SURE 静岡大学学術リポジトリ
Shizuoka University REpository

数学教育研究における学習者の外化と議論の重要性：数学の認識論、数学教育における認識論を基に

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2013-08-07 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 松島, 充 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10297/7405

【 論文 】

数学教育研究における学習者の外化と議論の重要性

－数学の認識論，数学教育における認識論を基に－

松島　　充

静岡大学

本稿の目的は，話し言葉による外化と数学学習における理解の関係を認識論的に考察し，ジグソー学習法に深い関わりを持つ数学教育における認識論を明らかにすることである。

研究の方法は，認識論に関わる文献研究を行う。数学の認識論，数学教育における認識論のこれまでの議論を，話し言葉と数学学習における理解の関係の観点，Sfard,A.（1998）のメタファー論の観点から整理した。その整理の結果を基に，ジグソー学習法に深い関わりを持つ数学教育における認識論を明らかにした。

数学の認識論は，大きく絶対主義と可謬主義に分けられる（Ernest，1991）。本稿で考察した 9 種の数学の認識論のうち，話し言葉に関連する認識論として絶対主義の直観主義，可謬主義の規約主義，経験主義，準経験主義，社会的構成主義，文化人類学主義が挙げられた。話し言葉と数学学習における理解の関係について深く言及した認識論としては，社会的構成主義が挙げられた。

数学教育における 8 種の認識論のうち，話し言葉に関連する認識論として，社会文化主義，相互作用主義，社会的構成主義，文化人類学主義，多世界パラダイムが挙げられた。話し言葉と数学学習における理解の関係について深く言及した認識論としては，社会的構成主義が挙げられた。

上記の認識論に関する考察を，メタファー論（Sfard，1998）の観点からも考察を行うと，数学の認識論は，絶対主義が獲得のメタファーに，可謬主義が参加のメタファーに対応した。数学教育における認識論では，行動主義，構造主義，急進的構成主義が獲得のメタファーに，社会文化主義，相互作用主義，文化人類学主義が参加のメタファーに，社会的構成主義が 2 つのメタファーの接続に対応した。

考察結果から，すべての子どもに対して意見の外化と議論を保障するジグソー学習法は，数学教育研究において社会的構成主義，社会文化主義，相互作用主義，文化人類学主義のいずれかを認識論的基盤とした学習方法論と成り得ることが示唆された。それらの中でも，数学の主観的知識から客観的知識が生成される過程を示す記述性，話し言葉を重視した数学学習のあるべき姿を示す規範性をもつ社会的構成主義は，現在のところジグソー学習法の認識論的基盤として有力な候補の 1 つであると考えられた。

キーワード

認識論，メタファー論，社会的構成主義，ジグソー学習法

１．はじめに

筆者はこれまでに，算数教育における協調学習を実現する知識構成型ジグソー学習法に関する研究を進め，その効果を実証してきた（松島，2011 ; 松島，2012 ; 松島・長崎 2012）。ジグソー学習法は，開発当初は社会学の文脈の中で研究が進められた（アロンソン他，1986）。この学習法の最大の特徴は，すべての子どもに対して自分の意見の外化と議論を保障するところにある。本稿での外化とは，話し言葉による外化を指す。このジグソー学習法は，現在では知識構成型ジグソー学習法として，学習科学において継続的に研究されている（三宅，2012）。

しかし研究を進める上で，数学学習における外化や議論に関する今までの研究が，数学教育研究にどのように位置づくのかという課題が浮かび上がってきた。これは数学教育学の学際性（岩崎，2007）にとって重要な課題である。なぜなら，学習科学における算数・数学のジグソー学習法に関する研究なのか，数学教育学におけるジグソー学習法に関する研究なのかという，数学教育学のアイデンティティに関わる課題だからである。

ジグソー学習法の特徴である，すべての子どもの外化と議論については，数学的リテラシー論（阿部，2010 ; 長崎，2011）や数学的コミュニケーション論で研究が続

けられてきている（古藤他，1992：金本，1998）。しかし数学教育研究において，子どもの外化と子どもの数学学習における理解との関係について深く言及している研究は，事例研究や書き言葉に焦点を絞った研究は見られるが（中原，1995：二宮，2005），話し言葉に焦点を絞った研究はほとんど見られない。

そこで本稿では，話し言葉による外化と数学学習における理解の関係を認識論的に考察することで，ジグソー学習法に関する認識論を明らかにする。

２．研究の目的と方法

本稿では，話し言葉による外化と数学学習における理解の関係を認識論的に考察し，ジグソー学習法に深い関わりを持つ数学教育における認識論を明らかにすることを目的とする。

研究の方法は文献研究である。数学教育における認識論のこれまでの議論を，話し言葉と数学学習における理解の関係の観点から整理する。その整理を基に，ジグソー学習法に深い関わりを持つ数学教育における認識論を明らかにする。

具体的な文献研究の方法としては，第 1 に，数学の認識論について概観し，それを話し言葉と数学学習における理解の関係の観点から整理する。第 2 に，数学教育における認識論を概観し，それを話し言葉と数学学習における理解の関係の観点から整理する。第 3 に，メタファー論の観点から上記 2 点の整理を関連づける。このメタファー論は，数学教育研究における新たな認識論的な視点として注目を集めているものである（Sfard，1998）。最後に，これらの整理の結果とジグソー学習法の特徴を比較することで，ジグソー学習法に深い関わりをもつ数学教育における認識論を明らかにする。

