SURE 静岡大学学術リポジトリ
Shizuoka University REpository

数学的リテラシーについての生涯モデルの構成とその理論的枠組についての研究

メタデータ	言語: ja 出版者: 静岡大学 公開日: 2014-03-31 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 長崎, 栄三 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10297/7656

日本学術振興会科学研究費補助金
萌芽研究・研究資料集
数学的リテラシーについての
生涯モデルの構成とその理論的枠組
についての研究
課題番号　24650526

数学的リテラシーについての生涯モデルの構成とその理論的枠組についての研究

平成26（2014年）年３月

長　崎　栄　三

（静岡大学大学院教育学研究科）

はしがき

私たちは，平成 24 年度から 2 年間の計画で，日本学術振興会科学研究費補助金・萌芽研究『数学的リテラシーについての生涯モデルの構成とその理論的枠組についての研究』を行ってまいりました。

この研究は、平成 20 年度から 3 年間行われた『数学教育におけるリテラシーについてのシステミック・アプローチによる総合的研究』[1)] において、課題の一つとして残された、数学的リテラシーについての生涯モデルについて探究しようとしたものです。

さらに、平成 17 年度から行われている「科学技術の智プロジェクト」[2)] と密接な関係を持って行われてきました。

本研究においては、数学的リテラシーについて、研究メンバーの発表やメンバー間の討議を重ねてきました。数学的リテラシーは、すべての人々の学習目標であるとともに、学校教育における算数・数学教育の教育目標の 1 つでもあります。学校教育は小中高大学を合わせても 16 年ですが、私たちの人生はそれから 50 年以上もあります。学校を出てからのこの長い人生から、改めて、学校教育の算数・数学を見直してみると、そこにはこれまでと異なる風景が見えるのではないでしょうか。小中高校の義務・必修の算数・数学の勉強は、その後の長い人生にとってどのような役割を果たしているのでしょうか、そのようなことを考えながら本研究を続けてきました。本書は、そのような思索の途上にあるものをまとめたものです。

お忙しい中，本研究にご協力いただきました研究メンバーをはじめ多くの方々に心より感謝申し上げます。特に、本研究の遂行に当たっては、静岡大学教育学部の事務の方々には大変お世話になりました。そして、長い研究に一つの区切りを迎えることができたのは、研究メンバー、職場の方々と、山田美紀子さん、英美さん、陽一さんのお蔭だと思っております。改めて、多くの皆様に心よりお礼申し上げます。

平成 26 年 3 月

研究代表者　長崎栄三
静岡大学大学院教育学研究科

＊この増補版は、平成 23 年 3 月に発行した報告書の誤字等を修正し、さらに、その後の文献分析の結果、本研究で考えたこと、を新たに追加したものです。平成 26 年 10 月　長崎栄三

1)『数学教育におけるリテラシーについてのシステミック・アプローチによる総合的研究』
http://ir.lib.shizuoka.ac.jp/handle/10297/5762
http://ir.lib.shizuoka.ac.jp/handle/10297/6227

2)「科学技術の智プロジェクト」
http://www.jst.go.jp/csc/science4All/

研究メンバー一覧

2014 年 3 月現在

長崎　栄三	静岡大学大学院教育学研究科　（研究代表者）
太田　伸也	東京学芸大学教育学部
大谷　実	金沢大学人間社会研究域・学校教育系
久保　良宏	北海道教育大学旭川校
重松　敬一	奈良教育大学名誉教授
瀬沼　花子	玉川大学教育学部
滝井　章	國學院大學人間開発学部初等教育学科
阿部　好貴	新潟大学教育学部 自然情報講座
上田　雅也	山梨県南都留郡富士河口湖町立船津小学校
牛場　正則	東京都足立区教育委員会指導室
小田　友美	東京都杉並区立杉並第七小学校
佐藤　裕二	神奈川県横浜市立豊岡小学校
島崎　晃	埼玉県所沢市教育委員会社会教育課
島田　功	日本体育大学児童スポーツ教育学部
清水　壽典	神奈川県平塚市立大野小学校
鶴岡　武臣	東京都世田谷区立給田小学校
長尾　篤志	文部科学省初等中等教育局
西村　圭一	東京学芸大学教育学部
日野　圭子	宇都宮大学教育学部
松島　充	広島大学附属東雲小学校（静岡大学共同大学院）
柗元　新一郎	静岡大学教育学部

