SURE 静岡大学学術リポジトリ
Shizuoka University REpository

日本・アメリカ・PISAの数学的リテラシーの比較

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2012-02-01 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 阿部, 好貴, 長崎, 栄三 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10297/6403

全国数学教育学会 第29回研究発表会 発表資料　　平成21年1月24日・25日（於：姫路市立教育研究所）

日本･アメリカ・PISAの数学的リテラシーの比較

阿部　好貴
広島大学大学院教育学研究科院生

長崎　栄三
国立教育政策研究所教育課程研究センター

０．はじめに

近年、新しい時代の教育目標として、リテラシーが改めて注目されている。数学的リテラシーについては、すでに20年近く前に米国科学振興協会（AAAS: American Association for Advancement of Science）のProject 2061（1989）が科学・数学・技術を総合した科学的リテラシーを発表しており、その後、2000年代に入り、経済協力開発機構（OECD: Organisation for Economic Co-operation and Development）（2002）が「生徒の学習到達度国際調査」（PISA: Programme for International Student Assessment）において数学的リテラシーを提唱した。そして我が国においても、昨年、科学技術の智プロジェクト（2008）が作成した科学技術リテラシーにおいて数学的リテラシーが述べられている。

アメリカでは，1980年代に科学に関する学力低下や，教師の不足と質の低下，科学関連科目の履修者の減少，科学技術系の大学院進学者の減少が問題視され，「あらゆる市民の科学的リテラシーの育成」をスローガンとした科学教育改革がなされだし，1985年に発足したAAASのProject2061はその先導的な役割を果たしている（丹沢他，2006，pp. 377-378）。AAAS・Project2061では、科学的リテラシーについて「科学的リテラシーを備えた人物というものは、科学、数学、技術がそれぞれの長所と制約を持ち、かつ相互に依存する人間活動であるということを意識した上で、科学の主要な概念と原理を理解し、自然界に精通してその多様性と統一性の双方を認識し、個人的、社会的目的のために科学的知識と科学的な考え方を用いるような人物である。」と定義されている。

OECD・PISAでは、《多くの国で義務教育修了段階にあたる15歳児を対象に、それまで学校や様々な生活場面で学んできたことを、将来、社会生活で直面するであろう様々な課題に活用する力がどの程度身に付いているかを測定することを目的》（2004、p. ｉ）とし、参加国の学習到達度を国際比較し、その結果を教育政策に反映させることをねらっている。OECD・PISAでは、数学的リテラシーは「数学が世界で果たす役割を見つけ、理解し、現在及び将来の個人の生活、職業生活、友人や家族や親族との社会生活、建設的で関心を持って思慮深い市民としての生活において、確実な数学的根拠にもとづき判断を行い、数学に携わる能力である。」と定義されている。

そして、我が国においても、北原和夫国際基督教大学教授を研究代表とし、21世紀の日本の社会が真の意味で豊かであり続けるために､そして､人類と他の生物を含む地球の持続可能性を脅かす課題に対して、人々が協働して取り組むことができるように､「科学技術の智」を全ての人々が共有している状況を創出したいとして､およそ150名の科学者､技術者､科学技術教育者等が参画する「科学技術の智プロジェクト」が科学技術リテラシーに関して8冊の報告書を公刊している。そこでは、科学技術リテラシーを「科学・数学・技術に関係した知識・技能・物の見方である。」と定義されている。

このように数学的リテラシーは、その論者の立場によって多様に存在しており、そして、欧米を中心とした数学的リテラシーの捉え方についての理念的な比較・考察は先行研究においてなされている（例えばJablonka、2003）。その一方で、数学的リテラシーの具体的な内容についての比較、考察はみられず、それ

故、具体的な議論へと結びついていないように思われる。ところで、先に挙げた 3 つの数学的リテラシー論においては、その内包的な定義だけではなく、外延的な定義もなされている。このことから、これらの数学的リテラシーを比較・考察することで、外延的な面からその概念に迫ることが可能と思われる。

なお、筆者は、上記の我が国の科学技術の智プロジェクトに参加しており、また、米国科学振興協会の報告書の翻訳に携わっており、さらに、筆者のうちの一人は OECD・PISA にも関わっている。

１．研究の目的と方法

本研究の目的は、教育目標としての数学的リテラシーの外延等について考察することにある。そのために、先にあげた日本、アメリカ、PISA の数学的リテラシーの諸側面の比較・考察を行う。

比較・考察においては、3 つのリテラシー論の共通部分と相違部分に着目する。共通性は、それぞれの社会・文化や背景が異なる中で、ある意味でリテラシーの中核を示唆すると思われ、他方、相違性は、各文化等におけるリテラシーの強調点を示唆するものと思われる。いずれも数学的リテラシーの本質を考える上で、特に外延的な部分を考える上で、有用な示唆を与えると思われる。

比較・考察の対象とする数学的リテラシー論に関する報告書は、表 1 の通りである。

表１　数学的リテラシーの比較対象の報告書

国または国際団体	日本	アメリカ	経済協力開発機構（OECD）
プロジェクト名	科学技術の智プロジェクト(科学技術振興調整費)	米国科学振興協会（AAAS）Project 2061	経済協力開発機構（OECD）生徒の学習到達度調査（PISA）
総合報告書	科学技術の智プロジェクト（2008）『総合報告書』（2008 年 6 月版:235 頁）	AAAS Project 2061（1989）『すべてのアメリカ人のための科学』（初版 217 頁:翻訳版 180 頁）	国立教育政策研究所編（2004）『生きるための知識と技能② OECD 生徒の学習到達度調査（PISA）2003 年調査国際結果報告書』（375 頁）、同編（2004）『PISA2003 年調査 評価の枠組み』（181 頁）、同編（2006）『PISA2006 年調査 評価の枠組み』（308 頁）
数学分野報告書	科学技術の智プロジェクト（2008）『数理科学専門部会報告書』（2008 年 6 月版:100 頁）	AAAS Project 2061（1993:第 2 版）『プロジェクト 2061 数学 パネル報告書』（47 頁）	

科学技術の智プロジェクトと AAAS・Project2061 は、その研究開発段階においては、まず数学や自然科学などのそれぞれの分野においてのリテラシーをまとめ、それを総合するというストラテジーをとっており、そのため，総合報告書と数学分野報告書というそれぞれの段階の報告書がある。PISA も数学的リテラシー、科学的リテラシー、読解リテラシーを個別に作成して、それらは一応、キー・コンピテンシーの「相互作用的に道具を用いる」にまとめられているが（立田慶裕監訳，2006）、科学技術の智プロジェクトや AAAS・Project2061 のように科学または科学技術としての意味での総合はなされていない。しかしながら、PISA の内容は、後で見るように他の 2 つのプロジェクトの数学分野報告書のように詳細な分析はなされていないので、ここでは総合報告書に位置付けて分析を行う。

なお、日本とアメリカの数学的リテラシーは「意図したカリキュラム」の教育目標であるが、PISA の数学的リテラシーは「実施されたカリキュラム」の評価目標である。本研究で目標とするのは、教育目標であるが、評価目標は教育目標をもとに作られるので、PISA の数学的リテラシー論は、教育目標に大きな示唆を与えると思われるので参考的に比較・考察をする。

本稿では、まずそれぞれの数学的リテラシーとその作成の枠組を比較・考察し、次に数学領域報告書を比較・考察し、その後で、日本とアメリカの総合報告書を、PISA を含め比較・考察する。

