

数学を学ぶ意義を実感させる「副読本」の開発と活用に関する研究

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2012-10-29 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 熊倉, 啓之 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.14945/00006847

数学を学ぶ意義を実感させる「副読本」の開発と活用に関する研究

熊倉 啓之*

A Study of Development and Utilization of Supplementary Textbook to Appreciate the Significance of Learning Mathematics

Hiroyuki KUMAKURA

Abstract

A purpose of this report is to develop and utilize 'Supplementary Textbook' to appreciate the significance of learning and to gain some suggestions for improvement of mathematics education. First, I collected many materials and made up Supplementary Textbook. Second, I utilized it for junior high school students as homework while summer vacation. Third, I gained some suggestions for improvement of mathematics education.

キーワード：数学教育，数学を学ぶ意義，副読本，教材開発

1. はじめに

「数学はなぜ学ぶのか」という疑問を抱いて、数学を勉強する中学生は少なくない。

平成15・17年度教育課程実施状況調査（国立教育政策研究所，2005；2007）によれば，「数学の勉強は試験に関係なくても大切である」という質問項目に対する結果は，次の表1の通りである。

表1 教育課程実施状況調査結果

	そう思う	そう思わない	わからない	その他
小6	84.4	10	4.5	1
中3	66.1	28.6	4.8	0.6
高3	43.9	48.3	7.2	0.5

この結果を見ると，学校段階が上がるにつれて，肯定的な回答の割合が減少していることがわかる。中学生の場合，約1/3は数学を学ぶ意義を肯定的に捉えていないことが読み取れる。

また，国際調査PISA2003（国立教育政策研究所，2004）によれば，「数学は将来の仕事の可能性を広げてくれる」という質問項目に対する肯定的な回答の割合は，次の表2の通りである。

表2 PISA2003調査結果

日本	フィンランド	平均
42.9	87.5	77.9

フィンランドは，日本以上にPISA2003で好成績

を挙げている国際的に注目されている国である。しかしこの結果を見ると，日本とフィンランドで大きな差があることがわかる。国際平均と比べても，数学の学習を自分の将来と結び付けて捉えていない日本の子どもが多いことが読み取れる。

さらに，国際調査TIMSS2003（国立教育政策研究所，2005）によれば，中学2年生対象の生徒質問紙のうち，「数学を勉強すると，日常生活に役立つ」「他教科を勉強するのに数学が必要だ」「学校で，数学をもっとたくさん勉強したい」などの7つの質問項目の結果を合成して作った「数学の勉強への積極性」という指標において，日本の「高いレベル」の割合は17%で，国際平均の55%より38ポイントも下回っている。一方で，「低いレベル」の割合は22%で，国際平均の10%より12ポイント上回っている。

以上の結果から，日本の子どもたちが，数学を学ぶ意義を感じないまま，数学を勉強している姿が浮かび上がってくる。

本研究では，このような数学教育の課題を解決するための方策の1つとして，「副読本」に着目し，その開発と活用に取り組むこととした。

2. 研究の目的

本研究の目的は，「数学を学ぶ意義を実感させる」という観点から，中学生を対象とした「副読本」を開発して活用し，数学教育改善のための知見を得ることである。

3. 研究の方法

以下の手順にしたがって、研究を進める。

- (1) 中学生が「数学を学ぶ意義」を実感できるような「副読本」開発のために、教材の内容を検討し、教材を収集する。
- (2) 収集した教材を整理して、特に数と式に関する内容について「副読本」を作成する。
- (3) 作成した「副読本」を実際に中学校で活用して、教育成果について評価する。
- (4) (3)の結果をもとに、「副読本」を活用した数学教育改善のための知見を得る。

4. 「副読本」に着目した理由

数学を学ぶ意義を実感させるための方策として、筆者は「副読本」に着目した。その理由は、次の通りである。

他教科には、生徒に興味・関心を持たせ、学ぶ意義を実感させるような「副読本」や「資料集」が多数ある。たとえば、国語には、教科書以外に小説や物語、評論など、多様な教材があふれている。社会には、資料集の他に、歴史書等の書物や、新聞という身近な教材もある。理科には、生徒が興味を持って読める科学書も多く、最近はいくつかの科学雑誌も出版されている。英語には、短編小説などがあり、またテレビやラジオの英語番組も豊富に準備されている。

一方、数学には、そのような教材は見当たらない。一般向けの数学の啓蒙書もないことはないが、これらは中学生にとって理解が困難なものがほとんどである。教科書以外の教材といえば、参考書・問題集ばかりといってもよいであろう。このような背景が影響してか「数学の学習＝問題を解くこと」のように感じている生徒は少なくない。「数学が好きだ」という生徒でも、その理由として「数学の問題を解けたときが楽しい」とするものがほとんどである。