目　次

Ⅰ．数学的リテラシーについての生涯モデルの構成とその理論的枠組についての研究　1

１．研究の主な成果　1

２．研究の意義　1
（１）現代社会と算数・数学教育　1
（２）人間の生涯を見通す：数学的リテラシーの必要性　2
（３）数学と社会の関係　2
（４）数学の対象と方法の関係　3
（５）数学的リテラシーと学校教育　3

３．研究の概要　3
（１）研究の目的　3
（２）先行研究　4
（３）本研究の進め方　4
［参考文献］　4

Ⅱ．数学的リテラシーについての生涯モデルの構成の理論的枠組　5

１．生涯モデルの設定　5
（１）生涯モデルの意義　5
（２）生涯モデルにおける学校教育期と成人期の違い　5
（３）生涯モデルにおける成人期の数学的リテラシーを考える枠組みの仮説　6
①個人と組織・集団が求める数学的リテラシー　6
②幸せに生きるための数学的リテラシー　6
③不確定な社会における社会人に持っていて欲しい数学的リテラシー　7
（４）３つの生涯モデルの仮説からの示唆　8
［参考文献］　8

２．数学的リテラシーの４つの領域　9
（１）概観　9
（２）数学的リテラシーの４つの領域　11
領域１：人間にとっての算数・数学　11
①算数・数学の人間形成的な役割（算数・数学の学習が人間の能力・態度を育成する）　11
②算数・数学の実用的な役割（算数・数学が社会のいろいろな　11

段階において有用である）
③算数・数学の文化的な役割（算数・数学は楽しむことができる） 12
④算数・数学の認識論的な役割（算数・数学は他の知識と同様に人間が社会において創る） 12
［参考文献］ 12
領域２：算数・数学における対象 12
①数式を使って考える力 13
②図形を使って考える力 13
③関数を使って考える力 13
④確率・統計を使って考える力 14
［参考文献］ 14
領域３：算数・数学における方法 14
①算数・数学を生み出す力 15
②算数・数学を使う力 15
③算数・数学で表現する力 15
④算数・数学で考え合う力 16
［参考文献］ 16
領域４：社会にとっての算数・数学 16
①創造的に考える力 16
②批判的に考える力 17
③コミュニケーションする力 17
④情報を活用する力 17
（３）考察 18
［参考文献］ 18

３．社会における数学的リテラシーの分析 19
（１）分析の目的 19
（２）分析の方法 19
①分析の枠組み 19
②分析の項目 19
③分析の対象 20
（３）分析の結果 20
①分析の文献等 20
②全体的な結果 21
③領域別の結果 21
④内容別の分析 22
⑤視点別の分析 23
（４）まとめ 25
［参考文献］ 25

Ⅲ．すべての人々にとっての数学的リテラシー 26

１．「すべての人々」をどう考えるか 26
（１）民主主主義社会の理念としての「すべての人々」 26
（２）数学を将来積極的に使い人々にとっての数学的リテラシー 26

２．数学的リテラシーにおける「すべての人々」に関わる２つの論点 26
（１）「すべての人々」の数学的リテラシーは誰が作るのか 27
（２）「すべての人々」のための数学的リテラシーを保証する
現実的な方策はあるのか 27

３．すべての子どものための算数・数学 28
（１）学校教育におけるすべての子ども 28
（２）すべての子どものための算数・数学の授業における工夫 28
（３）算数・数学におけるすべての子ども 31
①子どもの多様性への対処 31
②子どもの「多様性」から「すべての」子どもの参加へ 32

４．すべての子どもが数学的リテラシーを身に付ける算数・数学 32
（１）算数・数学を学ぶ子どもの姿 32
①子どもは算数・数学で考えることができる 32
②子どもは実世界とつながった算数・数学で理解を深め楽しむ 32
③子どもは自分の考えを外化することでより学ぶ 33
（２）すべての子どものための算数・数学の授業 33
①これまでの算数・数学の授業から 33
②すべての子どもが参加する算数・数学の条件 33
［参考文献］ 34