３．数学の哲学における数学の認識論

数学に関する認識論を考える上で，数学の認識論と数学教育における認識論の区別は重要である（Sierpinska & Lerman，1996）。数学の認識論とは，数学とは何か，数学とはどのように理解されるか等を問うものである。これに対し，数学教育の認識論とは，数学教育とは何か，数学教育とはどのように理解されるか等を問うものである。これらは，数学教育の目的論に部分的に関連するが，数学教育にとって重要な認識論とはならない。数学教育にとって重要な認識論とは，数学の認識論が数学教育においてどのような役割を果たしているかという数学の認識論の活用に焦点が当たるべきだからである（Sierpinska & Lerman，1996）。

数学の哲学における数学の認識論は，大きく絶対主義と可謬主義に類別することができる（Ernest，1991）。本節では，この 2 種類の数学の認識論を概観する。

3.1　絶対主義の学派

絶対主義には，論理主義，形式主義，直観主義，そして構造主義が含まれる。

論理主義は，数学を論理学の概念に究極的に還元しようとする認識論である（Ernest，1991）。しかし，無限の取り扱いの困難性と，ゲーデルの不完全性定理によって，すべての数学を論理学の対象とすることができないという弱点を持っている（Ernest，1991）。

形式主義は，数学の実在論の立場には立たず，形式的な体系と論理で数学を構築しようとする認識論である（Ernest，1991）。しかし，ゲーデルの不完全性定理によって，形式的体系の無矛盾が保障されないという弱点を持っている（Ernest，1991）。

直観主義は構成主義に含まれ，数学的対象は構成的方法によって構成されない限りそれが存在するとはみなさないという，数学的な存在をその構成の可能性と同義と捉える限定的な実在論である（ルザービン，1977）。人間が関わるという点において，構成主義は，論理主義と形式主義とは大きく異なる。しかし，直観主義での直観は，数えることの直観だけを意味していたため，それまでの数学の知識と論理的な整合性を持てないという弱点を持っている（デービス，ヘルシュ，1986）。

構成主義では，人間が心的に数学的対象を構成していくのに対し，構造主義では対象に存在する構造を発見していく立場をとる。構造主義においては，数学的対象の真偽は明確であると主張し，その存在においては，存在か非存在かの意見が分かれている。つまり，数学的対象に対する実在論と観念論が混在している（シャピロ，2012）。構造主義における構造とは，システムの関係で語られる。まず，互いにある関係を伴った対象の集まりをシステムと定義する。そのシステム内における，他の対象との関係に影響を及ぼさない特徴をすべて無視することで得られるシステムの抽象的な形式を構造と定義している（シャピロ，2012）。この他との関係に影響を及ぼさない要素の排除という点において，数学における構造主義には人間という要素が入り込まない認識論である。

3.2　可謬主義の学派

可謬主義には，規約主義，経験主義，準経験主義，社会的構成主義，文化人類学主義が含まれる。

数学の規約主義者の見方は，数学的知識と真理は，言語の規約に基づくものであるとする（Ernest，1991）。規約主義での数学的な知識の究極的な源泉は，我々の社会的言語の実践の中に埋め込まれている言語的な規約であり，この言語的な規約をスタート地点として，演繹的推論によって確実な数学がつくられると主張する（Ernest，1991）。従って規約主義では，人間がつくり使用している自然言語の使用の中に数学的知識の基礎を定

めるため，数学的知識の可謬性を認めることになる。

経験主義は，数学の概念は経験的な起源を持ち，数学の真理は経験的な正当化を持つと主張する（Ernest, 1991）。しかし，無限に関する計算や群論等の抽象代数の非経験性から，この主張に弱点を持っている（Ernest, 1991）。

準経験主義は，ラカトシュによって展開された数学の認識論（ラカトシュ，1980）に与えられた名称である。準経験主義は，次の5つの主張を持つ（Ernest，1991）。

① 数学の知識は可謬である。
② 数学は仮説・演繹的である。
③ 歴史が中心にある。
④ 非形式的数学の卓越性が断言される。
⑤ 知識創造の理論が含まれている。

このラカトシュの数学の認識論は，数学的知識の客観性に対する説明の欠如，応用数学の本性の説明の欠如等の部分的な弱点を持っている（Ernest，1991）。

社会的構成主義は，規約主義と準経験主義を精緻化し総合した数学の認識論であり，社会的構成主義の背景には，次の3つの要素がある（Ernest，1991）。

① 数学的知識の基盤は，言語的知識，規約，規則であり，言語は社会的構成物である。
② 個人間の社会的過程は，個人の主観的な数学的知識を，公表の後で受容された客観的な数学的知識に変えることが求められている。
③ 客観性そのものは社会的に理解される。

また，社会的構成主義における知識創造について次の7点が説明される（Ernest，1991）。

① 個人は数学の主観的知識を所有する。
② 主観的知識が客観的知識になるためには，公表が必要である（しかし十分ではない）。
③ ラカトシュの発見的方法を通して公表された知識は数学の客観的知識となる。
④ この発見的方法は客観的な規準に依存する。
⑤ 公表された数学的知識を批判するための客観的規準は数学だけではなく言語の客観的知識に基づく。
⑥ 数学の主観的知識は，大部分が吸収されて再構成された客観的知識である。
⑦ 個人の貢献は数学的知識に付加し，それを再構成し再生産することができる。