２．数学的リテラシーとその作成の枠組の比較

それぞれの数学的リテラシーの作成の枠組、すなわち、その位置付け、主な作成者、定義、対象、内容選択の基準、学習指導への言及をまとめると、表２の通りである。

表２　数学的リテラシーの作成の枠組の比較

名称	科学技術の智 プロジェクト	米国科学振興協会（AAAS） Project 2061	経済協力開発機構（OECD） 生徒の学習到達度調査（PISA）
位置	2030 年の社会を目指した教育目標	2061 年の社会を目指した教育目標	持っている知識や技能を実生活の様々な場面で直面する課題にどの程度活用できるかの評価目標
作成者	全体：科学者・数学者中心 （数学分野代表：浪川幸夫、名古屋大学大学院教授、数学専門）	全体：科学者・数学者中心 （数学分野代表：デビッド・ブラックウエル、レオン・ヘンキン、いずれもカリフォルニア大学バークレー校教授、統計、数学専門）	全体：教育者中心 （数学分野代表：ヤン・デ・ランゲ　オランダ・ユトレヒト大学教授、数学教育専門）
定義	「科学技術の智」（または、科学技術リテラシー）とは、科学・数学・技術に関係した知識・技能・物の見方である。	科学的リテラシーを備えた人物というものは、科学、数学、技術がそれぞれの長所と制約を持ち、かつ相互に依存する人間活動であるということを意識した上で、科学の主要な概念と原理を理解し、自然界に精通してその多様性と統一性の双方を認識し、個人的、社会的目的のために科学的知識と科学的な考え方を用いるような人物である。	数学的リテラシーとは、数学が世界で果たす役割を見つけ、理解し、現在及び将来の個人の生活、職業生活、友人や家族や親族との社会生活、建設的で関心を持って思慮深い市民としての生活において、確実な数学的根拠にもとづき判断を行い、数学に携わる能力である。
対象	すべての成人	高校教育を超えて数学教育を受けていない 18 歳を超えたすべての人	すべての 15 歳児
内容選択の基準	【総合報告書】 (1)現代社会における科学技術の意義を問う。 (2)人間にとっての意味を考える。 (3)白紙の状態から考え、先入観を入れない。 (4)現在の教育の限界を考えず、理想型を求める。 (5)本質的な知識と能力の中核部分だけを明示する。 (6)対象としてすべての成人を考える。 (7)日本の科学技術の現状、伝統、感性、文化を踏まえる。	【総合報告書】 ・提言は、科学的リテラシーの意味する広範な定義を反映するものである。 ・提言は、すべての生徒に適用できる。 ・提言は、科学的重要性とともに人間にとっての重要性に基づいて選択されている。 ・提言は、新奇さを意図するものでも永続性を意図するものでもない。 ・この報告書は、カリキュラム文書でも教科書でもない。 ・提言は、すべての人々にとって妥当な理解の水準を示す意図を持つものである。 【数学パネル報告書】 ●数学的重要性に焦点を当てよ。 ●人間にとっての重要性を考慮せよ。 ●白紙の状態から始めよ。 ●今日の教育による制限を無視せよ。 ●本質的な知識と技能のほんの小さな核だけを特定せよ。 ●対象はすべての生徒であることを心せよ。	PISA 調査は、常に変化する世界にうまく適応するために必要な新たな知識・技能（は、生涯にわたって継続的に習得していかなければならない、という考え方に基づいている。）
学習	総合報告書 第 6 章：将来へ：科学技術の智の継承と共有（6.2）	総合報告書 第 13 章：効果的な学習と指導	なし

科学技術の智プロジェクトと AAAS・Project2061 は、前者が後者から学んでプロジェクトが始められているので（北原，2006）、共通する点は多い。すなわち、位置付けとして将来の社会を目指した教育目標であること、作成の主体者が科学者・数学者中心であること、定義には知識・技能だけではなく物の見方や考え方も含まれていること、そして、内容選択の基準として現在社会の状況に拘泥せず未来の理想を考えて、社会と人間の必要性を希求し、しかも、本質的な中核の部分を探すこと、そして、そのような数学的リテラシー育成のための学習指導のあり方にまで言及している。両者の違いは、対象にあり、前者は成人で後者は高校生である。しかしながら、対象は、いずれも当該年齢の「すべての」人である。

PISA は、先にも述べたように、教育目標ではなく評価目標である。とりわけ、数学の活用に重点が置かれた評価目標である。そして、作成の主体者は数学教育者であり、対象は義務教育終了時の 15 歳児となっている。

３．数学分野報告書の数学的リテラシーの比較

本章では、数学分野報告書、すなわち、科学技術の智プロジェクト（2008）『数理科学専門部会報告書』（略：科学技術の智版）、AAAS Project 2061（1993：第 2 版）『プロジェクト 2061　数学　パネル報告書』）（略：Project 2061 版）から、その数学的リテラシーを整理し比較をおこなう。比較項目は「構成」、「数学の方法」、「数学の内容」である。

（１）数学的リテラシーの構成の比較

数学分野報告書、すなわち、科学技術の智プロジェクト（2008）『数理科学専門部会報告書』（略：科学技術の智版）、AAAS Project 2061（1993：第 2 版）『プロジェクト 2061　数学　パネル報告書』）（略：Project 2061 版）の数学的リテラシーの構成をまとめると、表３の通りである。

表３　数学分野報告書の数学的リテラシーの構成の比較

名称	科学技術の智プロジェクト(2008) 『数理科学専門部会報告書』	AAAS Project 2061(1993:第 2 版) 『プロジェクト 2061　数学　パネル報告書』
領域 構成	第 2 章　数学の世界 A:数学の対象と主要概念 2.1　数量　2.2　図形　2.3　変化と関係 2.4　データと確からしさ 第 3 章　数学の世界 B:数学の方法 3.1　言語としての数学 3.2　問題解決･知識体系の構築としての数学の方法	第 2 章　数学的方法 抽象化･表現　記号的変換　応用･比較 第 3 章　数学の主題分野 数･計算　代数　幾何　解析　離散数学 論理と集合論　確率と統計

科学技術の智版、Project 2061 版ともに「数学の対象・分野」と「数学の方法」から構成されているが、前者は「数学の対象」が先で「数学の方法」が後にくる。それに対して後者は「数学の方法」が先で「数学の分野」が後に来る。因みに、後者の構成の仕方は日本の昭和 31 年の高等学校の学習指導要領において「中心概念」が提示されたときと類似している。

（２）数学的リテラシーにおける「数学の方法」の比較

数学分野報告書、すなわち、科学技術の智プロジェクト（2008）『数理科学専門部会報告書』（略：科学技術の智版）、AAAS Project 2061（1993：第 2 版）『プロジェクト 2061　数学　パネル報告書』）（略：Project 2061 版）の数学的リテラシーにおける「数学の方法」をまとめると、表４の通りである。

表４　数学分野報告書の数学的リテラシーにおける「数学の方法」の比較

名称	科学技術の智プロジェクト(2008) 『数理科学専門部会報告書』	AAAS Project 2061(1993:第 2 版) 『プロジェクト 2061　数学　パネル報告書』
数学の方法	第 3 章　数学の世界 B:数学の方法 3.1　言語としての数学 「数学語」の特徴、数学語の「語」、数学語の「文」 数学語の「文章」、計算とアルゴリズム、図表現 3.2　問題解決・知識体系の構築としての数学の方法 数学問題解決サイクル、問題の数学化・定式化 数学内での問題解決の方法、解の記述、解の吟味	第 2 章　数学的方法 抽象化・表現 記号的変換 演繹法、計算 応用・比較

科学技術の智版では、数学の方法は「言語としての数学」と「問題解決・知識体系の構築としての数学の方法」とからなる。それに対して Project 2061 版は「抽象化・表現、記号的変換、応用・比較」という一連の過程として述べられている。前者が現実世界と数学世界と両方の「数学の方法」を記述しているのに対し、後者はそれらを統合して「数学の方法」を述べている。

（３）数学的リテラシーにおける「数学の内容」の比較

数学分野報告書、すなわち、科学技術の智プロジェクト（2008）『数理科学専門部会報告書』（略：科学技術の智版）、AAAS Project 2061（1993：第 2 版）『プロジェクト 2061　数学　パネル報告書』）（略：Project 2061 版）』の数学的リテラシーにおける「数学の内容」をまとめると、表５の通りである。

