

数学教育改革運動について(三) :
佐藤良一郎氏の数学教育論

メタデータ	言語: ja 出版者: 東京学芸大学附属大泉中学校 公開日: 2014-03-10 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 長崎, 栄三 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10297/7632

数学教育改革運動について(三)

—— 佐藤良一郎氏の数学教育論 ——

長 崎 栄 三

- ① はじめに
- ② 融合主義の目ざしたもの……思想的な面から
- ③ 教科書にみる融合主義
- ④ 入学試験と融合主義
- ⑤ おわりに

① はじめに

数学教育改革運動は、ペリー・ムーア・クラインらの意を受け、日本では小倉金之助をはじめとし、一方では、長田新・新宮恒次郎らがいた広島高等師範学校が、他方では、東京高等師範学校が、その実践的な役割をはたしていた。

佐藤良一郎氏は、大正4年に東京高等師範学校附属中学校に勤め、昭和4年から昭和27年まで、東京高等師範学校・東京教育大学において、数学・数学教育を担当していた。つまり、佐藤氏は、実務家として、改革運動の中心にいたといえる。また、小倉金之助の『数学教育の根本問題』と並ぶ名著『初等数学教育の根本的考察』その他の著書も数多く著しており、さらに、当時の数学教育者から高い評価を得ていた『改正教授要目』の作成にくわった一人でもあった。

ここでは、佐藤氏の数学教育改革運動に果たした役割を、「融合主義」という立場から考察する。もちろん、他の種々の主張と同様に、融合主義も、その源は、ペリー・ムーア・クラインらにある。特に、ムーア『数学の基礎について』、クライン『獨逸ニ於ケル数学教育』に、それが顕著にうかがわれる。融合主義は、数学を教育の対象としてみると、その根本となる思想であることを、私はすでに長田新の数学教育論において考察した。つまり、融合主義は、数学教育にとって永遠の課題でもある。

佐藤氏は、『初等数学教育の根本的考察』をはじめ、いくつかの著書や論文において、融合主義を解き明かそうと試み、さらに、それを教科書として著そうとした。ここでは、佐藤氏の著書や教科書から融合主義の目ざしたものをさぐるとともに、それが、どのように具体化されていったのかをみる。

② 融合主義の目ざしたものの………思想的な面から

融合主義を佐藤氏はどのように考えていたのであろうか。それを、次の2著によって調べてみよう。

1)

『初等数学教育の根本的考察』（大正13年）（以下『考察』と略称する。）

『師範大学講座・数学教育・数学教育概論・中等学校篇』（昭和9, 10年）（『概論』と略称する。）この2著は、述べようとする核心は同じであるが、微妙な差異もある。それは、たとえば、前著で「融合」としているところを、後著で「総合」としているところに端的にあらわれている。2著のあらわされた時期が約12年間はなれており、その間、昭和6年に教授要目改正があったことを思えば当然であるといえよう。なお、融合・総合については、前著が「数学教科の組織」、後著が「教材の組織」という章においてふれている。つまり、融合主義とは、数学のカリキュラムを作るときに、どのような立場で臨むかということをし示すものである。

融合主義は、数学教育において最初から考えられていたのではなく、数学教育史的にみると分科主義が先にあった。そして、その分科主義に対するものとして、融合主義の考えが生まれた。この章では、まず、分科主義を考察し、その後、融合主義を考察しよう。

1. 分科主義について

(1) 分科主義とは

分科主義とはどのようなものか。佐藤氏は、『概論』において、次のようにまとめている（ただし、『概論』においては分科主義ではなく分科的取扱としている）。

「算術・代数・幾何・三角法の別を立て、各を首尾完結した一科として教える仕方」

「各科には互に犯すべからざる領域があり、独得の方法があつて」

「期するところの教育的価値は所謂思考力の練磨、推理力の鍛練である」

やや抽象的ではあるが、分科主義の特徴を明確に言い表している。分科とは、単なる算術・代数・幾何・三角法の名称の上だけに存するのではなく、「領域」「方法」の上にもあり、そして、その目的とするところは、「思考力、推理力」の養成であった。具体的には、『考察』において、当時の数学教科の現状として次のように述べている。

「算術に於ける応用問題を方程式で解いたのでは頭脳の訓練が出来ない。むずかしくても算術的方法で解かせねばならぬ。算術的に解くのがむずかしいからこそ価値があるのだ」

「図を用いて問題を解けば便利なこともあるが、それでは思考力が鍛練されず推理の方法が覚えられぬ」

「幾何学に代数を用いたのでは推理力を鍛練する効果が少ない」

「幾何の問題を三角法の知識を用いて解いてはならぬ」

つまり、算術と代数・代数と幾何・幾何と三角法等を内容だけではなく、その方法の面からも分離しようとしているのである。現在でも、例えば、小学校の文章題を方程式を使って解いてよいのか、

よくないのかということが問題になるが、それは、算術と代数の分科の名残りともいえる。ではなぜ、それらを分科しなければならぬのか。『考察』においては、「分科主義の思想」を「方法上の分科主義」と認め、その根拠を形式陶冶に見出ししている。

「形式陶冶的見地からするならば、同一の問題を解くに二つの道があって、一つが他よりも容易であるならば、その容易なる方は「精神の伸張」を要求すること少く従て精神の鍛練が出来ないから価値はない。これに反して困難な方の方法は精神の緊張を要求すること多く従て精神が鍛練され従て価値が大きいのである。」

佐藤氏は、このように述べているが、佐藤氏がその分科主義の1人としてあげている藤澤利喜太郎の言によって、これらの事情をさらに明確にしておこう。藤澤は、『³⁾数学教授法』において、次のように述べている。

「試ニ初等数学以上ニ進ンデ学バテ人ニ問ヒマスガ初等数学ニテ学ンダ事柄ハドレダケ高等数学ノ役ニ立ツカフ考ヘテ御覧ニナリマセ、幾何ニテ習ッタ事柄ヲ使フコトハ誠ニ僅カデセウ。其点カラ考ヘマスト幾何学ハ非常ニ小サクシテモ善イ、殆ド屢シテモ善イデセウ、併シナガラ幾何学ハ普通教育ノ範囲内ヨリ省イテハナリマセス、世界各国ニ於テモ幾何ハ六ケ敷イモノ、幾何学上ヨリ得タル知識ハ後ニ実用ノアルノガ少ナイモノダト云フコトハ知ッテ居リマスガ、ソレニモ拘ハラズ各国ノ普通教育ノ中ニ入レテアリマセウ。」

「蓋シ其目的ハ推理ノ法ヲ教ユルノデアリマス、即チ幾何ノ中ニアル事実其物ヲ習ッテ居ルノミナラズ頭ヲ数学的ニ練ルノデス。普通ノ人ヨリ云フト推理力ヲ鍛練シ思想ヲ緻密ニスルハ幾何学ノ重ナル目的デアリマス」

とし、さらに、

「代数ヲ幾何学ノ方ニ使ヒマスト代数上ノ困難ヲ幾何学ノ中ヘ遷スコトトナリマス、一方ヨリ云フト佛蘭西流ノ幾何ハ推理力ヲ鍛練スルノ効能ガ比較的ニ少ナイデス」

この短い文章の中に分科主義の思想をよくみることが出来る。方法が純粹であれば、もちろん、論理的には巧妙になり、そして、またそのために問題の解法が困難となるのである。「佛蘭西流ノ幾何」は、幾何において代数を使っているので否定されてしまうのである。数学の内容をより簡単に子どもたちに理解させようという努力は否定され、より困難な場に子どもを、おこうとしている。もちろん、子どもたちに課題意識を持たせるときに、ある程度困難な場を設定することは必要であるが、それが分科主義においては、数学という立場から一方的になされているのである。そして、佐藤氏は、分科主義の由来を次の2つの点にまとめている。「数学各教科のとり入れられた時代の違い」と、そして、それらが「教科としてとり入れられた事情が、形式陶冶によるもの」としている。分科主義は、数学と教育学、心理学等の歴史の産物であり、必然的に通らねばならない道であった。

[2] 分科主義の破綻

しかし、19世紀から20世紀へかけての数学・教育学・心理学等の進歩とともに、分科主義への批判は強くなっていく。そして、それがまた、ベリー・ムーア・クラインらの意図したことの1つであった。佐藤氏は、すでに『考察』において、分科主義に反対する理由の第1点を、「方法上の純粹さ」から生じるものと生徒の発達段階の関係から述べている。つまり、生徒は方法の純粹さに

よって生ずるところの「一種の美」を鑑賞したり、方法の「論理的意義と価値」を理解できるのかどうかということである。そして、第2点は、教材の「拡張」や「革新」が阻まれてしまうというところにある。方法だけが問題ならば、内容はどうしてもよいことになるから。当時の、教育思潮としての「心理化」「社会化」の立場からの批判であり、また、近代数学の発展による数学教育への新内容の導入の必要性という面からの批判でもあり、形式陶冶説反対と密接につながっていた。もちろん、『考察』が著された時期は、まだ、日本の数学教育改革運動は、その端緒についたばかりであった。そのため、これらの理念的なことが即座に受け入れられたかどうかは疑わしい。

しかし、それから10年余り経過した『概論』の時期になると、それがより具体性を帯びてくる。佐藤氏は『概論』において、分科主義に対する反対の理由を7つにまとめている。

中等教育を受ける生徒数の増加により、

「或部の生徒の能力には耐えない」

「生徒が目的とするところの教育に適当しなくなって来た」

推理力・思考力を鍛練するためにひたすらむずかしい問題をやるということでは、生徒の多様性にこたえられなくなって来たということである。そして、グラフ・函数思想に代表されるように、

「近時の生活が数学の形式ではなくて、数学の与える技術、方法、原理を要求するようになって来た」

また、教育の一般思潮の変化により、

「生徒各自の生活（経験の発展といってもよい）のために数学を学習させるのが、数学教育の任務」

となり、さらに、

「近代の批判的反省的傾向」

「数学的能力に関する心理学的研究の進んで来たこと」

これらについては、長田新の形式陶冶説のところできわしくふれた。そして、教授要目の改正により、

「数学科の教授時数の減少したこと及び数学の課程の以前と変わったこと」

をあげている。

この反対論の中に、数学教育改革運動の目ざしたものの典型をみる思いがする。分科主義批判は、教育の「心理化」「社会化」「生活化」、「函数思想」の涵養等の改革運動の目標全体にかかわることであり、それは、単なる1つの改革運動の目標であったのではなく、他の目標と有機的に結合していた。

2. 融合から総合へ

(1) 融合主義について

佐藤氏は、『考察』において、「融合主義」という言葉を使っていたが、『概論』においては、「総合的取扱」という言葉を使っている。そのことは、まさに『考察』が思想的な呼びかけの書であったのに対して、『概論』が実践的な書であったという対照だけではなく、融合主義のたどった