しかし本来、数学を学ぶ意義を実感できる要素としては、数学的な考え方のすばらしさや、数学的理論の美しさ、数学の社会への有用性等も考えられるはずである。これらを生徒に実感させるには、教科書・問題集・参考書だけでは不十分である。そこで、生徒に学ぶ意義を実感させるために、数学の「副読本」を開発して活用することが有効であると考えた。以上が「副読本」に着目した理由である。

5. 「副読本」の開発

「副読本」は、タイトルを「中学校数学散歩」とし、中学校数学の内容のうち、特に数と式に焦点を当て、次の2冊を作成した。

- 「数の世界編」(91 ページ)
- 「式の世界編」(124 ページ)

(1) 「副読本」の特徴

「副読本」は、生徒が中学校数学の内容について理解を深め、興味・関心を高めることができるように配慮して記述した。具体的には、以下のような特徴を挙げることができる。

① 生徒がつまづきやすい内容を中心に、教科書に触れていないことも含めて、できるだけ丁寧に記述した。

② 全体を通して、数学を学ぶ意義が実感できるような記述を心がけた。特に冒頭には、数学を学ぶ意義として、次の3点を強調した(熊倉, 2009)。

- 1) 数学の有用性
- 2) 数学を学ぶことで身につく思考力
- 3) 数学の面白さ・美しさ

③ 小学校の内容と接続する部分について、丁寧に扱った。

④ それぞれの内容が発展してきた歴史について触れた(カジョリ, 1997: グレイゼル, 1997: カッツ, 2005: A. I. ボロディン他, 1997)。

⑤ それぞれの内容が、現実事象のどのような場面で利用されているかについて触れた。

⑥ 巻末には、本文に関連する内容で、さらに理解を深め、興味・関心を高めるような話題(ヴィルチェンコ, 1989 他)を載せた。

⑦ 内容の区切り単位で、生徒が自主的に取り組めるような課題を載せた。

⑧ 知識や技能の定着を図るような問題は一切載せなかった。

(2) 「副読本」の内容

各冊子の具体的な内容は、次の通りである。

① 「数の世界編」

中学校で扱う数に関する内容を中心にして、次の1)~4)の4節、および巻末の資料で構成した。

- 1) 自然数から分数、小数までの発展の歴史
 - 2) 負(マイナス)の数の世界
 - 3) 平方根(ルート)の世界
 - 4) おもしろい性質を持つ数の世界
- [資料]

それぞれの内容について詳細に述べると、次の通りである。

1) 自然数から分数、小数までの発展の歴史

小学校との接続を意識した内容である。ここでは、自然数、分数、小数が、いつ頃どのように使われるようになったかについて記述した。特に、以下の点を強調した。

- ア 自然数は「数える」必要性から、分数・小数は、「測る」必要性から誕生したこと
- イ 10進法における10を「ひとかたまりと見る」見

方

ウ 位取り記数法における0の意味

エ 小数表示が、10進位取り記数法であること

オ 指数表示を用いた大きな数や小さな数の表記

2) 負(マイナス)の数の世界

中1の「正の数・負の数」に関する内容である。ここでは、負の数の意味、負の数の計算のルール、負の数の歴史、負の数の利用、負の数を含めた数の世界について記述した。特に、以下の点を強調した。

ア 負の数が「反対の性質を持つ量を表す」必要性から誕生したこと

イ 負の数の計算のルールを、これまでに学んだ正の数の計算のルールと同じように決めること

ウ 負の数を導入することで、小さい数から大きい数を引くことができるようになること

エ 負の数を導入することで、引き算をすべて足し算に直すことができること

オ 負の数が、「土地の高さ」や「仮平均の計算」など、様々な場面で利用されていること

カ 数の世界が、自然数→整数→有理数と広がっていること

なお、正負の数の計算の定着を図るような問題は、一切掲載していない。

3) 平方根(ルート)の世界

中3の「平方根」に関する内容である。ここでは、平方根の意味、平方根の計算のルール、平方根の利用、平方根に関する話題、平方根を含む数の世界について記述した。特に、以下の点を強調した。

