

The feature of ratio teaching in Japan through the previous foreign studies

| | |
|-------|--|
| メタデータ | 言語: jpn 出版者: 公開日: 2021-03-04 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 熊倉, 啓之, 國宗, 進, 松元, 新一郎 メールアドレス: 所属: |
| URL | https://doi.org/10.14945/00027910 |

海外の先行研究からみた日本の割合指導の特徴

熊倉 啓之 國宗 進 裕元 新一郎
 (静岡大学教育学部 静岡大学教育学部 静岡大学教育学部)

The feature of ratio teaching in Japan through the previous foreign studies

Kumakura Hiroyuki Kunimune Susumu Mathsumoto Shinichiro

Abstract

A purpose of this study is to get the suggestions for making a systematic curriculum of teaching ratio in Japan. We had researched previous foreign studies about teaching percent, and researched Japanese arithmetic textbooks based on course of study in 2017. And then we have gotten five suggestions for making a systematic curriculum of teaching ratio as follows;

- 1) Doing activities comparing the relation of two quantities,
- 2) Connecting percent and fraction,
- 3) Handling various solving methods in percent problem - unitary analysis method and so on,
- 4) Handling various figures for solving problem,
- 5) Teaching various contents connected to ratio in 6 grades.

キーワード：割合，パーセント，10×10マス図，海外の割合指導，教科書分析

1. 研究の背景と目的

小学校算数科の指導内容である割合，特に同種の2量の割合は，広く社会の中で使用されている。例えば，昨今の新型コロナウイルス関連のニュースだけでも，陽性率，重症化率，病床利用率，感染率，致死率，増加率等の用語が頻繁に登場する。このニュースの内容を正しく理解するには，用語の意味を知るだけでなく，割合に関する理解が不可欠である。しかし，子どもの割合の理解に課題があることは60年以上も前から指摘され（例えば，文部省，1957），その課題解決のために，これまで割合指導のあり方について多くの研究と実践が積み重ねられてきた（例えば，寺岡他，1983；中村，2002；栗山他，2016；中西他，2018）。それにも関わらず，未だに割合の理解について課題が指摘されている（例えば，国立教育政策研究所，2018）。

そこで筆者らは，割合に関する内容は，日常生活にも多々関係する重要なものであり，それらをより深く理解し割合の概念や考え方を様々な場面で正しく活用できるようになることを目指すべきであるとの立場に立ち，中学校・高等学校数学科も視野に入れて，小・中・高を一貫した割合指導の体系的カリキュラムを構築することを目指す。

これまでに筆者らは，国内の先行研究を分析するとともに，中学生・高校生の割合の理解の実態調査を行い，中3でも第3用法の問題の正答率は50%に満たないこと等の実態を明らかにした（熊倉他，2019）。また，中学校・高等学校でも単元を設けているフィンランドの割合指導を分析して，日本では扱っていないP/Pタイプ（割合を基にした割合）の問題やパーセントポイントを扱っていること，小・中・高を通してスパイラルに割合指導を行っている実態を明らかにした

（熊倉，2019）。さらには，中学校・高等学校数学科で割合指導を試行的に実践し，指導の可能性を追究した（熊倉他，2020）。

しかし，海外の割合指導の分析はフィンランドに限られ，フィンランド以外の国の割合指導についてはまだ分析していない。そこで本稿は，海外の割合指導に関する先行研究を分析して，日本の割合指導の特徴を明らかにし，割合指導の体系的カリキュラム構築への示唆を得ることを目的とする。なお，以下では特に断りがない限り，「割合」は同種の2量の割合を指す。

研究の方法は，次の通りである。

- (1) 海外の割合（特にパーセント）指導に関する先行研究を分析する。
- (2) 平成29（2017）年告示小学校学習指導要領に基づく日本の割合指導の特徴を明らかにするために，算数教科書の割合指導に関する内容を分析する。
- (3) (1)，(2)の分析結果を踏まえ，日本の割合指導の特徴を明らかにして，小・中・高を一貫した割合指導のカリキュラム構築への示唆を得る。

2. 海外の割合指導に関する先行研究の分析

パーセントに関して様々な先行研究があり，国によっても指導に違いがある（古賀，1960）が，本研究では，次の5点に焦点を当てて分析することとする。

- (1) パーセントの基本概念
- (2) パーセント問題の解決に用いる図等
- (3) パーセント問題の解決方法
- (4) パーセントに関する子どもの理解
- (5) パーセントの指導

以下では，分析した結果について順に述べる。

- (1) パーセントの基本概念

Parker & Leinhardt (1995) は、パーセントには次の6つの特徴があると述べている。

- ① 数としてのパーセント
- ② 内包量としてのパーセント
- ③ 分数としてのパーセント
- ④ 割合としてのパーセント
- ⑤ 統計としてのパーセント
- ⑥ 関数としてのパーセント

①は、パーセントが実数に変換でき、実数の計算ルールに従う点の特徴としている。

②は、例えば0.34という小数を見ただけでは、その数が外延量なのか内包量なのか、内包量の場合は同種の2量の割合か異種の2量の割合かをすぐに判断できないが、34%のように「パーセント」で表示されていれば、一見して内包量でありかつ同種の2量の割合であると判断できる点の特徴としている。

③は、全体に占める部分の大きさを表す分数の意味で使われるもので、この場合は100%を超えることがない点の特徴としている。

④は、2つの量を比較する場合に使われるもので、2つの量の関係に応じて、異なる2つの集合の比較、同じ集合の異なる属性の比較、同じ集合の時間が異なる場合の比較（それぞれ例えば、A学校とB学校の生徒数の比較、黒板の縦と横の長さの比較、過去と現在の価格の比較）の3つの比較がある点の特徴としている。

⑤は、統計の文脈の中で基準量に対する比較量の相対的な大きさを表すのに使われる点の特徴としている。

⑥は、基準量と比較量の関数関係を表すのに使われる点の特徴としている。

また、パーセントを比較する文脈から、③は「Part-whole」、④は「Change」と「Compare」に分けられるとし、さらに「Change」と「Compare」を細かく分け、表1の通り、合わせて9パターンに分類している。