経過が、まさしくあらわれている。「融合」が「総合」へ、「主義」が「取扱」へとかわったのである。

『考察』において、佐藤氏は、融合主義について相当詳しく述べている。分科主義を排し、融合主義を求める根拠を説明するには、数学教育の目的まで戻らねばならない。数学を「今日の文化生活に欠くべからざる科学の一つ」と考えた佐藤氏は、数学教育の目的は、数学を「現代文化に関与するための道具として考える」にあると主張し、従って、数学の「基く根本の思想を一般に了解せしめて数学の如何なるものであるかの概観を与へ」、「自然及社会が吾人に課するところの問題を解く仕方を教へ」るものとした。佐藤氏の数学教育の目的についての詳しい考察は、他日に譲るとするが、これらの目的が、例えば、小倉金之助の「科学的精神」と脈を通ずるものであることは、言を待たない。このように数学教育の目的を考えれば、融合主義に至るのは当然であった。つまり、「数学は内容に於ても、方法に於ても可変的のもの」であり、「時代の趨勢、科学の進歩と相伴はねばならぬ」のであるから、新しい内容がはいり込むのを阻む分科主義は否定されるしかなかった。

しかし、ここまでは、理想的なこととしていえるが、実際に教材を組織化しようとするとは別問題になる。佐藤氏は、ムーア・クラインらも融合主義の実際的な道を明確にはあげてないとしつつも融合するということについて、3つの方法をあげている。第1は、

「在来の方ち方に依る各分科から教材をとりこれを適当に按排して丁度寄木細工でもするようにして一つの系統を作る」

第2は、

「在来の分科は認めておいて各科の間でもっと互に方法を融通し合うこと」

第3は、

「在来の数学各分科にはかかわらず、或る方針の下に新しい初等数学という体系をたてること」

第2の方法は、例えば、算術で文字を用いたり、幾何学において代数や三角法を用いたりすることをさし、第3は、例えば、「函数思想の涵養」ということで新体系を打ち立てたり、問題の模型的なものを並べることにより体系を作ることとしている。

理想的にいえば、第3の考え方をとりたいが、しかし、そうは簡単にできないことは明らかだ。佐藤氏は、この3つのどの道をとるかは未解決だとしつつも、1つの方向を示唆している。それはしいていえば、第2と第3の間の道である。

「数学各分科の方法を思考経済の見地から選択し、一つの対象を考察するという目的の下に統合するならば縦令算術・代数・幾何・三角法等の名目は存置しても所謂分科主義の立場で考えるときのよな意味は最早持たなくなる」

そして、在来の各分科の数学的方法だけでなく、解析幾何学・射影幾何学・微積分学等も採り入れることを主張する。ここでいう「思考の経済」というのは、「最も有効」「最も捷徑」「最も容易な思考をさし、それは、もちろん「生徒の個性や素養の程度による」ものである。しかし、学校教育の或期間においては、「幾何学の最初の部分にある諸定理、作図法に関する事項」「数の計算、代数的表示、代数式の計算、方程式の解法」等は、各部面をそれぞれ1つの系統を立てて教育することを認めている。それは、

「新しい意味に於ける初等数学の内容の中には、在来の算術や代数や或は幾何・三角法等に於て研究された対象が含まれているし、その方法の中にも矢張りそれ等の学科の方法が含まれている」

からである。そして、それらは独立に考究せざるを得ないし又考究された方がよいときもあるとしている。しかし、それは、あくまでも便宜上のことであり、以前の分科主義とは異なるとしている。

「最初の間は対象も相異なり方法も異なるの故を以て彼此分立してそれぞれの途を歩み後には交互に緊密に影響し乍ら恰も一つの交響楽でも奏するが如く進む」。

と。この『考察』の中にすでに、融合主義の限界を見ることができると。教育学者であった長田新は「生の数学」として佐藤氏のいう第3の立場を提唱していた。「真理性の教養」を軸とした数学教育である。そして、佐藤氏もまた、第3の立場に立つた数学教育を提唱したかったであろう。もちろん、その核心となるものが何であれ、分科主義の否定の帰結は当然そのようになるからだ。しかし、理想としての「融合主義」を現実化しようとする、非常に大きな困難に突き当たる。その間の事情について、佐藤氏自身はあまりふれていないが、新宮恒次郎は、教師の態度、教科書の作成、数学の各分科の体系の強さ、の面から述べていることについては、前にふれた。

(2) 総合的取扱へ

その結果、10余年たった『概論』においては、融合主義が具体性を帯びるとともに、「総合的取扱」となっていた。「総合的取扱」とは何か。

「従来算術と呼ばれ代数と呼ばれ或は幾何と呼ばれ三角法と呼ばれていたところのものをそれ等を超越した立場で取扱うこと、即ち単一な数学の面或は部面として取扱うこと」

「一つの問題を解くのに解答さへ得られれば方法の如何は問わない。期するところは要するに数学的に考察する能を与えることが出来ればよい。」

そして、分科的取扱と総合的取扱の相違の要点を、「形態よりも、取扱の精神にある」としている。ここに融合主義の困難さが端的にあらわれている。融合主義は、各数学教育者個人々々の精神にかかってしまっているのである。

そして、総合的取扱の目ざすところとして、

「生徒をして常にその有するところの数学的知識、数学的技能を自由に使用せしめ、これに依って、自ら生徒の脳理に彼自身のそして生き生きと働く数学体系が構成されるようにし、教授の能率を高めようとする」

としている。さらに具体的に次のように述べている。

「数学と称する武器を、否日常起る諸問題の解決に数学的の武器を有効に用いることの出来るようにということを主眼とし、この目的の為に論理的訓練を重んずる」

「数学を学び易くし興味あるものとし……生徒の内面に固く根ざしめる」

「数学の学習を出来るだけ経済的にしようとする」

「他科の学習により便利重宝な武器を提供する」

「新教材の導入を容易くする」

これらが分科主義に対する批判から出てくることは今さらいうまでもないであろう。しかし、これらのことをみても、総合的取扱というものが明確につかめない面があるのは、『考察』から10年以上も経た『概論』においてさえも、佐藤氏がいみじくも言っているように、「長きも十年を出でない

実際の経験では、十分な経験とはいえない」「吾人は思想的にこの取扱の是非を論じよう。」と。そして、結局は次のようなところに落ち着く。

「総合的取扱を以て算術・代数・幾何・三角法の諸材料を打って一丸とし、何れの部分を切断しても断面としてこれ等の諸方面が含まれるようなそういう数学的体系を立てて教へることであるとするのは、勿論違ひではないが、そうする事だけが総合的取扱であると考えるのは誤りである」とし総合的取扱の行き過ぎをいましめてゐる。そして、さらに実際的なものとして、総合的と分科的の中間を提唱する。

「互に最も緊密な関係を有する算術と代数を綜合して一つの体系をなすように教え、幾何と三角法とを綜合して一つの体系を形成するように教える」

案を、当時のような過渡期の時代としては、一般に最も実行し易い案であるとしている。

新しい初等数学の体系を作るという理想的な融合主義ではなく、総合的取扱とし、それによってある程度の分科を認めつつ、その取扱ひ方を、先に述べたようないくつかの点に目を向けて行なっていくということである。ここには、『考察』におけるような意気込みが消えてしまっている。それを後退とするのはたやすいが、それでもなお、分科主義にくらべれば格段の進歩をしていると言わざるを得ない。そして、現在の日本の数学教育の原型をここに見ることができる。してみると、本来の意味での融合主義を追求するという大きな課題が現在に残されているといえよう。

3 教科書にみる融合主義

当時、佐藤氏は、前章において考察したような「融合主義」「総合的取扱」を実現すべく教科書を著している。その間の事情について、後に次のように述べている。

「昭和6年数学教授要目改正があってから以後の教科書は、当然、その前の教科書と趣を異にした。……そして、或編者は「総合数学」或編者は「算術・代数」「幾何・三角法」と銘打って、教科書を編纂した。私も、自分の考えを実現するつもりで、前述のような趣旨で教科書を編纂して公にした。」⁴⁾

佐藤氏は、2種類の教科書を著している。

新制中学校用 基本数学(上・中・下) 昭和7年9月 (改訂版昭和13年⁵⁾)

増課数学(上・下) 昭和8年10月

新制統合数学⁶⁾ 算術・代数篇(上・中・下) 昭和9年9月

幾何・三角法篇(上・下) 昭和9年9月

基本・増課数学は、教授要目の改正のすぐあとに出されており、特に、基本数学(上)においては教材が総合的に配列されている。ところで、この2種類の教科書について、佐藤氏はどのように考えていたのか、やはり、後に次のように述べている。

「そこで、私は、新要目に準拠してできるだけ総合的なものを作ってみようと思つていろいろ苦心してみました。結局、算術・代数を一本化し、幾何・三角法を一本化して、この両者の連絡を密にするというより外ないことを経験しました。」⁷⁾

この2種類の違いを「序」の上からみておく。(表1)(なお、今後、基本数学の考察は、昭和13年の改訂版をもとにして話をすすめる。)基本数学の序は、融合主義だけでなく、当時の改革運動全体がしのばれて興味深い。統合数学の序には、算術・代数篇と幾何・三角法篇が分けられた経過がはっきりでている。この教科書が「算術・代数を一本化し、幾何・三角法を一本化してこの両者の

連絡を密にする」ものである。

序	
<p>本書ハ昭和七年ニ刊行シタ「新制中學校用基本數學」ニ改訂ヲ加ヘタモノデ教材ノ排列ニ多少ノ變更ガアリ、内容ニ多少ノ増減ガアルケレドモ、中學校ニ於ケル基本科目トシテ「數學科」ノ教科書トシテ本旨ニハ變リハナイ。</p> <p>編纂上特ニ留意シタ諸點ヲ舉ゲルト、次ノ通りデアル。</p> <p>i] 生徒ノ心理的發達ノ階段ニ適合サセテ學ビ易ク且興味アルモノニシテ努メタ。</p> <p>ii] 數學ニ對スル現代ノ社會的要求ニ添ヒ、且現在及ビ將來ニヨリテ生徒ノ生活ニ緊要ナルベカラザル文化財ヲ併ニ得ルヤウニ努メタ。</p> <p>iii] 教材ヲ綜合の見地ニ於テ排列組織シタ。</p> <p>iv] 計算ニ習熟サセ、冷間知覺空間的想像ノ練習機會ヲ與ヘ、純數學的表現並ニ代數學的表現ニ慣ラセ、方程式解法ノ能力ヲ高め、就中數數思想ヲ涵養スルコトニ最大ノ努力ヲ費シタ。</p> <p>v] 實習演習ニ重キヲ置キ、器械化スル必要アル點ニ對シテハ適當ノ範圍程度ヲ考ヘテコレヲ器械化スルコトニ努メタ。</p> <p>vi] 最少ノ原理原則ヲ徹底的ニ理解センメ、ソノ運用ヲ自在ナラシメ、コトヲ努メタ。</p>	<p style="text-align: center;">序</p> <p>ii] 自學自習ノ風ヲ養フ一助ニセト思ヒ、各項ノ説明ヲ稍詳ニテ、可學ニシテ、重複リ取ヘテシテ、全體ヲ上中、下ノ三卷ニ分ケテ、ハ、全ク製本上ノ便宜ニ依ルモノデ、各學年ニ一卷ヲ配スル意志デハナイ。内容ニ第一、第二、第三ノ部ヲ分テ、第一ノ部ニ甲、乙、丙ニ分ケテ、ハ、第二ノ部ヲ甲、乙、丙系列ニ取扱ヘナイデ、並列的ニ取扱フコトヲ明ニセンガタメデアル。勿論、カラスル方デ教育的ニ適當デアルト信ズルカラデアル。實地教授ノ際ノ點ニ於テ留意シラレ、甲、乙ノ進捗表ニテ、踏行的ニナルコトヲ選ケラレタ。</p> <p>本書ヲ編纂スルニカ、東西諸家ノ見ニ負フ所多クデアツタガ、又著者ノ直接並ニ間接ニ得タ實地授業ノ經驗ト、年來ノ思索省察ニ基キ、創意ヲ加ヘ、タトコロモ少クナイ。因ヨリ、壁ヲ自負スルニハ餘リニ遠イ。教授者諸君ノ忌諱ヲキ批正忠告ヲ賜ハルナラバ、甚コレニ過グルモノハナイ。</p> <p style="text-align: right;">昭和十三年十月十五日</p> <p style="text-align: center;">著 者 識</p>