ア 平方根が、分数では表せない新しい数であること

イ 平方根が、長さなどを正確に表す必要性から誕生したこと

ウ 平方根の計算のルールを、これまでに学んだ正の数の計算のルールと同じように決めること

エ 平方根が、「A判・B判の紙のサイズ」や「振り子時計の周期」など、様々な場面で利用されていること

オ 数の世界が、自然数→整数→有理数→平方根を含む実数と広がっていること

4) おもしろい性質を持つ数の世界

教科書で扱っていないものも含めた数に関する様々な内容である。ここでは、素数、完全数、円周率、ピタゴラス数について記述した。特に、以下の点を強調した。

ア 素数や完全数に関して、興味深い話題があること

イ 円周率が、長い歴史をかけて考えられてきたこと

[資料]

ここでは、次の話題に触れている。

- ・様々な数の表し方
- ・ $\sqrt{2}$ の小数表示
- ・平方根表
- ・素数表
- ・円周率
- ・数学者

・数学に関する名言

特に、 $\sqrt{2}$ や π の小数表示は、循環しない無限小数であることを実感してもらうために掲載した。また、数学者について、生徒は意外と知らないもので、興味・関心を持ってもらう意味で記述した。さらに、数学者の名言は、数学の本質を理解したり、数学を学ぶ意義を実感したりする上で有効であると考え、記述することとした。例えば、次のような内容である。

<数学者>

(1) ピタゴラス(紀元前570-500頃)

古代ギリシャの数学者である。伝説によると、エジプトで学問をマスターした後、クロトン(南イタリアのギリシャ植民地)に移住して、学派(ピタゴラス学派)を創設した。この学派は、同時に政治集団でも宗教集団でもあったようである。



彼らは「万物は数である」(数=有理数)という主張のもとで、素数・万数は数で決定されると考えていた。ピタゴラス学派が発見したとされる数学の性質は、多く伝えられているが、例えば次のものがある。

- ① 三平方の定理(ピタゴラスの定理)(41ページ参照)
- ② 完全数と友愛数(62~64ページ参照)
- ③ ピタゴラス音階

<数学に関する名言>

以下に、数学に関する様々な人々が残した名言を紹介しします。あなたは、どの言葉が気に入りましたか。(「数学名言集」(大竹出版)より)

○カントール ドイツの数学者(1845-1918)

数学の本質はその自由さにあり、数学がその自由な意思によって概念や公理を構成することにある。

○バロウ イギリスの数学者(1630-77)

数学—それは…科学の胎動たる基礎であり、人間のためのあらゆる利益のゆたかな源泉である…数学はわれわれに生活上の大きな喜びを与えているといえる。健康やゆたかさや仕事上の利益などの点でも、われわれは数学のおかげをこうわっているのである。

○スニアデツキー ポーランドの数学者(1756-1830)

数学はすべての科学の女王である。彼女の恋人は真理であり、その使命は簡潔さと明快さである。

② 式の世界編

中学校で扱う式に関する内容を中心にして、次の1)~6)の6節および巻末の資料で構成した。

- 1) 数から文字の世界へ
 - 2) 文字式の世界 1
- 数との計算から足し算・引き算まで -
 - 3) 文字式の世界 2 - かけ算・割り算 -
 - 4) 方程式の世界 1
- 1 次方程式から連立方程式まで -
 - 5) 方程式の世界 2 - 2 次方程式 -
 - 6) 文字を使った謎解きの世界
- [資料]

それぞれの内容について詳細に述べると、次の通りである。

1) 数から文字の世界へ

小学校との接続を意識した内容である。ここでは、文字を使った式の意味、文字を使う理由、数学における文字の役割について記述した。特に、以下の点を強調した。

ア 文字を使う場面は、「わからない数の代わり」
「いつでも成り立つ法則を表す不特定な数の代わり」
「数量の間に成り立つ関係を表すいろいろな変化する数の代わり」「特別な数の代わり」「定まった数を表す不特定な数の代わり」のようにいろいろあるが、共通して「数の代わり」に使うこと

