

## 交通渋滞の線形安定性とシミュレーション\*

村松 将 邦<sup>\*1</sup>, 長 谷 隆<sup>\*2</sup>

## Simulation and Linear Stability of Traffic Jams

Masakuni MURAMATSU and Takashi NAGATANI

A traffic jam induced by slowing down is investigated using simulation techniques of molecular dynamics. When cars are decelerated by the presence of hindrance, two typical traffic jams occur behind the hindrance: one is an oscillating jam and the other is a homogeneous jam. When the slowing down is small, the oscillating jam occurs. If the slowing down is large, the jam is homogeneous over space and time. Also, a backward propagating soliton-like jam is observed. The linear stability theory is applied to the traffic flow. The phase boundary between the oscillating and homogeneous jams is compared with the neutral stability line obtained by the linear stability theory.

**Key Words:** Traffic Flow, Traffic Jam, Molecular Dynamics, Linear Stability Theory

## 1. 緒言

最近, 交通流問題は, 多くの注目を浴びてきた<sup>(1)</sup> -<sup>(7)</sup>. 中でも, 交通渋滞問題は我々の生活においても大変重要な問題であり, 交通渋滞の改善が望まれている. 交通流に対するシミュレーション技法の研究は 1950 年代に始まり, 主に交通工学として発展してきた. コンピュータの急速な発展と普及に伴い, シミュレーション技法も急速に進歩し, 交通流の解析が様々な方法でなされるようになってきた. 交通工学の分野においては, 一台一台の車の動きに注目して, 各車の運動方程式によって記述する方法がとられており, また Lighthill, Whiteham らによる流体力学の分野からのアプローチもある<sup>(8)-(10)</sup>. これは, 交通流を連続体として記述したモデルである. 最近, 急速に発展してきたモデルは粒子モデルであり<sup>(11)-(15)</sup>, その簡単かつ重要なものがセルオートマトンモデルである<sup>(16)-(21)</sup>. 重要なことは, 自由流から混雑流への転移を示す点である. この転移は, 交通流の一つの重要な現象である. しかし, セルオー

トマトンモデルは, 車の運動を簡単な規則で与えているという点で, 交通工学としては不十分である. そこで, 分子動力学的立場からアプローチして, 車の加速減速仮定を考慮した追従モデルが提案された. 追従モデルとは, 車を分子とみなし, 車の運動は直前の車の運動によってのみ決定するというモデルである. しかし, その直前の車はさらに前の車の影響を受けるため, 最終的にある一台の車はそれ以外のあらゆる車の影響を受けて運動している事になる. しかし, 従来の追従モデルは非常に複雑であったため, 坂東らは最適速度モデルを提案した<sup>(12), (13)</sup>. 最適速度モデルとは, 車間距離によって決定する最適速度と現在の速度との差によって加速減速するというモデルである. このモデルを用いて, 数値シミュレーションをおこなうと交通流の重要な現象である自由流から混雑流への相転移が現れる.

これらの研究における自由流から混雑流への相転移は, 何ら特別な原因なしに発生する自発渋滞である. しかし, 現実的にはトンネルや交通事故のような減速を余儀なくさせられるところで多く渋滞が観測される. このような, 円滑な交通の妨げとなるものをボトルネックと呼ぶが, ボトルネックを考慮に入れた研究はあまりなされてこなかった. 実際にボ

\* 原稿受付 1998 年 6 月 4 日.

\*1 静岡大学大学院 (〒432-8561 浜松市城北 3-5-1).

\*2 正員, 静岡大学工学部.

トルネックを考慮に入れてシミュレーションをおこなうと、ボトルネックを先頭とする一様な渋滞のほか、非常に複雑な振動する渋滞も発生することがわかった。

そこで本研究においてボトルネックを道路状況として、ボトルネックでの減速速度を変化させることにより、交通渋滞の時空構造を調べる。また、シミュレーションをおこなうにあたり、坂東らの考案した最適速度モデルを採用する。

## 主な記号

$n$  : 車の番号

 $x_n$  :  $n$  番目の車の位置
$$\Delta x_n : n \text{ 番目の車の車間距離 } (= x_{n+1} - x_n)$$
 $x_s$  : 安全距離 $V_n(\Delta x_n)$  : 車間距離  $\Delta x_n$  のときの $n$  番目の車の最適速度 $v_{-}$  : 減速速度 $a_n$  :  $n$  番目の車の運転手の感度