表５　数学分野報告書の数学的リテラシーにおける「数学の内容」の比較

名称	科学技術の智プロジェクト(2008) 『数理科学専門部会報告書』	AAAS Project 2061(1993:第 2 版) 『プロジェクト 2061　数学　パネル報告書』
数量・数式	【数量】 2.1.1　数と量 数と量との相互関係、計算の仕組み、概数、近似、数の感覚、数量化、定量的性質など 2.1.2　量の性質 属性、次元、位置、時刻、長さ、時間、面積、体積、重さ、濃度など。単位系、離散と連続など 2.1.3　数の性質 自然数の個数(濃度)と順序 。整数など 2.1.4　数の表現・近似 命数法、十進法、記数法、実数の表現、有理数、近似(概数)、数直線(座標)・グラフ、複素数など 2.1.5　文字式 文字式、アルゴリズム。多項式・分数式などなど 2.1.6　代数系 演算、代数系、Boole 代数、代数学、環など	【数・計算】 ・自然数、0、小数、分数、負数、数直線 ・日常経験で発生する広範な問題解決、和、積、差、商 ・電卓の使用、暗算、概算 ・演算で成立する法則または恒等式 ・概算とその表記法（3×10^{11} など） ・単位の変更、尺度の変換 ・概算におけるグラフの使用 ・割合、比例、小数、二桁の数を分母にもつ分数など 【代数】 ・連立方程式 ・等差数列と等比数列 ・代数的な考えの図示（例えば、方程式、等差数列の項、1＋2＋…＋n ＝ n(n＋1)/2、3x－1＝7－x の解、2 次方程式の場合分け、積集合の長方形状の列による表現、樹形図、ベクトルの加法の平行四辺形の法則による表現）
図形・幾何	【図形】 2.2.1　空間と図形 図形、空間・次元。非ユークリッド空間 2.2.2　図形の性質・計量 図形の関係、相似、合同。計量的性質、位相的性質。絶対幾何学・座標幾何学。移動。射影、投影。対称性	【幾何】 ・基本的な幾何的対象物、図形の関係 ・平行線公準、作図に関する３つの古典的問題などの幾何の歴史に関する知識 ・縮図、表面積・体積、表面積・体積の見積り、相似形、辺と面積・体積の関係

	2.2.3 図形の表現・幾何学 座標:1 次・2 次・3 次元。4 次元以上の空間。位相 理論体系の記述	・対称性 ・ピタゴラスの定理、2 点間の距離、証明
関数・解析	【変化と関係】 2.3.1 関数とその表現 関数、変数、写像。関数の表現法(表、グラフ、数式) 2.3.2 代表的な関数 初等関数、正比例と反比例、指数関数、対数関数、三角関数(円関数) 2.3.3 関数の性質を調べる 正比例。微分、積分。2 階微分方程式	【解析】 ・関数の概念、関数の定義方法 ・標準的な関数と表記法、一変数の実数値関数についての性質、関数に基づくグラフの解釈 ・微分係数、微分係数のグラフ、微分係数の関数のグラフ ・二変数の実数値関数のグラフ、等圧線や断面の解釈 ・簡単な微分方程式・連立微分方程式、差分方程式 ・微分方程式における初期位置と初期速度
確率	【データと確からしさ】 2.4.4 確からしさと確率 確率の定義、確率の利用、確率の大小、確率計算、加法性、独立性 2.4.5 確率モデル 確率モデル、確率変数、確率分布、分布族、確率過程 移動平均過程、主観確率、ベイズ確率	【確率】 ・確率は条件付きであり情報によって変化すること ・ベイズの公式
統計	【データと確からしさ】 2.4.1 数学の対象としてのデータと確からしさ データ、数値、観測値、測定値、データの大きさ 2.4.2 データの縮約と表示 度数、度数分布、代表値あるいは要約統計量、有効数字、図表示の作り方、見方、変数変換、標準化 2.4.3 データに含まれる不確かさ 誤差、真の値、変化と関係、回帰式、相関、集団(母集団)と一部(標本)、標本誤差、偏り	【記述統計学】 平均、パーセンタイル、標準偏差、変量分布、変量のヒストグラム、変量の平均値・中央値・標準偏差、散布図における平均値・標準偏差・相関、相関関係と因果関係 【標本抽出】 乱数、無作為抽出
集合・論理		【論理と集合】 ・推論の仕方、推論の技能、真理表の使用、 ・形式の同等性の使用による複雑な文章の単純化、逆 ・含意の立証における単純なパターンの認識 ・場合分けによる証明、矛盾による証明 ・推論の正しさの認識、推論を用いた問題解決能力 ・集合、集合の共通・合併・差の標準表記法、 ・(二項)関係の考察
その他		【離散数学】 ・アルゴリズム、真理表、組合せ論、最適化、樹形図 ・チューリング・マシン ・ゲーム:ゼロサム、混合戦略、ミニマックス定理、囚人のジレンマ ・社会的選択:社会的選択機能の概念、不可能性定理

①内容領域の構成の仕方

科学技術の智版では「数量」、「図形」、「変化と関係」、「データと確からしさ」の 4 領域から、Project 2061 版では「数・計算」、「代数」、「幾何」、「解析」、「離散数学」、「論理と集合論」、「確率と統計」の 7 領域から数学の内容を構成している。両者の共通部分は、「数量・数式」、「図形・幾何」、「関数・解析」、「確率」、「統計」であり、相違部分は Project 2061 にある「離散数学」と「論理と集合論」である。また、それぞれの内容領域の名称は、科学技術の智版が数学の対象、Project 2061 版が既存の数学領域から設定されてい

る。

②数量･数式

科学技術の智版では「数と量」、「量の性質」、「数の性質」、「数の表現・近似」、「文字式」、「代数系」から構成されており、それぞれの内容が項目的に説明されている。Project 2061 版では「数・計算」において自然数など、日常での問題解決、電卓の使用、演算法則、概算、単位・尺度、概算におけるグラフ使用、割合・比例といった内容が、「代数」において連立方程式、等差数列・等比数列、代数的な考えの図的表現といった内容が、対象者（18 歳を越えた人）との関わりから記述されている。

このようにみてみれば、「数量・数式」においては、共通部分として、（我が国の教育課程における）中学校段階の連立方程式や二次方程式までがある。相違部分として、科学技術の智版では大学レベルの数学（例えば、代数系）まで包含されており、Project 2061 版では日常生活における数学の強調（例えば、電卓の使用、暗算、概算など）がある。

③図形・幾何

科学技術の智版では「空間と図形」、「図形の性質・計量」、「図形の表現・幾何学」から構成されており、それぞれの内容が項目的に説明されている。Project 2061 版では基本的な幾何的対象物、幾何の歴史に関する知識、縮図および面積・体積、対称性、ピタゴラスの定理、証明といった内容が記述されている。

このようにみてみれば、「図形・幾何」においては、共通部分として図形の性質、図形の表記に関する基本的項目がある。相違部分として科学技術の智版では非ユークリッド幾何学といった幾何学的な記述がある。

④関数･解析

科学技術の智版では「関数とその表現」、「代表的な関数」、「関数の性質を調べる」から構成されており、それぞれの内容が項目的に説明されている。Project 2061 版では、関数の概念、関数の定義方法、標準的な関数と表記法、関数の微分係数、関数のグラフ表現、簡単な微分方程式の意味といった内容が記述されている。

このようにみてみれば、「関数・解析」においては、共通部分として関数の概念、関数の表記法、微分がある。相違部分として科学技術の智版では写像、指数関数、対数関数、三角関数、積分がある。

⑤確率

科学技術の智版では「確からしさと確率」、「確率モデル」から構成されており、それぞれの内容が説明されている。Project 2061 版では、《すべての確率が条件付きであって、情報によって変化することを理解するべきである》と述べ、具体的にはベイズの公式が 1 点挙げられている。

このようにみれば、「確率」においては、共通部分としてベイズの公式（ベイズ確率）がある。相違部分として、科学技術の智版では確率の内容は具体例を含みながら広範に取り扱われているのに対し、Project 2061 版ではベイズの公式のみであった。