イ 文字を使うよさは「計算の過程を容易に表現できる」「一般化したものを表現する」ことにあること

2) 文字式の世界 1

中 1～中 2 の文字式の加減に関する内容である。ここでは、文字式の意味、文字式の分類、文字式の計算のルールについて記述した。特に、以下の点を強調した。

ア 文字式は、計算の過程を示すと同時に、とりあえずの答えを示す式になっていること

イ 文字式は、項の数による分類と、次数による分類があること

ウ 文字式の計算の仕方は、交換法則や結合法則、分配法則に従うこと

エ 文字式の計算は、文字にどのような数を代入しても計算式が成り立つところまでしか計算できないこと

3) 文字式の世界 2

中 3 の文字式の乗除に関する内容である。ここでは、文字式同士の乗法、除法、因数分解について記述した。特に、以下の点を強調した。

ア 文字式同士の乗法は、分配法則が基本となること

イ 因数分解は、分数式の約分や方程式を解く上で有用であること

4) 方程式の世界 1

中 1 の 1 次方程式、中 2 の連立方程式に関する内容である。ここでは、1 次方程式・連立方程式の解き方、

方程式の歴史、方程式の利用について記述した。特に、以下の点を強調した。

ア わからない数量を求めるために、方程式を使うこと

イ 1 次方程式を解く基本は、等式の性質であること

ウ 連立方程式を解く基本は、文字の消去であること

エ 方程式による問題解決の特徴は、問題の意味を考えて式を作る部分が少ないこと

5) 方程式の世界 2

中 3 の 2 次方程式に関する内容である。ここでは、2 次方程式の解き方、2 次方程式の歴史、2 次方程式の利用について記述した。特に、以下の点を強調した。

ア 2 次方程式を解くには、あてはめ（平方根の考え）、因数分解、解の公式の 3 つの方法があること

イ 黄金長方形のたてと横の長さの比を求めるなど、2 次方程式が様々な場面で利用できること

6) 文字を使った謎解きの世界

中 2、中 3 の文字式を使った説明に関する内容である。ここでは、数当てパズル、整数の性質、図形の性質について記述した。特に、以下の点を強調した。

ア 文字を使うと、数や図形に関する様々な性質が説明できること

[資料]

ここでは、次の話題に触れている。

- ・ $(a+b)^n$ の展開
- ・ 特別な 4 次方程式の解法
- ・ 昔の教科書に載っていた問題
- ・ 倍数の見分け方
- ・ 数学者（数の世界編と同様）
- ・ 数学に関する名言（数の世界編と同様）

特に、昔の教科書に載っていた問題は、方程式の特徴を理解させるとともに、生徒に興味・関心を持たせることをねらいとして掲載した。例えば、次のような内容である。

② 和差算

2 つの量の和と差がわかっているとき、それぞれの量を求める問題である。

水島さんは、姉となわとびをしようと思いました。長さ 4m76cm の綱を見つけてきて、一方が 50cm 長くなるように 2 つに切りました。両方の綱の長さは、それぞれどれだけの長さでしょう。（小 4 下）

ア. 方程式を使わない方法

4m76cm = 476cm から 50cm を引くと、

その長さは、短い綱の 2 倍になる。

$$476 - 50 = 426$$

$$426 \div 2 = 213$$

だから、短い綱は 213cm で、長い綱は、213 + 50 = 263cm

(答) 短い綱 2m13cm、長い綱 2m63cm

6 「副読本」の活用

(1) 活用方法

副読本の活用の仕方としては、次のような方法が考えられる。

① 授業中に、理解を深めるために必要に応じて参照する。

② 長期休業中に、読書課題として活用する。

③ 自習課題として活用する。 など

本研究では、②の方法で活用した。

(2) 活用の実際

具体的な活用方法は、以下の通りである。

① 数の世界編

<時期>2008 年夏休み（提出は、9 月上旬）

<対象>

ア. 附属中学校 A 中 1～中 3：各 3 クラス

（ただし、中 3 のみ課題提出は任意）

イ. 附属中学校 B 中 3：3 クラス

ウ. 公立中学校 C 中 2：3 クラス

<課題の提示方法>

ア. 「心に残った内容のレポート」と「読んでの感想」

イ. 「読んでの感想を書きなさい。」

ウ. 「（口頭で）読んでの感想を書きなさい。」

いずれの場合も、「難しい箇所は、読み飛ばしてもよい」点を強調した。また、決まった書式のプリントを配布し、そこに書き込ませるようにした（資料 3, 4）。

② 式の世界編

<時期>2009 年夏休み（提出は、9 月上旬）

<対象>

ア. 附属中学校 A 中 3：3 クラス

イ. 公立中学校 C 中 3：3 クラス

<課題の出し方>

ア. 「心に残った内容のレポート」と「読んでの感想」

イ. 「（口頭で）読んでの感想を書きなさい。」

いずれの場合も、①の数の世界編のときと同様に、「難しい箇所は、読み飛ばしてもよい」点を強調した。また、決まった書式のプリントを配布し、そこに書き込ませるようにした（資料 1, 2）。

(3) 活用の成果

レポートを分析した結果、成果としては次の 5 点を挙げることができる。

- ① 数学に対する興味・関心を高めることができた。
- ② 数学の内容に関する理解を深めることができた。
- ③ 数学を学ぶ意義を実感することができた。
- ④ 数学への学習意欲を増すことができた。
- ⑤ 数学に対する見方や接し方が変化した。