$t$  : 時刻

$L$  : 代表長さ

$U$  : 代表速度

ハットのついた変数は無次元量

## 2. モデルと基礎方程式

2. 1 モデル 一般に追い越しをしない場合、運転手は直前の車に反応してアクセルとブレーキをコントロールすることにより、先行する車に衝突しないように走行する。ここでは、運転手は先行する車との車間距離を目測して、それに応じて速度を決定するものと仮定する。その車間距離に応じた速度は、最適速度と呼ばれており<sup>(12)</sup>、最適速度は観測データをもとに決定することも可能である<sup>(13)</sup>。運転手はこの最適速度に近づくように加速減速する。このモデルは最適速度モデルと呼ばれている。モデルの概略図を図 1 に示す。

2.2 基礎方程式 最適速度モデルの力学方程式は以下のように与えられる<sup>(12)</sup>.

$$\frac{d^2 x_n}{dt^2} = a_n \left\{ V_n(\Delta x_n) - \frac{dx_n}{dt} \right\} \quad (1)$$

ここで、 $x_n$  は  $n$  番目の車の位置、 $\Delta x_n (= x_{n+1} - x_n)$  は先行する車との車間距離、 $v_n(\Delta x_n)$  は車間距離  $\Delta x_n$  のときの最適速度、 $a_n$  は運転手の感度（反応の速さ）

を表している.

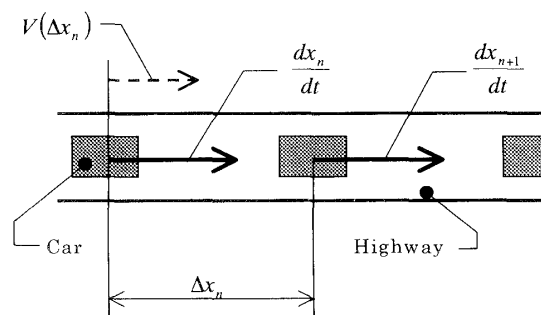


Fig.1 Model

式(1)は車の位置  $x_n$  に関する非線形方程式であり、十分多くの車が相互作用する高速道路においては、典型的な多体問題を構成している。一般に多体問題は非常に複雑な挙動を示すことが知られている。

そこで、簡単化のために感度をすべての運転手で一定とし、さらに最適速度は運転手に依存しないものとする、式(1)は以下のように書き換えられる。

$$\frac{d^2 x_n}{dt^2} = a \left\{ V(\Delta x_n) - \frac{dx_n}{dt} \right\} \quad (2)$$

さらに、計算の一般化のために、代表長さを $L$ （後に代表長さ $L$ は安全距離 $x_s$ の $1/3$ とする）、代表速度を $U$ （後に代表速度 $U$ は最高速度 $v_{\max}$ の $1/2$ とする）として以下の無次元化をおこなう。

$$\begin{aligned} \hat{x}_n &= \frac{x_n}{L} & \hat{V} &= \frac{V}{U} & \hat{t} &= \frac{U}{L}t \\ \frac{d\hat{x}_n}{d\hat{t}} &= \frac{1}{U} \frac{dx_n}{dt} & \frac{d^2\hat{x}_n}{d\hat{t}^2} &= \frac{1}{U^2} \frac{d^2x}{dt^2} & \hat{a} &= \frac{L}{U}a \end{aligned} \quad (3)$$

これによりハットのついた変数は無次元変数となる. 式 (3) の無次元変数を用いて, 式 (2) を無次元化すると次式が得られる.

$$\frac{d^2 \hat{x}_n}{d\hat{t}^2} = \hat{a} \left\{ \hat{V}(\Delta \hat{x}_n) - \frac{d\hat{x}_n}{d\hat{t}} \right\} \quad (4)$$

この無次元化により，状況によって変化するパラメータは  $L$ ,  $U$ ,  $a$  から  $\hat{a}$  のみとなり，無次元量  $\hat{a}$  が等しければ相似則が成り立つ.

次に問題となるのは最適速度関数であるが、最適速度の特性として、車間距離が増加すると速度が増し、車間距離が減少すると先行する車に衝突し

ない程度にまで減速する．よって最適速度関数はつぎの条件を満たさなければならない． i) 車間距離に対して単調増加関数， ii) 車間距離が長くなると一定値（最大速度）に漸近， iii) 安全距離  $x_c$  付近で急激に変化．ここで，車間距離が  $x_c$  より縮まると急激に減速する（高速で走行できないためブレーキを踏む）ので，  $x_c$  を安全距離と呼ぶ．この条件を満たす関数として次式の最適速度関数を採用する<sup>(12)</sup>．

$$\hat{V}(\Delta\hat{x}_n) = \tanh(\Delta\hat{x}_n - \hat{x}_c) + \tanh(\hat{x}_c) \quad (5)$$

また，実際の観測データをもとに最適速度関数を決定することも可能である．板東らは<sup>(13)</sup> 実際の観測データから，安全距離  $x_c$  を 20 m として得られた最適速度関数を用いてシミュレーションを実行し，高速道路における交通渋滞データとの比較をおこないモデルの妥当性を説いている．そこで我々は彼らのモデルを採用した．

