> ※（著者注）毎回のローン返済額 A＝元金返済分 L＋利息 R
>
> 　A：一定　→　元利均等返済
>
> 　L：一定　→　元金均等返済
>
> 元利均等返済の方が，毎回の返済額が一定なので，返済が容易である反面，返済期間が長くなり，返済総額も多くなる。

＜解答＞

返済回数は，年 4 回×10 年＝40 回である。

a）元金の返済額は，60000÷40＝1500€

１回目　利息　60000×0.048÷4＝720€
　返済額　1500＋720＝2220€
　残金　60000－1500＝58500€

２回目　利息　58500×0.0480÷4＝702€
　返済額　1500＋702＝2202€
　残金　58500－1500＝57000€

３回目　利息　57000×0.0480÷4＝684€
　返済額　1500＋684＝2184€
　残金　57000－1500＝55500€

４回目　利息　55500×0.0480÷4＝666€
　返済額　1500＋666＝2166€
　残金　55500－1500＝54000€

3 年後の残額は，
60000－1500×12＝42000€　である。

b）四半期ごとの金利は，4.80÷4＝1.20%だから，q＝1.012 とする。

4×10＝40 回で返済完了なので，手数料 A は，

$$A = 60000q^{40} \times \frac{1-q}{1-q^{40}} = 1897.5026\cdots \approx 1897.50 \text{ €}$$

１回目　利息　60000×0.048÷4＝720€
　元金返済分　1897.50－720＝1177.50€
　残金　60000－1177.50＝58822.50€

２回目　利息　58822.50×0.0480÷4＝705.87€
　元金返済分　1897.50－705.87＝1191.63€
　残金　58822.50－1191.63＝57630.87€

３回目　　　　利息　57630.87×0.0480÷4＝691.57€
　　　　元金返済分　1897.50－691.57＝1205.93€
　　　　　　　残金　57630.87－1205.93＝56424.94€
４回目　　　　利息　6424.94×0.0480÷4＝677.10€
　　　　元金返済分　1897.50－677.10＝1220.40€
　　　　　　　残金　56424.94－1220.40＝55204.54€

3 年後の残額は，

$$60000q^{12} - 1897.50 \times \frac{1-q^{12}}{1-q} = 44899.09 \text{ €}$$ である。

36　＜7．経済数学　3.2　クレジット（例 5）p.118＞

Niemiset さんは，住宅ローンで 50000 ユーロを借りた。ローンは，毎月同じ返済額とする元利均等返済方式である。金利は，年率 4.680％である。Niemiset さんは，返済期間が a）10 年　b）20 年　のときに，毎月支払う返済額はいくらになるか？

＜解答＞

a）返済回数は 12×10＝120 回で，1 か月あたりの利率は，4.680÷12＝0.39％なので，
　q＝1.0039 とすると，毎月の返済額 A は，

$$A = 50000q^{120} \times \frac{1-q}{1-q^{120}} = 522.54\cdots \approx 523 \text{ €}$$

b）返済回数は 12×20＝240 回で，1 か月あたりの利率は，4.680÷12＝0.39％なので，
　q＝1.0039 とすると，毎月の返済額 A は，

$$A = 50000q^{240} \times \frac{1-q}{1-q^{240}} = 321.20\cdots \approx 322 \text{ €}$$

37　＜7．経済数学　4.1　投資（例 5）p.139＞

Jussi さんは，金利の変動によって利益が得られるファンド貯蓄保険を始めた。彼女は，毎月初めに 25€を投資した。ファンドによる利益として，およそ年利 8.4％が見込まれる。ただし，毎回手数料として 2%を支払う。この保険を，a）5 年　b）10 年　続けるとき，利益を含めた総額はいくらになるか？