この社会的構成主義に基づく数学の認識論は，「数学の主観的知識と客観的知識の関係」として図1のように図示される。

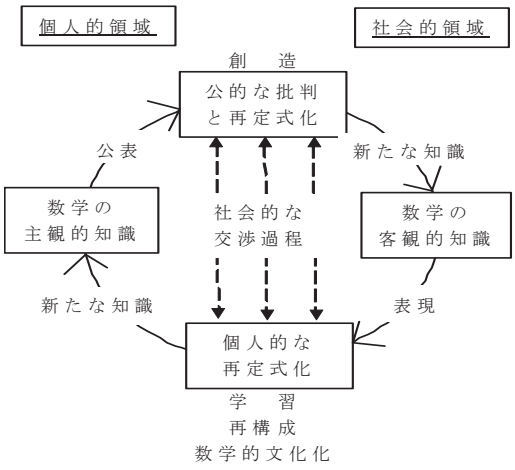


図1　数学の客観的知識と主観的知識の関係
（Ernest, 1991, p. 85 より日本語に改変）

文化人類学主義では，数学を文化の1つとして人類学的に考察する。従って任意の地域によってさまざまな数学が存在することになり可謬主義である。これらの複数の数学の共通性から数学とは何かについて考察する認識論である。文化人類学主義では，複数の地域での複数の数学の発生とその発展の過程を基に，数学の発展において認められる主な力を定義している（ワイルダー, 1980）。また，さらに子どもたちと数学文化の関係について考察する必要性を主張した研究もある（ビショップ，2011）。

4．話し言葉に関連した数学の認識論

本節では，前節で概観した数学の哲学における数学の認識論を話し言葉と数学学習における理解の関係の観点から整理する。

4.1　話し言葉に関連した絶対主義の学派

絶対主義に含まれる4種の数学の認識論のうち，話し言葉に関連するのは直観主義のみである。それは他の3種の数学の認識論自体が，数学の成立に人間を必要としないからである。論理主義は論理学を，形式主義は論理の形式を，構造主義は数学のシステムを基盤としている。数学そのものの成立は，数学学習者にとっては数学を理解することに深く関連する。そのため，数学の成立に人間が関わらないということは，数学の理解に人間が関わらないということにつながるため，数学教育研究にとって有用な認識論とはなり得ない。一方，直観主義は数学の成立の基礎を数学の心的な構成に求める。つまり数学の成立に人間を要求する。そしてその心的構成には当然話し言葉が関係する。しかし，直観主義の認識論においては，話し言葉は重要な地位を与えられていない。従って，数学の認識論の絶対主義の学派には，話し言葉に着目した認識論は見られないと言える。

4.2　話し言葉に関連した可謬主義の学派

可謬主義に含まれる 5 種の数学の認識論のうち，5 種すべての認識論が話し言葉に関連する。それは 5 種の認識論すべてが，数学の成立に人間を必要とするからである。数学の成立に人間が必要不可欠であるということは，当然話し言葉も必要となる。

本稿での認識論の整理の視点の 1 つは，話し言葉と数学学習における理解の関係である。そのため 5 種の認識論における話し言葉と数学学習における理解の関係について順次考察する。

規約主義では，数学的知識の究極的な源泉を人間の自然言語に求める（Ernest，1991）。従って数学と話し言葉を強く結びつけることになる。しかし数学と話し言葉の結びつきが強調はされていても，そこに数学学習における理解との関係についての視点は見出されない。そのため，規約主義は話し言葉には着目しても，数学学習における理解との関係については言及していない認識論であると考えられる。

経験主義では，数学そのものの起源を経験に求める（Ernest，1991）。経験に基礎を求めるということは，当然そこには話し言葉が関わってくる。しかし，規約主義と同様に，そこには話し言葉と数学学習における理解との関係についての視点は見出されない。そのため経験主義も話し言葉には着目しても，数学学習における理解との関係については言及していない認識論であると考えられる。

準経験主義は，オイラーの多面体定理に関わるケーススタディの形をとって詳説されている（ラカトシュ，1980）。そこでは子どもと教師の話し言葉による議論によって，数学的な内容が深められていく様子が克明に記述されている。従って準経験主義は，話し言葉と数学学習における理解に深く関連した認識論であるということができる。しかし，特定の子どもの数学の理解が深まっていく様子は明瞭でも，話し言葉と数学学習における理解の一般的な関係については述べられていない。

社会的構成主義は，規約主義と準経験主義を精緻化し，総合した認識論である（Ernest，1991）。そのため，数学と話し言葉の結びつきが明瞭であり，話し言葉と子どもの数学学習における理解の深まりの関係も明瞭である。そして特筆すべきは，数学の客観的知識と主観的知識の関係の図 1 である。この図 1 は，数学の主観的知識を公表することから始まる。他者との社会的な交渉過程を基盤として，その数学の主観的知識に対して公的な批判が向けられる。それを基に再定式化が図られ，新たな数学の客観的知識となっていく。この図 1 における，公表・公的な批判・社会的な交渉過程のそれぞれには，書き言葉とともに話し言葉も含まれる。つまり，話し言葉によって新たな数学の客観的知識が創造されていく過程が表現されている。この話し言葉によって数学学習の理解が深まっていく過程を明確に示した記述性において，社会的構成主義は，話し言葉と数学学習における理解の関係について深く関連した認識論であると言える。

文化人類学主義は，複数の地域に固有に存在する数学から，数学の認識論について考察する（ワイルダー，1980）。さまざまな地域の子どもたちが数学を認識する特徴の 1 つとして「説明する」を挙げた研究（ビショップ，2011）から，話し言葉に関連した認識論であると言える。しかし，話し言葉と数学学習における理解の深まりの関係については述べられていない。