表一 「序」〔改訂 基本数学(中学校用)(上)〕

序	
<p>本書ハ、中學校ニ於ケル算術代數ノ教科書トシテ編纂シタモノデアル。コレヲ、コノ姉妹篇デアルトコロノ幾何三角法篇トシテ併用シナイヤウナ場合ガアツタモ、殆ンド並立ナイヤウニ編纂シテアルガ、ソノ兩者ヲ併用スルキ、初メテ兩者相補ヒ相扶ケテ互ニソノ効ヲ一層ヨク發揮スルコトガ出來ルデアラウ。蓋シ、本書ノ名ニ冠スル如ク、編者ハ、一ツヲ統一綜合ナレタ中學校ノ數學即チ中學校向ノ「統合數學」トイフモノヲ念頭ニ置キ、ソノ「統合數學」ノ一面トシテ本書ヲ、他面トシテ「幾何三角法篇」ヲ編シ、兩者相合シテ初メテ編者ノ願望ニ盡ク中學校ノ數學ナルモノノ意義ヲ完成スルヤウニ努メタカラザアル。コノ點ニ於テ、約ニ公用ノ「基本數學」並ニ「増進數學」トシテ、精練リ同ジクシ、立場同ジクスル。</p> <p>「算術代數篇」ト「幾何三角法篇」トハ互ニ分離シテ相纂シタ所以ノモノハ、多少便宜上カラ來タノテアツテ、本質的ノ理由カラ來タモノデハナイ。即チ各學校ノ數學科教授責任者同ニ、コノ「基本數學」ノ分配ヲ、容易ク且便宜ナラシメ、タメニ外ナラナイ。</p>	<p style="text-align: center;">序</p> <p>本書デハ基本課程ト増進課程トノ間ニ殺然トシテ區別ハンテキナイガ、上中二卷ヲ以テ略シ、基本課程ガ終ルヤウニ編纂シテアル。ソノ他編纂ノ留意シタ諸點ハ、序ニ公用シテ基本數學並ニ増進數學ノ序ニ概テ盡クナレタキルカラ、ココニ再ビ述ベルコトニシナイ。隨ダツレ等ノ書トシテ教材ノ排列ニ於テ、又教材ノ内容ニ於テ多少異ナルトコロハアルガ、排列ノ順ノ多少異ナツタコトニツイテハ、別ニ深イ意味ハナイ。「算術代數篇」ト「幾何三角法篇」トヲ分ケタコトカラ、自然ニ起ツタノデアル。新教材ノ多少加ツタノハ、新シイ方向ヘノ第一歩デアル。</p> <p>尋常ノ際ノコトトシテ、幾多ノ取環ヲ設スルコトハ自認スルデアアルガ、尙ホ實際家諸君ノ批正ヲ仰グコトガ出來レバ幸甚デアアル。又本書ガ、多少アモ所界ニ貢獻スルコトガ出來レバ、編者ノ本報コレニ過グルモノハナイ。</p> <p style="text-align: right;">昭和九年八月二十九日</p> <p style="text-align: center;">編 者 識</p>

表一 「序」〔新制統合数学 算術・代數篇(上)〕

目次	
【第一部】	
第一篇 数と図形	
第一章 緒論	19 分数ノ減法 . . . 42
1. 数學ト人生 1	20 分数ノ乗法 . . . 42
2. 数 4	21. 分数ノ除法 . . . 44
3. 図形 6	22. 色用門題 . . . 45
第二章 数表及ビ図次	第三章 比例及ビ反比例
4 数表及ビ図次 12	23. 比例ストイフコト . 54
5 数ノ書方及ビ演方 . 12	24. 反比例ストイフコト . 55
第二篇 数ノ計算	
第一章 整数ノ小數ノ四則	第三章 度量衡貨幣及ビ時
6 計算ノ順序 20	第一章 度量衡
7. 驗算 22	26 度量衡ノ制度 . . . 59
8. 小數ヲ掛ケルコト . . 24	27. 尺ヤノ單位 . . . 59
9. 小數ヲ割ルコト . . 25	28. 立方ノ單位 . . . 61
10. 約分ノ處分法 28	29. 面積ノ單位 . . . 63
第二章 分数ノ計算	30. 體積ノ單位 . . . 64
11 分数ノ意味 36	第三章 貨幣
12. 分数ノ小數 38	31. 本邦貨幣 69
13. 分数ノ性質 37	32. 外國貨幣 70
14. 約分 37	第三章 時
15. 特別ナ整数ノ倍数 . 38	33. 時間ノ單位 . . . 73
16. 通分 39	34. 平年・閏年 . . . 74
17. 最小公倍数ノ求メ方 . 40	35. 朔月 75
18 分数ノ加法 41	36. 地方時・中央標準時 . 76

目次	
第四章 数量ノ比較	第六篇 面積
第一章 比	第一章 面積ノ測リ方
37. 比 70	55. 面積ヲ測ルコト . 121
38. 反比例 80	56. 多角形 124
39. 題比 81	57. 矩形及ビ正方形ノ面積 . 125
第二章 歩合	58. 公式 127
40 歩合 85	59. 二重ニ比例ストイフコト . 128
41. 利率 86	60 三角形ノ面積 . 129
42. 指数 87	61. 平行四邊形及ビ梯形ノ面積 131
第三章 歩合算	62. 多角形ノ面積 . 133
43. 歩合算ノ公式 . . . 91	63 曲線形ノ面積 . 134
44. 合計高・差引高 . . 93	64. 一般ノ注意 . 135
45. 利息算ノ公式 . . . 94	第二章 相似形ノ面積
46. 複利法 96	65 相似形ノ面積 . 140
第五章 距離・角度	66 相似形ノ面積 . 142
第一章 距離	第七章 體積及ビ表面積
47. 距離 100	第一章 立方體・立方體
48. 線ノ長サ 101	67. 體積ヲ測ルコト . 146
第二章 角度	68. 多角形 146
49 角度 104	69. 立方體・立方體ノ體積 . 147
50 扇形ノ面積 106	70. 立方體・立方體ノ面積 148
51. 中心角 110	71. 直線ト平行トノ扇形 . 150
第三章 距離・高サノ間接測量	72. 平行ト垂直トノ扇形 . 152
52. 距離ノ間接測量 (ノ一) 115	73. 直線ト平行トノ扇形 . 153
53. 距離ノ間接測量 (ノ二) 117	74. 立方體ノ體積 . 155
54. 高サヲ測ルコト . . 121	

目次	
75. 三乗ニ比例ストイフコト . 157	(ノ一) 167
第二章 角・圓錐	99 公式ヲ用ヒテ問題ヲ解クコト . . . 169
76. 角 160	94. 公式ヲ用ルコト (ノ二) 169
77. 角ノ體積 161	第二章 簡易ナ方程式
78 圓錐ノ體積 164	95. 方程式 194
79. 直錐ヲ用ルコト . 165	96. 方程式ノ立方 . . . 196
80. 錐體 166	97. 方程式ヲ用テルコト 199
81. 直錐ノ側面積及面積 167	98. 方程式ノ解法ノ原理 . 203
82. 圓錐ノ體積 168	99. 方程式ニ依ル問題ノ解キ方 207
第三章 角錐・圓錐	第三章 複雑ナ形ノ方程式
83. 角錐ノ體積 171	100. 同類項ヲ含ム方程式 . 208
84. 角錐ノ體積 172	101. 簡單ナ掛ケ算ヲ含ム方程式 212
85. 圓錐ノ體積 173	102. 拡張ヲ含ム方程式 . 214
86. 直錐ヲ用ルコト . 174	103. 複式 216
87. 直錐ノ側面積及面積及ビ體積 . . 176	104. 分数ヲ含ム方程式 . 218
第四章 球	
88. 球 179	
89. 球ノ面積 . 180	
90. 球ノ表面積及ビ體積 . 182	
第八章 公式及ビ方程式	
第一章 公式	
91. 公式ノ用 186	卷末
92. 公式ヲ用ルコト 187	I 度量衡換算式
	II 複利表
	III 平方・平方根・立方・立方根表

これらの2著のうち総合的取扱がよりなされているものとして基本数学をとりあげ、その実際的な内容をみていくことにする。それは、主に、現在の中学校に関連したものをとりあげていく。なお、対照群の教科書としては、樺正澄⁸⁾の算術、藤澤利喜太郎⁹⁾の代數、菊池大麓¹⁰⁾の幾何をとりあげた。

次に、基本数学の全体像をつかむために、冗長ではあるが、上・中・下の目次を次にあげておく。(表2, 3, 4)

表-2 「目次」〔改訂 基本数学(上)〕

目次

(第二部甲)

第一篇 正数負数

第一章 正数負数

1. 研究方針 1

2. 負数 2

3. 負数ノ應用 5

4. 正数負数及比喩ノ大小關係 8

第二章 正数負数ノ四則

5. 加法 11

6. 減法 15

7. 乗法 18

8. 除法 21

第二篇 圓表(ぐらふ)

第一章 圓表ノ作り方

9. 圓表ノ發見 28

10. 方眼紙ヲ用ヒテ圓表ヲ作ルコト 30

第二章 二圓表ノ對比

11. 二圓表ノ對比 33

第三章 公式及ビ方程式ノ圖表

12. 補作ヲテ變化スル二量間ノ關係表示 38

13. 公式ノ圖表(ツノ) 39

(第二部乙)