### 3. 線形安定性

非線形系の式 (4) を線形化することにより，系の安定性を解析する．

すべての車が最適速度に達し，加速も減速もしなくなった一様な定常状態（等車間距離）において，以下の定常流解が存在する．

$$\hat{x}_n^{(0)} = bn + ct \quad (6)$$

ここで，  $b$  は定常状態における車間距離であり，  $c$  はそのときの最適速度である：  $c = \hat{V}(b)$  ．

今，式 (4) の解を以下のようにおく．

$$\hat{x}_n = \hat{x}_n^{(0)} + \hat{y}_n, \quad |\hat{y}_n| \ll 1 \quad (7)$$

ここで，  $\hat{y}_n$  は定常流解  $\hat{x}_n^{(0)}$  からの小さなずれである．式 (7) を式 (4) に代入して Taylor 展開し，さらに  $|\hat{y}_n| \ll 1$  なので，  $\hat{y}_n$  の 2 次以上の項を無視すると，

$$\frac{d^2 \hat{y}_n}{dt^2} = \hat{a} \left\{ \hat{V}'(b) \cdot \Delta \hat{y}_n - \frac{d\hat{y}_n}{dt} \right\} \quad (8)$$

となる．ここで，ダッシュは微分を表す：

$$\hat{V}'(b) = \left. \frac{d\hat{V}(\Delta\hat{x}_n)}{d\Delta\hat{x}_n} \right|_{\Delta\hat{x}_n=b} \quad (9)$$

この方程式 (8) の解は，定常流解  $\hat{x}_n^{(0)}$  からの小さなずれ  $\hat{y}_n(\hat{t})$  を車の番号を表わす空間変数  $n$  と，時間変数  $\hat{t}$  で Fourier 展開することによって得られる．

$$\hat{y}_k(n, \hat{t}) = Y \exp(i\tilde{k}n + z\hat{t}), \quad (10)$$

$$\tilde{k} = \frac{2\pi}{N} k, \quad (k = 0, 1, 2, \dots, N-1) \quad (11)$$

ここで，  $N$  は車の総数である．式 (10) を式 (8) に代入し，自明な解以外の解をもつ条件から次式を得る．

$$z^2 + \hat{a}z - \hat{a}f(e^{i\tilde{k}} - 1) = 0 \quad (12)$$

この解  $\hat{y}_k(n, \hat{t})$  は定常流からのずれなので，  $\hat{y}_k(n, \hat{t})$  の振幅が時間経過とともに増大すると，状態は不安定になる．したがって，  $u (= \text{Re}(z)) > 0$  ならば，振幅は時間経過とともに増大し，定常流は不安定になる．また逆に，  $u (= \text{Re}(z)) < 0$  ならば，振幅は時間経過とともに減少するため定常流は安定である．ここで，  $u(f, \tilde{k}) = 0$  となる中立安定状態を求めると，

$$f = \frac{\hat{a}}{\cos(\tilde{k}) + 1} \quad (13)$$

となり，  $(f, \tilde{k})$  平面は中立安定曲線によって，安定領域 ( $u < 0$ ) と不安定領域 ( $u > 0$ ) に分割される (図 2) ．

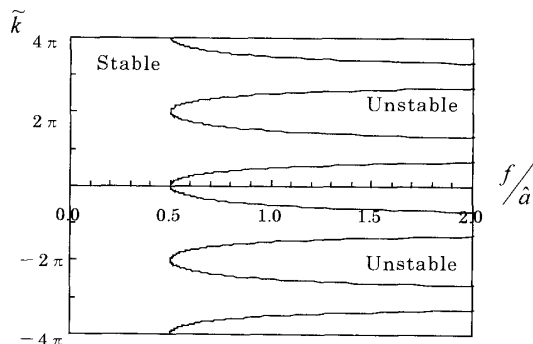


Fig.2 Neutral stability line on the plan  $(f/\hat{a}, \tilde{k})$

つまり， i)  $f < \hat{a}/2$  ならばすべての  $u$  は負となり状態は安定， ii)  $f = \hat{a}/2$  のときは中立安定状態， iii)  $f > \hat{a}/2$  ならば  $u > 0$  となり状態は不安定となる．よって，系の線形安定性は感度  $\hat{a}$  と最適速度関数  $\hat{V}$  によってのみ決定され，

$$f = \hat{V}'(b) < \frac{\hat{a}}{2} \quad (14)$$

のとき安定となる．

次に不安定となるモードの最大増幅率を導出する．式 (12) の条件を満たす  $u = \text{Re}(z)$  をもとめると，以

下ようになる。

$$u = -\frac{\hat{a}}{2} \pm \frac{\sqrt{\frac{B}{2} + \sqrt{\frac{B^2}{4} + C}}}{2} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} B &= \hat{a}^2 - 4\hat{a}f(1 - \cos(\tilde{k})) \\ C &= 4(\hat{a}f \sin(\tilde{k}))^2 \end{aligned} \quad (16)$$