表1 パーセントの比較の文脈の分類

| ③ 分数 Part-whole 【全体部分型】 | | | |
|-------------------------|------------------|-----------------------|------------|
| ④ 割合 | Change 【増減型】 | Change to (変化後) | 増加 減少 |
| | | Change by (変化分) | 増加 減少 |
| | Compare 【対比型】 | Compare to (比較の結果) | 大きい 小さい |
| | | Differ by (違い分) | 大きい 小さい |

表中で、「Part-whole」は全体部分型、④「Change」は増減型、④「Compare」は対比型（岡田，2008；熊倉他，2020）に、それぞれ相当するといえる。

Doel (1999) は、「パーセントの基本概念は、全体を100としたときの全体の一部分であり、100を基準

としたときの比較量である」（p.58）とした上で、パーセントの概念を構成する原理として、次の5点を挙げている。

- ① 補足原理
- ② 分数-パーセント等価原理
- ③ 小数-パーセント等価原理
- ④ 加減パーセント増減原理
- ⑤ 乗法パーセント増減原理

①は、全体部分型に相当する原理、②、③は、分数・小数に変換できる原理、④、⑤は、加法・減法・乗法の計算により増減する原理を表す。

Parker 他や Dole いずれも、パーセントの持つ多義性が、パーセントの理解を困難にする要因の1つであると指摘していて、筆者らも同じように考える。

(2) パーセント問題の解決に用いる図等

パーセント問題の解決に用いる図等に関する先行研究を分析した結果、次の7つの図等に分類できた。

① 半具体物

Erickson (1990) は、半具体物である「キズネール棒」と%メモリの付いた数直線の記載されたワークシートを活用して、パーセント問題を解決し、パーセントに関する理解を深める実践を行った。

② 10×10 マス図

Weibe (1986) は、 $10 \times 10 = 100$ マスに分けた線の入されているトレーシングペーパーを活用して、パーセント問題の解決を図った（図1）。

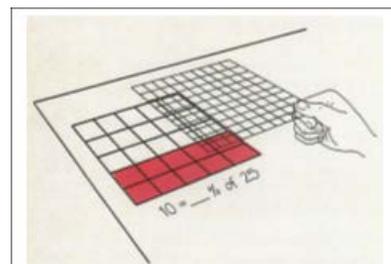


図1 Weibeの10×10マス図 (p. 24)

ただし、この方法は第3用法の問題には活用できない。そこで、Bennet & Nelson (1994) は、第3用法でも活用できる“10×10 grid model”を開発した（図2）。

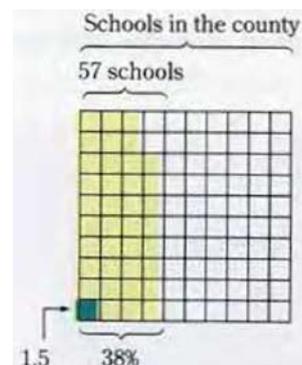


図2 Bennet 他 の 10×10 マス図 (p. 22)

これは、 $10 \times 10 = 100$ マスを記入したワークシートを用いる方法である。また、Scaptura 他 (2007) は、 10×10 マス図に何色かの色を塗ってデザインを作成し、次に各色のパーセントを求める活動を行った (図 3)。



図 3 Scaptura 他 の 10×10 マス図 (p. 26)

これらの図は、100%を超える場合の問題解決には活用できないのが欠点である。しかし、初期の段階にパーセントを理解する上で、 10×10 マス図が有効であることを指摘する先行研究は少なくない (例えば、Cooper & Irons, 1987; Ninngish 他, 2017; Mura & Hodnik, 2020)。

日本の教科書では扱っていないが、有効な図であると考えられる。

③ 比較スケール図

Dewar (1984) は、1 本の数直線の左右 (あるいは上下) に、%と対象となる量のメモリを付けたもの (Comparison scale) を提案した (図 4)。この図は、4 つの数量の比例式を作るのに都合がよい (図 4 の場合、 $9/100 = 36/y$)。Dole (1999) は同じ図を Proportional number line と呼び、この図の有効性を指摘している。

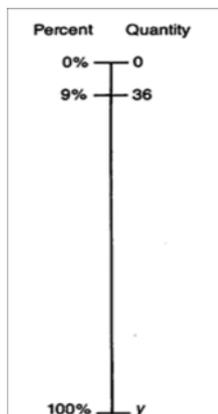


図 4 Dewar の図 (p. 49)

また、Haubner (1992) は、Dewar に似た図 (dual number line) を提案した (図 5)。Dewar の図との違いは、線を幅のある長方形としている点である。

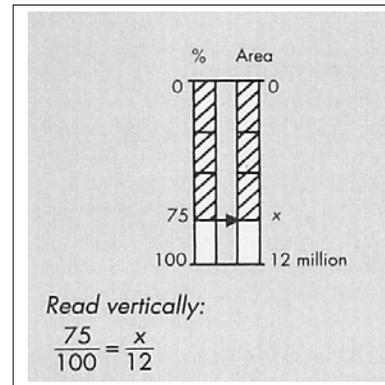


図 5 Haubner の図 (p. 233)

しかし、これらの図は、対比型の問題を解決する上では使いにくいという指摘がある (Parker & Leinhardt, 1995)。

④ パーセントバー

van den Heuvel-Panhuizen (2003) は、テープ図の上下にパーセントと対象となる量のメモリを付したものを提案した (図 6)。その後多くの研究者が、その有効性を指摘している (例えば、van Galen & van Eerde, 2013; Pöhler & Prediger, 2015)。

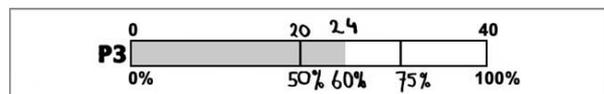


図 6 van den Heuvel-Panhuizen のパーセントバー (p. 22)

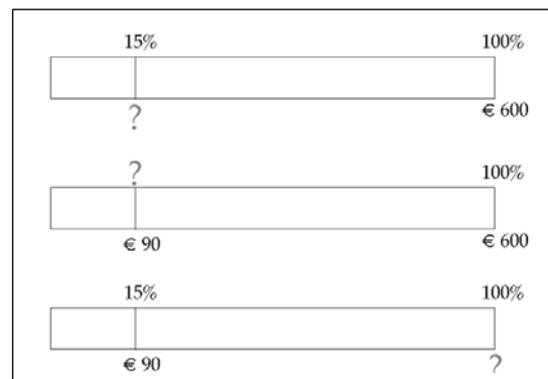


図 7 van Galen & van Eerde のパーセントバー (p. 3)