Ⅳ．数学的リテラシーの研究から考える 35

「算数の力」を身につけるための授業 上田雅也 36
中学校の図形指導で何を育てるか 太田伸也 46
数学教育における「批判的思考」の具体化に関する
「算数・数学と社会・文化のつながり」研究からの示唆 久保良宏 57
数学的リテラシーについての生涯モデル 島﨑　晃 67
数学的リテラシーについての生涯モデルの構成と
その理論的枠組についての研究 島田　功 73
小学校卒業までに身につけたい数学的リテラシーについて 清水壽典 82

社会が求める『社会人基礎力』と算数的リテラシー　滝井　章　92
意思決定に資する数学的リテラシーの育成を　西村圭一　94
対話と学習　松島　充　98

Ⅴ．参考　104

参考１：本研究に関わると思われる先行研究とその報告書　105
参考２：『数学教育におけるリテラシーについてのシステミック・アプローチによる総合的研究≪人間の生涯を視野においた算数・数学教育≫』の掲載論文　107
参考３：本研究における会合での配布資料（第 1 回～第 5 回、第 10 回）　109
参考４：本研究における会合でのグループ討議（第 5 回～第 9 回：＊まとめ役）　112

Ⅰ．数学的リテラシーについての生涯モデルの構成と その理論的枠組についての研究

１．研究の主な成果

本研究では、平成 24 年度、25 年度の 2 年間にわたる研究で、数学的リテラシーに関して、主として、次のことを行った。

（１）生涯における数学的リテラシーは、学校教育期と成人期の 2 つに分けて考えることができ、学校教育期は意図したカリキュラムとしてある程度の共通性を持った「指導」と子どもの「学習」が主となるが、成人期は個人の環境や文脈での「学習」が主となると考えた。

（２）成人期における数学的リテラシーの生涯モデルは、「個人と組織・集団が求める数学的リテラシー」、「幸せに生きるための数学的リテラシー」、「不確定な社会における社会人に持っていて欲しい数学的リテラシー」、という 3 つの環境や文脈から考察した。

（３）数学的リテラシーは、4 つの領域、すなわち、「人間にとっての算数・数学」、「算数・数学における対象」、「算数・数学における方法」、「社会にとっての算数・数学」で構成した。そして、それぞれの領域で 4 つの内容、合計 16 の内容、さらに、それぞれの内容で 4 つの視点、合計 64 の視点を設けた。

（４）成人期に現代社会で必要とされる数学的リテラシーは、18 件の文献等を分析した結果、「算数・数学における対象」、「算数・数学における方法」、「社会にとっての算数・数学」の 3 領域は 7 割近くの文献等に明示的な表現があったが、「人間にとっての算数・数学」については明示的には見られなかった。

（５）すべての人々にとっての数学的リテラシーは、その論点として、第 1 に「すべての人々」の数学的リテラシーを作る主体は誰なのか、第 2 に「すべての人々」のための数学的リテラシーを保証する現実的な方策は何か、の 2 点があることを考察した。

（６）学校教育における「すべての子ども」の算数・数学教育は、4 つのレベル、すなわち、学校、学級のレベル、学級での教師の裁量のレベル、学級での特別な子どもへの対処のレベル、学校での特別支援のレベル、から考えられることを論じた。

（７）算数・数学教育でのすべての子どもへの対処は、これまでの実践・理論で培われてきた「多様性を活かす」ことから発展させて考えることができることを明らかにした。

（８）すべての子どもが参加する算数・数学の条件として、多様な考え方が可能な問題場面を設定すること、子どもの実世界とつながった場面を考えること、すべての子どもが発言するような機会を設けること、を挙げた。

なお、本報告書の最終章では、本研究の研究メンバーがそれぞれの個人で行ってきた研究成果の一端を挙げてある。

２．研究の意義

（１）現代社会と算数・数学教育

算数・数学教育は、時代とともに変化する。現代そして未来の社会は、持続可能な社会、民主主義社会、高度情報技術社会、生涯学習社会、少子高齢社会などと表現されている。そこでは、社会が急激に変化し、新しい知識がかってない速度で増加しており、10 数年間の学校教育で身に付けた知識や技能だけでは対処ができなくなっている。一方で、原発問題など地球規模の重大な問題が起き、人間は一人ひとりが自立的に批判的に考え、判断し、そして行動することが求められるように