⑥統計

科学技術の智版では「数学の対象としてのデータと確からしさ」、「データの縮約と表示」、「データに含まれる不確かさ」から構成されており、それぞれの内容が説明されている。Project 2061 版では、「記述統計学」において、平均、パーセンタイル、標準偏差、変量分布、変量のヒストグラム、といった内容が挙げられており、「標本抽出」において無作為抽出に関して述べられている。

このようにみれば、「統計」においては、共通部分として平均値、中央値、相関関係、標本などがある。相違部分として科学技術の智版では誤差がある。

⑦集合･論理

Project 2061 版では、論理に関して、《対象者は推論の仕方を確実に知っておく必要があると同時に、推論の技能を一貫して用いる必要がある。》（p.28）と述べ、推論の形式、文章の単純化、論理の一部を構成する要素を取り扱う能力等が記述されている。また、集合に関しては、集合の共通部分、合併部分、差部分等の考えや表現が記述されている。

⑧その他（離散数学）

Project 2061 版では、アルゴリズム、真理表、基礎的な組合せ論、最適化、樹形図の必要性を述べ、その他の例としてチューリング・マシン、ゲーム、社会的選択が記述されている。

４．総合報告書における数学的リテラシーの比較

本章では、総合報告書、すなわち、科学技術の智プロジェクト（2008）『総合報告書』（略：科学技術の智版）、AAAS Project 2061（1989）『すべてのアメリカ人のための科学』（略：Project 2061 版）、国立教育政策研究所編（2004）『生きるための知識と技能② OECD 生徒の学習到達度調査（PISA）2003 年調査国際結果報告書』（略称：PISA 版）の内容を整理し比較をおこなう。比較項目は、「構成」、「数学の本質」、「数学の方法」、「数学の内容」、「学習指導方法」である。なお、「学習指導方法」はリテラシーの内容ではないが、リテラシーをどのように捉えているのかを考えることができるので含めて考察する。

（１）数学的リテラシーの構成の比較

科学技術の智プロジェクト（2008）『総合報告書』（略：科学技術の智版）、AAAS Project 2061（1989）『すべてのアメリカ人のための科学』（略：Project 2061 版）、国立教育政策研究所編（2004）『生きるための知識と技能② OECD 生徒の学習到達度調査（PISA）2003 年調査国際結果報告書』･（2004）『PISA2003 年調査 評価の枠組み』･（2007）『PISA2006 年調査 評価の枠組み』（略称：PISA 版）の数学的リテラシーの構成をまとめると、表６の通りである。

表６　数学的リテラシーの構成の比較

名称	科学技術の智プロジェクト(2008) 『総合報告書』	AAAS Project 2061(1989) 『すべてのアメリカ人のための科学』	OECD･PISA(2004,2007) 『生きるための知識と技能』
領域 構成	2.3 数学の本質 3.1.3 数学の世界 数、図形、変化と関係、データと確からしさ 3.1.4 言葉としての数学 考える手段、数学語の特徴、計算とアルゴリズム	第 2 章 数学の本質 第 9 章 数学的世界 数、記号の関係、形、不確実性、データの要約、標本抽出、推論 第 12 章 思考の習慣 価値観と態度、技能	3.4 状況と文脈 3.5 数学的な内容 －4 つの包括的なアイディア 空間と形、変化と関係、量、不確実性 3.6 数学的プロセス 数学化、能力 3.7 能力クラスター 再現、関連付け、熟考

科学技術の智版では「数学の本質」、「数学の世界」すなわち数学の内容、「言葉としての数学」すなわち数学の方法から構成されている。Project2061 版では「数学の本質」、「数学的世界」すなわち数学の内容と推論、「思考の習慣」すなわち価値観・態度と技能から構成されている。PISA 版では「状況と文脈」、「数学的な内容」、「数学的プロセス」、「能力クラスター」から構成されている。

科学技術の智版の「数学の世界」は内容だけであるが、Project2061 版は推論が入っている。なお、専門部会（パネル）報告書と比べると、科学技術の智版においては「問題解決・知識体系の構築としての数学の方法」がなくなり、Project2061 版は内容が前面にだされ、方法が「数学の本質」へと移された。また、科学技術の智版、Project2061 版がリテラシーの構成であるのに対し、PISA 版はリテラシーの評価の枠組みであることに留意したい。

（２）数学的リテラシーにおける「数学の本質」の比較

科学技術の智プロジェクト（2008）『総合報告書』（略：科学技術の智版）、AAAS Project 2061（1989）『すべてのアメリカ人のための科学』（略：Project 2061 版）、国立教育政策研究所編（2004）『生きるための知識と技能② OECD 生徒の学習到達度調査（PISA）2003 年調査国際結果報告書』（略称：PISA 版）の数学的リテラシーにおける「数学の本質」をまとめると、表７の通りである。

表７　数学的リテラシーにおける「数学の本質」の比較

名称	科学技術の智プロジェクト(2008) 『総合報告書』	AAAS Project 2061(1989) 『すべてのアメリカ人のための科学』	OECD・PISA(2004,2007) 『生きるための知識と技能』
数学の本質	2.3 数学の本質 2.3.1 数学の基礎は数と図形である 2.3.2 数学は抽象化した概念を論理によって体系化する 2.3.3 数学は抽象と論理を重視する記述言語である 2.3.4 数学は普遍的な構造(数理モデル)の学として諸科学に開かれている (A:18～21)	第２章 数学の本質 「数学は」 ・論理と創造性の双方を基にしている。 ・現実上の目的と、数学の内にある興味の双方を目的として遂行される。 ・(ある人々にとって)数学の本質はその美しさと知的な挑戦にある。数学の主要な価値は自分自身の活動にどのように応用できるかにある。 「数学のいくつかの特徴」 ・数学はパターンと関係の科学である。 ・数学は応用科学である。 ・理論数学と応用数学の結果はしばしば相互に影響し合う。 ・数学はその抽象的性質により普遍性を有している。 ・数学と他の基礎科学・応用科学との関係は強い。 「数学的過程」 ・抽象化と記号表現 ・数学的記述内容の操作 ・応用	今日、多くの人々は数学を一般的な意味でパターンの科学であると捉えている。(2007, p78)

科学技術の智版は数学認識の歴史的発展を考慮していくつかの特徴を述べている。Project 2061 版は現代の数学の特徴と数学の過程から述べられている。PISA 版は数学を「パターンの科学」としている。

前二者においては論理と抽象、諸科学との関係、普遍性という点が、後二者においては「パターン（と関係）の科学」という点が共通している。

（３）数学的リテラシーにおける「数学の方法」の比較

科学技術の智プロジェクト（2008)『総合報告書』(略：科学技術の智版)、AAAS Project 2061（1989)『すべてのアメリカ人のための科学』(略：Project 2061 版)、国立教育政策研究所編（2004)『生きるための知識と技能②　OECD 生徒の学習到達度調査（PISA）2003 年調査国際結果報告書』(略称：PISA 版）の数学の方法をまとめると、表８の通りである。

表８　数学的リテラシーにおける数学の方法

名称	科学技術の智プロジェクト(2008) 『総合報告書』	AAAS Project 2061(1989) 『すべてのアメリカ人のための科学』	OECD・PISA(2004,2007) 『生きるための知識と技能』
数学の方法	3.1.4　言葉としての数学 (1)考える手段としての数学 数学は普遍的な言葉として独自の考える方法(とコミュニケーションする方法)を持っている (2)数学語の特徴 抽象的、論理的、記述言語、意味に曖昧さがない、限定的、補助手段として図形(特にグラフ)を使用 (3)計算とアルゴリズム 数式を用いた文章、計算手順を実行することは論理的な推論を行っている	○計算技能 ・基本的な数の技能 ・電卓を用いる技能 ・見積もり技能 ○操作や観察の技能 ○コミュニケーション技能 ○批評的に検討する技能	数学化の 5 段階 (1)現実に位置づけられた問題から開始する (2)数学的概念に即して問題を構成し、関連する数学を特定する (3)仮説の設定、一般化、定式化などのプロセスを通じて、次第に現実を整理する (4)数学の問題を解く (5)数学的な解答を現実の状況に照らして解釈する