これらの図は本質的に比較スケール図と同じである。他にも、Fosnot & Dolk (2002) は、比較スケール図を横にした Double number line を提案した。また、Mula & Hodnik (2020) は、100%を超える場合の図として、拡張したバーモデル (extended bar model) を提案した (図 8)。

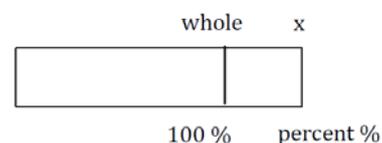


図 8 Mula & Hodnik の拡張したバーモデル (p. 266)

この拡張した図は、特に増減型の問題を解決する上で有効であることを指摘している。

比較スケール図やパーセントバーの図は、日本の算数教科書で扱う複線図（3(2)で後述）に近い図表現である。

⑤ 2量図

Parker & Leinhardt (1995) は、増減型や対比型にも活用できる図として、2量図 (Dual-figure model) を提案した (図9)。

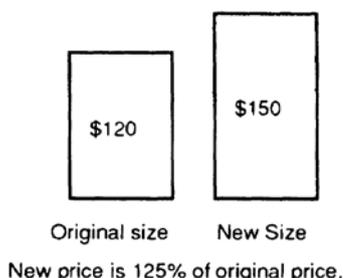


図9 Parker & Leinhardt の2量図 (p. 441)

2つの図が、「量と%」ではなく「比較する2量」を表示している点が、Haubnerの図とは異なる。

Parker & Leinhardt (1995) は、上記①～⑤の図を列挙した上で、最適な図を探すのではなく、それぞれの図の長所と限界を明らかにすることが重要であると指摘している、筆者らも同じ考えである。

⑥ 割合表

Mula & Hodnik (2020) は、例えば360の30%を求めるのに、まず10%を求め、次に20%を、そして30%を求める割合表を活用する方法 (表2) を示した。

表2 Mula & Hodnik の割合表 (p. 264)

| | | | | |
|------------|------|-----|-----|-----|
| amount | 360 | 36 | 72 | 108 |
| percentage | 100% | 10% | 20% | 30% |

このような活動を通して、比例的推論の力が育成され、問題解決力が身につくことを指摘している。

⑦ その他のツール

Schmarz (1977) は、Preproportion form と Proportion form を関連付けて、比例式を作る方法を提案した。

| | |
|----------------------|-------------------|
| [Preproportion form] | [Proportion form] |
| A is P% of B | A/B=P/100 |

これは、「BのP%はAである」という表現を「 $B \times p/100 = A$ 」という式に翻訳する指導といえる。

また、Teahan (1979) は、「is」、「of」、「%」に相当する数値を記入して式を作る三角形の図を提案した (図10)。この図は、日本でも学校でしばしば指導される「く・も・わ」と同じである。

しかし、これらのツールは、形式的な理解にとどまり、割合の理解を深めることにつながらないと考える。

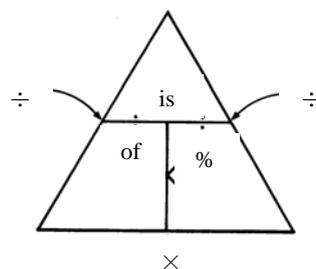


図10 Teahanの図 (p. 16)

(3) 割合問題の解決方法

Parker & Leinhardt (1995) は、割合問題の解決方法として、次の5つを挙げている。

- ① The Case Method
- ② 方程式による方法
- ③ 公式による方法
- ④ 帰一法
- ⑤ 比例式 (分数) による方法

①は、第1～3用法のいずれかを判別し、それぞれの計算式を使って求める方法である。

②は、Volpel (1954) がその有効性を指摘した方法であり、求める数量を x とし、第2用法の方程式を作り解く方法である。

③は、 $P=BR$ (Percentage=base×rate) に当てはめる方法で、本質的には②と類似している。

④は、Bulter (1936) が提案した方法であり、まず1%の量を求めた上で他の%の量を求める方法で、意味理解が容易である。類似の方法として、1%の代わりに10%や50%を求め、それを基準に他の%を求める方法 (例えば、Lembke & Reys, 1994) もある。

⑤は、Wendt (1959) がその有効性を主張した方法であり、比例の関係を分数の形に表し、分母と分子をたすき掛けして等式を作る方法である。

また、Parker & Leinhardt (1995) は、複数の方法を比較した先行研究の結果を、次の4点に整理している。

(a) 伝統的な Case Method の方法の指導は、他の方法に比べて最も効果が小さい。

(b) 一定以上のレベルの生徒には、比例式による方法を指導した場合に改善が見られる。

(c) いろいろな方法をバラバラに学ぶよりも、統合的に学ぶ方がよい結果が得られる。

(d) 成人の場合は、解き方よりも統合、言語、表現の問題に焦点を当てて指導した方がよい。

特に、(a)の指摘は、やみくもに第1～3用法の公式を覚えて解決する方法が望ましくないことを示唆して参考になる。

(4) パーセントに関する子どもの理解

Parker & Leinhardt (1995) は、先行研究を分析して、パーセント問題にみられる生徒の誤答として、次の5点を挙げている。

- ① %記号を無視する誤り
- ② %から小数への変換ミス
- ③ ランダムアルゴリズム
- ④ 第1用法, 第3用法の問題解決における誤り
- ⑤ 100%を超える場合の誤り

①は, 例えば「Nの9/9は, Nの何%か」に対して, 「Nの1%」と答える等, $9/9=1\%$ とする誤りのことである。

②は, 例えば, 0.55は55%に正しく変換するが, 0.9を9%に誤って変換する等の誤りのことである。

③は, 商が整数になるなら割り算, そうでないなら掛け算するような誤りのことであり, 例えば「8は32の何%か」のような問題を解くのに, 32を8で割って4と答える誤りのことである。