なってきている。さらには、インターネットの発達や移動の自由性の増加によって、異なる意見を持つ人々の摩擦が世界規模で起き、互いの違いを認識し、自律的に新たな道を模索していくことが必要になっている。いずれも最も重要な鍵は、民主主義社会であり、そこでは、一人ひとりの考えに基づいて社会が運営されていくのである。算数・数学教育は、このような時代を迎え、どのような貢献ができるのであろうか。

（２）人間の生涯を見通す：数学的リテラシーの必要性

算数・数学教育は、人間の生涯を見通して、何を為すべきなのか、何が可能なのかを考えるべきである。このようなとき、私たちは、教育目標の概念としての「数学的リテラシー」を大切にしたいと考えている。数学的リテラシーとは、一般に、すべての成人が持つことを期待される数学に関わる知識・技能、考え方、態度などと考えられている。1990 年代のアメリカの米国科学振興協会の科学的リテラシー、2000 年代の我が国の科学技術の智プロジェクトの科学技術リテラシーは、いずれも、すべての人々の、科学や数学や技術の知識、考え方、態度などを希求している。数学的リテラシーは、これらと同じ発想のもので、特に算数・数学教育の側面からリテラシー、すなわち、すべての成人に持って欲しい知識や技能や考え方や態度などを表している。

一方で、学習の概念から、子どもは、成人は、どのように学ぶのかということを考える必要がある。数学的リテラシーをどのように身に付けるのかということは、子どもや成人の学び方の理解があって初めて可能になるであろう。

また、このようなすべての人々にとっての数学的リテラシーは、誰が作り、そして、実際にどのような算数・数学を行えばよいのかということが課題となってくる。

（３）数学と社会の関係

しかし、残念ながら、成人になっても数学が必要だという、数学的リテラシーの考え方は、我が国では、まだほとんど受け入れられていないようである。例えば、成人になったときに、改めて、数学を学ぶ機会はほとんど個人に任されており、科学のサイエンスカフェのような、たとえ NPO によるものであっても制度的な機関はほとんど見られない。科学や技術と数学のこの違いは、どうも、我が国における科学や技術と数学の違い、そしてその影響を受けた我が国の算数・数学教育の特性によるもののようである。

我が国では、科学者や技術者は、その研究過程で、社会と交わることがあるが、数学者はそのような機会が少ないと言われている。それは、数学の研究が純粋数学に偏り、応用数理や統計学など社会と関係した領域が、数学の研究に取り込まれていないからだと言われている。そのことによって、サイエンスカフェにおける科学者や技術者のように社会に出て一般人と話すようには、数学者は準備はされていないとのことである。確かに、純粋数学だけでは、社会において一般人と交流するのは難しいであろう。

なお、科学や技術は現代社会で直接に人々に正負の影響を与え、一方で、科学技術の巨大化とともにその予算のためには人々の了解が必要になってきているということも、科学や技術と数学の大きな違いであると言われている。数学は本来これらの言葉として、その基盤となっているのであるが、そのことを可視化することが難しい、または少ないと思われる。

このような数学と社会が乖離する傾向は、算数・数学教育にも現れており、実世界における数学の利用の話題や数学と職業の関連に関する話題が、算数・数学教科書では諸外国に比べて少ないことが教科書の国際比較で指摘されている。

（４）数学の対象と方法の関係

さらにまた、我が国の算数・数学教育は、上学年に上がるほど、数学の考え方や方法を扱うことが希薄になり、数学の概念を注入的に身に付けることが多くなると言われている。文頭に述べた社会の変化に対応するには、数学の対象としての知識だけではなく、その対照や知識と個々人の関わり方、つまり、数学の考え方や方法が重要な学習内容となるはずである。いわゆる、宣言的知識と手続き的知識の両者に目を向ける必要があるが、数学の計算力などは注目されるがもっと広範な考え方や方法が疎かにされているということであろう。

確かに、戦前の数理思想、戦後の数学的な考え方は、初等教育では重視されてきたが、中等教育ではどうであろうか。昭和 30 年代には、高等学校の数学で「中心概念」という方法的な内容が取り上げられたが、長くは続かず、いつの間にか廃れてしまった。また、20 世紀後半から重視されるようになった数学と実世界の関連、そして、その後のコミュニケーションとしての数学や協働という方法的な側面も、中等教育の数学教育で適切に扱われているとは言い難い。