以上の考察から数学の哲学における 5 種の可謬主義の学派では，その認識論にどれも数学学習における話し言葉が関わっていると言える。そのうち，社会的構成主義のみが，話し言葉と数学学習の理解の深まりの関係について深く言及している認識論であるということができる。

５．数学教育における認識論

数学教育における認識論は，発生的認識論，社会・文化的認識論，文化人類学的認識論の 3 種に分けられ，さらに，構成主義的アプローチ，社会・文化的アプローチ，相互作用主義的アプローチ，文化人類学的アプローチに分けられ論じられている（小山，2010）。本節では，我が国における数学教育史も加味しながら，数学教育における認識論を，行動主義，構造主義，急進的構成主義，社会文化主義，相互作用主義，文化人類学主義，社会的構成主義，多世界パラダイムの 8 種に分類し概観する。

5.1　行動主義

行動主義の認識論は，どんな学習過程も刺激－反応の型とその結合によって記述でき，学習過程は適切な刺激－反応プログラムを作ることによって始められ，学習の過程の結果は，行動における観察可能な変化として客観的に捉えることができるというものである（ハウスン他，1987）。つまりどのような難しい問題も，スモールステップの原理に従って細分化し，繰り返し学習することで，問題を解決できるようになるという考え方である。

5.2　構造主義

数学教育における構造主義の前提としている認識論はピアジェの発生的認識論である。発生的認識論は，学習を既有の知識との同化と調節によって説明し，子どもの発達段階を考慮した学習方法を強調する。数学教育における構造主義は，数学自身の構造主義による発展に伴って発展した。そのために数学教育においては，数学的構造の代表とも言える群構造を用いた研究が見られる

（ディーンズ，1977）。

5.3　急進的構成主義

急進的構成主義は，次の 4 点の主張をする認識論である（グレーザーズフェルド，2010）。

① 知覚は感覚やコミュニケーションを経由して受動的に受け取られるものではない。
② 知識とは認知主体によって能動的に構築される。
③ 認知の機能は，生物学的な意味で適応的なものであり，適合や実行可能性への傾向性を有している。
④ 認知は主体による経験世界の組織化の役目を果たすのであって，客観的な存在論的実在を発見しているのではない。

これらの主張のうち，最後の④には，数学的知識の客観性までも否定するゆえに根源的ではあるが過激なため批判が多い（中原，1995）。また，急進的構成主義と発生的認識論との相違点について，発生的認識論では区別される論理－数学的知識と物理的知識の区別が，急進的構成主義にはないと指摘されている（小山，1989）。

5.4　社会文化主義

社会文化主義は，ヴィゴツキーとバフチンの理論にその基盤がある（田島，2003）。ヴィゴツキーは，人間活動を「主体―媒介―対象」の三項関係で捉え，心理的道具としての言語・記号の媒介を重視した（田島，2003）。バフチンも，言語の媒介を重視し，個人の学習にどのように言語が関わっていくのかという具体的メカニズムを提供している（ワーチ，2004）。このように学習の社会性，特にその言語における媒介過程を分析し，個人の学習への影響を分析するのが社会文化主義の特徴である。

5.5　相互作用主義

相互作用主義では，ブルーマーが，ミードの思想に基づき，次の 3 つの主張をした（ブルーマー，1991）。

① 人間は，ものごとが自分に対して持つ意味にのっとって，そのものごとに対して行為する。
② ものごとの意味は，個人がその仲間と一緒に参加する社会的相互作用から導き出され，発生する。
③ このような意味は，個人が，自分の出会ったものごとに対処するなかで，その個人が用いる解釈の過程によってあつかわれたり，修正されたりする。

相互作用主義は，個々の子どもの知識の内的な成長よりも，子ども同士，教師と子どもの相互作用に研究の焦点があてられる（小山，2010）。その際には，行為者のあるシンボルが意図する考えと，行為者のあるシンボルを解釈する解釈者の考えという両者が関連し，行為者と解釈者の新たな行為が発生することを重視していく。この新たな行為は，「連携的な行為 joint action」として重要視される（ブルーマー，1991）。

5.6　文化人類学主義

文化人類学主義では，数学の認識論で述べたように，子どもたちが行うさまざまな地域におけるさまざまな数学の特徴を挙げている（ビショップ，2011）。数学教育においてさまざまな地域とは，算数・数学科の各授業のことであり，それらの 1 つ 1 つが固有の文化である。1 つ 1 つの算数・数学授業の中に入り込み，子どもたちが数学をどのように認識しているかを授業の内側から考察しようとする認識論である。

5.7　社会的構成主義

社会的構成主義では，認識主体である子ども個人と社会を相互関連していると考える。その相互関連の中で，数学的知識を能動的かつ心的に構成していくと考える。この知識構成の枠組みについては，図 1 の客観的知識と主観的知識の関係として端的に表される。社会的構成主義には幾つかの流派があり，その代表的なものは，ピアジェの発生的認識論をその理論的基盤とした流派と，ヴィゴツキーの社会文化理論をその理論的基盤とした流派，そして状況論を理論的基盤とした流派がある（Ernest，1994；佐々木，1996）。