以下では、それらの成果が読み取れる生徒の記述（抜粋）を掲載する。

① 数学に対する興味・関心を高める

・毎日が新たな発見や学習ばかりで楽しかったです。

（A：中 1）

・「数学散歩」を読んで以前より数学が好きになりました。（A：中 2）

・内容はとても難しかったけれど、とてもおもしろかったし、自分の数学に対する関心が高まったと感じます。（A：中 2）

・この本を読んで、数の歴史や数学者の発見など、たくさんのがわかり、数学への興味をさらに深めることができました。（A：中 3）

・「数学散歩」をじっくり読んだらおもしろくて感心するところがいくつもあって、数学が得意でない僕でも、たのしく読むことができました。（C：中 2）

・これを読んでから「数学って難しいけれど、色々自由に考えるとところがおもしろいんだなあ」と感じました。（C：中 2）

② 数学の内容に関する理解が深まる

・授業で習った負の数などの少し引かかっていたーが＋に成るというところが図などを見てわかり感動しました。（A：中 1）

・授業で習った単元もたくさん深められて、楽しかった。（A：中 3）

・何となく日頃疑問だったこと（2 倍と 3 倍の平均は 2.5 倍？とか）とかがわかりやすく説明されていた。（B：中 3）

・「なぜ 0 で割ってはいけないか」1 年生のときにも授業で学習した課題だ。（中略）1 年生の頃に残ってしまった「はてな？」を解決できた。（B：中 3）

・自然数と分数は授業などでもよく使う数ですが、目的などは今まで考えたこともありませんでした。（C：中 2）

③ 数学を学ぶ意義を実感できる

・数学は生活に欠かせないものだと思いました。（A：中 2）

・一見気難しいように思える数学だが、よーくかかわってみると、そこには人々の命が通っていて、日常生活のいたるところに眠っているものだとか分かった。（B：中 3）

・数学がなければ今の自分はない。ということはこれでまた改めて数学の大切さを感じることができたのだ。（B：中 3）

・数学は私たちの一歩先を行き、私たちをリードしてくれてきたと思う。そのおかげで私たちの生活は豊かになり、ここまで発展してこられたのではないだろうか。（B：中 3）

・数学散歩を読んでみると、しだいに数学が一番生活と関わりがあるのではないかと思いはじめました。

(B: 中 3)

- ・歴代の数学者たちが生み出した数学をこれからの将来に受けつぐために私達は学んでいるのだとも感じました。(C: 中 2)
- ・「数学散歩」を読み、数学は将来になくってはならないのだと知ることができました。(C: 中 2)

④ 数学への学習意欲が増す

- ・この本を読むことによって、数学は本当はとてもおもしろいことだ!と知ることができました。そして頑張ってみよう、という気持ちにもなれました。(A: 中 2)
- ・改めて「数学ってすごいんだな～」と思いました。もっともっと数学を学んでいきたいです!! (A: 中 3)
- ・これからの数学の授業では、こういった研究者達の努力を思い出しながら取り組んでいけたらなあと思います。(A: 中 3)
- ・もっと数学について追求していきたいです。(B: 中 3)
- ・これからはもっと数学と仲良くなって考える楽しさを味わっていききたい。(B: 中 3)
- ・これから、1つ1つの問題を多面的に考え、論理的に見る力を養い、少しでも数学の可能性を広げていけたらと思います。(B: 中 3)
- ・本書を読んで2学期からは心を入れかえて数学を苦手から得意にできるように勉強を頑張りたいと思いました。(C: 中 2)
- ・今後はより一層数学を広い目で見えて、楽しみながら学習していきたいと思いました。(C: 中 2)

⑤ 数学に対する見方や接し方が変わる

- ・数学散歩を読み、公式を覚えることが数学ではないと感じました。(A: 中 3)
- ・数学散歩を通し、数学に対しての見方・考え方の視野を広げることができて良かったです。(A: 中 3)
- ・数学と友達っていうのも変だけど、なんだかそういう気分です。(A: 中 3)
- ・今まで私は「数の世界」の内側にいて、それに振り回されていた感じがする。この本を読み進むうちに「数の世界」を外側から、しかも客観的にみることができるようになった気がした。(B: 中 3)
- ・数学は「解くもの」だと割り切ってしまうのはや2年半。しかし、そんな考え方が最近変わりつつある。この「数学散歩」を読んで、私の中の凝り固まった数学に対するイメージが変わった。(B: 中 3)
- ・「あくなき好奇心」というものが、数学を学ぶ上でいかに大切かということに、改めて気づいた。(B: 中 3)
- ・数学が一番答え方を自由に、自分の考えを自由に表現できることに気づきました。(B: 中 3)
- ・この本を通して、数学を学ぶ上で、私は「多面的に考える力」が必要となってくるのではないかと思います。