第一篇 角

第一章 角ノ平行線直線

1. 一般注意 131

2. 相交ル二直線ノナス角 132

3. 平行線ニ關スル定理(ツノ) 136

4. 平行線ニ關スル定理(ツノ二) 139

5. 定理トツノ逆 141

6. 逆ガ五ニ平行ナ二角 142

第二篇 直線形

第一章 三角形ノ性質

7. 三角形ノ角 146

8. 三角形ノ角ニ依ル分類 147

9. 三角形ノ邊 150

10. 三角形ノ垂ニ依ル分類 150

第二章 三角形ノ合同

11. 三角形ノ合同 152

12. 三角形ノ合同ノ定理(ツノ) 153

13. 三角形ノ合同ノ

目次

14. 負数ト公式 42

15. 公式ノ圖表(ツノ二) 44

16. 座標 46

17. 方程式ノ圖表 48

第三篇 一元一次方程式

第一章 一元一次方程式

18. 代数式ノ種類 53

19. 方程式ノ種類 53

20. 移項 56

21. 括弧ヲ含ム方程式 59

22. 分数ヲ含ム方程式 64

23. 簡易ナ分数方程式 60

24. 公式ノ移換 63

25. 應用問題 71

第二章 聯立方程式

26. 聯立方程式 74

27. 聯立方程式ノ解キ方(ツノ) 75

28. 聯立方程式ノ解キ方(ツノ二) 80

29. 聯立方程式ノ圖解 82

30. 方程式ノ不定及ビ不能 85

31. 多元一次聯立方程式 87

32. 分数ニ未知数ヲ含ム聯立方程式 89

33. 應用問題 91

第四篇 乗法除法及ビ因數分解

第一章 乘法

14. 定理(ツノ二) 137

14. 應用例 139

第三章 基本ノ作問題

15. 作問題 105

16. 基本ノ作問題 106

第四章 平行四邊形

17. 平行四邊形ノ性質 171

18. 平行四邊形ナルヲノ條件 171

19. 三角形ノ線 174

第五章 三角形ノ特殊點

20. 三角形ノ重心 177

21. 三角形ノ外心 179

22. 三角形ノ内心 179

23. 三角形ノ垂心 180

第六章 三角形ニ於ケル不等關係

24. 三角形ノ邊ト角 183

25. 二邊ノ長サ一定ナル三角形ノ第三邊トノ對角 184

第三篇 圓形ノ對稱

第一章 點對稱點對稱

26. 線對稱 180

27. 一直線ニ關シテ對稱ナ二圓形 181

28. 點對稱 182

29. 一點ニ關シテ對稱ナ二圓形 183

第四篇 圓

目次

34. 乗法 99

35. 地形ノ面積 102

36. 計算上ノ注意 104

37. 特殊ノ積 $(a-b)^2, (a+b)^2$ 106

38. 面積ニ關スル定理 109

39. 特殊ノ積 $(a+b)(a-b)$ 111

40. 積複雜ナ公式乗法 112

41. 公式ノ除法 113

第二章 因數分解

42. 因數分解 116

43. 共通因數 118

44. ax^2+bx+c ノ因數分解 119

45. 完全平方式 121

46. ニツノ平方ノ差 122

47. 複雑難ナ形ヲシテノ因數分解 124

48. 方程式ノ解キ方 126

第一章 圓ノ性質

30. 圓ノ基本性質 196

31. 三點ヲ通ル圓 197

32. 圓ノ直線 199

33. ニツノ圓 202

第二章 弧、弦、角

34. 弧弦中心角 207

35. 扇形(ぐらふ)ノ面積 211

36. 圓内角ノ角 212

37. 弦ト切線トナス角 217

38. 法 229

第三章 内接形、外接形

39. 内接形、外接形 223

40. 正多角形ト圓 226

表-3 「目次」〔改訂 基本数学(中)〕

目 次	
(第二部 甲) (p.4)	(第二部 乙) (p.4)
第五篇	第五篇
分数方程式	軌跡及ビ作図
第一章 分数式	第一章 軌跡
47. 分数式分数方程式	41. 軌跡ノ意味
48. 分数式取扱上ノ原理	42. 軌跡ノ決定
49. 約分	43. 基本ノ軌跡
50. 分数式ノ符號	44. 軌跡ノRメ方
51. 分数式ノ乘法	第二章 作圖題
52. 分数式ノ除法	45. 軌跡交點法
53. 分数式ノ加法及ビ減法	46. 二圓ノ共通切線
54. 分数式ノ變形	47. 傍接圓
55. 無分数式	
第二章 分数方程式	
56. 分数方程式	
57. 公式ノ轉換	
	[第三部]
第一篇	第二章 相似形
比例及ビ相似	5. 相似形
第一章 比例	6. 三角形ノ相似
1. 比例式	7. 三角形ノ相似ノ定理
2. 比例式ノ性質	8. 線分ヲ定比ニ分フコト
3. 比ノ性質	9. 三角形ノ二等分線
4. 兼ノ比	10. 相似多角形

目 次	
11. 一般ノ相似形	71
12. 相似形ノ周ノ比	75
13. 相似形ノ面積ノ比	79
第三章 三角函数	
14. 正切	80
15. 正弦及ビ餘弦	85
16. 二角形ノ面積ノ公式	89
第四章 三角形ノ邊ノ間ニ於ケル數	
17. 直角三角形ニ於ケル比	91
18. 代數的解析法	99
19. ピタゴラスノ定理ノ證	100
20. ピタゴラスノ定理ノ例	100
21. 定理ヲ分テラレテ使フノ例	100
第二篇	
二次方程式	
第一章 平方根	
22. 平方根	109
23. 開平方	109
24. 開方ノ便法	111
第二章 無理數	
25. 無理數	113
26. 根數ノ計算(1)	116
27. 根數ノ計算(2)	118
28. 根數ノ計算(3)	119
29. 近似値ヲ用ヒテスル計	120
第三章 一次ノ方程式	
30. 一元一次方程式ノ一般的解法	123
31. 一元二次方程式ノ根ノ公式	128
32. 一元二次方程式ノ圖解	130
33. 分数方程式	133
34. 二元二次聯立方程式	137
35. 無字方程式	144
第四章 文字方程式	
36. 公式ノ轉換	144
37. 文字方程式	149
第三篇	
兩数值ノ變化	
第一章 一元函数	
38. 變數及ビ函数	151
39. 函数ノ圖式	152
40. 一次函数ノ圖式	153
41. 二次函数ノ圖式	156
42. 二次函数ノ最大値及ビ最小値	159
43. 成對ノ方程式ノ圖式	162
44. 聯立方程式ノ圖解	169
第二章 多元函数	
45. 多クノ變數ノ函数	173
46. 點ニ比例ストイフコト	173
第四篇	
正多角形ト圓	
第一章 正多角形	
47. 正多角形ノ作圖	178

目 次	
48. 正多角形ノ周及ビ面積	182
第二章 圓周率	
49. 圓周率ノ概算	186
	形ノ周
	50. 圓ノ周及ビ圓ノ面積ノ比

表一四 「目次」〔改訂 基本数学(下)〕

これからわかることは、(中)と(下)の一部が甲・乙にわかれていることである。それについて、(中)の第一篇・第一章1「研究方針」において、

「数学ヲ真ニヨク理解シ、又真ニヨク利用出来ルヤウニスルタメニハ、モット秩序正シク学ブ必要ガアル。ソコデ、今後暫ク、一方デハ代数式及ビ図表ノ運用法及ビ方程式ノ取扱方ヲ、第一部ニ於ケルヨリモモット深く秩序正シク研究シ、他方デハ図形ニ関スル事項ヲ、系統的ニ研究スルコトトスル。……固ヨリ、コノ区別ハ研究ノ便宜上カラスルノデアッテ、必要ガナクナレバコレヲ撤去スルデアロウ。」

と。

今後の考察のために、基本数学の総合的取扱の実際例を次の2つに分類した。

1. 算術と代数、代数と幾何等の方法上の総合。
2. 函数思想(とくにグラフ)をもとにした総合。

なお、内容についての詳しい説明を『¹¹⁾数学教育各論』(以下『各論』と略す)より援用する。この本の序文で佐藤氏がいつているように、これは、『初等数学教育の根本的考察』の各論といえるものである。

1. 算術と代数・代数と幾何等の方法上の総合

算術と代数の総合は、算術の内容に文字を使うことにあらわれる。それは、(上)の「分数の計算」「比」「歩合算」等に見いだせる。「歩合算」の例を樺の算術と比較しながらあげておく。(表5)ここでは、文字を使っているだけでなく、線分図も使っていることが注目に値する。つまり、算術と代数を総合しているだけでなく、図(幾何)との総合もはかっている。なお、文字も、公式的だけでなく、方程式的にも使用している。なお、『各論』において、次のように述べている。

「計算ノ法則、計算ノ仕方ニツイテノ考究ハ、文字ヲ用イテ代数的ニ取扱ッタ方ガ理解シ易イ部分ガ多イシ、殊ニ計算ヲ実際問題ニ応用シヨウトスルトキ、ソノ問題ノ分析ニハ方程式ノ力ヲ借りル方ガ便利デアル。」

代数と幾何の総合は、(上)(中)(下)を通してみることができる。(中)においては、分科的に取扱いつつも、総合をはかっている。(上)においては、「恒等式」、(中)においては、「乗法公式」「面積に関する定理」(「証明」)、(下)においては、「ピタゴラスの定理」がそれにあたる。これらに共通していることは、「面積」ということである。「長方形の面積」は、縦を a 、横を b とすると、「 $a \cdot b$ 」になるということが出発点になる。代数と幾何の総合といっても、幾何の中に数量化されるものが含まれていないとできなかった。ここでは、藤澤の代数における乗法公式と菊池大麓における面積が総合されている例を示す。(表6, 7)

第七編

歩合算及其應用

第一章

歩合算

例 買本金二百圓アトセロ利息二十圓ト得タリトセバ此利息ノ買本金ニ對スル比ヲ歩合ト云フ專ラ買上ニ用ユルノ解ナリ

歩合ヲ首ニ表ハスニ分數若クハ小數ノ形ヲ用ヒズシテ分母ノ際ヲ用ニルヲトス即チ十分ノ一ヲ一割ト云ヒ一割ノ十分ノ一ヲ一分ト云ヒ一分ノ十分ノ一ヲ一厘ト云フ以下十分ノ一毎ニ毛糸忽ト云フ

故ニ買金一分ト云ヘバ其百分ノ一ニ當リ一圓ト云フキハ十分ノ一ニ當ルベク又二割三分ト云ヘバ百分ノ二十三ニ當ルモノト云フナリ

定義 買金ニ於テ甲量アリ乙量ノ之ニ對スル比ヲ歩合ト云フ十分ノ一、百分ノ一、千分

ノ一、一割、一分、一厘……ト云フ而シテ歩合ニ關スル計算ヲ歩合算ト云フ

注意第一 上ノ定義ヨリシテ歩合算ハ分數、小數、比例等ノ計算ノ形ニ過キザルベシ從テ法則等ヲ設クルノ必要ナキヲ以テ今唯一二ノ例ヲ示ス

第一 某商店ニ於テ買本金八千七百圓ヲ以テ商業ヲ營ミ利息ヲ得ルル元金ノ割三分ナリト云フ其金額何程ナルヤ

解 元金八千七百圓ノ割三分ハ百分ノ十三ニ當ル故ニ利息ヲ求ムルニハ $5700 \times \frac{13}{100}$ 即チ 0.13 ヲ乘ズレバニ即チ 1131 圓ヲ得ベシ

第二 書籍アリ其定價ハ一圓二十錢ニシテ買價九十錢ナリ幾割引ニ當ルヤ

解 一圓二十錢ノ元ノ九十分ノ一ナリシテ $120 - 90 = 30$ 即チ三十錢ダケ引キシヨリナル今凡三十錢ハ元金ニ對シテ幾割ニ當ルヤヲ算スルニ 120 錢ニ何ヲ乘ズレバ 30 錢トナルカヲ求ムレバ即チ $30 \div 120 = 0.25$ 即チ二割五分ナルヲ知ル