＜解答＞

手数料を除くと，投資額は，25×0.98＝24.50€

1 年間の利子の総額は，

{24.50×(0.084÷12)}×(1＋2＋3＋…＋12)＝13.377€

よって，投資額と合わせて

24.50×12＋13.38＝307.38€

a) $S_5 = 307.38 \times (1+q+q^2+q^3+q^4) = \dfrac{307.38(1-q^5)}{1-q} = 1817.714\cdots \approx 1817.71$ €

b) $S_5 = 307.38 \times (1+q+q^2+\cdots+q^{10}) = \dfrac{307.38(1-q^{10})}{1-q} = 4538.359\cdots \approx 4538.36$ €

38　<7. 経済数学　4.2　利益の計算（例 6）p.150>

　ある株式会社では，数年に一度，設備を更新するのに 35000€かかる。減価償却費を，定額法または定率法のいずれかの方法で配分する。次の各場合で，減価償却費を求めよ。

　a）5 年間の定額法で配分する　　b）25%の定率法で配分する

<解答>

a）35000÷5＝7000€

b）n 年目の未償却残高を a_n とすると，

$a_n = 0.75a_{n-1} = 0.75^{n-1} \times 35000$

よって，n 年目の減価償却費 p_n は，

$p_n = 0.25a_n = 0.25 \times 0.75^{n-1} \times 35000$

未償却残高 Menojäännös (€)	減価償却費 Poisto (€)
35 000,00	8 750,00
26 250,00	6 562,50
19 687,50	4 921,88
14 765,62	3 691,41
11 074,21	2 768,55
jne.	jne.

附　フィンランドの割合指導の特徴

※熊倉啓之他「中学校・高等学校における割合指導に関する研究」静岡大学教育実践総合センター紀要第 30 号より抜粋

１　国家カリキュラムにおける位置づけ

フィンランドでは，ほぼ 10 年ごとに国家カリキュラムが改訂されているが，本稿では，手元にある小学校・中学校・高等学校の教科書の内容と合わせるために，National Core Curriculum for Basic Education 2004，及び National Core Curriculum for Upper Secondary Schools 2003 （Finnish National Board of Education，2004）を分析対象とする．フィンランドでは，小学校 6 年間，中学校 3 年間を合わせた 9 年間を基礎教育と呼び，国家カリキュラムも基礎教育用に作成されている（熊倉，2013）.

①　基礎教育（小・中）国家カリキュラム

日本とは異なり，1 学年から 9 学年までの指導目標や内容を， 1－2 学年，3－5 学年，6－9 学年のように，複数学年を括って 3 つの区分で示している点に特徴がある．指導内容は，数と計算，代数，幾何，関数，確率と統計などの領域に分かれているが，割合指導に関する内容は，6－9 学年の「数と計算」領域に，次のように簡単に記述されている.

6－9 学年　数と計算　「パーセントの概念とパーセントの計算の強化」

②　高等学校国家カリキュラム

フィンランドでは，短い数学（いわゆる文系）と長い数学（いわゆる理系）の 2 コースに分けて，異なる指導内容（科目）を示している点に特徴がある．それぞれ必修科目と選択科目が複数あるが，割合指導に関わる内容は，どの科目の記述の中にも見当たらない.

２　教科書記述の分析

複数の教科書会社が，教科書を発行している（熊倉，2013）が，本稿では次の教科書（いずれも WSOY 社発行）を分析対象とする.

・LASKUTAITO 1A～6B（WSOY 社，2006～2009）
・LASKUTAITO 7～9（WSOY 社，2007～2008）
・LUKIOLAISEN MATEMATIIKKA 1～7（WSOY 社，2005～2010）＜短い数学用＞
・MATEMATIIKKAN TAITO 1～13 （WSOY 社， 2005～2008）＜長い数学用＞

なお，フィンランドは，日本と異なり教科書検定制度がない（熊倉，2013）ため，国家カリキュラムの教科書への強い拘束力はなく，以下に示す通り，国家カリキュラムと教科書の扱いに相違が見られる部分もある.

①　第 6 学年の教科書分析（M.Koivisto 他，2007）

まず「%」を定義し意味理解を図った上で，%を使った様々なタイプの問題を扱っている（計 28 ページ）.