5.8　多世界パラダイム

多世界パラダイムは，急進的構成主義，相互作用主義，社会文化主義の 3 つの主義を比較検討し，これらの 3 つの主義は理論的には矛盾すると考えるが，その 3 つの主義を重要な要素とする。その上で子どもの複雑多岐で多様な算数・数学学習の実態を最もうまく説明しようとする認識論である（中原，1999）。つまり，1 つの子どもの学習の現象を説明するために，最もうまくその学習の過程を説明できるように 3 つの認識論を組み合わせていく認識論である。この多世界パライムの背景には，量子力学におけるハイゼンベルグの不確定性原理の考え方がある。なお，この多世界パラダイムの包含する認識論に，文化人類学主義も包含すべきだという主張もある（中西，1998）。

６．話し言葉に関連した数学教育における認識論

本節では，前節で概観した 8 種の数学教育における認識論を話し言葉と数学学習における理解の関係の観点から整理する。

行動主義は，どのような難しい問題もスモールステップの原理に従って細分化し，繰り返し学習することで問題を解決できるようになるとする認識論である（ハウス

ン他，1987）。このスモールステップの過程には，話し言葉も関連する可能性はあるが，話し言葉は行動主義の認識論で重視する主な要素ではない。

構造主義と急進的構成主義は，ピアジェの発生的認識論を基にしており，その認識論の中心は同化と調節である。発生的認識論には他者との議論である話し言葉もその認識論的な要素として組み込まれてはいるがその主要な要素ではない。このことは急進的構成主義も同様で，話し言葉はその認識論的要素として組み込まれてはいるが（グレーザーズフェルド，2010），中心的ではない。

社会文化主義は，認識主体と媒介物，対象物の三項関係で人間の認識を捉え，心理的道具としての言語・記号の媒介を重視した（田島，2003）。従って話し言葉が数学学習における認識の中心的な要素の 1 つとなっており，具体的な子どもの理解が深まっていく様子が示される（ワーチ，2004）。しかし，特定の子どもの理解が深まっていく様子は明瞭でも，話し言葉と数学学習における理解の一般的な関係については述べられていない。

相互作用主義は，個々の子どもの知識の内的な成長よりも，子ども同士，教師と子どもの相互作用に研究の焦点があてられる（小山，2010）。従って，話し言葉が数学学習における認識の中心的な要素の 1 つとなっており，具体的な子どもの数学学習の理解が深まっていく様子が示される（例えば、熊谷，1998）。しかし話し言葉と数学学習における理解の一般的な関係については述べられていない。

文化人類学主義では，1 つ 1 つの算数・数学授業の中に入り込み，子どもたちが数学をどのように認識しているかを授業の内側から考察しようとする。従って話し言葉が数学学習における認識の中心的な要素の 1 つとなっており，具体的な子どもの数学学習の理解が深まっていく様子が示される（例えば、日野，2003）。しかし，話し言葉と数学学習における理解の一般的な関係については述べられていない。

社会的構成主義では，認識主体である子ども個人と社会を相互関連していると考える。その相互関連の仕組みは図 1 のように，数学の主観的知識と客観的知識のサイクル図として端的に表される（Ernest，1991）。図 1 においては，話し言葉が数学の客観的知識の生成に大きな役割を担っている。従って，話し言葉が数学学習における認識の中心的な要素の 1 つとなっており，話し言葉と数学学習における理解の一般的な関係についても図 1 のように端的に表される。

多世界パラダイムは，急進的構成主義，社会文化主義，相互作用主義を状況に応じて相補的に用いようとする認識論である（中原，1999）。従って，話し言葉が数学学習における認識の中心的な要素の 1 つとなっている。しかし，話し言葉と数学学習における理解の一般的な関係については述べられていない。

以上の考察から，8 種の数学教育における認識論のうち，社会文化主義，相互作用主義，文化人類学主義，社会的構成主義，そして多世界パラダイムが話し言葉に関連した数学教育における認識論であるといえる。その中でも，社会的構成主義が，話し言葉と数学学習の理解の深まりの関係について深く言及している認識論であるということができる。

7．数学教育における認識論に関連したメタファー

数学教育における認識論について，Sfard,A.（1998）は，獲得のメタファーと参加のメタファーという 2 種類のたとえを用いて，その特徴について整理している。そして，これまでの認識論はその立場に固執するあまり他の認識論に対して排他的であり，その固執がさまざまな理論的ひずみをもたらすことから，これまでの認識論を相補的に用いることの重要性を主張している（Sfard，1998）。本節では Sfard の２つのメタファーについて概観する。それはこれまでの数学教育研究における認識論を全体的に俯瞰する Sfard の２つのメタファー論が，話し言葉と数学学習における理解の関係の観点からの認識論の整理に寄与すると考えられるからである。

7.1　獲得のメタファー

獲得のメタファーとは，学習を知識の獲得，成長として見なす認識論とされる。それを示すキーワードとして，「知識，全般的理解，概念，アイデア，観念，誤概念，意味，意識，スキーマ，事実，表象，題材，内容」が挙げられる。そしてこれらのものを自分自身のものとする用語には「受容，獲得，構成，内化，専有，伝達，達成，発達，蓄積，把握」が挙げられる。教師が子どもの目標を達成するために行うことには「配達すること，運送すること，促進すること，介在すること」が挙げられる（Sfard，1998）。

7.2　参加のメタファー

参加のメタファーとは，正統的周辺参加論や認知的徒弟制の見方に基づく認識論とされる。この認識論は，知識，概念の両者に深く言及せず，その代わりに，行動を示す knowing が用いられている。つまり，学習自体の軸足を「保持すること」から，「行うこと」へと移動させている。それを示すキーワードとして「状況性，文脈性，文化的に埋め込まれていること，社会的媒介について語られること，ディスコース，コミュニケーション」が挙げられる。学習者は，学習に参加するという行動によって，より大きな学習全体の 1 つの部分になっていくと捉