第三 所得稅ハ所得金三百圓ヨリ千圓ノ間ノ所得ノ一分

表一5 「歩合算」〔樺 正董：普通算術教科書（下）（P 104 ~ P 105）〕

第二章 歩合算 93

【解】 元ノ定價ヲ x 圓トスレバ
 $x \times 0.2 = 5$ 圓
 故ニ $x = 5 \div 0.2 = 25$ 答 25 圓

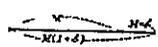
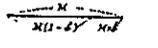
44. 合計高差引高

元高ト歩合高トノ和ヲ合計高差ヲ差引高トイフ。

合計高 (Gōkeidaka), 差引高 (Sanhikidaka) ヲソレゾレ G, S ト略記スルト、ソレゾレ次ノヤツニ當ケル。

$G = M + B$
 $S = M - B$

元高ト歩合ガワカフヲキレバ $B = Mb$ デアルカラ

$G = M(1 + b)$ 
 $S = M(1 - b)$ 

デアル。

【注意】 例ヘバ $M \times (1 + b)$ ヲ起例 $M(1 + b)$ ト書ク。

例 1. 原價 32 圓ノモノヲ 2 割 5 歩ノ利益ヲミテ賣ルト、幾圓トナルカ。又 1 割 5 歩損ヲ賣ルト、幾圓トナルカ。

表一5 「歩合算」〔改訂 基本数学（上）（P 93 ~ P 94）〕

第四章 数量ノ比較 94

【解】 $32 \times (1 + 0.25) = 40$ 圓
 $32 \times (1 - 0.15) = 27.2$ 圓
 答 40 圓, 27.2 圓

例 2. 定價ノ二割引ニ買フテ 32 圓ノ品物ノ定價ハ幾ラカ。

【解】 定價ヲ x 圓トスレバ
 $x(1 - 0.2) = 32$
 故ニ $x = 32 \div (1 - 0.2) = 40$ 答 40 圓

例 3. 買價ノ 2 割 5 分ニ當ル利益ヲ得テ買ノク位段ガ 50 圓トナル品物ノ買價ハ如何程カ。

【解】 買價ヲ x 圓トスレバ
 $x(1 + 0.25) = 50$
 故ニ $x = 50 \div (1 + 0.25) = 40$ 答 40 圓

45. 利息算ノ公式

元金 (Mokashin), 利息 (Rissoku), 利率 (rinritsu), 期間 (kikan) ヲソレゾレ M, R, r, k ト略記スレバ

$R = Mfr$

又元利合計 (Ganrigōkei) ヲ G ト略記スレバ

ノヲ引キテ得ベキ数ニ等シ

(乙) 或ル数ニ二ノ数ノ差ヲ掛ケタルモノハ此数乘數ニ被數ヲ掛ケタルモノノ引キテ得ベキ数ニ等シ

30. 二数ノ積ニ於ケル一ノ因数ガ和ニシテ他ノ因数ガ差ナルトハ前節ニヨリ

(a+b)(c-d) = (a+b)c - (a+b)d = ac+bc - (ad+bd) = ac+bc - ad - bd

又因数ガ兩方トモ差ナルトハ

(a-b)(c-d) = (a-b)c - (a-b)d = ac-bc - (ad-bd) = ac-bc - ad + bd

第28節及本節ノ公式ハ極メテ重要ナルモノナルガ故ニ太キ字體ヲ用キテ再ビ此處ニ掲グベシ

(a+b)(c+d) = ac+bc+ad+bd

(a+b)(c-d) = ac+bc-ad-bd

(a-b)(c-d) = ac-bc-ad+bd

31. 前節ノ公式ノ格段ナル場合

(a+b)(a+b) = aa+ab+ba+bb = aa+2ab+bb

是ノ普通ノ書キ方ヲ用ケルトハ

(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2

即二数ノ和ノ平方ハ各ノ数ノ平方ノ和ニ二数ノ積ノ二倍ヲ加ヘタルモノニ等シ同様ニ

(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2

即二数ノ差ノ平方ハ各ノ数ノ平方ノ和ヨリ二数ノ積ノ二倍ヲ引キタルモノニ等シ

又 (a+b)(a-b) = a^2 + ab - ba - b^2

(a+b)(a-b) = a^2 - b^2

即二数ノ和ト同シニ二ノ数ノ差トノ積ハ各ノ数ノ平方ノ差ニ等シ通例異シテ和ト差トノ積ハ平方ノ差ニ等シトイフ

代数学ニ於テハ往往加號ト減號トヲ一處ニシタル符號トヲ用ケルアリ之ヲ「プラスマイナス」ト讀ム此符號ヲ用ケルトハ例ニハ上ノ公式(1)(2)ヲ一處ニ書クコト得ベシ乃次ノ如シ

(a±b)^2 = a^2 ± 2ab + b^2

例題

- 1. 第29節ニヨリ 3(100-85)ヲ算出セヨ
2. 第30節ニヨリ (5+2)(7-3)ヲ計算セヨ
3. 第30節ニヨリ (5-2)(7-3)ヲ算出セヨ

表一六 「乗法公式」〔藤澤利喜太郎：初等代数学教科書(上)(P 43 ~ P 44)〕

然ルニ CG, EK, FLハ各 ABニ等シキヲ以テ、形及長ニシテ CHハ AB, CDノ包ム矩形ナリ、CKハ AB, CEノ包ム矩形ナリ、ELハ AB, EFノ包ム矩形ナリ、FHハ AB, FDノ包ム矩形ナリ、故ニ AB, CDノ包ム矩形ハ AB, CE及 AB, EF及 AB, FDノ包ム矩形ノ和ニ等シ。

系1. 一ノ直線ヲ二ノ部分ニ分ツルハ、全線ト其ノ一ノ部分トノ包ム矩形ハ此部分ノ上ノ正方形ト二ノ部分ノ包ム矩形ノ和ニ等シ。

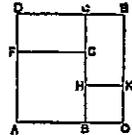
系2. 一ノ直線ヲ二ノ部分ニ分ツルハ、全線ノ上ノ正方形ハ全線ト各ノ部分トノ包ム矩形ノ和ニ等シ。

定理6. 二ノ直線ノ和ノ上ノ正方形ハ各ノ直線ノ上ノ正方形ノ和ヨリ大ナルヲ二ノ直線ノ包ム矩形ノ二倍ナリ。

AB, BOヲ二ノ直線トシ、之ヲ一直線ニ置キ、

AOヲ其ノ和トセヨ

然ルニ AGノ上ノ正方形ハ AB及 BOノ上ノ正方形ノ和ヨリ大ナルヲ AB, BOノ包ム矩形ノ二倍ナル可シ。



AOノ上ニ正方形 ACEDヲ作リ、AB, BOノ上ニ正方形 ABGE, BOKHヲ作リ、BGヲ延長シ、DEトLニ於テ交ルトセヨ、AFトADハ同一ノ直線ノ上ニ在リ、即F點ハADノ上ニ在リ、又同様ニK點ハOEノ上ニ在リ、同様ニBGトBHハ同一ノ直線ノ上ニ在リ、即H點ハBLノ上ニ在リ、正方形AEハ正方形AG及BEノ和ヨリ矩形EL及HEノ和ヲ大ナリ、ADハAOニ等シク、AFハABニ等シキヲ以テ、殘リFDハ殘リBOニ等シ、之ト同様ニKEハABニ等シ、故ニFLハFG, HDハBEノ包ム矩形ナルヲ以テ、AB, BOノ包ム矩形ニ等シ。

表一六 「面積」〔菊池大麓：初等幾何学教科書 平面部(P 197 ~P 198)〕

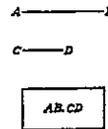
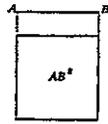
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

【注意】 $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ と勘違いしてはならない。

38. 面積 = 関スル定理

線分 AB を一辺とする正方形(或ハ線分 AB 上ノ正方形トモイフ)トイフ代リニ、AB² ナル記號ヲ用ヒ、線分 AB ト OD トヲ二隣邊トスル矩形(或ハ二ツノ線分 AB, OD ノ包ム矩形トモイフ)トイフ代リニ、AB・OD ナル記號ヲ用ヒルト、



AB² ノ面積ヲ表ハス數ハ、AB ノ長ヲ表ハス數ヲ² スレバ a² デアリ、一數 a ヲ線分 AB デ代表サセレバ、a² ハ AB² デ代表サセルコトガ出來ル。又 AB・OD ノ面積ヲ表ハス數ハ、AB, OD ノ長ヲ表ハス數ヲソレゾレ a, b トスレバ、ab デアリ、二數 a, b ヲソレゾレ二線分 AB, CD デ代表サセレバ、積 ab ハ AB・CD デ代表サセルコトガ出來ル。

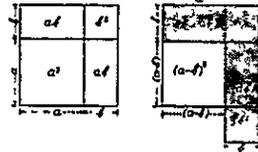
コノコトニ注意スルト、前節ノ公式カラ、面積 = 関スル次ノ定理ガ得ラレル。即チ

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \text{カラハ}$$

定理 ニツノ線分ノ和ノ上ノ正方形ハ、各線分ノ上ノ正方形ノ和ニ、ソノ二線分ノ包ム矩形ノ二倍ヲ加ヘタモノニ等シイ。

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \text{カラハ}$$

定理 ニツノ線分ノ差ノ上ノ正方形ハ、各線分ノ上ノ正方形ノ和カラ、ソノ二線分ノ包ム矩形ノ二倍ヲ引イタモノニ等シイ。



練習題

1. $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$ ナルコトヲ示シ、コノ公式カラ面積 = 関スル定理ヲ導ケ。
2. $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$ ナルコトヲ示シ、コレカラ面積 = 関スル定理ヲ導ケ。
3. $m(a+b+c) = ma + mb + mc$ カラ、面積 = 関スル定理ヲ導

表一7 「面積 = 関スル定理」〔改訂 基本数学(中)(P 109 ~ P 110)〕

これについて、『各論』においては、2つの方法を示唆したのち、「コノ種ノ教材ヲ取扱フニ當テハ論理ニ注意スルコトハ勿論必要デアルガ、代数ト幾何トヲ連接サセル点ノ一ツデアルトイフコトヲ第一ニ念頭ニオク必要ガアル」としている。なお、「証明」については、総合という観点からみると簡単すぎるが、その代数的扱いによる便利さということで、「対頂角は等しい」という証明を、菊池の平面幾何と対比してあげておく。(表8)、幾何の証明自体が、代数記号を取り入れたことによって、いかに理解しやすくなっているか、手にとるようになる。

また、数学の各分科と、他分科、例えば物理的事象や日常生活への応用例等との総合もいくつかとりあげられている。(中)の、「円周角・弓形の角」「重心」に、それにあたるものがある。ここでは、幾何と物理的事象との総合例である「重心」を、菊池の平面幾何と対比させておく。

(表9)

さらに、『各論』においては、代数と幾何の総合については、「図計算」も提唱しているが、まだそれは、研究の段階であるとしている。

2. 函数思想(とくにグラフ)をもとにした総合

函数思想、とくにグラフをもとにした総合については、佐藤氏は、相当の配慮をしている。それ

は、(上)の第一篇、第二章において図表を導入し、算術的なものとの総合をしやすいとしている。それが、「比例及反比例」「正方形ノ面積、公式、二乗=比例スルコト」「直方体ノ面積、三乗=比例スルコト」にあらわれ、(中)で図表から座標の導入をはかると、「方程式ノ図表」「聯立方程式ノ図解」「方程式ノ不定及ビ不能」、(下)で、「一元二次方程式ノ図解」において、総合がなされる。また、(中)において、「弧・弦」のあとで「扇形ぐらふノ書き方」にふれているのも、図表と図形の総合であり、(上)における「公式ヲ作ルコト」の中には、図形の性質を関数的にみることの萌芽をみることができる。