④は, 第1用法, 第3用法の問題解決において, 除数と被除数を逆にする誤りのことである。

⑤は, 例えば $120\%=0.120$ としたり, 60を30の50%としたりする誤りのことである。

他にも, 例えば「パーセントの問題は, 乗法か除法を使っていつも解いているので, もし問題文の中に50%と40があれば, 0.5×40 , $40/0.5$, $0.5/40$ を計算し, その中で一番それらしい答えを選ぶ. その答えが偶然にも正解になる」(p.459)という生徒や, 100%の意味を「部分を含む容器」と捉えて, パーセントの数値が比較量を表すという本質を理解せず, 小数に直して計算するときに使う値としてパーセントを使うようになる生徒がいることを指摘した (p.462)。

Gay (1997) は, 調査において「15の25%は15より大きい. なぜなら25は, 15よりも大きいから」と答えた生徒がいたことを示し, この生徒は, パーセント記号が何を意味するかがわからず, 問題で示された2つの数値に焦点を当てて%記号を無視したことを指摘した (p.33)。

Dole (1999) は, インタビュー調査の結果から, 熟達していない(第1~3用法のいずれもできない), あるいは少し熟達している(第2用法のみできる)生徒は, 解決のための決まった方法で求めたが, 熟達している(第1~3用法がすべてできる)生徒は, 決まった方法ではなく, 柔軟な方法を混ぜたり, 試行錯誤で求めたりしたことを指摘した (p.1)。

日本の先行研究でも, 第2用法に比べて第1用法, 第3用法の正答率が低いこと, %の意味を理解しないで問題文に出てくる数値を適当に計算して答えとする誤りがあること等(例えば, 金井, 2002; 熊倉他, 2019)が指摘されていて, 同様な傾向があることがわかる。

(5) パーセントの指導

Cooper & Irons (1987) は, パーセントの基本概念として「1パーセントが全体を100等分したときの1つ分に相当する分数である」ことを理解するために,

10×10マス図と記号%と言語の関係を示した図11を示して, この関係を指導する重要性を指摘している。

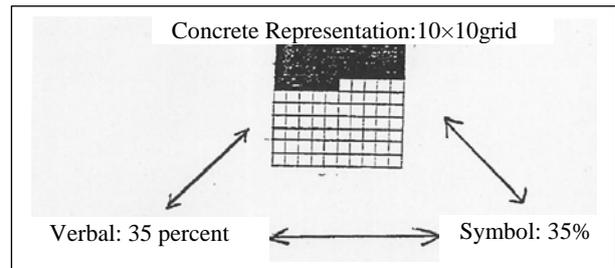


図11 Cooper & Irons の関係図 (p.51 一部改訂)

1%を $1/100$ で定義している点, パーセントの導入に10×10マス図を活用している点は, 日本の教科書に見られない特徴である。

Dole (1999) は, パーセントの指導モデルとして図12を提案している。

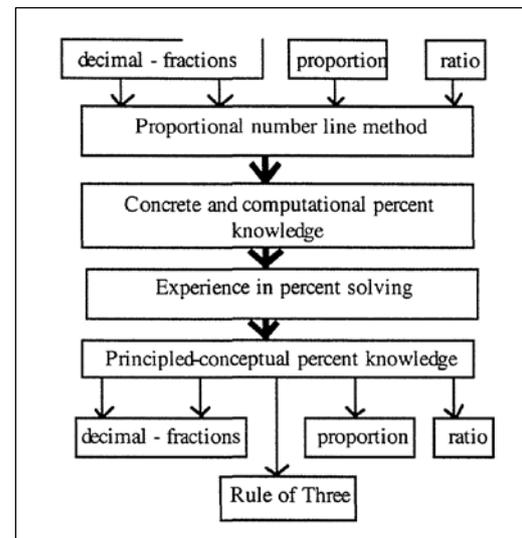


図12 Doleのパーセント指導モデル (p.244)

このモデルの特徴は, Proportional number line (図4と同じ図)を手立てにパーセント問題を解決することを通して, パーセントの理解を深め, 関連する分数・小数, 比例, 比, 及び三数法 ($a:b=c:d$ の3数から残りの数を求める方法)の理解を深めていく点にある。

また, Mula & Hodnik (2020) は, PGBEモデル (Poster method, 10×10 grid, Bar model, Extended bar model)を提案している。①導入で, 新聞等に掲載しているパーセントの記事を集め, 予備知識をもとにパーセントを知り, ②10×10マス図(図3)を活用して基本概念を理解し, ③Bar model(図7と同じ図)を用いてパーセント問題の解決方法を理解し, ④100%を超えるパーセント問題を Extended bar model(図8)を用いて解決する方法を理解する, という指導モデルである。導入では10×10マス図を, 問題解決では Bar modelを用いる点に特徴がある。

3. 日本の算数教科書の分析

平成 29 (2017) 年告示学習指導要領における割合に関わる記述は、学習内容が「関係と変化」領域にまとめられ、同種の 2 量の割合である「簡単な場合についての割合」が 4 年に新たに加わり、異種の 2 量の割合の 1 つである「速さ」が 6 年から 5 年に移行される等、割合指導の内容が大幅に変更された。

これらの指導要領改訂に基づく日本の割合指導の特徴を明らかにするために、以下では、4 年「C(2)簡単な場合についての割合」と 5 年「C(3)割合」、及び 6 年の割合に関わる内容の扱いについて、算数教科書 6 社 (A~F 社とする)¹⁾ を分析する。分析の観点は次の 4 点とする。

- (1) 指導内容と順序
 - (2) 問題解決のための図表
 - (3) 全体部分型、増減型、対比型の扱い
 - (4) 6 年での割合に関連する内容の扱い
- (1) 指導内容と順序

4 年、5 年の割合の単元における指導内容と順序の分析結果は、表 3、表 4 の通りである。

表 3 4 年の指導内容と順序

| | |
|---|--------------------------|
| A | 1 用法→→比較→割合定義① |
| B | 比較→割合定義②→比較→2 用法 |
| C | 1 用法→2 用法→3 用法→比較→割合定義② |
| D | 2 用法→1 用法→3 用法→比較→割合定義② |
| E | 1 用法→3 用法→比較→割合定義① |
| F | 比較→割合定義①→2 用法・3 用法→PP→PP |