ア　%の導入

「%」は「1/100 を意味する」ものとして定義される．図 1 のように，分数，小数，面積図と関連付けて指導している点に特徴があり，日本の%の導入とは異なる．

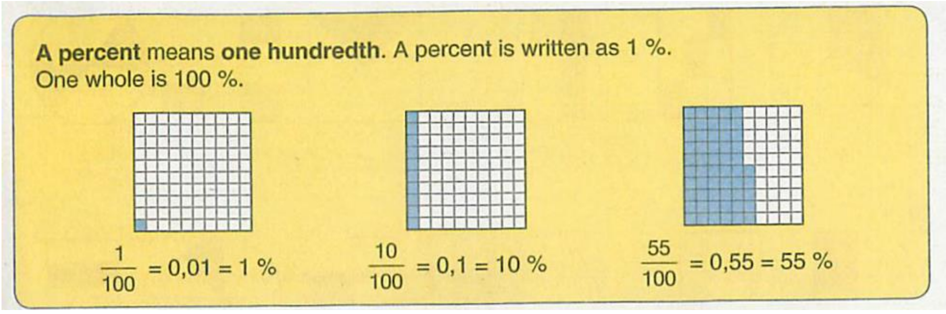


図 1　%の導入

イ　比較量を求める問題（第 2 用法）

ここでは，比較量を求める第 2 用法の問題を，ア)の方法，続いてイ)の方法と，2 段階に分けて扱っている．

（例）300m の 5%は何 m か？

ア)　300÷100＝3，3×5＝15m

イ)　300×0.05＝15m

ア)は，まず 1%相当の量を求める帰一法であるが，日本の教科書では意図的には扱っていない．この問題は，全体量の中の部分量の割合を求める全体部分型（岡田，2008）の問題である．