科学技術の智版は「言葉としての数学」が「考える手段としての数学」、「数学語の特徴」、「計算とアルゴリズム」から構成されている。Project 2061 版は数学に関連するものとしては、報告書全体（全領域共通）の「技能」において「計算技能」、「操作や観察の技能」、「コミュニケーション技能」、「批評的に検討する技能」がみられた。PISA 版では「数学化サイクル」として 5 段階の方法が示されている。

このようにみれば、科学技術の智版、Project 2061 版、PISA 版のすべてにおいて、応用指向の側面から方法が記述されている。科学技術の智版、Project 2061 版の専門部会（パネル）報告書では、構造指向、応用指向の両者が記述されていたが、前者は数学の言語性が強調されることで、後者は他領域との統合という観点から応用指向の側面が強調されたと考える。

（４）数学的リテラシーの「数学の内容」の比較

科学技術の智プロジェクト（2008)『総合報告書』(略：科学技術の智版)、AAAS Project 2061（1989)『すべてのアメリカ人のための科学』(略：Project 2061 版)、国立教育政策研究所編（2004)『生きるための知識と技能②　OECD 生徒の学習到達度調査（PISA）2003 年調査国際結果報告書』(略称：PISA 版）の数学的リテラシーにおける「数学の内容」についてその構成の仕方及び各内容についてまとめると、表９～15 表の通りである。

①内容領域の構成の仕方

３つの報告書の内容領域の構成の仕方をまとめると、表９の通りである。

表９　数学的リテラシーにおける「数学の内容」の内容領域の構成の仕方比較

名称	科学技術の智プロジェクト(2008) 『総合報告書』	AAAS Project 2061(1989) 『すべてのアメリカ人のための科学』	OECD・PISA(2004,2007) 『生きるための知識と技能』
内容構成	3.1.3 数学の世界 数 図形 変化と関係 データと確からしさ	第９章 数学的世界 数 記号の関係 形 不確実性 データの要約 標本抽出 推論	3.5 数学的な内容 －4 つの包括的なアイディア 空間と形 変化と関係 量 不確実性

科学技術の智版では「数」、「図形」、「変化と関係」、「データと確からしさ」の４領域から、Project 2061 版では「数」、「記号の関係」、「形」、「不確実性」、「データの要約」、「標本抽出」、「推論」の７領域から、PISA 版では「量」、「空間と形」、「変化と関係」、「不確実性」の４領域から数学の内容を構成している。三者の共通部分は「数量」、「図形」、「関数」、「確率・統計」であり、相違部分は Project 2061 版の「推論」である。なお、Project 2061 版では分野報告書にあった「離散数学」が省かれている。

②数量・数式

３つの報告書の数量･数式の内容をまとめると、表 10 の通りである。

表 10　数学的リテラシーの数学の内容（数量･数式）の比較

名称	科学技術の智プロジェクト(2008) 『総合報告書』	AAAS Project 2061(1989) 『すべてのアメリカ人のための科学』	OECD・PISA(2004,2007) 『生きるための知識と技能』
数量・数式	(1)数　～数はどこにでもある～ ① 数と量 自然数、実数、整数、有理数。量、数量化、長さ、面積、重さ、濃度、温度。離散量、連続量 ② 数の表示 命数法、数(自然数・小数)、十進位取り記数法、連続量に対応する実数、近似、小数、分数。有理数、無限循環小数、分数、概数、丸める、数直線(座標)、グラフ ③ 数の世界の抽象化 文字、文字式、演算、代数系、演算の抽象化、ベクトル、行列、代数学	【数】 ・数の歴史 ・数の種類、整数、量の大きさ、単位 ・分数、普遍単位、小数 ・数直線、連続する数、正負の数、収入と負債 ・計算、文字、＋、－、×、÷ ・数の様々な用途 ・「最も大きな数や小さな数は存在するか」「すべての可能な数は、整数(負ではない)を他の整数(負ではない)で割ることで得られるか。」といった疑問 ・直径に対する円周の比(円周率 π)	【量】 ・整数の加法(階段パターン：Ⅰ問1)、整数の除法(本棚：Ⅰ問 1) ・小数(反応時間：Ⅱ数学ユニット 8.2)、小数の大小(反応時間：Ⅱ数学ユニット 8.1)、小数の乗除(宇宙飛行：Ⅰ問 3、為替レート：Ⅰ問1・問 2・問 3) ・割合(ピザ：Ⅱ問題例 12・Ⅲ問題例 20、予算：Ⅱ問題例14、Ⅱ問題例 9、Ⅲ問題例 15)、百分率(整数の除法)(二酸化炭素排出量の減少：Ⅰ問 1-問 3) ・単位あたり量(居住面積に応じた支払額：Ⅱ数学ユニット 4.2、ロックコンサート：Ⅱ数学ユニット 12.1) ・距離(Ⅱ問題例 10、休暇旅行：Ⅲ問題例 2、距離：Ⅲ問題例 18) ・料金の計算(郵便料金：Ⅱ数学ユニット 2.2) ・公倍数(貨幣制度：ⅡⅢ問題例 4) ・三角数・比例的推論(ガウス：Ⅲ問題例8：) ・量的思考(パーセント：Ⅲ問題例 9) ・場合の数(加法)(トッピング選び：Ⅰ問1、スケートボード：Ⅰ問1-問 3)

科学技術の智版では、「数と量」、「数の表示」、「数の世界の抽象化」から構成されている。分野別報告書

においては、身の回りの数学から数学の世界へと発展的に、そしてそれらが項目的に記述されていたが、ここでは「数」に関する基本的な内容が説明的に記述されている。その一方で、「数の世界の抽象化」では代数系を端的に説明している。

Project 2061 版では、表 10 で示した基本的な内容が具体例とともに説明されている。分野別報告書においては「(対象者) は…の必要がある」と記述されていたのに対し、ここでは説明的な文章になっている。また、内容は、「代数」で示されていた連立方程式、数列の内容は省かれ、基本的な内容が記述されていた。

PISA 版では、そのほとんどが小学校算数の内容から問題が構成さている。現実世界と数学世界との関係から問題が構成される一方で、数学の世界における問題はみられない。

このようにみれば、「数量・数式」においては、共通部分として数に関する基本的項目 (自然数、整数、分数、小数など) がある。相違部分として、科学技術の智版では「数の世界の抽象化」などの数学的世界の記述がある。