ここで、不安定となる場合は  $u > 0$  のときであるため、複号の負の解は明らかに  $u < 0$  となり安定であることがわかる。ゆえに、これ以降、複号の正の場合についてのみ考える。

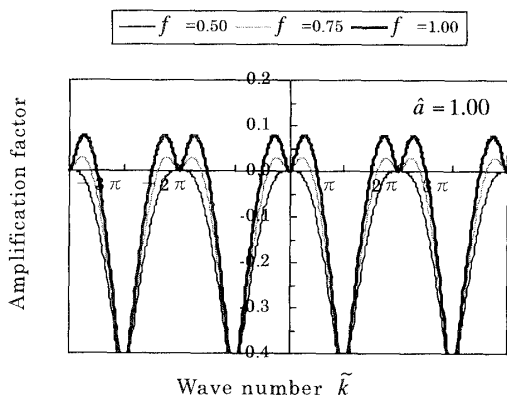


Fig.3 Amplification factor vs. wave number

式(15)を図3に示す。図3から増幅率は、極値をもち、極大値は最大増幅率を表す。よって最大増幅率を求めるために、式(15)を  $\tilde{k}$  で微分して極大値を求める：

$$\frac{du}{d\tilde{k}} = -\frac{1}{2}\hat{a}f \sin(\tilde{k}) \left\{ 1 + \frac{\hat{a}}{2}(\hat{a} - 4f)D^{-1/2} \right\} \left( \frac{B}{2} + D^{1/2} \right)^{-1/2}, \quad (17)$$

$$D = \frac{B^2}{4} + C. \quad (18)$$

ここで  $du/d\tilde{k} = 0$  とおき、極値をとる波数を求める。今問題としていることは、不安定な場合の極値だけなので図3より、 $0 < \tilde{k} < \pi$  の範囲で考えると、 $du/d\tilde{k} = 0$  は以下のように省略できる。

$$1 + \frac{\hat{a}}{2}(\hat{a} - 4f)D^{-1/2} = 0 \quad (19)$$

式(19)を解くと最大増幅率の波数が求まり、次

式を得る。

$$\tilde{k} = \cos^{-1} \left( -\frac{2f}{\hat{a} - 4f} \right), \quad (\hat{a} < 2f) \quad (20)$$

式(20)を式(15)に代入して整理すると、以下の最大増幅率が得られる。

$$u_{\max} = -\frac{\hat{a}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{-\frac{4\hat{a}f^2}{\hat{a} - 4f}} \quad (21)$$

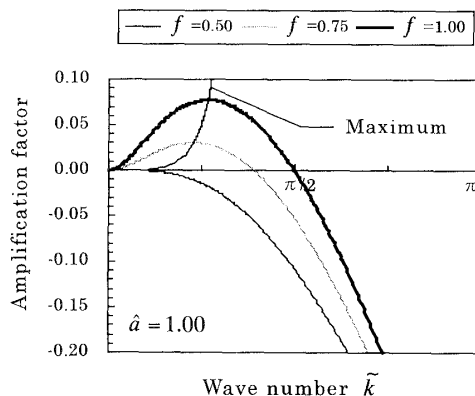


Fig.4 Maximum amplification factor

また、ここで  $f(=\hat{v}')$  (ここで  $f$  は単に  $\hat{v}$  の微分とする) と速度  $\hat{v}$  との関係は、以下ようになる。

$$\hat{v} = \tanh \left( \cosh^{-1} \left( f^{-1/2} \right) \right) + \tanh(\hat{x}_c) \quad (22)$$

速度と最大増幅率での波数との関係を図5に示す。

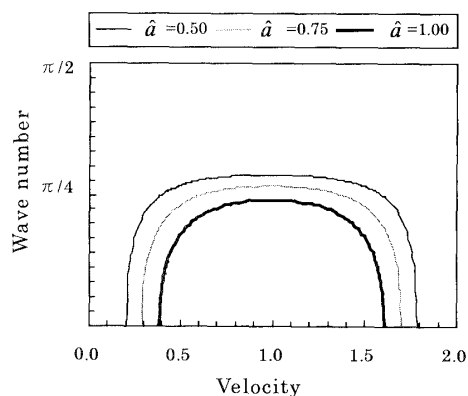


Fig.5 Wave number vs. velocity at the maximum amplification factor

不安定となるときに選ばれる波数が図5の曲線の波数である。図5より、速度が1.0付近にあるとき、最も不安定になるときの波数はほぼ  $\pi/4$  で一定して

おり、安定限界速度に近づくと、急激に波数が減少する。これは、図 4 と比較してもわかるように、増幅率の減少にもつながる。ゆえに、図 5 の曲線の内側と外側では急激に増幅率が変化し、曲線の内側では最大増幅率に相当する渋滞が発生するものと予想される。