この後，このタイプの練習問題として 4 ページが設けられている．

ウ　比較量を求める問題（第 2 用法）

ここでも，第 2 用法の問題を扱っているが，イとは異なる次のようなタイプの問題である．

（例）140cm の身長が，1 年間で 8%伸びた．身長は何 cm に伸びたか？

この問題は，1 つの量が増減したときの量を求める増減型（岡田，2008；熊倉，2019c）の問題である．

エ　パーセントを求める問題（第 1 用法）

ここでは，次のような第 1 用法の問題を扱っている．

（例）50m をもとにするときの 24m は何%か？

（例）160€貯金していて，さらに 40€貯金した．何%貯金額は増加したか？

日本では，まず第 1 用法，次に第 2 用法の順に指導するが，フィンランドでは，逆の順に指導する．

この後に，このタイプの練習問題 4 ページと活用問題 2 ページが設けられている．

② 第 8 学年の教科書分析（T.Laurinolli 他，2007a）

6 学年と同様に，まず「%」の意味を復習した上で，6 学年では扱わない%を使ったタイプの問題も含めて，様々な問題を扱っている（計 24 ページ）．

ア　「%」の意味の復習

6 学年と同様に，小数，分数，面積図と関連付けた「%」の定義を確認する．

イ　パーセントを求める問題（第 1 用法）

6 学年と異なり，まず第 1 用法を先に扱っている．

（例）250 人の生徒のうち，女子は 150 人である．女子の割合は何%か？

ウ　比較量を求める問題（第 2 用法）

例えば，次のような問題を扱っている．

（例）ピエタルサーリの町には 2370 校の基礎学校があり，そのうち 56.6%はスウェーデン語で教える．スウェーデン語で教える学校は何校か？

エ　基準量を求める問題（第 3 用法）

6 学年では扱わない第 3 用法の問題を扱っている．2 つの方法を示している点に特徴がある．

（例）大麦を 15%含む飼料がある．3.0 kgの大麦を摂るには，どれほどの資料が必要か？

ア)　3.0/15＝0.2，0.2×100＝20 kg

イ)　a×0.15＝3.0，a＝3.0/0.15＝20 kg

ア)は帰一法による方法，イ)は文字を使った方程式による方法である．

また，この問題解決に，図 2 のような図を用いている点も特徴的である．

この後に，第 1～第 3 用法による活用問題 2 ページが設けられている．

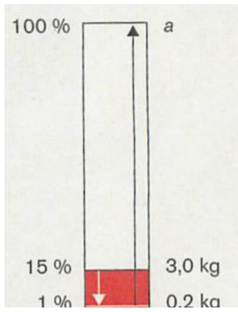


図 2　問題解決の図

オ　2 量の差をパーセントで表す問題

6 学年では扱わないタイプの問題で，例えば次のような問題を扱っている．

（例）Big Mac 1 個の料金（2003 年）は，ユーロに換算してフィンランド 3.3€，ロシア 1.2€である．ロシアに対して，フィンランドは何%高いか？

この問題は，一方の量をもとにしたときの他方の量の割合を求める対比型（岡田，2008）の問題である．

カ　量の増減に関する問題

次の例 1 のような 6 学年で扱う問題と，例 2 のような 6 学年では扱っていない問題が示されている．

（例 1）列車の切符の価格は 50€である．10%値上げすると，値上げした価格はいくらか？

（例 2）ギターの価格が 200€から 250€に上昇した．価格は何%上昇したか？

キ　‰の意味と‰を使った問題

千分率であるパーミルの定義を示した上で，‰を使った問題を扱っている．

ク　パーセントの活用問題

活用問題として，金利に関する問題 2 ページ，混合液の濃度に関する問題 2 ページが設けられている．

（例 1）4 月 17 日に，年利 0.7%で 20000€を預金したが，それを，同じ年の 8 月 22 日に引き出した．利息に対する税金が 28%かかるとして，預金の合計額はいくらか？
（例 2）15%の食塩水 400g に，100g の塩を加えた．食塩水の濃度は何%になったか？

③　第 9 学年の教科書分析（T.Laurinolli 他，2007b）

ここでは，6 学年，8 学年で扱う問題も含めて，パーセントの活用問題が設けられている（計 10 ページ）．例えば，次のような現実事象の問題を扱っている．
（例）給料の額が a)2513,00€，b)2870.00€のときに，源泉徴収税額※を求めよ．
（※2608.33€までは 21.0%の，それを超える分については 43.5%の税金がかかる．）

④　高等学校の教科書分析（M.Peräsalo 他，2009）

対象としたシリーズの教科書は，短い数学用の 7 冊と，長い数学用の 13 冊があるが，この中で，パーセントの指導を目的とする単元「パーセント」が，短い数学用の科目「1 式と方程式」の中に設けられている（計 18 ページ）．国家カリキュラムには割合指導に関する記述はないが，教科書会社で必要と判断して設けたものと考えられる．

その具体的な内容は，次の通りである．

ア　パーセントを使った第 1～第 3 用法の問題

6 学年や 8 学年で扱うタイプの問題に加えて，次のような問題も扱われている．
（例）3 段跳びの記録について，1 回目は 510cm ジャンプし，2 回目は 1 回目よりも 21%短くジャンプし，3 回目は 2 回目よりも 32%長くジャンプした．3 回目の記録はどれだけか？

この問題は，割合の割合を考えて答えを求める，すなわち割合に割合をかける PP タイプの問題（熊倉他，2019a）である．

イ　量の増減に関する問題

8 学年で扱うタイプの問題に加えて，次のような問題も扱われている．
（例 1）動物園の入場者数を 5 年間調査した結果，最初の 4 年間は，いつも前年の 5%だけ増加したが，5 年目は前年の 10%だけ減少した．結局，5 年間で何%変化したか？
（例 2）電子レンジは，1990 年には 52%の世帯が所有していたが，1996 年には 77%の世帯が所有するようになった．何パーセントポイント変化したか？また，所有する世帯数は何%増加したか？