した。(B: 中 3)

- ・今まで教わってきた数学は、基本の土台であり、もっともっと発展された問題がたくさんのもっていました。今まで習ってきた数学が全てではないということに気づきました。(C: 中 3)

他にも、中3終了時に、3年間の数学の学習を振り返って書かせた生徒の文章の中に、「数学散歩」に関わる以下のような記述があった。

「『数学はいつでもどこでも気がつけば先におり、時々生活から遊離しているのだ、抽象的なのだ、無味乾燥のだと非難嘲笑を浴びながら、人知のために新しい道を切り開いてきた。ーソボレフ(ロシア数学者)』これが、一番印象に残った言葉。これからは数学は私たちに考える楽しさや学ぶことの大切さを教えてくれるだろう。」

この生徒の記述からわかるように、資料編にのせた数学者の名言は、生徒の心に残り、影響を与えたものと考えられる。

7 数学教育改善のための知見

数学を学ぶ意義を実感させるための「副読本」の開発と活用を通して、数学教育改善のために以下の3つの知見を得た。

- ① 「数学の学習＝問題を解く」という学習観を変えるためには、「問題を解く」活動以外に、数学に関する内容を「読む」活動を取り入れることが有効である。
- ② 数学に対する興味・関心を高めるためには、数学の発展してきた歴史的な話題に触れることが有効である。
- ③ 数学を学ぶ意義を実感させるためには、数学の有用性や面白さを伝えるような話題を提供することが重要である。そのことが結果として、数学への学習意欲を増すことにもつながる。

8 今後の課題

今後の課題として、以下の点を挙げることができる。

- ① 「図形の世界編」, 「関数の世界編」について、その内容を吟味し作成する。
- ② 「副読本」の活用の仕方として、長期休業中の読書課題以外の方法を探り、実践する。

本論文は、科学研究費(基盤研求(C), 課題番号18530693「数学を学ぶ意義を実感させる「副読本」の開発とその活用に関する研究」2006~2008)の補助を受けて研究した内容をまとめたものである。「副読本」の開発と作成に当たっては、以下の方々の協力を得た。この場を借りて、感謝の意を表したいと思います。

園田 博人 (SONODA HIROTO)

元静岡大学教育学部附属島田中学校教諭

竹下 知行 (TAKESHITA TOMOYUKI)

静岡大学教育学部附属島田中学校教諭

坂本 健司 (SAKAMOTO KENJI)

静岡大学教育学部附属島田中学校教諭

守屋 謙一郎 (MORIYA KENITIROU)

元静岡大学教育学部附属浜松中学校教諭

近藤 正雄 (KONDOU MASAO)

元静岡大学教育学部附属浜松中学校教諭

村松 還 (MURAMATU MEGURU)

静岡大学教育学部附属浜松中学校教諭

<参考・引用文献>

- A. I. ボロディーン／A. S. ブガーイ編，千田健吾／山崎昇訳（1996）『世界数学者人名事典』大竹出版
- グレイゼル著，保坂秀正／山崎昇訳（1997）『グレイゼルの数学史Ⅰ～Ⅲ』大竹出版
- カジヨリ著，小倉金之助補訳（1997）『カジヨリ初等数学史』共立出版
- 片野善一郎著（2003）『数学用語と記号ものがたり』裳華房
- 国立教育政策研究所（2005）「平成 15 年度小中学校教育課程実施状況調査－算数・数学－」
- 国立教育政策研究所（2007）「平成 17 年度高等学校教育課程実施状況調査－数学－」
- 国立教育政策研究所（2004）『生きるための知識と技能』，ぎょうせい
- 国立教育政策研究所（2005）『算数・数学教育の国際比較』，ぎょうせい
- 熊倉啓之（2009）「数学を学ぶ意義を重視した授業」『新たな数学の授業を創る』長崎栄三・國宗進・太田伸也・相馬一彦編著，明治図書，pp. 150～159
- 塩野直道（2007）『尋常小学算術』復刻版，啓林館
- ヴィルチェンコ編，松野武／山崎昇訳（1989）『数学名言集』大竹出版
- ヴィクター J. カッツ著，上野健爾／三浦伸夫監訳（2005）『カッツ数学の歴史』共立出版