③図形・幾何

3つの報告書の図形・幾何の内容をまとめると、表 11 の通りである。

表 11　数学的リテラシーの数学の内容 (図形・幾何) の比較

名称	科学技術の智プロジェクト(2008) 『総合報告書』	AAAS Project 2061(1989) 『すべてのアメリカ人のための科学』	OECD・PISA(2004,2007) 『生きるための知識と技能』
内容: 図形・ 幾何	(2)図形　～単純にすると大切なものが見えてくる～ ① 空間と図形 3 次元空間、点、直線、平面、円、三角形、多角形、多面体 ② 図形と計量 図形の関係(交わる、平行、接する等)、相似、合同、計量的性質、対称性、美しい図形 ③ 様々な幾何学 1)ユークリッド幾何学:ユークリッド、『原論』基本的命題(公理、公準)、数学的な定義、演繹的推論(証明) 2)座標幾何学:座標、デカルト、球面座標地球上の位置を表すもの(経度・緯度)、4 次元以上の空間、一般の次元の空間 3)非ユークリッド幾何学:ユークリッド幾何学の公理を批判的に捉え直すこと、球面、大円、測地線、相対性理論	【形】 ・点、線、面、三角形、長方形、正方形、円、楕円、直方体、球、相似と合同の関係、凸、凹、交わること、接線の関係、線や面の角、線や面の平行と垂直の関係、平行移動、線対称移動、回転移動などの形態、ピタゴラスの定理 ・形・大きさの様々なシステムの性能に対する影響(例えば、三角形の構成と頑丈など)、面積、体積、フラクタル、縮尺 ・幾何学的関係の数的・図的表現、 ・座標系 ・数や記号の関係のグラフ表現、量と長さ・面積(棒グラフや円グラフ)、基準の軸からの距離(折れ線グラフや散布図)、グラフ表示による傾向の認識(例えば、相対的な大きさ(比や差)、変化率(傾き)、急激な変化(横に離れていたり縦に離れていること)、収束(点と点との距離)、傾向(傾きや投影の変化)など)	【空間と形】 ・多角形の周の長さ(花壇:Ⅰ問1) ・面積(農家:Ⅲ問題例 24) ・立方体の向かい合う面(さいころ:Ⅰ問1)、立方体の構造(積み木:Ⅱ数学ユニット 9.1-9.4) ・展開図(さいころ:Ⅰ問2、立方体から作られた対象の側面図と正面図:Ⅱ図 1.7・Ⅲ図 3.3、3次元の納屋の2次元表示とその展開図:Ⅱ図 1.8・Ⅲ図 3.4、下の部分が黒い立方体:Ⅱ図 1.9・Ⅲ図 3.5)、側面図(ねじれたビル:Ⅱ数学ユニット 11.3) ・立方体の切断(立方体の様々な箇所を平面で切ったもの:Ⅱ図 1.6・Ⅲ図 3.2) ・図的表現(整数の除法)(階段:Ⅰ問1) ・三角形に外接する円の中心(街頭:Ⅱ問題例 1) ・円の直径(Ⅱ問題例8) ・空間把握(ねじれたビル:Ⅱ数学ユニット 11.1)、空間的推論(ねじれたビル:Ⅱ数学ユニット 11.2) ・回転(ねじれたビル:Ⅱ数学ユニット 11.4)

科学技術の智版では、「空間と図形」で「図形とは」について空間という視点から述べ、「図形の計量」で図形の性質について述べ、「様々な幾何学」でユークリッド幾何学、座標幾何学、非ユークリッド幾何学

が説明されている。その内容を専門部会報告書と比較すれば、大きな枠組みは同様であるが、その中の数学的な内容（例えば位相的性質や絶対幾何学など）の項目的・説明的な記述は省かれていた。

Project 2061 版では、世界を知覚と図形との関係、形と大きさと現実世界との関わり、幾何学的関係の表記、が表２で示した基本的な内容と具体例を交えて記述されている。その内容をパネル報告書と比較すれば、「幾何学の３つの古典的問題」といった数学的な内容は省かれ、現実と図形との関係から記述される。

PISA 版では、展開図や立方体の切断といった小学校算数の内容から問題が構成さている。現実世界と数学世界との関係から問題が構成される一方で、数学の世界における問題はみられない。

このようにみれば、「図形・幾何」においては、共通部分として図形の性質、図形の表記に関する基本的項目がある。相違部分として、科学技術の智版では非ユークリッド幾何学といった幾何学的な記述がある。

④関数・解析

３つの報告書の関数･解析の内容をまとめると、表 12 の通りである。

表 12　数学的リテラシーの数学の内容（関数・解析）の比較

名称	科学技術の智プロジェクト(2008) 『総合報告書』	AAAS Project 2061(1989) 『すべてのアメリカ人のための科学』	OECD･PISA(2004,2007) 『生きるための知識と技能』
内容: 関数･ 解析	(3)変化と関係　～動いてみるともっとよく分かる～ ① 関数とその表現 変化、関数、関数を記述する方法、変化の様子、変域や値の範囲 ② 代表的な関数 正比例(または１次関数)、反比例、多項式的変化(特に２次変化)、指数的変化、対数的変化、周期的変化など ③ 関数の性質を調べる 変化の様子、現実の問題における意味、増加、減少、発散、漸近、周期的、正比例における比例定数のとり方による関数の増減･変化の度合い、微分法、変化率(微分係数)、導関数、微分積分学、ニュートン力学の基本法則(ma = f)、２階微分方程式、関数の性質とその応用(解析学)	【記号の関係】 ･数、数と数との関係、関係の表現 ･代数、記号表現の意味、変数 ･変数と変数との関係(1)正比例(2)反比例、(3)加速変化、(4)収束、(5)周期変化、(6)階段変化 ･記号表現、操作 ･変化の速さ、量の変化率、量自体に比例する変化率	【変化と関係】 ･時間の加法(インターネットでチャット: Ⅰ問1･問 2) ･代入(ベストカー: Ⅰ問1) ･文字式(ベストカー: Ⅰ問2)、(事務所の賃貸: Ⅱ問題例11、貸し事務所の価格: Ⅲ問題例 19) ･方程式の計算(Ⅱ問題例5･Ⅲ問題例 13) ･グラフ(小数の減法)(身長: Ⅰ問1) ･グラフの性質(身長: Ⅰ問2) ･グラフの読み(身長: Ⅰ問3、魚の成長: Ⅱ問題例 13、ロッテルダム･マラソン: Ⅱ問題例16、貯水タンク: Ⅱ数学ユニット7.1、動く歩道: Ⅱ数学ユニット 13.1) ･表の読み(子供用の靴: Ⅰ問1)、(細胞の増殖: Ⅱ問題例6･Ⅲ問題例 6) ･表の読みグラフの読み(餌食－捕食者: Ⅱ問題例7･Ⅲ問題例7、灯台: Ⅲ問題例 22) ･変化のパターン(預金口座: Ⅱ問題例3･Ⅲ問題例 3、あざらし: Ⅱ問題例15･Ⅲ問題例 23、灯台: Ⅱ数学ユニット 1.1-1.3、薬の濃度: Ⅱ数学ユニット 10.1-10.3) ･比例(歩行: Ⅰ問1･問2、居住面積に応じた支払額: Ⅱ数学ユニット 4.1) ･一次関数(心拍: Ⅱ数学ユニット 3.1-3.2･Ⅲ問題例1) ･定式化･グラフ化(学校遠足: Ⅱ問題例5･Ⅲ問題例 5)

科学技術の智版では、「関数とその表現」で関数そしてその表現について述べ、「代表的な関数」を述べ、「関数の性質を調べる」で《関数については、その変化の様子を関数の形、グラフ等から読み取り、その現実の問題における意味を考えることが大切である》と述べ、正比例、微分法、微積文学、解析学について説明している。その内容を専門部会報告書と比較すれば、大きな枠組みは同様であるが、それぞれの内容項目の記述が概略的になっている。

Project 2061 版では、数と数との関係、代数、変数と変数の関係、記号表現、記号表現の操作、変化の速さ（変化率）が、表 12 で示した基本的な内容と具体例を交えて記述されている。その内容をパネル報告書と比較すれば、「代数」に関する記述が加えられ、さらに「関数」という視点からの記述から「関係」という視点からの記述へと変化している。

PISA 版では、変化・関係の読み取り、変化・関係の表現から問題が構成されている。現実上の様々な変化・関係を扱っていることが特徴的である。

このようにみてみれば、「関数・解析」においては、共通部分として関数あるいは変化・関係の考え、それらの表現、について一次関数までの内容がある。相違部分として、微分までを含めるか、という点で差異がみられた。

⑤確率

３つの報告書の確率の内容をまとめると、表 13 の通りである。

表 13　数学的リテラシーの数学の内容（確率）の比較

名称	科学技術の智プロジェクト(2008) 『総合報告書』	AAAS Project 2061(1989) 『すべてのアメリカ人のための科学』	OECD・PISA(2004,2007) 『生きるための知識と技能』
内容: 確率	(4)データと確からしさ ～でたらめさの中にも法則性がある～ ④ 確からしさと確率 一般の人が確率について心得るべきこと、1）確率が大きい事象の方が、確率が小さい事象より、生起・実現が期待できること、2） 非常に小さい(あるいは大きい)確率の事象が現実に起こったなら(あるいは起こらなかったら)、確率計算の前提が間違っている可能性が高いと考えること ⑤ 確率分布と確率モデル 一様分布、正規分布、平均と分散、二項分布、ポアソン分布、確率モデル、偏差値	【不確実性】 ・5 種類の不確実性:(1)影響を与える可能性のあるあらゆる要素に関する知識の不十分さ、(2)それらの要素に関する観察件数の不足、(3)観察における精確性の欠如、(4)あらゆる情報を意味あるように結びつける妥当なモデルの欠如、(5)同モデルに基づいて計算を行う能力の欠陥 ・偶然性、誤差の幅 ・確率、百分率、比 ・過去の事象の考察、推定結果 ・任意の事象に対して可能性のある他の結果を考慮する方法、事象における結果の比率の予測	【不確実性】 ・確率の考え(いろいろな色のキャンディ:Ⅰ問1、祭り:Ⅰ問1、ごみ:Ⅰ問1)、(平均年齢:Ⅱ問題例 10・Ⅲ問題例10、収入増:Ⅱ問題例11・Ⅲ問題例11) ・比率(お祭り会場のゲーム盤:Ⅱ問題例2) ・百分率(Ⅱ問題例7)