表 4 5 年の指導内容と順序

| | |
|---|---|
| A | 比較→比較→公式 1→1 用法→%定義→比較→歩合定義→1 用法→%2 用法→公式 2→%2 用法→%3 用法→公式 3→%活用 |
| B | 比較→公式 1→1 用法→1 用法→%定義→%1 用法→1 用法→歩合定義→%2 用法→公式 2→%3 用法→公式 3→%2 用法→%3 用法→%3 用法→%活用 |
| C | 比較→公式 1→1 用法→%定義→歩合定義→%2 用法→公式 2→%3 用法→%2 用法→%活用 |
| D | 比較→公式 1→1 用法→%定義→%2 用法→公式 2→%2 用法→%3 用法→%2 用法→%3 用法→1 用法→歩合定義→%活用 |
| E | 比較→比較→公式 1→1 用法→%定義→1 用法→歩合定義→%2 用法→公式 2→%3 用法→公式 3→%2 用法→%活用 |
| F | 比較→公式 1→1 用法→2 用法→公式 2→3 用法→1 用法→%定義→%3 用法→%2 用法→%2 用法→%3 用法 |

表中で、「比較」とは平成 29 年告示学習指導要領の目標にある「ある 2 つの数量の関係と別の 2 つの数量の関係とを比べる」問題、「○用法」「%○用法」とは○用法の問題あるいは%の問題、「%活用」とは

日常事象への判断を問う%の活用問題のことであり、これらの問題には練習問題等を含めていない。記載順を「→」で示すが、前後で単元が異なるときは「→→」で表す。公式 1~3 は、第 1~3 用法に基づく計算公式を表す。また、「割合定義①/②」及び「PP」は、それぞれ以下のイ、カで後述する。

表 3、表 4 から、次の点を指摘できる。

ア 4 年での割合の定義の導入では、必ず「比較」の問題を扱っていることがわかる。これは、「割合」という用語は、割合を使うことの必然性のあるところで導入し、単なる倍とは違う意味があることが感得できるように配慮すべき」という前田 (1960, p.240) の主張と符合する。いずれの教科書も、2 つの数量の関係を比較する活動を行った上で割合を導入している点に特徴がある。

イ 割合の定義は、次の 2 つに類別できる。

- ① 比較量が基準量の何倍にあたるかを表す数
- ② 基準量を 1 とみたときの比較量にあたる数

算数教科書における割合の定義は、以前から確定している訳ではなく、時代による揺れがあり様々な変遷を経て (渡辺, 1957; 直, 1991), 上記の 2 つに至っている。ただし、いずれの教科書も、定義した後に他方の捉え方を扱っている。このことから、割合は「倍」と関連付けて扱われていることがわかる。

ウ 5 年での百分率や歩合の定義の導入では、前述したような「比較」の問題は扱っていない。代わりに、第 1 用法の問題を扱った後に定義している。いずれの教科書も、割合を表す 0.01 を 1%と定義していて、%は第 1 用法で求める「小数倍」と関連付けて扱われていることがわかる。

エ 5 年の 5 社の教科書では、割合指導の最後に百分率の活用問題を扱っている。しかしこれらは、「比較」の問題とは異なり、どの社も買い物場面で、割合による割引価格と金額による値引き価格を比較する問題である。

オ 5 年では、6 社中 3 社が公式 1~3 をこの順に扱っていて、残り 3 社が公式 1, 2 を扱っている。公式 3 を扱っていない 3 社は、第 3 用法を公式 2 に基づき求めている。

カ 4 年の F 社では、次のような「割合の割合」を考える PP タイプの問題 (熊倉他, 2019) を扱っていて、特徴的である。

テレビ塔の高さは 90m で、これは百貨店の高さの 3 倍です。百貨店の高さは、学校の高さの 2 倍です。学校の高さは何 m ですか。(p.122)

このタイプの問題は、例えばフィンランドでは高校で扱われている (熊倉他, 2020)。

(2) 問題解決のための図表

4年、5年の割合の単元において、割合の問題解決に、どのような図表を用いているかの分析結果は、表5の通りである。

表5 問題解決のための図表

| | 4年 | 5年 |
|---|----------|-----------------|
| A | TTL | TL, TTL→LL, 4マス |
| B | LTL | LTL, LL |
| C | TTL | LL |
| D | TTL | LL |
| E | TTL | TTL, LL |
| F | TTL, 関係図 | TTL, 関係図, 線分図 |

表中で、TTL, LTL, TL, LL, 線分図, 関係図, 4マスは、それぞれ図13の図表を表す。

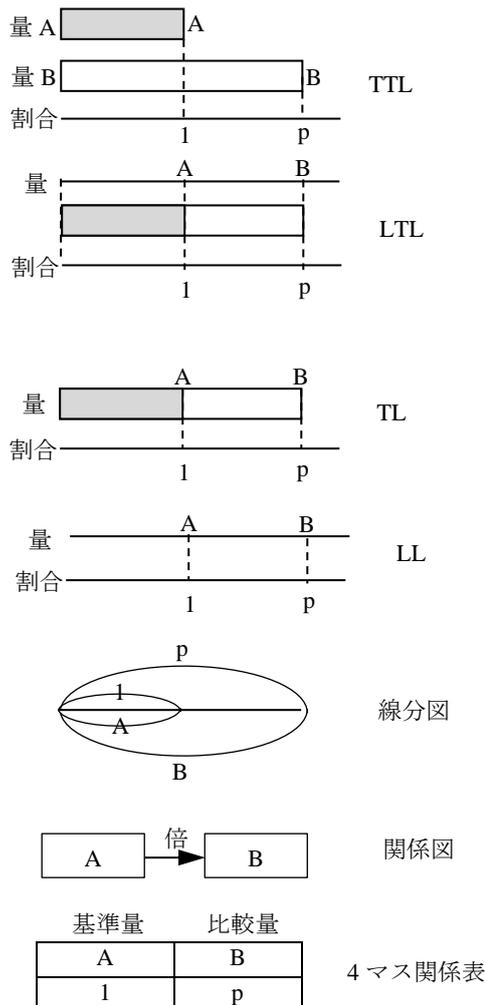


図13 問題解決のための図表

表5から、4年ではテープ図2本と数直線1本を組合せた図(TTL)が多いが、5年では数直線2本を組合せた図(LL) (以下、複線図)が多いことがわかる。しかし、この複線図は、中学生や高校生にとって、必ずしもわかりやすい図とはいえないことが指摘されている(熊倉他, 2019)。