えられている（Sfard，1998）。

7.3　2つのメタファーの対応

2つのメタファーは，学びの目標，学び，子ども，教師，知識・概念，知ることの視点で対応づけられている（Sfard，1998）。この対応付けは，どちらの主義をとるのかという二分法のように感じられやすい。しかし，1つのメタファーだけで学習を捉えることは十分ではなく，一見矛盾しているように見えるこの2つのメタファーの中で局所的に学習を捉えていくことが重要であろうとしている（Sfard，1998）。多世界パラダイムと同様の主張である。

獲得のメタファーでは，数学的知識を個人がどのように発見していくかという発見の文脈が重視される認識論であると考えられる。一方，参加のメタファーでは，数学の共同体を構築していくのに，数学そのものの正当化の文脈が重視される認識論であると考えられる。この2つの重視する学習の文脈の対応を，2つのメタファーの対応に追記すると表1となる。

表1　2つのメタファーと重視する学習の文脈

獲得のメタファー		参加のメタファー
個人的充実	学びの目標	共同体の構築
何かの獲得	学び	参加者になること
受容者（消費者），（再）構成者	子ども	周辺的参加者，徒弟
与えるもの，支援者，仲介者	教師	熟練した参加者，実践／ディスコースの保存者
特性，所有物，有用なもの（私的な，公的な）	知識，概念	実践の視点／ディスコース／活動
所有すること，保持すること	知ること	属すること，参加すること，コミュニケーションすること
数学の発見の文脈	*重視する学習の文脈*	*数学の正当化の文脈*

（Sfard，1998，p.7 を日本語に改編，斜体筆者追記）

7.4　数学の認識論と2つのメタファーとの関係

数学の認識論は，絶対主義と可謬主義の種類に大別される（Ernest，1991）。この2種類の数学の認識論と2つのメタファーはどのような関係にあるのだろうか。

獲得のメタファーは，数学の学習を数学の獲得であるとし，子どもは数学の受容者であり構成者であると捉える。つまり獲得のメタファーにおける数学学習では，数学はもともと存在しているものであり，学習対象となる数学をどのように発見するかという発見の文脈が重要である。またその数学の正当性に関する正当化の文脈については重要な要素とはならない。従って，獲得のメタファーは絶対主義の数学の認識論に対応すると考えられる。

参加のメタファーは，数学の学習自体を数学学習コミュニティの参加者になることと捉え，数学学習のディスコースによってそのコミュニティの一部となっていくと捉える。つまり，学習対象とする数学の正当化の文脈が重要な要素となるが，数学の発見の文脈は重要な要素とはならない。従って参加のメタファーは可謬主義の数学の認識論に対応すると考えられる。以上の考察をまとめると表2のようになる。

表2　数学の認識論と2つのメタファーとの関係

	獲得のメタファー	参加のメタファー
数学の認識論	絶対主義	可謬主義

7.5　数学教育における認識論と2つのメタファーの関係

数学教育における8種の認識論と，Sfardの2つのメタファーとの関係はどのようになっているのだろうか。

行動主義には，人は学習の反復によって知識を獲得していくという仮定がある。そこに社会性に関する要素は存在しない。従って獲得のメタファーとの関連が強いと言える。

構造主義は，ピアジェの発生的認識論に基づいている。発生的認識論でも他者との相互作用は言及されるが，理論の中心的な要素ではない。中心は，同化と調節である。数学の構造と同じように，人の認識も同化と調節によって構造化され，知識が獲得されていくという主張である。従って獲得のメタファーとの関連が強い。

急進的構成主義は，ピアジェの発生的認識論をその理論的基盤としていることから，獲得のメタファーとの関連が強いと言える。

社会文化主義は，ヴィゴツキーやバフチンをその理論基盤としている。また学習の社会性，特にその言語における媒介過程を考察し，個人の学習への影響を分析していることから，参加のメタファーとの関連が強いと言える。

相互作用主義は，個々の子どもの成長よりも子ども同士，教師と子どもの相互作用に研究の焦点が当てられている。従って参加のメタファーとの関連が強いと言える。

文化人類学主義は，各学級という文化に視点を当てて，その数学的知識の発生過程，その使用や応用について研究の視点を当てている。従って参加のメタファーとの関連が強いと言える。

社会的構成主義は社会的な交渉過程を通して，個人的領域と社会的領域のつながり，つまり，主観的知識と客観的知識のつながりに視点を当てている。換言すれば，個人の数学的知識の構成と学級の数学的知識の構成をつないでいる。つまり，個人の数学的知識の構成は数学的知識の発見の文脈を重視し，学級の数学的知識の構成は数学的知識の正当化の文脈を重視していることになる。従って獲得のメタファーと参加のメタファーの両者を共に重視し，つないでいる認識論であると言えよう。

なお，多世界パラダイムは2つのメタファーすべてを包含したり，2つのメタファーの間を局所的に点在したりする立場である（中原，1998）。この主張はメタファー論と同じ立場であると考えられるのでここでは除外した。

また，6章で考察した数学教育における認識論と話し言葉との関連では，8種の数学教育における認識論のうち，社会文化主義，相互作用主義，文化人類学主義，社会的構成主義，そして多世界パラダイムが話し言葉に関連した数学教育における認識論であることが分かった。その中でも，社会的構成主義が，話し言葉と数学学習の理解の深まりの関係について深く言及している認識論であるということが分かった。