例 1 はアの例で挙げた三段跳びの問題と同じで，PP タイプの問題，例 2 はパーセントポイント（%pt）と割合に対する割合を考えて答えを求める P/P タイプの問題（熊倉他，2019）である．

３　国家カリキュラム・教科書分析の考察

２の分析結果を日本の割合指導と比較したものを，表 1 に整理した．

表１　日本とフィンランドの割合指導の比較

学校種	日本	フィンランド
小学校	【用法】第 1→第 2→第 3 【問題場面】全体部分→増減→対比	【用法】第 2→第 1 【問題場面】全体部分→増減
中学校 7～9 年	なし	【用法】（第 1・2→）第 3 【問題場面】 （全体部分・増減→）対比→混合 【用語・記号】　‰
高等 学校	なし	【タイプ】PP→P/P 【用語・記号】%pt

日本と比較したフィンランドの割合指導の特徴として，次の 3 点が挙げられる．

① 小～高で割合をスパイラルに指導

日本では，小 5 で割合（パーセント）の指導が行われるが，それ以降は，特に割合の理解を深めたり活用力を高めたりすることを主目的とした指導は行われず，文字と式や連立方程式の活用場面で，割合を題材とした問題が扱われる程度である．一方，フィンランドでは，日本の小 6，中 2，中 3，高 1（文系のみ）に相当する 4 学年で，それ以前の学年の復習も含めながら，スパイラル的に割合の理解を深め活用力を高める指導が行われていて，この点は日本と大きく異なる．

② 子どもの理解を踏まえて体系的に指導

第 1～3 用法の中で最も難しいとされる第 3 用法について，フィンランドでは 6 学年で扱わず，8 学年で初めて扱う．同様にして，全体部分型や増減型に比べ難しいとされる対比型の問題も，8 学年で初めて扱う．また，日本ではほとんど扱われていない，やや高度な PP タイプ，P/P タイプの問題を高 1 で扱っている．このように，フィンランドでは，子どもにとって難しいとされるタイプの問題は，後の学年で指導するように配慮されていて，この点は日本と異なる特徴である．

③ ‰，%pt を指導

日本では扱っていないパーミル（‰）やパーセントポイント（%pt）を，フィンランドではそれぞれ 8 学年，高 1 で指導している．パーミルは，パーセントほど社会で使用されているわけではないが，それでも鉄道線路やトンネルの勾配などで使われている．また，パーセントポイントも，例えば「支持率が 10 ポイント上昇」などのようにニュース等で目にすることが少なくない．パーセントポイントは，前述の P/P タイプの問題と一緒に扱うことで，その意味をより深く理解できるように配慮されている．

以上の特徴から，日本でも，中学校・高等学校数学科で割合指導を行うことを検討すること，特に日本で扱っていない PP タイプ，P/P タイプの問題や%pt，‰を扱うことを検討することが示唆される．

＜引用・参考文献＞

熊倉啓之(2013).算数・数学の国家カリキュラム.熊倉啓之編著「フィンランドの算数・数学教育」,明石書店,27-54.

熊倉啓之(2019).フィンランドの小学校・中学校・高等学校の割合指導の分析,日本科学教育学会年会論文集,43,177-180.

M.Koivisto 他(2007).LASKUTAITO 6B.WSOY,28-55.

岡田いずみ(2008).割合文章問題における介入授業の効果-分数表示方略の提案-.教授学習心理学研究,5(1),32-41.

T.Laurinolli 他(2007a).LASKUTAITO 8.WSOY,8-31.

T.Laurinolli 他(2007b).LASKUTAITO 9.WSOY,152-161.

フィンランドの割合指導

～小学校・中学校・高等学校の教科書より～

2020 年 3 月

〒422-8529　静岡市駿河区大谷 836　静岡大学教育学部

研究代表者　熊倉啓之

kumakura.hiroyuki@shizuoka.ac.jp

印刷所　株式会社　竜南写植

〒422-8034　静岡市駿河区高松 1-25-5

ヘルシンキ大聖堂　2007.9.8.