(3) 全体部分型, 増減型, 対比型の扱い

割合の問題は、次の3つに類別できる(岡田, 2008; 熊倉他, 2020)。

- ① 全体部分型
- ② 増減型
- ③ 対比型

4年、5年の割合の単元において、どの問題をどのような順序でどの程度扱っているかを分析した結果は、表6, 表7の通りである。

表6 4年の全体部分型・増減型・対比型の扱い

| | 指導順序 |
|---|---|
| A | 幅跳び記録と身長比(対比) → ゴム伸び率(増減) |
| B | 値上げ率(増減) → ゴム伸び率(増減) → ゴム伸び率(増減) |
| C | クジラ体長比(対比) → 包帯伸び率(増減) |
| D | テープ長比(対比) → ゴム伸び率(増減) |
| E | クジラ体重比(対比) → ラッコ体重比(対比) → ゴム伸び率(増減) |
| F | イルカ・クジラ体長比(対比) → ポテト重さ比(対比) → 建物高さ比(対比) → 体重比(対比) |

表7 5年の全体部分型・増減型・対比型の扱い

| | 指導順序 |
|---|---|
| A | 成功率(全部) → 乗車率(全部) → 乗車率(全部) → 打率(全部) → 人数比(対比) → 面積率(全部) → 割引率(増減) → 花畑面積率(全部) → 割引率(増減) |
| B | 成功率(全部) → 人数比(対比・全部) → 回答率(全部) → 乗車率(全部) → 勝率(全部) → 回答率(全部) → 人数増加率(増減) → 割引率(増減) → 割引率(増減) → 増量率(増減) → 割引率(増減) |
| C | 成功率(全部) → 入部率(全部) → 果汁率(全部) → 増量率(増減) → 割引率(増減) → 割引率(増減) |
| D | 勝率(全部) → 学年率(全部) → 乗車率(全部) → 濃度(全部) → 重量比(対比) → 割引率(増減) → 割引率(増減) → 勝率(全部) → 割引率(増減) |
| E | 成功率(全部) → 希望率(全部) → 人数比率(全部) → 成功率(全部) → 出荷率(全部) → 人数比(対比) → 割引率(増減) → 割引率(増減) |
| F | 希望率(全部) → 演奏者率(全部) → 学年率(全部) → 人数比(対比) → 割引率(増減) → 割引率(増減) → 割引率(増減) |

表中で挙げている問題は、表 3、表 4 と同様に練習問題等は含めていない。(全部)(対比)(増減)は、それぞれ「全体部分型」「対比型」「増減型」の問題を表している。また、表 4 と同様に、記載順を「→」で示すが、前後で単元が異なるときは「→→」で表す。表 6、表 7 から、次の点を指摘できる。

ア 4 年で扱っている問題タイプとその順序は、1 社が対比型のみ、1 社が増減型のみ、残り 4 社は対比型→増減型の順に両方を扱っている。割合が 1 以下に限られる全体部分型がないのは、学習指導要領で、割合が整数の場合に限定されるためである。

イ 5 年で扱っている問題タイプとその順序は、いずれの教科書も全体部分型で導入し、その後に対比型や増減型を扱っている。全体部分型は割合が 1 以下に限られるが、増減型や対比型に比べて理解しやすいと考へて、導入においてまず全体部分型を扱っているものと考えられる。

ウ 4 年では B 社が、5 年では B 社と C 社が、対比型の問題をまったく扱っていない。対比型は、全体部分型や増減型に比べて難しい(金井, 2002; 岡田, 2008, 熊倉他, 2019)ため、これを扱わないようにしていると考えられる。

(4) 6 年での割合に関連する内容の扱い

4 年、5 年で割合を学習した後に、6 年で割合の理解を深める学習場面がどのように扱われているかを調べた。調査対象とする単元は、割合に関連すると考えられる「分数の乗法・除法」「比」「比例」「データの考察」である。分析した結果は、表 8 の通りである。

表 8 6 年での割合に関する内容の取扱い

| | 分数の乗除 | 比 | データ | 比例 |
|---|--------|-----|-----|----|
| A | 分数倍 | | % | |
| B | 分数倍, % | | % | |
| C | 分数倍 | 比の値 | % | |
| D | 分数倍 | | % | |
| E | 分数倍 | | % | |
| F | 分数倍 | | % | |

表中の「分数倍」「%」「比の値」の意味は、それぞれ以下で後述する。表 8 から、次の点を指摘できる。

ア 「分数の乗法・除法」の単元では、いずれの教科書も単元の最後に、例えば図 14 のように、第 1~3 用法に相当する分数倍の問題を扱っている。

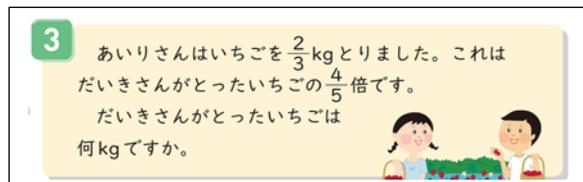


図 14 小 6・分数倍(第 3 用法)の問題(D社, p. 121)

さらに B 社のみは、このような問題だけではなく、%を使った図 15 のような問題も扱っている。

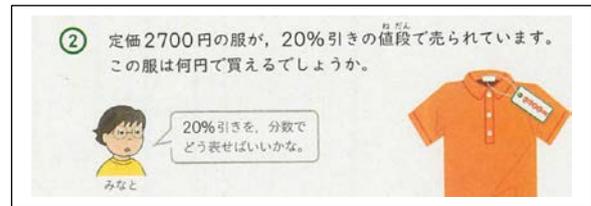


図 15 小 6・分数倍を使う%の問題(B社, p. 63)

図 14 のような問題の解決を通して、割合の理解を深めることは期待できるが、「割合」という用語は登場しない。一方、B 社の問題は、5 年で学んだ割合の問題を振り返り、小数倍での求め方と比較しながら、統一的に考えることが期待できる。