これらの考察結果をまとめると，表3のようになる。

表3から明らかなように，数学学習において話し言葉を重視する認識論は，すべて参加のメタファーを重視している。また社会的構成主義は，参加のメタファーと獲得のメタファーのバランスをうまく取りながらも話し言葉を重視している認識論であること，数学教育における8種の認識論のうち，唯一話し言葉と数学学習と一般的な関係について言及した認識論であることが分かる。

8．話し言葉によって理解を深める数学学習の方法論

話し言葉と数学学習における理解の関係の観点，Sfardのメタファー論の観点から数学の認識論，数学教育における認識論を考察した結果，話し言葉を重視する数学教育における認識論は社会的構成主義，社会文化主義，相互作用主義，文化人類学主義であるといえる。このことはすべての子どもに対して自分の意見の外化と議論を保障するという特徴をもつジグソー学習法が，数学教育研究において社会的構成主義，社会文化主義，相互作用主義，文化人類学主義のいずれかを認識論的基盤とした学習方法論と成り得ることを示唆する。社会学の文脈から始まり現在は学習科学の領域で研究が進められているジグソー学習法であるが，数学教育研究としても理論的基盤を持つ学習方法論に成り得ることを示している。

それでは，数学教育研究におけるジグソー学習法は，どの認識論を基盤として研究を進めるのが妥当であるのか。この問いは今後の課題となる。しかし話し言葉による子どもの外化によって，子どもの数学学習の理解が深まっていく過程が明確に示されているのは，8種の数学教育における認識論の中では社会的構成主義のみである。この点から考えて，現在のところジグソー学習法の基盤とすべき認識論は社会的構成主義であると考えるのが妥当である。それは社会的構成主義の数学の主観的知識と客観的知識のサイクルの図1には，数学的知識の生成過程を示す記述性とともに，話し言葉を重視した数学学習のあるべき姿を示す規範性をも示していると考えられるからである。しかしSfardのメタファー論や多世界パラダイム示すように，1つの認識論のみに固執することの危険性には留意する必要がある。

9．おわりに

本稿では数学の認識論と数学教育における認識論を，話し言葉と数学学習における理解の関係，Sfardのメタファー論の観点から整理した。その結果数学教育におけるジグソー学習法の研究は，認識論として社会的構成主義，社会文化主義，相互作用主義，文化人類学主義を基盤とすることが可能であると言える。

今後の課題としては，数学教育においてすべての子どもに外化と議論の保障をする特徴をもつジグソー学習法の認識論的基盤をさらに明確にし，数学教育研究の1つの学習方法論として確立することである。

表3　認識論における話し言葉と数学学習の関係

	獲得のメタファー	2つのメタファーの接続	参加のメタファー
数学の認識論	絶対主義	可謬主義	
数学教育における認識論	行動主義 構造主義 急進的構成主義	社会的構成主義	社会文化主義 相互作用主義 文化人類学主義
話し言葉を重視する数学教育における認識論		社会的構成主義	社会文化主義 相互作用主義 文化人類学主義
話し言葉と数学学習の理解との一般的な関係について言及した数学教育における認識論		社会的構成主義	

参考・引用文献

阿部好貴，『数学教育におけるリテラシーの育成に関する研究』，広島大学大学院教育学研究科，博士論文，2010.

アロンソン,E.，ブラニイ,N.，ステファン,C.，サイキス,J.，スナップ,M.著，松山安雄訳，『ジグソー学級 生徒と教師の心を開く協同学習法の教え方と学び方』，原書房，1986.

ビショップ，A.J.，湊三郎訳，『数学的文化化－算数・数学教育を文化の立場から眺望する－』，教育出版，2011.

ブルーマー,H.著，後藤将之訳，『シンボリック相互作用論 パースペクティヴと方法』，勁草書房，1991.

デービス,P.J.，ヘルシュ,R.著，柴垣和三雄，清水邦夫，田中裕訳『数学的経験』，森北出版，1986.

ディーンズ,Z.D.著，吉田耕作，赤摂也監修，『構造的思考』，新数社，1977.

Ernest,P.,*The Philosophy of Mathematics*,The Falmer Press,1991.

Ernest,P.,Social Constructivism and the Psychology of Mathematics education，Ernest,P.(ed.) *Constructing Mathematical Knowledge*,Routledge Falmer,1994.

グレーザーズフェルド,E.V.著，西垣通監修，橋本渉訳，『ラディカル構成主義』，NTT出版，2010.

ハウスン,G.，カイテル,C.，キルパトリック,J.著，島田茂，澤田利夫監訳，『算数・数学科のカリキュラム開発』，共立出版，1987.

日野圭子，「授業における個の認知的変容と数学的表記の役割：「単位量あたりの大きさ」の授業の事例研究を通して」，『数学教育学論究』，日本数学教育学会，79，pp.2-10，2003.

岩崎秀樹，『数学教育学の成立と展望』，ミネルヴァ書房，2007.

金本良通，『数学的コミュニケーション能力の育成』，明治図書，1998.

古藤怜，新潟算数教育研究会，『算数科多様な考えの生かし方まとめ方』，東洋館出版，1992.

小山正孝，「数学教育における構成主義の哲学的及び認識論的側面について」，『第22回数学教育論文発表会論文集』，日本数学教育学会，1989，pp.257-262.