## 4. シミュレーション

**4.1 シミュレーション方法** 本研究では、サーキット上を走行し、先頭の車の直前の車は最後尾の車と同一である周期的境界条件を用いた場合と、先頭の車がある位置まで到達したら取り除き、最後尾の車がある程度の位置まできたら新たに車を挿入する開放端境界条件を用いた場合の両方の場合を考える。また、ボトルネックは、サーキット上の一点あるいは入口から出口までの中間に配置し、減速のさせ方としては、ボトルネックにおける減速速度  $v_s$  を決定し、その速度より速い車は強制的に減速速度  $v_s$  まで減速させるというものである (図 6)。(ここで、減速速度とは減速後の速度であり、以後減速後の速度を減速速度と呼ぶ。)

シミュレーションをおこなうにあたり、代表長さ  $L$  を  $x_c/3$ 、代表速度  $U$  を  $v_{\max}/2$  ( $v_{\max}$  は最高速度) とする。これにより、式 (5) の最適速度関数は以下ようになる。

$$\hat{V}(\Delta \hat{x}_n) = \tanh(\Delta \hat{x}_n - 3) + \tanh 3 \quad (23)$$

また、線形安定論での最適速度関数の微分は、

$$\hat{V}'(\Delta \hat{x}_n) = \frac{1}{\cosh^2(\Delta \hat{x}_n - 3)} \quad (24)$$

となる。

式 (4) の数値計算は 4 次の Runge-Kutta 法を用いておこない、時間  $t$  の刻み幅は  $1/128$  とする。

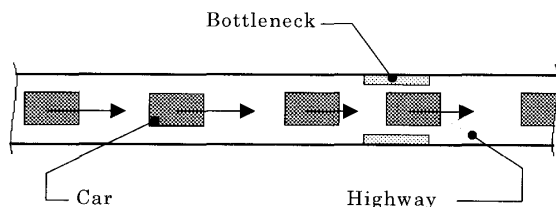
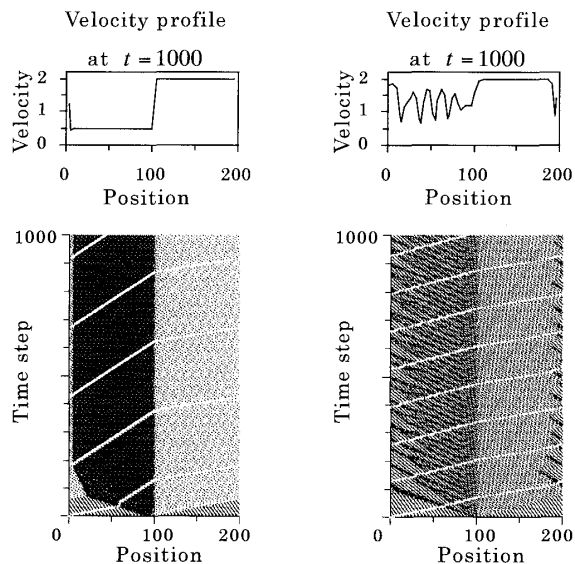


Fig.6 Simulation model

## 4.2 シミュレーション結果

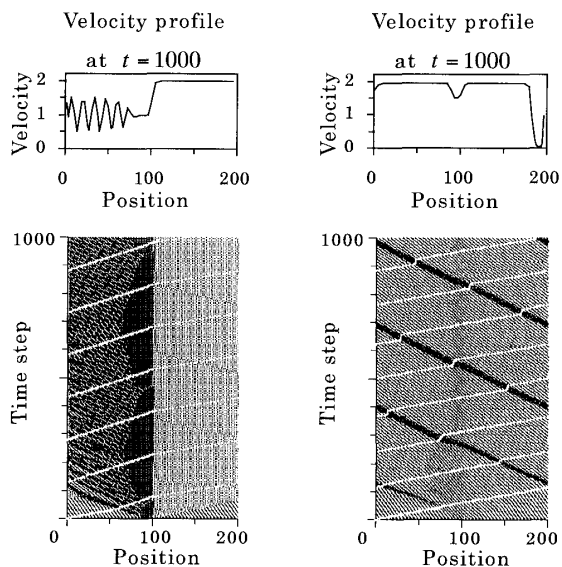
**4.2.1 周期的境界条件** シミュレーション条件としてサーキットの長さを 200、車の総数を 50 とする。また、ボトルネックはサーキット上の位置