イ 「比」の単元では、比の値の定義を、C 社のみが「 $a:b$ で、 b をもとにして a がどれだけの割合になるかを表したもの」としていて、5 年で扱う割合の定義と関連付けている。このように比と割合を関連付けることを通して、割合の理解を深めることが期待できる。一方で、例えば 5 年で扱う第 1~3 用法の問題を、比を使って解決する活動を取り入れることも考えられるが、そのような問題を扱っている教科書は 1 社もなかった。

ウ 「データの考察」の単元では、いずれの教科書にも%が登場するが、円グラフや帯グラフ等のグラフに登場するものと、図 16 のような度数分布表や柱状グラフをもとに割合(%)を求める問題を扱っているものがあつた。どちらの問題も割合の理解を深めることにつながるが、特に 6 年で学習する内容と関連付けている図 16 のような問題は、より一層、割合の理解を深めることが期待できると考えられる。

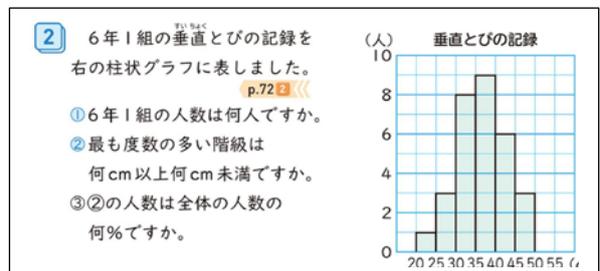


図 16 小 6・データの考察における割合(D社, p. 78)

エ 「比例」の単元では、異種の 2 量の割合に関連した問題はあるが、同種の 2 量の割合に関する問題は、いずれの教科書にも見いだせなかった。しかし、同種の 2 量の割合も、異種の 2 量の割合と同様に比例関係を前提としたものであるから、割合の第 1~3 用法に相当する問題を「比例」の単元で扱うことは可能であると考えられる。

4. 日本の割合指導の特徴と カリキュラム構築への示唆

2で述べた海外の先行研究の分析と、3で述べた日本の教科書分析の結果を踏まえて、日本の割合指導の特徴とカリキュラム構築への示唆として、次の5点を挙げる。

(1) 2つの数量の関係を比べ判断する活動を活用場面でも行う

日本では、割合の導入で「2つの数量の関係を比べる活動」を扱い、割合の必要性を感得させている。これは、今回分析した海外の先行研究では見られない活動であり、日本の割合指導の特徴である。一方で、この活動は導入以降ではほとんど扱われない。割合の理解を深めそのよさを感得する意味では、導入だけでなく活用場面でも、2つの数量の関係を比べ判断する活動を用意することが重要である。

(2) パーセントを分数と関連付ける

海外では、1%を「100等分した1つ分の大きさ」として分数と関連付けて扱い、10×10マス図を用いて理解を深めている。一方、日本では、倍と関連付け、特にパーセントは小数倍で指導している点に特徴がある。しかし、5年の導入問題はすべて、分数の概念に関わる全体部分型である。パーセントの意味理解を深める意味でも、分数と関連付けて指導することがもっと考えられてよい。その際には、海外の先行研究で有効であると指摘される10×10マス図など、パーセントの量感を持たせる図を積極的に活用することについても検討したい。

(3) 帰一法を含めて、様々な方法を扱う

海外の先行研究では、いわゆる第1～3用法のそれぞれの式を用いる以外にも、方程式を使ったり、帰一法を使ったりするなど、いろいろな方法を扱うことの有効性を指摘している。一方、日本の算数教科書は、第1～3用法それぞれの求め方、あるいは第1用法と第2用法の求め方を公式として扱い、公式に基づいて求める方法を指導する点に特徴がある。帰一法については、異種の2量の割合を求める場面で、単位量当たりの大きさを求めるのに用いているが、パーセント問題の解決では扱っていない。しかし、帰一法は、割合の2量の比例関係や計算の意味理解を深める意味で効果的である。帰一法による方法も含めて、様々な方法を扱うことが重要である。

(4) 様々な問題解決の図表を扱う

パーセント問題の解決に、海外の先行研究では、比較スケール図、パーセントバー、2量図、割合表など、様々な図表を用いていた。一方、日本の教科書でも、TTL、LTL、LL、TL、線分図、関係図、4マス関係表など、教科書会社によって様々な図表を用いていた。しかし5年では、6社中5社がLL図を主として用いている点に特徴がある。Parker & Leinhardt (1995)が

指摘したように、それぞれの図にはメリット・デメリットがあり、子どもによっても理解しやすい図は異なる。日本の子ども達の実態も同様であり(熊倉他, 2019)、これらの点を踏まえると、学習指導の場面では、様々な問題解決の図表を取り上げることが重要である。

(5) 6年でも割合と関連付けた内容を扱う

海外の割合指導では、前述したDoleの指導モデルのように、割合を、分数・小数や比、比例等と関連付けて指導する重要性が指摘されている。日本の教科書では、小5での割合学習後に、小6での分数倍や比の値の定義、統計などの学習場面で、割合と関連付けた扱いが一部教科書に見られるが、それらの扱いは十分とは言えず、日本の割合指導はあまりスパイラルを意識していないといえよう。割合の理解を確かなものとし、さらに理解を深めるためには、「比例」の単元も含めて、6年でも割合と関連付けた内容を、積極的に扱う必要がある。

今後の課題は、次の2点である。

- ① 本研究で得られた割合指導に関する示唆を踏まえて実践を行い、その有効性を検証する。
- ② 中・高での指導も含めて、小・中・高を一貫した体系的カリキュラムを構築する。

なお、本研究は、科研基盤(C)20K02761(代表者:熊倉啓之)「小・中・高を一貫した「割合」指導の体系的カリキュラムの開発」の助成を受けて行ったものである。本研究グループのメンバーは、標記の3名に加えて、以下の通りである(所属は2020年度現在)。

早川健(山梨大学)、近藤裕(奈良教育大学)、江頭希美(浜松市立瑞穂小学校)、大川拓郎(静岡市立伝馬町小学校)、杉山俊介(静岡市立清水有度第二小学校)、平等正基(湖西市立新居小学校)、馬淵達也(浜松市立村櫛小学校)、杉山智子(西遠女子学園)、永野翔一(焼津市立和田中学校)、美澤将史(藤枝市立藤枝中学校)、和田勇樹(静岡県立清水南高等学校中等部)、谷川尚(静岡県立静岡城北高等学校)、田開伯幸(静岡県立清水東高等学校)、富田真永(静岡県立静岡西高等学校)