小山正孝，『算数教育における数学的理解の過程モデルの研究』，聖文新社，2010.

熊谷光一，「小学校5年生の算数の授業における正当化に関する研究－社会的相互作用論の立場から－」，『日本数学教育学会数学教育学論究』，70，1998，pp.3-38.

ラカトシュ,I.著，佐々木力訳『数学的発見の論理－証明と論駁－』，共立出版，1980.

松島充，「知識構成型ジグソー学習を用いた算数教育～外化の活動の保障の観点から～」，『第44回数学教育論文発表会論文集』，日本数学教育学会，2011，pp.693-698.

松島充，『算数教育におけるすべての子どもの概念変容を目指したジグソー学習法の成立条件』，静岡大学大学院教育実践高度化専攻，成果報告書，2012.

松島充・長崎榮三，「算数教育における概念変容の違いによるジグソー学習法の型に関する考察」，『2012教科開発学研究会発表論文集』，2012，別冊資料.

三宅なほみ，「協調的な学習」，三宅芳雄，『教育心理学特論』，放送大学教育振興会，pp.187-204，2012.

長崎榮三編著，『数学教育におけるリテラシーについてのシステミック・アプローチによる総合的研究：人間の生涯を視野においた算数・数学教育』，平成20年度～平成22年度科学研究費補助金(基盤研究(B))研究成果報告書，静岡大学，2011.

中原忠男，『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』，聖文社，1995.

中原忠男，「数学教育における構成为義的授業論の研究（Ⅱ）－「数学学習の多世界パラダイム」の提唱－」，『数学教育学研究』5，全国数学教育学会，1999，pp.1-8.

中西隆，「「数学教授学における認識論への文化人類学的アプローチ」についての考察」，『第31回数学教育論文発表会論文集』，日本数学教育学会，1998，pp.341-346.

二宮裕之，『数学教育における内省的記述表現活動に関する研究』，風間書房，2005.

ルザービン,G.I.著，山崎三郎・柴岡泰光訳，『数学論－数学的認識の本性－』，岩波書店，1977，pp.262-354.

佐々木徹郎，「数学教育における社会的構成主義の基礎理論について」，『数学教育学研究』2，全国数学教育学会，1996，pp.23-30.

Sfard,A.,On Two Metaphors for Learning and the Dangers of Choosing Just One，*Educational Researcher*，27(4)，1998，pp.4-13.

シャピロ,S.著，金子洋之訳，『数学を哲学する』，筑摩書房，pp.341-385.

Sierpinska.A.&Lerman.S.，Epistemologies of Mathematics and of Mathematics Education，A.J.Bishop et al.(ed.),*International Handbook of ,Mathematic Education*，1996，pp.827-876.

田島信元，『共同行為としての学習・発達』，金子書房，2003.

ワーチ，J.V.著，田島信元他訳，『心の声』，福村出版，2004.

ワイルダー, R. L. 著, 好田順治訳, 『数学の文化人類学』,
　　海鳴社, 1980.

【連絡先　松島　充
　　E-mail: mmit1006@ybb.ne.jp】

Significance of Learner's Externalization and Argumentation in Research on Mathematics Education

- Based on epistemology of mathematics and epistemology in mathematics education -

Mitsuru MATSUSHIMA
Shizuoka University

The purposes of this study are to investigate relation between externalization by oral language and understanding in mathematics education, and to clarify epistemology in mathematics education which has deep relation in a Jigsaw method.

Method of this study is literature study on epistemology. Epistemology of mathematics and epistemology in mathematics education are analyzed from the standpoints of the relation between externalization by oral language and understanding in mathematics education, and from the standpoints of Sfard's metaphors:acquisition metaphor and participation metaphor. Based on the analysis, it was clarified what kind of epistemology in mathematics education has deep relation in a Jigsaw method.

Epistemology of mathematics is largely divided into absolutism and fallibilism by Ernest. Among nine types of epistemology of mathematics investigated in this paper, constructivism in absolutism, and conventionalism, empiricism, quasi-empiricism, social constructivism and anthropological approach in fallibilism are referred as epistemology relating oral language. And social constructivism is identified as an epistemology deeply referring to the relation between externalization by oral language and understanding in mathematics education.

Furthermore, among eight types of epistemology in mathematics education investigated in this paper, socio-cultural approach, interactionist approach, social constructivism, anthropological approach and multi-world paradigm are referred as epistemology relating oral language. Again social constructivism is identified as an epistemology deeply referring to the relation between externalization by oral language and understanding in mathematics education.

Investigating epistemology above mentioned from the standpoint of Sfard's metaphors, absolutism is correspondence to the acquisition metaphor and fallibilism to the participation metaphor, in epistemology of mathematics. Regarding to epistemology in mathematics education, behaviorism, structuralism and radical constructivism belong to the acquisition metaphor and socio-cultural approach, interactionist approach, social constructivism and anthropological approach belong to the participation metaphor. And social constructivism is a connection of the two metaphors.

In conclusion, it is suggested that the Jigsaw method which secures learner's externalization of opinions and argumentation can be a learning methodology having epistemological basis of each of social constructivism, socio-cultural approach, interactionist approach or anthropological approach in research on mathematics education. Above all, social constructivism seems to become a strong candidate having epistemological basis for the Jigsaw method, because the social constructivism has not only a descriptiveness to account the process that mathematical subjective knowledge develops to objective knowledge, but also a normativeness to show true mathematical learning that emphasizes oral language.

Keyword

epistemology, metaphor, social constructivism, Jigsaw method