科学技術の智版では、「確からしさと確率」で確からしさの評価、そしてその表現としての確率、確率について心得ることが記述され、「確率分布と確率モデル」で標準的な確率分布・確率モデルについて記述されている。その内容を専門部会報告書と比較すれば、確率に関する基本的な説明、さらには確率分布が一様分布、正規分布、確率モデルの簡単な説明のみになっている。またベイズ確率については省かれていた。

Project 2061 版では、確実性（偶然性）について、偶然性の数的な表記としての確率、確率を推定する方

法（過去の事象の考察する方法、任意の事象に対して可能性のある他の事象を考慮する方法）、確率と結果の比率の予測、について記述されている。その内容をパネル報告書と比較すれば、パネル報告書では確率に関する基本的記述とベイズ確率のみであったのに対し、ベイズ確率が省かれ、具体的な内容項目はなく、確率そのもの、そして推定方法に関する記述が具体を含め記述されている。

PISA 版では、確率の考えに関する問題がみられた。

このようにみれば、「統計」においては、専門部会（パネル）報告書にみられたベイズ確率が総合報告書においては省かれ、確率そのものに対する理解が共通部分として残り、加筆されている。相違部分として、科学技術の智版では、確率分布と確率モデルについて説明がなされている。

⑥統計

３つの報告書の統計の内容をまとめると、表 14 の通りである。

表 14　数学的リテラシーの数学の内容（統計）の比較

名称	科学技術の智プロジェクト(2008) 『総合報告書』	AAAS Project 2061(1989) 『すべてのアメリカ人のための科学』	OECD・PISA(2004,2007) 『生きるための知識と技能』
内容: 統計	(4)データと確からしさ ～でたらめさの中にも法則性がある～ ① 数理科学の対象としてのデータ データ、データの読み取り、データに与えられた解釈の妥当性の判断 ② データの縮約と表示 データの単純化による全体像の把握、平均と標準偏差、代表値、柱状図、棒グラフ、帯グラフ、円グラフ、レーダー図、折れ線グラフ、グラフによる錯覚・誤用に対する心得 ③ データに含まれる不確かさ 誤差(想定される真の値との差)、データ(微小な変動を持つ「確率論的な」量)、相関係数、因果関係、母集団、標本、標本誤差	【データの要約】 ・統計学、データの特徴の把握 ・平均値の使用と解釈、データが離散的な場合、データが１つの極端な値に偏っている場合、中央値、最頻値 ・本質的な情報に欠けるような要約データの解釈、標本の選び方 ・正の相関、負の相関、相関関係 【標本抽出】 ・標本、標本の選び方、偏向、偏向の要因、標本の規模、標本数、無作為抽出、誤差	【不確実性】 ・棒グラフの読み(輸出: Ⅰ問1、テストの点数: Ⅰ問1、盗難事件: Ⅰ問1) ・棒グラフの選択(地震: Ⅰ問1) ・円グラフ(輸出: Ⅰ問2) ・グラフの読み(郵便料金: Ⅱ数学ユニット 2.1、犯罪の増加: Ⅱ問題例12問1・Ⅲ問題例 12、ブランコ: Ⅱ数学ユニット 6.1、輸出: Ⅲ問題例17) ・表の読み(インドネシア: Ⅱ問題例17、反応時間: Ⅲ問題例 16) ・平均(理科のテスト: Ⅰ問1、Ⅱ問題例6、生徒の身長: Ⅱ数学ユニット 5.1・Ⅲ問題例14、問題例 21) ・場合の数(卓球の試合: Ⅰ問1) ・無作為抽出(大統領の支持: Ⅰ問1) ・分布(インドネシア: Ⅲ問題例 25)

科学技術の智版では、「数理科学の対象としてのデータ」でデータ、統計学、統計の役割が述べられ、「データの縮約と表示」で代表値、データの図的表現、図的表現の錯覚・誤用について述べられ、「データに含まれる不確かさ」で「確率論的な」量、データ間の関係の曖昧さ、誤差について記述されている。その内容を専門部会報告書と比較すれば、大きな枠組みは同様であり、専門部会報告書の内容をまとめ基本的な考えを記述している。

Project 2061 版では、「データの要約」で統計学について、データの特徴づけ、データ分布の要約の方法としての平均値、誤った要約データ、相関について記述されている。また、「標本抽出」で標本（サンプル）について、標本の有効性（標本の選び方、標本の規模）が述べられている。その内容をパネル報告書と比較すれば、内容自体の大きな変化はないが、パネル報告書では TA が必要とする内容（平均、標準偏差など）が挙げられていただけであったが、総合報告書ではそれぞれの考え方について説明がなされている。

PISA 版では、グラフの読み、表の読み、平均、無作為抽出、分布といった内容に関する問題がみられた。

このようにみれば、「統計」においては、それぞれの内容は、統計に関する基本的な内容（平均など）と基本的な考え（データの解釈など）に関する記述、そして、いわゆる「統計のウソ」に関する記述でどれも構成されていた。相違部分として、科学技術の智版では、統計の考え方がある一方で、データ表示に関する用語がある。

⑦集合・論理

３つの報告書の集合･論理の内容をまとめると、表 15 の通りである。

表 15　数学的リテラシーの数学の内容（集合･論理）の比較

名称	科学技術の智プロジェクト(2008)『総合報告書』	AAAS Project 2061(1989)『すべてのアメリカ人のための科学』	OECD･PISA(2004,2007)『生きるための知識と技能』
内容:集合･論理		【推論】 ･推論、説得力のある主張、真の表現とそれらの表現の間の妥当な関係、形式論理、表現の間における関係の妥当性、前提、結論 ･基本的用語(「もし」、「かつ」、「または」「～でない」など)、論理的手順、論理的な問題の解決、コンピュータの問題解決への寄与、論理的な関係における歪み ･論理における歪曲、必要条件、十分条件、論理の有効性、厳密な論理と確率その他の種類の推論 ･演繹論理、仮説、仮説の妥当性の検証における論理、一般化、類推	

Project 2061 版では、論理規則、論理の歪曲、論理の限界、仮説、演繹、一般化、類推といった内容が具体例とともに記述されている。Project 2061 版分野別報告書と比較すると、分野別報告書では論理規則の形式的な記述が主であるのに対し、ここでは推論のやり方の説明の中で、先の内容が具体的に記述されている。なお、科学技術の智版、PISA 版においてはこの内容領域は設定されていない。

（５）数学的リテラシーの学習指導方法の比較

科学技術の智プロジェクト（2008)『総合報告書』(略：科学技術の智版)、AAAS Project 2061（1989)『すべてのアメリカ人のための科学』(略：Project 2061 版)、国立教育政策研究所編（2004)『生きるための知識と技能②　OECD 生徒の学習到達度調査（PISA）2003 年調査国際結果報告書』(略称：PISA 版）の学習指導方法をまとめると、表 16 の通りである。なお、それぞれの学習指導方法は科学教育一般におけるものであり、数学教育に焦点をあてたものではない。