(表10)は、正方形の面積から、文字を使った公式に至り、そして、グラフをもって、2乗に比例するということに至っている。幾何と代数を総合し、さらに函数思想をもってその理解を深めようとしている。

「方程式ノ不定及ビ不能」においては、方程式の不定、不能という代数的内容と、直線の平行性という幾何的内容を、函数思想(グラフ)をもって総合している。(表11)

「公式ヲ作ルコト」における、多角形の内角の和の求め方の問題の提出の仕方と菊池の幾何のそれとを比べると、前者における「規則ヲ案出シ」というところに函数関係に目を向けさせる意図を感じる。(表12)

4 入学試験と融合主義

教育問題の改善を困難にする一つは、入学試験であることは、いつの時代でもかわらない。下級学校の教育内容は、上級学校の入学試験の内容に制約を受けざるを得ない。佐藤氏は、『大正十年度高等学校入学試験ニ於ケル数学ノ問題ヲ批評ス』において、入学試験を種々の角度から考察し、その中において、それと融合主義の関係について、入学試験問題の「提出法」の面からふれている。

「在来ノ問題ノ提出法ハ断片的デアル」

としている。つまり、

「代数ト幾何トノ問題ハ截然区別サレテイテ、ソノ又各ノ中デ各問題ガ互ニ孤立シテイテ、オ互ノ脈絡ガナイ」

と。今までの表現を使えば、分科的であるとし、その実際教育への影響として、第1に、「詰込み主義」を誘致し、第2に、「生徒ハ生キタ知識ヲ得ナイデ知識ノ骸骨ダケヲ得ル」ことになる、の2点をあげ、その結果として、試験に「山ヲカケル」ということがはやり、生徒に、よくない学習の動機を与えるとしている。そして、そういうことにならないようにするために、

「提出サレル問題ガ相互ニ関係シテイテ、之ヲ解クニハ生徒既知ノ知識ヲスベテ活用スルコトイフヤウニ選定シテ欲シト思フ」

授業だけでなく、試験の内容も、融合主義的であるべきだというのは当然のことであろう。

5 おわりに

現在は、少なくとも融合主義については、数学教育改革運動において実際になされたことは、当

たり前のこととなっている。それは、佐藤氏の教科書の例を、現在の教科書と比べてみれば明らかだ。しかし、それでは、もう融合主義は、古いスローガンになってしまったのだろうか。そうではないと思う。改革運動において高く掲げられた理想的な融合主義は、当時の状況においての妥当な線ととまったといえるであろう。しかし、それだからといって、現在もそのままではよいとはいえない。授業における子どもを全体的にとらえようとすると、分科主義的な態度ばかりではできないはずである。もちろん、急に理想的な融合主義のカリキュラムを作ることは、現在でも不可能であろう。融合主義の理想は、教育を人間をもとに考えようとするところから生まれた。その意味では、それは、教育内容・方法にとどまらず、評価など種々な面にも関係してくるであろう。

佐藤氏の数学教育論を、融合主義という側面にのみしぼって考察したが、改革運動の理想と現実を体験した人の数学教育論として、今後も、種々の側面から考察していくことを課題として残しておく。

最後に、本学の松原元一名誉教授、佐藤氏の教科書等の資料を閲覧させてくださった、国立教育研究所の先生方に、厚くお礼申しあげる。

注

- (1) 佐藤良一郎 「初等数学教育の根本的考察」(目黒書店 大正13年12月 第4章「数学教科書の組織」)
- (2) 佐藤良一郎 「数学教育概論, 中等学校篇」(「師範大学講座 数学教育」建文館 昭和10年第10巻, 第2篇 第4章「教材の組織」)
- (3) 藤澤利喜太郎 「数学教授法 講義筆記」(大日本図書 明治33年10月 第16回講義)
- (4) 佐藤良一郎 「過去半世紀の数学教育を語る(抄)」(川越一夫編「日教教60年の歩みと算数・数学教育の変遷」(昭和53年8月) P121 ~ P125)
- (5) 佐藤良一郎 「改訂 基本数学(中学校用)(上・中・下)(目黒書店 昭和13年12月 4版)
「新制 中学校用 増課数学(上・下)」(目黒書店 昭和8年10月)
- (6) 佐藤良一郎 「新制 統合数学 算術・代数篇(上・中・下)(目黒書店 昭和9年12月再版)
「新制 統合数学 幾何・三角法篇(上・下)(目黒書店 昭和9年12月再版)
- (7) 佐藤良一郎 「本会五十年の歩みと数学教育の展望(抄)」(川越一夫編「日教教60年の歩みと算数・数学教育の変遷」(昭和53年8月) P130 ~ P141)
- (8) 樺 正置 「算術教科書 下」(学齡館 明治37年4月 22版)
- (9) 藤澤利喜太郎 「初等代数学教科書(上・下)」(大日本図書 明治31年3月)
- (10) 菊池大麓 「初等幾何学教科書 平面幾何学」(大日本図書 明治31年3月 10版)
「初等幾何学教科書 立體幾何学」(大日本図書 明治27年12月 3版)
- (11) 佐藤良一郎 「数学教育各論」(東洋図書 昭和9年3月 12版)
- (12) 佐藤良一郎 「大正十年度高等学校入学試験ニ於ケル数学ノ問題ヲ批評ス」(日本中等教育数学会 「数学教育」(第3巻 3号 大正10年7月) P90 ~ P94)

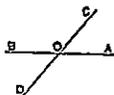
参 考 文 献

- (1) 林 鶴一・武邊松衛共訳 「獨逸ニ於ケル 数学教育」(大日本図書 大正11年3月再版)
- (2) 鍋島信太郎訳「ペリー・ムーア 数学教育論」(岩波書店 昭和13年7月4版)
- (3) 丸山哲郎訳 「数学教育改革論」(明治図書 昭和47年2月)
- (4) 佐藤良一郎 「小学校に於ける 算術教育上の諸問題」(目黒書店 昭和7年5月)
- (5) 島田 茂 「幾何教育における融合的な扱いの変遷」(日本数学教育会「数学教育学論究」
(V1 昭和38年7月)P1 ~ P11)

角 BOC を 対頂角 ナリ。

定理 4. 二ノ直線ガ相交ルキハ 対頂角ハ相等シ。

AB, CD が O 點ニ於テ
交ルニツノ直線トセヨ:
然ルニハ 角 AOC ハ 角 BOD =
等シク、角 BOC ハ 角 AOD =
等シク可シ。

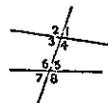


AO ハ OD ノ上ニ立ツテ以テ、
二ノ 接角 AOC, AOD ハ 合セテ 二直角ニ等シ、
又 DO ハ AB ノ上ニ立ツテ以テ、
二ノ 接角 AOD, BOD ハ 合セテ 二直角ニ等シ、
故ニ 二ノ 角 AOC, AOD ハ 合セテ 二ノ 角 AOD, BOD
ニ等シ;
双方ヨリ 角 AOD ヲ 引去レバ、
角 AOC ハ 角 BOD ニ等シ;
之ト同様ニ 角 BOC ハ 角 AOD ニ等シキヲ 証明スル
ヲ 得。

問題 5. 二ノ直線 OB, OD ハ一ノ直線 AC ト

同一ノ點 O ニ於テ 出立ル、其ノ 反對ノ 側ニ 在リテ、角
AOB ハ 角 COD ニ 等シ; 然ルニハ BOD ハ一 直線ナリ。

定義 18. 一ノ直線ガ 二ノ 他ノ 直線ト 交リ
ルノ 角ヲ 爲ス; 相互ノ 關係ニ
由リテ之ニ 特別ノ 名ヲ 命スルヲ
下ノ 如シ: 圖中、角 1, 2, 7, 8 ヲ
各 外角ト 名ク; 角 3, 4, 5, 6 ヲ
各 内角ト 名ク; 4 ト 6 ト、又
ハ 3 ト 5 トヲ 錯角ト 云フ; 1 ト 5 ト, 2 ト 6 ト,
3 ト 7 ト, 又ハ 4 ト 8 トヲ 同位角ト 云フ。



定理 5. 一ノ直線ガ 二ノ 他ノ 直線
ト 交リ、其ノ 爲ス 所ノ 一 双ノ 錯角
ガ 相等シキカ、若シクハ 一 双ノ 同位
角ガ 相等シキカ、若シクハ 一 双ノ
同側ニ 在ル 内角ガ 互ニ 補角ナル
キハ、各ノ 場合ニ 於テ 二 双ノ 錯角
ハ 各 相等シク、四 双ノ 同位角ハ 各

表一八 「証明：対頂角は等しい」〔菊池大麓：初等幾何学教科書 平面部（P 16 ~ P 17）〕

第一節 角ノ平行線 133

ニ於ケル大ナルノ關係ヲ 觀察シ且ツソレ
等ノ關係ノ 成立ヲ 理由ノ 爲メニ

〔定義〕 二ツノ角ガ頂點及ビ一邊ヲ
共有シ且ツソノ共有邊ノ 兩側ニアルト
キハ、コノ二角ハ 相接スルニハ 接角ナルトイフ。
上ノ 圖ヲ例ヘバ $\angle AOC$ ト $\angle BOC$ ハ 接角ナル。

〔定義〕 一ツノ角ノ二邊ガ他ノ角ノ二邊ノ 延長デア
ルトキハ、二ツノ角ハ 對頂角ナルトイフ。
上ノ 圖ヲ例ヘバ $\angle AOC$ ト $\angle BOD$ ハ 對頂角ナル。

〔定義〕 二角ノ和ガ二直角ニ等シトキハ、二角ハ 互
ニ 補角ヲナストイフ。
上ノ 圖ヲ例ヘバ $\angle AOC$ ト $\angle COB$ トハ 互ニ 補角ヲナス。
コレ等ノ 證ヲ 用ヒルト、上ノ 考察ニ 依ツテ 得タ 結果ハ、
次ノヤウニ 述ベラレル。コレニ 證明ヲ 與ヘヨウ。

定理 二直線ガ相交ルトキ、各組ノ 接角ハ 互
ニ 補角ヲナシ、各組ノ 對頂角ハ 相等シイ。

直線 AB, CD が 相交ル直線 O ヲ
ソノ 交點ト スルト例ヘバ

1) $\angle AOC + \angle COB = 2\text{R}$
2) $\angle AOC = \angle BOD$

〔證明〕 1) $\angle AOC + \angle COB = \angle AOB$

• $\angle R$ ハ 直角ノ 略記ナル

134 第一節 角

トコロガ、OB ハ OA ト一 直線ヲ ナスカラ、 $\angle AOB = 2\text{R}$
ニ 等シイ。依ツテ

$\angle AOC + \angle COB = 2\text{R}$
同 $\angle AOC + \angle COB = 2\text{R}$
又 $\angle COB + \angle BOD = 2\text{R}$
故ニ $\angle AOC + \angle COB = \angle COB + \angle BOD$
依ツテ $\angle AOC = \angle BOD$ 。