資料 1 公立中学校 C

数 学 散 歩 ～「式の世界」～

中学校 3 年 3 組 氏名

私は数学散歩を読んでみて、数学の楽しさが分かってきます。数学というのは「数」を学ぶこと、自分の可能性がどんどん広がっていくものです。1つの問題でも解く人により式が違う場合もあれば、ある問題を解いて「自分にこんな力があった」と発見出来ることもあります。私は数学がすごく得意というわけではありません。でも数学が好きです。数学は「ひらめきと才能」が大切だと思います。ひらめきはあっても才能がなければ解けないものもあり、才能はあっても答えを導き出すひらめきがなければ解けないものもあります。でも今回数学散歩の中で読んで「理解しにくい」と思うのと「読んで楽しい」と思い興味を持てたのがありました。1つは、数学散歩を読んで数学が好きという気持ちが大きくなったと思います。これからたくさん数学を勉強して得意科目といえるようになりたいと思います。これからがんばりたいと思います。

資料 2 公立中学校 C

数 学 散 歩 ～「式の世界」～

中学校 3 年 1 組 氏名

数学の散歩を読んで、数学は奥が深いなと思いました。私が今まで学んだ数学は、基本の土台であり、もっと発展された問題がたくさんある。今まで学んだ数学が全てではないということに気づきました。そして、答えが出来れば解けるような問題なので、この問題の見方や考え方を学ばないと解けないと思いました。

数学は、昔の人が作ったもので、それが今でも使われているということに改めて気づきました。どうしてそのような法則や決まり、性質が見つかるのか不思議な気がします。昔の人がたくさんの数学を見つけてくれたのだから、今の数学のさらに新しい数学を発見することとは可能なのでは…？と思いました。

私は、前は数学が嫌いでしたが、今は数学が好きです。難しい問題を解くときに、なかなか答えが見つからないときでも、一生懸命考えることで解けたときの喜びがものすごく大きいので、数学がもっと楽しくなる。この感情を忘れずに、難しい問題にいろいろチャレンジしたいと思いました。

完全数としての15

完全数とは？

その数以外の約数の和が、ちょうどその数に一致するとき、その数を「完全数」といふ(例 $6=1+2+3=6$ など)とでも珍しく、6の次の完全数は、28までない。

② 過剰数・不足数

完全数でない数は約数の和が小さくなるものは「過剰数」、小さくなるものは「不足数」と呼ばれている。

例) $4 \dots 1+2 < 4$ は不足数

$12 \dots 1+2+3+4+6 > 12$ は過剰数

100までの数をすべて見てみると、完全数2個、過剰数22個、不足数76個となり、過剰数と不足数では不足数のほうが多い。また、同じ不足数でも完全数に近いものがある。(例 $1+2+4+8$ など)一方、過剰数では和が1だけ大きい数は、実は一つも見つからない。

③ 友愛数(新和数)・婚姻数

例) 220 と 284 のそれぞれその数以外の約数の和を求めると、

$$220 \dots 1+2+4+5+10+11+20+22+44+55+110=284$$

$$284 \dots 1+2+4+7+14+28+56+71+142=220$$

220の約数の和が284になり、284の約数の和が220になる。このような数の組を「友愛数」(新和数)という。友愛数は無限にあるかどうかは、未解決である。

また、例) 48 と 75 の場合、

$$48 \dots 1+2+3+4+6+8+12+16+24=76=75+1$$

$$75 \dots 1+3+5+15+25=49=48+1$$

48の約数の和が75より1多くなり、75の約数の和が48より1多くなる。このような数の組を「婚姻数」という。婚姻数も、無限にあるかどうかは未解決である。

★中学校「数学第一 数の世界」をみんなで作ろう★ 第五回

今まで数も当然の如く使っていて、素数など、深く考えたこともなかったけれど、この本を読んでから、数や数学者の発見など、たくさん知ることができ、数や数の関係などに深く関心することができました。素数から暗号に利用されていることや、友愛数や婚姻数と呼ばれている数があることなど、今まで知らなかったことが、この本に書いていて、とてもおもしろかったです。同時に、素数が暗号に利用されていることが、数学者や研究者の努力の上に成り立っていることに気づかれました。また、数の関係を解決するために、現在も研究が続けられていることに、驚きました。これらの数字の授業では、しっかりと研究を進め、力を思い出し、取り組んでいけたらなあと思います。

中学校「数学第一 数の世界」レポート

中 (3) 年 (A) 組 氏名

4. おもしろい性質を持った数の世界」より...