90~100 の間に配置し、車がボトルネックに到達すると強制的に減速速度  $v_s$  まで減速させる (減速速度  $v_s$  より遅い車は除く)。



(a) Homogeneous jam

(b) Oscillating jam



(c) Weakly oscillating jam

(d) Recurrent jam

Fig.7 Time-space evolution of traffic jams  
(Periodic boundary condition)

図 7 に車一台一台の軌跡をプロットした交通の時空パターンを示す。各車を点でプロットしているため、密度の高いところ (渋滞領域) は濃く、密度の低いところ (自由流領域) は薄く表されている。車

の動きをわかりやすくするため、一台の車の軌跡だけを白抜きしている。また、各時空パターンの上部は1000 Time step (1 Time step は $\hat{t}=1$ に相当し、これは時間刻みの128倍に相当する)のときのそれぞれの位置における車の速度を表している。

まず感度を一定にし、減速速度を変化させて渋滞形成をみる。すると、大別して渋滞内の速度が一定の‘一様渋滞 (図 7 (a))’と、渋滞が周期的に現れる‘振動渋滞 (図 7 (b))’の二つの渋滞が形成される。また、一様渋滞と振動渋滞の遷移的渋滞として‘弱い振動渋滞 (図 7 (c))’、さらに、周期的境界条件を用いているためにボトルネックから発生した渋滞がサーキットを一周してしまう‘回帰渋滞 (図 7 (d))’も形成される。

ここで明確にしなければならないことは、振動渋滞と弱い振動渋滞の違いであるが、振動渋滞はボトルネックから周期的に渋滞が発生し、やや上流で渋滞の合体が生じより大きな渋滞を形成していく。それに対し弱い振動渋滞はボトルネックよりやや上流まで一様な渋滞が形成され、その後周期的に渋滞が発生するが、渋滞どうしの合体は生じない。

次に感度を変化させて同様にシミュレーションをおこない、相図を描く (図 8)。

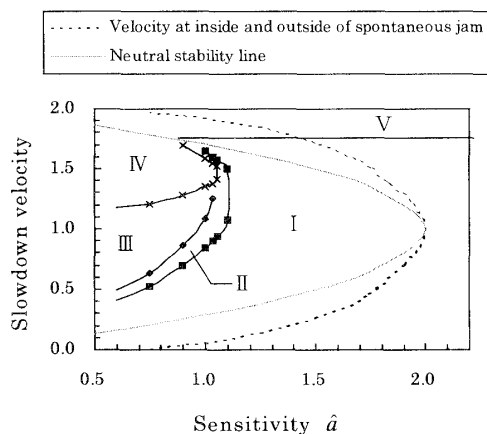


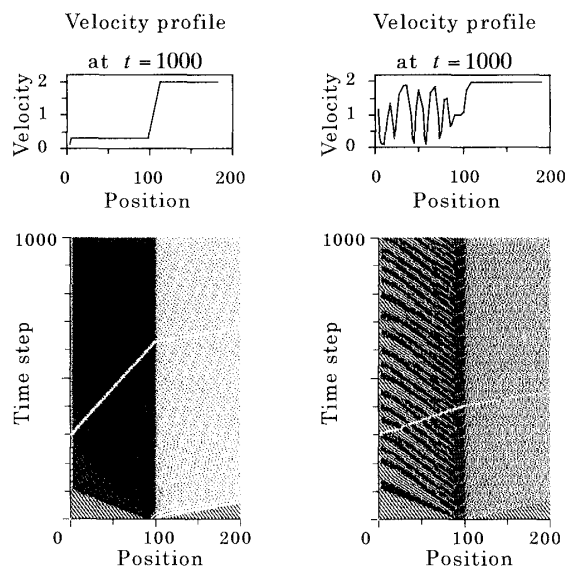
Fig.8 Phase diagram on the plane  $(\hat{a}, \hat{v}_s)$   
(Periodic boundary condition)

図中の領域Ⅰは一様渋滞、領域Ⅱは弱い振動渋滞、領域Ⅲは振動渋滞、そして領域Ⅳは回帰渋滞が存在する範囲をそれぞれ示している。また、領域Ⅴは非渋滞領域である。

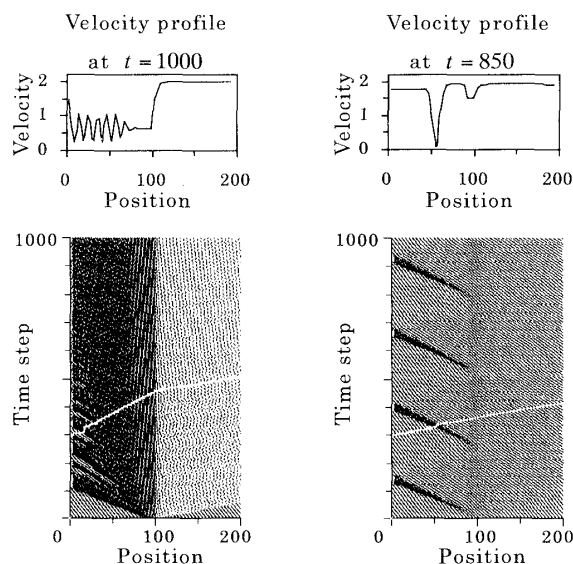
周期的境界条件を用いている場合は、回帰渋滞が発生する可能性があるが、実際の道路において回帰渋滞は発生しない。次により実際の場合に近い開放