〔注意〕 垂線ハ 一ノヤウニ 定義ナル。即チ 相交ル二直線ノ
ナス一組ノ 接角ガ 相等シトキハ、コノ二直線ハ 互ニ 垂直デ
アル、又ハ一フハ他ノ 垂線ナルトイフ。一直線上一ノ點
ニ於テコレニ 垂直ナル直線ハ 唯一ノカナイコトハ 明デ
アル。

定理 二ツノ 接角ガ 互ニ 補角ヲナストキハ、
コノ二ツノ角ニ 共有サレナイ二邊ハ一 直線
ヲナス。

$\angle ADB$ ト $\angle BDC$ ガ 接角ナルトキ

$\angle ADB + \angle BDC = 2\text{R}$

ナラバ、DA ト DC トハ一 直線ヲ
ナス。

〔證明〕 $\angle ADB + \angle BDC = 2\text{R}$
故ニ $\angle ADC = 2\text{R}$
依ツテ DA ト DC トハ一 直線ヲナス。

表一八 「証明：対頂角は等しい」〔改訂 基本数学（中）（P 133 ~ P 134）〕

此 點 ヲ 三 角 形 ノ 垂 心 ト 稱 ス。

三 角 形 ノ 頂 點 ヲ 之 ニ 對 スル 邊 ノ 中 點 ニ 結ビ 付ケル 直 線 ヲ 其 ノ 中 線 ト 稱 ス。

* 問 題 65 三 角 形 ノ 三 ヲ 中 線 ハ 同 一 ノ 點 ヲ 通リ 其 交 點 ト 各 ノ 頂 點 ト ノ 距 離 ハ 其 中 線 ノ 三 分 ノ 二 ナリ。

此 點 ヲ 三 角 形 ノ 重 心 ト 稱 ス

問 題 66 三 角 形 ノ 二 ヲ 邊 ガ 相 等 シタラバレハ、 小 ナル 邊 ノ 中 點 ヲ 過ル 中 線 ガ 大 ナル 邊 ノ 中 點 ヲ 過ル 中 線 ヲ 大 ナリ。

問 題 67 二 等 邊 三 角 形 ノ 底 邊 ノ 上ニ 在ル 點 ノ 他 ノ 二 ヲ 邊 ヲ 隔 離 ノ 和 ハ 一 定 ノ 長 ナリ。 點 ガ 底 邊 ノ 延 長 ノ 上ニ 在ル 時ハ 如 何?

第 二 編

圓

第 一 節

本 原 ノ 性 質

定 義 1. 圓 トハ 一 ヲ 線 ヲ 以テ 圓 ミケル 平 面 形 ニシテ、 其 ノ 内ノ 以ル 一 ヲ 點 ヲ 此 線 上ノ 何レノ 點 ヲ 引ケル 直 線 モ 皆 相 等 シキ モノ ナリ。 此 線 ヲ 圓 周 或ハ 單ニ 周ト 稱シ 此 點 ヲ 圓ノ 中 心 又ハ 圓 心 ト 稱ス。

定 義 2. 圓ノ 直 徑 トハ 中 心 ヲ 通リ、 双 方 周ニ 於テ 終ルル 直 線 ナリ。

定 義 3. 圓ノ 半 徑 トハ 中 心 ヲ 通リ 周ニ 至ル 直 線 ナリ。 半 徑 ハ 直 徑 ノ 半 分 ナリ。

表一 九 「重心」〔菊池大麓：初等幾何学教科書 平面部（P 78 ~ P 79）〕

第 五 章 三 角 形 ノ 特 殊 點

三 角 形 ニハ 幾 ヲカノ 特 殊 點 ガ アル。 ソ ノ 中 ノ 二 三 ヲ 次ニ 示 サル。

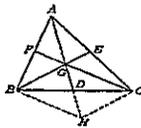
20. 三 角 形 ノ 重 心

【定 義】 三 角 形 ノ 各 邊 ノ 中 點 ト ソ ノ 邊ニ 對 スル 頂 點 ト ヲ 結ブ 直 線 ヲ 中 線 ト イフ。

定 理 三 角 形 ノ 三 ヲ 中 線 ハ 同 一 ノ 點 ヲ 通ル。 ソ シテ、 コノ 點 ト 各 頂 點 ト ノ 距 離 ハ、 ソ ノ 頂 點 ヲ 通ル 中 線 ノ 三 分 ノ 二 ニ 等 シイ。

【理 明】 $\triangle ABC$ ニ 於テ、 二 ヲ 中 線 BE 、

CF ヲ 引イテ、 ソノ 交 點 ヲ G トシ、 A 、 G ヲ 結ブ 直 線 ト BC ト ノ 交 點 ヲ D 、 B ヲ 通ツテ FC ニ 平 行ニ 引イテ 直 線 ト ノ 交 點 ヲ H ト スル。



テ ウ ス ル ト、 $\triangle ABH$ ニ 於テ

$AF=FB, FG \parallel BH$

故ニ $AG=GH$

ソレカラ、 $AE=EG$ デア ルカラ、 $\triangle AHC$ ニ 於テ

$GE \parallel HC$

$BH \parallel HC$

即チ

故ニ $BHCG$ ニ 平 行 四 邊 形 デアル。 依ツテ、 ソノ 對 角 線 BC 、 GH ノ 交 點 ナル D ハ、 HC ノ 中 點 デアル

故ニ AD ハ 中 線 デアル。

即チ 三 ヲ 中 線 ハ 同 一 ノ 點 ヲ 通リ、

次ニ $AG=GH=2GD$

故ニ $AG=\frac{2}{3}AD$

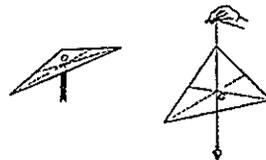
又 $BH=HC=2GE$

故ニ $BH=\frac{2}{3}BF$

同 様ニ $CG=\frac{2}{3}CF$

【定 義】 三 角 形 ノ 三 ヲ 中 線 ノ 交 點 ヲ、 ソノ 三 角 形 ノ 重 心 ト イフ。

【注 意】 厚 ク 一 段ノ 板 ヲ 三 角 形ニ 切リ、 ソノ 重 心 ヲ 支ヘル ナラバ 板ハ 靜カニ スル。 ス 一 ヲ 中 點ニ 結ニ 中 間ニ 附着シ、 絲ノ 一 方ノ 端ニ ハ 錘ヲ 附ケテ、 他ノ 端ヲ チニ 持ツテ 三 角 形ヲ 吊 ス ナラバ 絲ハ 重 心 ヲ 通ル。



表一 九 「重心」〔改訂 基本数学(中) (P 177 ~ P 178)〕

隣ル二邊ノナス角ヲ多角形ノ内角(又ハ單ニ角)トイヒ、相隣ラナイ頂點ヲ結ブ直線ヲ多角形ノ對角線トイフ。



多角形ヲ呼ブニハ、ソノ頂點ニ名ヲ付ケテ、例ヘバ六角形 ABCDEF トイフヤウニ呼ブ。ソノ時、邊ハ、ソノ兩端ノ名ヲ唱ヘテ邊 AB、邊 BC トイフヤウニ呼ビ、内角ハ、例ヘバ頂點 A ノトコロノ内角ナラバ、角 A、或ハ角 BAF、或ハ角 FAB ト呼ブ。又對角線ハソノ兩端ノ名ヲ唱ヘテ、對角線 AC、對角線 BD トイフヤウニ呼ブ。



57. 矩形及ビ正方形ノ面積

矩形正方形ハ、日常ニモ多ク吾々ノ目ニ觸レル図形デソノ特徴ハロク知ラレタキル。即チ

矩形ハスベテノ角ガ直角ナル四邊形デ、正方形ハスベテノ角ガ直角デ、スベテノ邊ガ相等シイ四邊形デアル。

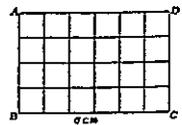
矩形ノ面積ヲ表ハス數ハ、縦横ノ長サヲ表ハス數ノ積ニ等シイ。

例ヘバ二邊 AB、BC ガソレソレ 4cm、6cm ナル矩形 ABCD

ノ面積ハ

4 × 6 = 24 (cm²)

デアルトイフコトハロク知ラタキル。



コノ場合前節ヲ述ベタ實際

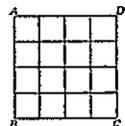
的ノ方法ヲ用ヒロクトスルナラバ、先ヅ AB ヲ四等分ノ BC ヲ六等分シテ、AB 上ノ各分點ヲ通ツテハ BC ニ平行ナ直線ヲ、BC 上ノ各分點ヲ通ツテハ AB ニ平行ナ直線ヲ引イテ、イハベ矩形 ABCD ノ上ニ一邊ノ長サ 1cm ノ正方形(即チ 1cm 平方)ノ網ヲ張り、コノ網ノ眼即チ 1cm 平方ノ數ヲ數ヘルノデアル。トコロデ、コノ數ヲ早ク見出サウトスルト、自然 1cm 平方ガ縦ニ四ツヅク六列ビアルトイフコトニ目ヲツケルコトニナル。上ノ計算規則ハ、ココカラ生レタノデアル。

正方形ノ面積ヲ表ハス數ハ、一邊ノ長サヲ表ハス數ノ二乗(平方トモイフ)ニ等シイ。

例ヘバ一邊ノ長サ 4cm ノ正方形ノ面積ハ

4 × 4 = 16 (cm²)

デアルトイフコトモロク知ラタキル。



コノ規則ハ、正方形ガ縦横相等シイ矩

形デアルトモヘラレルトイフコトニ目ヲツケレバすぐ得ラレル。

上述ノ諸規則ハ略シテ次ノヤウニ述ベラレル。

矩形ノ面積ハ縦横ノ積ニ等シイ。
正方形ノ面積ハ、一邊ノ二乗(平方トモイフ)ニ等シイ。

【注意】 a × a ヲ a² ノ二乗又ハ平方トイヒ、コレヲ a² ト記ス。

58. 公式

前節ヲ述ベタ規則ハ

矩形ノ面積 = 縦 × 横、正方形ノ面積 = (一邊)²

或ハ一文字ヲ用ヒ、面積 (Area) ハ M、縦 (a¹) ハ l、横 (b) ハ y、一邊 (f) ハトシテ

M = ly (矩形) M = l² (正方形)

ト書クコトニスレバ頗ル簡潔デアル。

計算上ノ規則ヲ、上ノ例ニ示スヤウニ略記シタモノヲ公式トイフ。上ノ公式ハ、即チ矩形及ビ正方形ノ面積ヲ求メル公式デアル。

縦ガ 7cm、横ガ 15cm ノ矩形ノ面積ヲ求メロトイフトキ、上掲ノ公式ニ依ルコトニスレバ

M = 7 × 15 = 105 答 105cm²

又「一邊ガ 12cm ノ正方形ノ面積ヲ求メロトイフトキ、」ノ算ノ公式ニヨルト

M = 12² = 144 答 144cm²

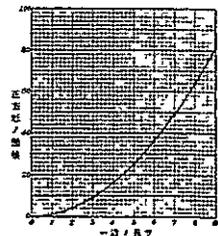
トナル。

59. 二乗ニ比例スルトイフコト

正方形ノ一邊ノ長サガ、元ノ 2 倍、3 倍、4 倍、... トナレバ、面積ハ元ノ 2² 倍、3² 倍、4² 倍、... トナリ、一邊ノ長サガ元ノ 1/2 倍、1/3 倍、1/4 倍、... トナレバ、面積ハ元ノ (1/2)² 倍、(1/3)² 倍、(1/4)² 倍、... トナル。コノコトヲ「正方形ノ面積ハ一邊ノ二乗又ハ平方ニ比例スルトイフ。」コノ場合ノ圖表ハ、次ノヤウニナル。