素数

① 素数の見つけ方 (古代ギリシアの数学者エラトステス氏の方法)

1) 1を消す。

2) 2に0をつけた、2以外の2の倍数をすべて消す。

3) 消されていない数の中で最も小さい3に0をつけた、3以外の3の倍数をすべて消す。

4) 消されていない数の中で最も小さい5に0をつけた、5以外の5の倍数をすべて消す。

5) 同じことをくり返す。

残った数に、1を除くように11に0をつけた、11以外の11の倍数をすべて消す。

残った数に、13を除くように13に0をつけた、13以外の13の倍数をすべて消す。

残った数に、17を除くように17に0をつけた、17以外の17の倍数をすべて消す。

残った数に、19を除くように19に0をつけた、19以外の19の倍数をすべて消す。

残った数に、23を除くように23に0をつけた、23以外の23の倍数をすべて消す。

残った数に、29を除くように29に0をつけた、29以外の29の倍数をすべて消す。

残った数に、31を除くように31に0をつけた、31以外の31の倍数をすべて消す。

残った数に、37を除くように37に0をつけた、37以外の37の倍数をすべて消す。

残った数に、41を除くように41に0をつけた、41以外の41の倍数をすべて消す。

残った数に、43を除くように43に0をつけた、43以外の43の倍数をすべて消す。

残った数に、47を除くように47に0をつけた、47以外の47の倍数をすべて消す。

残った数に、53を除くように53に0をつけた、53以外の53の倍数をすべて消す。

残った数に、59を除くように59に0をつけた、59以外の59の倍数をすべて消す。

残った数に、61を除くように61に0をつけた、61以外の61の倍数をすべて消す。

残った数に、67を除くように67に0をつけた、67以外の67の倍数をすべて消す。

残った数に、71を除くように71に0をつけた、71以外の71の倍数をすべて消す。

残った数に、73を除くように73に0をつけた、73以外の73の倍数をすべて消す。

残った数に、79を除くように79に0をつけた、79以外の79の倍数をすべて消す。

残った数に、83を除くように83に0をつけた、83以外の83の倍数をすべて消す。

残った数に、89を除くように89に0をつけた、89以外の89の倍数をすべて消す。

残った数に、97を除くように97に0をつけた、97以外の97の倍数をすべて消す。

残った数に、101を除くように101に0をつけた、101以外の101の倍数をすべて消す。

残った数に、103を除くように103に0をつけた、103以外の103の倍数をすべて消す。

残った数に、107を除くように107に0をつけた、107以外の107の倍数をすべて消す。

残った数に、113を除くように113に0をつけた、113以外の113の倍数をすべて消す。

残った数に、127を除くように127に0をつけた、127以外の127の倍数をすべて消す。

残った数に、137を除くように137に0をつけた、137以外の137の倍数をすべて消す。

残った数に、149を除くように149に0をつけた、149以外の149の倍数をすべて消す。

残った数に、151を除くように151に0をつけた、151以外の151の倍数をすべて消す。

残った数に、157を除くように157に0をつけた、157以外の157の倍数をすべて消す。

(数学散步) 感想

1 あなたは、数学が好きですか？（どれかに○を付ける）

好き ・ どちらかというと好き ・ どちらともいえない ・ どちらかというと嫌い ・ 嫌い

2 数学散歩を読んでの感想を書きなさい。

数学は「開くもの」だと割り切っています。では2年半、勉強
 かし、そんな考え方が最近変わリツクあり。この「数学散
 考」と読んで、私の中の凝り固まった数学に対するイ
 メージが変わつた。

読んでいく中で、特に心に残ったのが「なせの割に、
てはいけなにか。」/年生のときにも授業で学習し
た課題だ。その当時は、数学という未知な世界
に不安を抱きながらも、楽しんでいた。このころの純
粋な気持ちを出すとともに、1年生のころに残
していった「はてな？」を解決できた。

また、数学者のコーナーもとても楽しく読めた。すべてを数で表そうとした人、世界で「聖書」に次ぐベストセラーを著した人、お風呂で浮力にひらめいた人、余白に記した定理でたくさんの数学者をうならせた人、名前が方程式・定理・公式にたくさん出ている人、周囲の白い目にもめげず、真理を追求しつづける人、

この人にならばでは、私たちがこうして数学の楽しさを
知るところもなか。私たちには当たり前のよ
うに教科書がある。しかし、この人たちにはなか
たのだ。まだ誰も知らない誰も分らないことを見つ
けるために命を燃やした。なんで素晴らしい生き様
だらう。

一見、気難しいように思える数学だが、よくか
かかわると、そこに人々の命が通っていて、日
常生活のいたるところに眠っているものだからだ。
また、数学は私たちの生活を便利する役割を果
たしてきてくれた。これからいふと、数学と仲良
くいふて考える楽しさも味わていきたい。

9月1日（月）までに近藤先生に提出