また本稿は、日本科学教育学会第44回年会(熊倉, 2020)、および日本数学教育学会第53回秋期研究大会(熊倉他, 2020)における発表内容を、大幅に加筆し再構成したものである。

注

1) 分析対象とした5年生・6年生用の算数教科書は、次の6社の平成31年検定済み教科書である。

学校図書、教育出版、東京書籍、大日本図書、日本文教出版、啓林館

引用・参考文献

- Bennett, A. B. & Nelson, L. T. (1994). A conceptual model for solving percent problems, *Mathematics Teaching in the Middle School*, 1(1), 20-24.
- Bulter, C. H. (1936). Some observations on teaching percentage, *Mathematics Teacher*, 36, 283-284.
- Cooper, T. & Irons, C. (1987). Ratio, proportion and percentage in the primary school: Trial materials. Brisbane, Queensland: *Brisbane College of Advanced Education*. 1-51.
- Dewar, J.M. (1984). Another look at the teaching of percent, *Arithmetic Teacher*, 48-49.
- Dole, S. L. (1999). Percent knowledge: Effective teaching for learning, relearning and unlearning. *Doctoral dissertation, Queensland University of Technology*.
- Erickson, D.K. (1990). Percentage and cuisenaire rods. *Mathematics Teacher*, 83, 648-654.
- Fosnot, C. T. & Dolk, M. (2002). Developing mathematical models. *Young mathematicians at work: Constructing Fractions, Decimals, and Percents*. Heinemann, 84-88.
- Gay, A.S. (1997). Middle School Students' Understanding of Number Sense Related to Percent. *School Science and Mathematics*, 97(1), 27-36.
- Haubner, M.A. (1992). Percents: Developing meaning through models, *Arithmetic teacher*, 232-233.
- 金井寛文(2002).割合に関する児童・生徒の理解の実態についての一考察.日本数学教育学会誌,84(8),3-13.
- 古賀昇一(1960).各国における割合指導,新算数教育講座第三卷-数量関係,吉野書房,308-320.
- 国立教育政策研究所(2018).平成 30 年度全国学力・学習状況調査報告書小学校算数,56-58.
- 熊倉啓之(2019).フィンランドの小学校・中学校・高等学校における割合指導の分析.日本科学教育学会年会論文集要旨集,43,177-180.
- 熊倉啓之・國宗進・裕元新一郎(2019).中学生・高校生の割合の理解に関する調査研究.静岡大学教育実践総合センター紀要,29,80-89.
- 熊倉啓之・國宗進・裕元新一郎・早川健・近藤裕(2020).中学校・高等学校数学科における割合指導に関する研究.静岡大学教育実践総合センター紀要,30,49-58.
- 熊倉啓之(2020).海外における割合指導に関する先行研究の分析.日本科学教育学会年会論文集,44,307-310.
- 熊倉啓之・國宗進・裕元新一郎(2020).教科書・先行研究からみた日本の割合指導の特徴.第 53 回秋期研究大会発表集録,297-300.
- 栗山和弘・吉田甫(2016).割合概念の学習における認知的障害-等全体のインフォーマルな知識に着目して-.教授学習心理学研究, 12, 1-9.
- Lembke, L. O. & Reys, B. J. (1994). The development of, and interaction between, intuitive and school-taught ideas about percent. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(3), 237-259.
- 前田隆一(1960).割合の概念.新算数教育講座第三卷-数量関係,吉野書房,239-243.
- 文部省(1957).全国学力調査報告書 国語・数学.
- Mula, M. & Hodnik, T. (2020). The PGBE model for building students' mathematical knowledge about percentages, *European Journal of Educational Research*, 9(1), 257-276.
- 中村享史(2002).割合指導に関する研究の動向と今後の方向.日本数学教育学会誌,84(8),14-21.
- 中西正治・杉井誠(2018).割合の教授法に関する一考察.三重大学教育学部研究紀要,69,195-220.
- 直芳子(1991).小学校における割合指導の変遷(2)-「割合」と「比」の定義に着目して-.日本数学教育学会誌,73(2),2-10.
- Ningsih, S., Putri, R. I. I. & Susanti, E. (2017). The use of grid 10×10 in learning the percent. *Mediterranean Journal of Social Sciences*, 8(2), 113-120.
- 岡田いずみ(2008).割合文章問題における介入授業の効果-分数表示方略の提案-.教授学習心理学研究,5(1),32-41.
- Parker, M. & Leinhardt, G. (1995). Percent: A privileged proportion, *Review of Educational Research*, 65(4),421-481.
- Pöhler, B. & Prediger, S. (2015). Intertwining lexical and conceptual learning trajectories - A design research study on dual macro-scaffolding towards percentages. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 11(6), 1697-1722.
- Saptura, C., Suh, J. & Mahaffey, G. (2007). Masterpieces to mathematics: Using art to teach fraction, decimal, and percent equivalents, *Mathematics Teaching in the Middle school*, 13(1),24-28.
- Schmarz, R. (1977). The Teaching of percent, *Mathematics Teacher*, 70, 340-343.
- Teahan, T. (1979). How I learned to do percents. *Arithmetic Teacher*, 5, 16-17.
- 寺岡利幸・横山真智子(1983).割合指導における導入時の工夫, 日本数学教育学会誌,65(6),15-18.
- van den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics*, 54(1), 9-35.
- van Galen, F. & van Erde, D. (2013). Solving problems with the percentage bar. *IndoMS, Journal on Mathematics Education*, 4(1), 1-8.
- Volpel, M. C. (1954). Solving percentage problems by the equation method. *Mathematics Teacher*, 47, 425-427.
- Weibe, J. H. (1986). Manipulating percentages. *Mathematics Teacher*, 79, 23-26.
- Wendt, A. (1959). Per cent without cases. *Arithmetic Teacher*, 6, 209-214.
- 渡辺正八(1957).割合について.日本数学教育学会誌,39(8),26-29.