一般ニ

相伴ソテ變化スル二量ガアツテ、一方ノ量ガ元ノ a 倍ニナレバ、他ノ量ガ元ノ a² 倍ニナルトキ、後者ハ前者ノ二乗又ハ平方ニ比例スルトイフ。



二量ノ間ニ上ノヤウナ關係ガアルトキハ、ソノ關係ハ

表-10 「正方形・面積・公式・二乗ニ比例スルトイフコト」

〔改訂 基本数学(上)(P125 ~ P128)〕

面シテ後加フレバ

$$cx+dy=av+b^2, (a^2-b^2)x=bl(a^2+b^2), x=b$$

此ニノ値ヲ第一ノ方程式ニ入ルレバ

$$cb+dy=2ab, \text{故ニ, } dy=ab, y=a$$

乃 $x=b, y=a$ ヲ以テ答トス

注意 一般ニ二ノ未知数ヲ含ム二ノ聯立方程式ヨリソノ未知数ノ値ヲ求ムルヲ得ベシ、然レモコレニハ除外例アリ、例ヘバ

$$4x+6y=12, \quad 2x+3y=6$$

ナルニ、方程式ヲ増フニ、 x ヲ送リ出シテメニ第二ノ方程式ニ2ヲ掛ケルハ $4x+6y=12$ 即第一ノ方程式ト同ジ方程式ヲ得ベシ故ニ x ヲ送リ出シテ同時ニ y ヲ送リ出シテ $0=0$ ナル恒等式ガ成ルベシ、結局此ニ、ノ方程式ハ見越テ上ニ x ノ係数ヲ消シテ其實ハ一ノ方程式ナルガ故ニコレヨリシテ x ト y トノ値ヲ定ムルヲ能ハズルヤ明カナリ、又

$$4x+6y=12, \quad 2x+3y=7$$

ヲ考フルニ、第二ノ方程式ニ2ヲ掛ケルハ $4x+6y=14$ ヲ得ベク從テ $12=14$ ヲ得ベシ而シテコレハ真ナクザルガ故ニ此ノ二ノ方程式ハ相矛盾スルモノナリ

一般ニ二ノ未知数ヲ含ム二ノ聯立一次方程式ヲ解カ

ンガ爲メニ一方ノ未知数ヲ送リ出シテ同時ニ他ノ未知数ヲ送リ出シテ此二ノ方程式ハ其實一ノ方程式ナルカ、チナクハ相矛盾スル即聯立スルヲ能ハズルモノナリ

例題

次ノ方程式ヲ解ケ

- $5x+7y=31, \quad 2x+3y=13$
- $15x+21y=93, \quad 14x+21y=91$
- $x+y=a, \quad x-y=b$
- $3x-5y=22, \quad 7x-4y=20$
- $3x+2y=13, \quad 7x+3y=27$
- $\frac{5x}{3}-\frac{y}{4}=9, \quad 6x-\frac{7y}{4}=29$
- $8x-5y=2, \quad 5x-2y=16$
- $67x+25y=3772, \quad 25x+57y=1149$
- $\frac{3}{x}+\frac{4}{y}=8, \quad \frac{5}{x}+\frac{6}{y}=13$
- $8x+7y=100, \quad 12x-5y=83$
- $\frac{2x+3y}{5}+\frac{y+6}{7}=2, \quad \frac{2x-5y}{3}+\frac{x+7}{4}=1$
- $4x-1(y-3)=5x-3, \quad 2y+1(2x-5)=1(21y+37)$
- $\frac{x}{2}-1(y-2)-1(x-3)=0, \quad x-1(y-1)-1(x-2)=0$
- $\frac{x-2}{3}-\frac{y+2}{4}=0, \quad \frac{2x-5}{6}-\frac{11-2y}{7}=0$
- $\frac{x-2}{5}-\frac{y+5}{2}=0, \quad \frac{2x-7}{3}-\frac{13-y}{15}=0$

表一 11 「方程式ノ不定及ビ不能」〔藤澤利喜太郎：初等代数学教科書（上）（P 181 ~ P 182）〕

$-\frac{5}{3}x+5$ ヲリ大キナ値ヲトルカ。

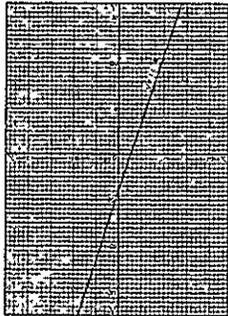
- ① x ガ如何ナル値ヲトルトキ、 $-\frac{5}{3}x+5$ ト x^2-5 ガ共ニ5マリ大キナ値ヲトルカ。

30. 方程式ノ不定及ビ不能

既ニ知ツテキルヤウニ、例ヘバ

$$y=3x-8 \quad (1)$$

ナル方程式ニ於テ、 x ノ値ヲイロイロニ變ヘルト、 y ノ値ヲ得テ y ノ値モ亦イロイロニ變ヘル。ソレ故コノ方程式ヲ満足サセル x, y ノ組ハ無数ニアル。實際、 y ノ値ノ組ヲ座標ニ作ツ點ハ一一直線上ニ列ビ、コレノ直線上ノ諸點ノ座標ハ方程式(1)ヲ満足サセル。ソコデ、 x, y ノ値ヲ定ムルタメニ、(1)ノ外ニ、 x ノ一ツの y ニ關スル方程式ノアルトガ必要ナル。トコロガ場合ニ依ルト、 x, y ニツイテ二ツノ方程式ガアルニモカカハラズ、ソノ二ツヲ聯立サセル x, y ノ値ノ存ナイトガアリ、又無数ニ存スルコトガアル。例ヘバ次ノ如クダアル。



今聯立方程式

$$\begin{cases} x-y=12 & (1) \\ 2x-14=2y & (2) \end{cases}$$

ヲ解カウトシテ、(2)ヲ整理スルト $x-y=7$ トナルガ、コレト(1)トハ同立シナイ。故ニ上ノ方程式ニハ根ガナイ。カ



ヤウナ場合與ヘラレテ聯立方程式ハ不能デアルトイフ。

上ノ方程式(1)、(2)ノ同立ヲ盡クシテ左ニ見ルヤウニ、上ノ方程式

ノ同立(何レモ直線デアラ)ガ互ニ平行デアル。

又聯立方程式

$$\begin{cases} x+y=10 & (3) \\ 3x+3y=30 & (4) \end{cases}$$

ヲ解カウトシテ、(4)ノ兩邊ヲ3デ割レバ、

$$x+y=10$$

トナリ、(3)ト全く同ジ方程式トナル。故ニ(3)、(4)ヲ同時ニ満足サセル x, y ノ値ハ無数ニ存在スル。コレヲ圖ニ表ハスト、(3)ノ同立ト(4)ノ同立トハ一致スル。(次頁ノ圖參照)コノ場合ニハ、與ヘラレテ聯立方程式ハ不定デアルト

表一 11 「方程式ノ不定及ビ不能」〔改訂 基本数学（中）（P 85 ~ P 86）〕

ガ他ノ和等シキ邊ヨリ小ナラザル時

問題 35. O 點ハ角 BAO ノ二邊ヨリ和等シキ
距離ニ在ル點ナリトセヨ; 然ル時ハ OA ハ角 BAO ナ
二等分ス.

定理 23. 凸多角形ノ總テノ内角ノ和
ハ之ニ四直角ヲ加ヘテ多角形ノ
邊ノ數ノ二倍ノ直角ニ等シ.

多角形ガ三角形ナル場合ハ定理 13 ニ於テ證明
シタルヲ以テ此ニハ三ノ邊ヲ多クノ邊ヲ有スル多角
形ニ付テ證明ス.

ABCDE ナ凸多角形

ナリトセヨ:

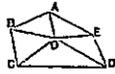
然ル時ハ其ノ總テノ内角

ノ和ハ之ニ四直角ヲ

加ヘテ多角形ノ邊ノ

數ノ二倍ノ直角ニ等シカル可シ.

多角形ノ内ニ一ノ任意ノ點Oヲ取リ之ヲ總テ



ノ頂點ニ結ビ付ケヨ;

多角形ハ之ニ由リテ其ノ邊ノ數ト同ク數ノ三角
形ニ分タル;

而シテ各ノ三角形ニ於テ、總テノ内角ハ合セテ二直
角ニ等シ; I, 11

故ニ總テノ三角形ノ總テノ内角ハ合セテ多角形ノ邊
ノ數ノ二倍ノ直角ニ等シ;

然ルニ總テノ三角形ノ總シタル頂點Oニ於テノ角ハ
合セテ四直角ナリ;

而シテ三角形ノ他ノ角ハ合セテ多角形ノ總テノ内角
ヲ成ス;

故ニ多角形ノ總テノ内角ハ之ニ四直角ヲ加ヘテ
其ノ邊ノ數ノ二倍ノ直角ニ等シ.

問題 36. 凹邊形ノ内角ハ合セテ四直角ニ等シ.

問題 37. 正六邊形ノ各ノ角ハ四直角ノ三分
一ナリ.

定理 24. 凸多角形ノ各ノ邊ヲ順次
ニ延長シテ得ル所ノ外角ハ合セテ四

表一 12 「多角形ノ内角ノ和」〔菊池大麓：初等幾何学教科書 平面部 (P 52 ~ P 53) 〕

練 習 題

1. 圖ノ如ク積上ゲタ木材ガアル.

ニ木材ノ數(Kazu)ヲ手早ク

求メル規則ヲ案出シ、ソノ公式

ヲ作レ.



2. 四角形五角形六角形...ヲ畫イテ、一ツノ多角形ノ

對角線ノ數(Tsuhakusen no kazu)ヲ、邊ノ數(Hen no kazu)

カラ算出スル

規則ヲ案出シ、

ソレヲ式ガ表

ハセ.



3. 四角形五角形六角形...ヲ畫イテ、

一ツノ多角形ノ内角ノ和(Wa)ヲ、邊

ノ數(Hen no kazu)カラ算出スル規則

ヲ案出シ、ソレヲ式ガ表ハセ.



4. 或長サノ一隊ガ橋ヲ渡リ終ルニ要スル時間ヲ求メ
ル公式ヲ案出セヨ.

$$T = Tas \text{ no nagasa} \quad H = Han \text{ no nagasa}$$

$$h = hayasa, \quad z = zikkun \text{ トセヨ.}$$

5. 一定ノ速サ(Hayasa)ガ或距離(Hyori)ヲ經過スルニ要
スル時間(ekkan)ヲ求メル公式ヲ作レ.

6. 或牛肉店デ、一々掛ケ算ヲ行ン手問ワ省クタメニ次

表一 12 「公式ヲ作ルコト：多角形ノ内ノ和」〔改訂 基本数学(上) (P 192) 〕