表 16　日米の総合報告書の学習指導方法の比較

名称	科学技術の智プロジェクト(2008)『総合報告書』	AAAS Project 2061(1989)『すべてのアメリカ人のための科学』
学習指導方法	6.2.4　学ぶとは すでに確立された知識を理解し、記憶するのではなく、問題や関心を共有し、解決しようと共通の言葉で話すことによ	第 13 章　効果的な学習と指導 「学習の原理」 学習は必ずしも指導の成果ではない。生徒の学習内容は彼らが既に持っている考えによって影響される。学習の進歩は通常，具体から抽象へとい

	って共同体が構築され、学びあいの場が生じる。 6.2.5 プロジェクト型の学習を 6.2.6 学習環境のデザインを 学習環境のデザインにおいて、学習に直結する核になる概念は、「活動」である。一般的には次の 3 点に気を付けておく必要がある。 (1)活動の目標が明快であること (2)活動そのものに面白さがあること (3)葛藤の要素が含まれていること	う道筋をたどる。学習は練習によってのみ効果を上げる。生徒による効果的な学習にはフィードバックが必要である。期待は成果に影響する。 「科学, 数学, 技術の指導」 ○指導は科学的探究の本質と一貫性を持つべきである 自然に対する疑問から出発する。生徒を積極的に活動させる。証拠の収集と活用に重点を置く。歴史的な観点を示す。明快な表現を強調する。集団的手法を用いる。知識と探究を分離しない。専門用語の暗記を重視しない。 ○科学の指導は科学的価値観を反映すべきである 好奇心を歓迎する。創造性を高く評価する。健全な懐疑的精神を奨励する。独断を避ける。美的な感覚を養う。 ○科学の指導は学習に対する不安の払拭を目指すべきである 達成感を利用する。器具の使用に関して豊富な経験を与える。科学における女性と少数民族の役割を支持する。集団学習に重点を置く。 ○科学の指導は学校を超えた拡がりを持つべきである ○指導は時間をかけて行うべきである

科学技術の智版では学習という観点から、Project 2061 版では学習、指導という観点からそれぞれ述べられている。科学技術の智版が領域横断的なプロジェクト型学習であるのに対し、Project 2061 版は身の回りからはじまる科学的探究活動という相違点がある。このような相違は、およそ 20 年の懸隔における教授・学習観の相違があらわれていると考える。

５．総合的考察

科学技術の智プロジェクト（略：科学技術の智）、AAAS Project 2061（略：Project 2061）、OECD・生徒の学習到達度調査（略称：PISA）のそれぞれの数学分野報告書、総合報告書・PISA における数学的リテラシーの比較からから次のことがいえる。

第 1 に、数学的リテラシーの対象は、対象の具体的な年齢は異なるが、「すべての」当該年齢を想定している。しかも、数学的リテラシーは、人間が学校から社会に出ても、成人になっても継続して身に付いていることが要求されている。

第 2 に、数学的リテラシーの構成の仕方については、おおむね、「数学の本質」、「数学の方法」、「数学の内容」から構成されている。ただし、構成の順序として、数学の方法を先にするか、数学の内容を先にするかの違いが見られる。

第 3 に、数学的リテラシーにおける「数学の本質」としては、論理と抽象、諸科学との関係、普遍性、「パターン（と関係）の科学」といった共通の見方があり、「数学とは何か」に対するそれぞれの考え方は、今日に時間軸を区切れば、共有している部分が大きい。

第 4 に、数学的リテラシーにおける「数学の方法」は、応用指向的な傾向が強い。科学技術の智、Project 2061 の数学分野報告書においては、数学的世界の方法と現実世界における方法との両面がみられたが、総合報告書において前者は数学の言語性、後者は全領域としての技能という点から記述されている。そのような違いは、数学分野報告書は数学者が中心的であり、総合報告書では全科学領域を視野にいれることから生じると考える。また、PISA では、《生徒が現実生活の問題を解決するために使用する基本的なプロセスは、「数学化」》（2004, p.29）とし応用指向の方法が強調される。

第 5 に、数学的リテラシーにおける「数学の内容」は、それぞれの表で示されるよう、基本的な考え方

が中心的とされる。それらは現行の学習指導要領ではおよそ中学校までの内容といえる。その一方で、科学技術の智版では発展的な内容までも扱われている。

第 6 に、数学的リテラシーにおける「数学の内容」の個々の内容は応用指向的な面が強調される。それは科学技術の智では「確率」、「統計」であり、Project 2061 では「推論」である。

第 7 に、数学的リテラシーとして、科学技術の智、Project 2061 では内容が中心的であるが、PISA では方法が中心的である。

６．おわりに

本稿では、先行研究における数学的リテラシーを外延的な面から比較・考察した。洋の東西を問わず近年の数学的リテラシー論の一部の議論においては、「数学的リテラシー＝数学の応用力、活用力」とする傾向がある。しかし、本稿の内容の比較をみればわかるよう、（応用指向が強調はされるが）数学的リテラシーをそのように縮小化、限定化はなされない。それぞれの先行研究で述べられる数学的リテラシーの外延は、プロジェクトの目標・対象・方法等の違いはあるが、数学教育のカリキュラム全体に関わるものである。それ故に、数学的リテラシーを視点とした内容論、方法論、評価論を具体化していく必要があり、それらは今後の課題となる。

また、教育目標として作られた 2 つの数学的リテラシー（科学技術の智、Project 2061）は、いずれも科学者・数学者主導によって作られたものである。PISA は、数学教育者主導であるが、評価目標である。このような背景の違いがあるが、科学者・数学主導と数学教育者主導の違いは、数学的リテラシーの内容において、知識を重視するか、能力を重視するかの違いになって現れているようである。数学教育者として、どのようなリテラシー像を具体化するかが大きな課題となって残されている。さらに、本稿の最後で考察した「学習指導方法」を、数学的リテラシー育成という視座から、数学教育として、考える必要がある。

引用・参考文献

American Association for the Advancement of Science（1989） *Science for All Americans*, Oxford University Press.

American Association for the Advancement of Science（1993, Second Printing） *Mathematics, Report of the project 2061 phase Ⅰ Mathematics Panel*, Oxford University Press.

Jablonka, E.（2003） Mathematical Literacy. Bishop, A. J., Clements, M. A., Keitel, C., Kilpatrick, J. and Leung, F. K. S.（Eds.）, *Second International Handbook of Mathematics Education*. Kluwer Academic Publishers, pp. 75-102

科学技術の智プロジェクト（2008）『数理科学専門部会報告書』（http://www.science-for-all.jp/minutes/index5.html）.

科学技術の智プロジェクト（2008）『総合報告書』（http://www.science-for-all.jp/minutes/index6.html）.

北原和夫（研究代表者）（2006）『科学技術リテラシー構築のための調査研究』平成 17 年度科学技術振興調整費調査研究報告書. 国際基督教大学.

国立教育政策研究所監訳（2004）『生きるための知識と技能② OECD 生徒の学習到達度調査（PISA）』ぎょうせい.

国立教育政策研究所監訳（2004）『PISA2006 年調査 評価の枠組み OECD 生徒の学習到達度調査』ぎょうせい.

国立教育政策研究所監訳（2007）『PISA2006 年調査 評価の枠組み OECD 生徒の学習到達度調査』ぎょうせい.

丹沢哲郎・長崎栄三・斉藤萌木・阿部好貴・勝呂創太（2006）「『すべてのアメリカ人のための科学』の分析」『「科学技術リテラシー構築のための調査研究」サブテーマ 1 科学技術リテラシーに関する基礎文献・先行研究に関する調査 報告書』, pp.375-401.

米国科学振興協会著（日米理数教育比較研究会訳）（2005）『すべてのアメリカ人のための科学 科学, 数学, 技術, におけるリテラシー目標に関するプロジェクト 2061 の報告書』日米理数教育比較研究会（三菱総合研究所内）（http://www.project2061.org/publications/2061Connections/2008/2008-02a.htm）.

立田慶裕監訳（2006）『キー・コンピテンシー 国際標準の学力をめざして』明石書店.

日本学術会議・科学と社会委員会・科学力増進分科会（2008）『21 世紀を豊かに生きるための「科学技術の智」』日本学術会議報告.