端境界条件の場合を計算する。

**4. 2. 2 開放端境界条件** シミュレーション条件として入口から出口までの長さを200, 流入車間距離を4とし、出口はスムーズに通過できるものとする。また、ボトルネックは位置90~100の間に配置する。



(a) Homogeneous jam (b) Oscillating jam



(c) Weakly oscillating jam (d) Single periodic jam

Fig.9 Time-space evolution of traffic jam  
(Open boundary condition)

周期的境界条件の場合と同様にシミュレーションをおこなうと、一様渋滞 (図 9 (a)), 振動渋滞 (図

9 (b)), 弱い振動渋滞 (図 9 (c)), さらに, ボトルネックから渋滞が発生して, しばらくしてまた渋滞が発生するという‘単一周期渋滞 (図 9 (d))’が形成された.

相図を描いてみると周期的境界条件を用いた場合とほぼ同様の結果が得られた (図 10). 同様に領域 I は一様渋滞, 領域 II は弱い振動渋滞, 領域 III は振動渋滞, そして領域 IV は単一周期渋滞が存在する範囲をそれぞれ示している. また, 領域 V は非渋滞領域である

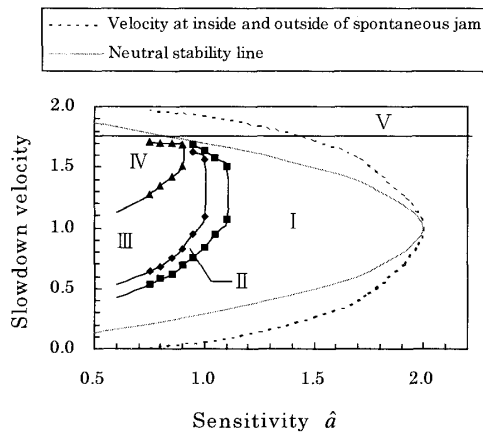


Fig.10 Phase diagram on the plane ( $\hat{a}, \hat{v}_s$ )  
(Open boundary condition)

## 5. 考察

今までの最適速度関数を用いた交通渋滞のシミュレーションにおいて, ボトルネックを考慮に入れたものはほとんどなかった. ボトルネックを考慮に入れてシミュレーションをおこなうと, 図 7, 図 9 に示すような複雑な時空構造をもった振動渋滞が形成されることがわかった. さらに感度が低いとより多くの場合において, そのような振動する渋滞が形成される. これは線形安定解析の節 (3 節) で述べたように, 感度が低ければ低いほどより広い範囲で最大増幅率が大きい値をとるためである.

そこで, 振動する渋滞がボトルネックから発生する周期と最大増幅率での波数との関係を調べる. 最大増幅率での波数と周期との関係は次式で表される.

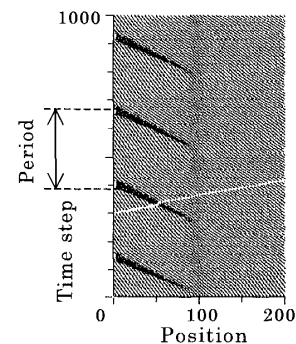
$$T = \frac{2\pi}{\tilde{k}} \quad (24)$$

また, 周期の測定は振動渋滞では測定しにくいので, 単一周期渋滞の周期を測定し, 比較検討する. 単一周期渋滞の周期の測定方法を図 11 (a) に示す. 単

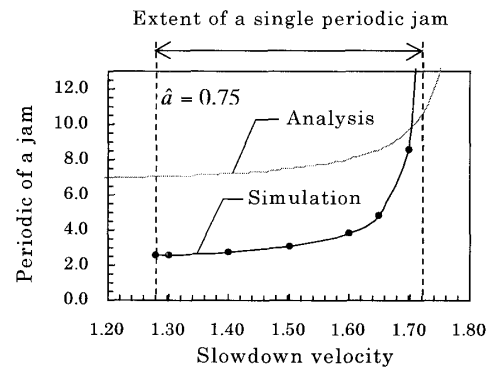
一周期渋滞の周期は入り口からボトルネックまでの距離に比例するため, 入り口からボトルネックまでの距離で割った周期を求めると, 図 11 (b) のような結果になる.

シミュレーション結果は黒丸, 解析結果は薄線で表している. この結果は約 3 倍異なるが, 減速速度の増加とともに渋滞の周期が増加し, シミュレーションの場合は  $\hat{v}_s = 1.72$ , 解析の場合は  $\hat{v}_s = 1.79$  で発散するという同一の傾向を示す.

また, それぞれの相図 (図 8, 図 9) をみても線形安定解析の結果とは値がずれるものの傾向としては同一傾向である. この値のずれは, 線形安定解析の限界によるものと考えられる.



(a) Time-space evolution of a single periodic jam



(b) Comparison between analysis and simulation

Fig.11 Period of a single periodic jam

実際の交通渋滞は, 非常に複雑であり観測も非常に困難である. しかし, 最近 Kerner によってドイツのアウトバーンにおいて振動渋滞が観測されたという報告がある<sup>(22)</sup>. このように, 定性的に振動渋滞は観測されているが, 定量的な比較は観測データが十分ではないため, 更なる詳細な比較は今後の課

題である。

このような交通渋滞のシミュレーションをおこなう場合、開放端境界条件を用いると、システムサイズに制限を受けるため、あまり大きな空間のシミュレーションは実行できない。よって、一般に周期的境界条件を用いて仮想的に無限の空間を作り出してシミュレーションをおこなう。多くの場合この方法は妥当であるが、今回の回帰渋滞のような場合は現実的ではない。よって、我々は周期的境界条件のほかに開放端境界条件を用いて、より現実に近いシミュレーションをおこない単一周期渋滞の発見に至った。

## 6. 結言

交通渋滞の線形安定解析と数値シミュレーションをおこない、以下の結論を得た。

1. 線形安定解析をおこない、中立安定曲線、振動モードの最大増幅率、さらに振動周期を解析的に求めた。
2. 今まででは、ボトルネックが存在する場合は一様渋滞のみが形成されると考えられてきたが、図 7、図 9 に示すような複雑な時空構造をもった振動渋滞が形成されることがわかった。
3. 自発渋滞は、周期的境界条件の下では、系が不安定なときにのみ発生し、その渋滞は回帰渋滞となる。しかし、ボトルネックをおいた場合は、系が安定なときも渋滞が発生した。
4. 周期的境界条件、開放端境界条件ともに感度が低いと、振動渋滞が減速速度の広い範囲で観測された。これは感度が低いほど最大増幅率が大きくなるためであると考えられる。
5. 振動する渋滞（振動渋滞、単一周期渋滞）の渋滞発生周期は最大増幅率での波数に依存していると考えられる。

## 参考文献

- (1) Wolf,D.E., ほか 2 名, Traffic and Granular Flow, World Scientific, Singapore, 1996.
- (2) Prigogine,I. and Herman,R., Kinetic Theory of Vehicular Traffic, Elsevier, New York, 1971.
- (3) 斎藤威, 電学誌, J. IEE Japan, Vol.117, No.9 (1997) 600.
- (4) 池辺豊, 日経サイエンス, 6 月号 (1996) 70.
- (5) 吉川泰男, ほか 4 名, 機論, 63-610, B (1997), 2252.
- (6) 長谷隆, 科学, Vol.66 No.9 Sep. (1996), 617.
- (7) Helbing,D., Phys. Rev. E53 (1996) 2366.
- (8) Lighthill,M.J. and Whitham,G.B., Proc. R. Soc. Lond. A229 (1955) 281.
- (9) Kerner,B.S. and Konhauser,P., Phys. Rev. E48 (1993) 2335.
- (10) Kurtze,D.A. and Hong,D.C., Phys. Rev. E52 (1995) 218.
- (11) Whitham,G.B. Proc. R. Soc. Lond. A428 (1990) 49.
- (12) Bando,M., ほか 4 名, Phys. Rev. E51 (1995) 1035.
- (13) Bando,M., ほか 4 名, J. Phys. I France (1995) 1035.
- (14) Komatsu,T. and Sasa,S., Phys. Rev. E52 (1995) 5574.
- (15) Nagatani,T. and Nakanishi,K., Phys. Rev. E57 (1998) 6415.
- (16) Nagel,K. and Schreckenberg,M., J. Phys. I2 (1992) 2221.
- (17) Schreckenberg,M., ほか 3 名, Phys. Rev. E51 (1995) 2329.
- (18) Biham,O., ほか 2 名, Phys. Rev. A46 (1992) R6124.
- (19) Nagatani,T., Phys. Rev.E48 (1993) 3290.
- (20) Nagatani,T., J. Phys. Soc. Jpn. 63 (1994) 52.
- (21) Nagatani,T., Phys. Rev.E51 (1995) 922.
- (22) Schreckenberg,M. and Wolf,D.E., Traffic and Granular Flow '97, Springer, Singapore, 1997.