算数・数学教育において、数学を数学内だけでの発展と捉えずに、数学と社会の関連、さらには人間同士の関連の中に数学を捉えることが求められている。そのような発展や関連を支える数学的な考え方や算数・数学の力は、社会に出る子どもたちのすぐ傍にいる中等教育の数学教育者こそ重視する必要がある。

（５）数学的リテラシーと学校教育

数学的リテラシーの考えを持つことは、学校教育における算数・数学のあり方をも変えるということが重要な視点である。これは 2 つの考え方の転換から来ている。

第 1 は、教育内容・学習内容は固定したものではなく、急激に増えておりしかも陳腐化する速度が早い。このような考え方は、すでに 1960 年代からあった生涯教育と、その発展としての生涯学習の考え方の背景にある。そこで、学校教育においては、絶えず教育内容を検証するだけではなく、より広い場面に転移が可能な教育成果、すなわち、内容よりも方法・能力に目を向けていく必要が出てきている。

第 2 は、学習者は、学校で学んだことを生涯も持ち続けると思われていたが、成人になったときに必ずしも身に付けていないということである。そこで、学校教育においては、学習時の充実だけではなく、その後の長い人生に維持され更新されていけるような形で教育・学習を進めていく必要がある。

本研究においては、このように学校教育のあり方を意識しつつ、生涯にわたる数学的リテラシーを考察していく。

３．研究の概要

（１）研究の目的

本研究においては、数学的リテラシーについての生涯モデルを構成し理論的枠組を考察することを目的とする。具体的には、大きく 2 つの目的を持って研究を行った。

1 つは、人間の生涯を通してどのような数学的リテラシーが期待されているのかについて生涯モデルを構成することで明らかにしようとした。

もう 1 つは、「すべての成人」というときの「すべての」を、成人期だけではなく、学校教育期も含めて明らかにすることである。特に、学校教育においては、「すべての児童・生徒」が参加する算数・数学の授業への指針を明らかにしようとした。

（２）先行研究

本研究は、これまでの数学的リテラシーに直接・間接に関わる多くの先行研究に拠っている。そのようなものについて、研究代表者・研究分担者らが関わってきた 2000 年以降の主なものを挙げると、「数学の価値」、「OECD・PISA の数学的リテラシー」、「日米理数教育比較研究」、「数学教育の内容とその配列」、「科学技術の智」「数学的リテラシー」、「論理的な思考」などがある（巻末の参考 1、2 を参照）。これらにおいては、数学的リテラシーの全体像や個々の構成要素などが議論されてきている。この他にも多くの参考文献に依っている。

とりわけ、本研究の直接の先行研究になるのは、「個人の生涯における数学的リテラシーの様相モデルの検討」（太田、2011）である。この研究では、社会における数学の必要性について、従来の研究（例えば、湊ほか、1981）のような数学の知識だけではなく、数学の方法的な側面をも探究しようとした。本研究は、この研究を基に、分析の枠組みを理論的に構築して、現代社会で必要とされる数学的リテラシーの一端を明らかにしようともしている。

（３）本研究の進め方

平成 24 年度・25 年度の 2 年間にわたる本研究は、数学的リテラシーの概念を膨らませた時期と数学的リテラシーの生涯モデルの分析の計画・実行の時期の、大きく 2 つの研究期間に分かれる。

研究の前半は、数学的リテラシーの理解をより深めるために、それぞれのメンバーが数学的リテラシーについて広範囲な内容について自由に提案をし、討議を進めた。そこでは、数学的リテラシーの理論的な枠組、様相モデル、すべての子ども、方法的側面、実世界とのかかわり、ジェネリックスキル、メタ認知、数学的判断力、批判的思考、論理的思考、コミュニケーション能力、比例的推論、空間的思考力、統計的思考力、技術教育・理科教育・数学教育の関連、小学校における指導のあり方、などが論じられた（巻末の参考 3 を参照）。

研究の後半は、前半の自由討議を基に、「数学的リテラシーについての生涯モデル」の分析の枠組みの作成をグループ討議を中心に行った。グループ討議では、第 5 回会合で、数学的方法としての、批判的思考、論理的思考、コミュニケーション力、数学的モデル化能力について討議した。第 6 回会合では、数学的内容としての、数式、図形、関数、確率・統計について討議した。第 7 回会合では、それまでに作成した数学的方法と数学的内容の枠組み案について全体で検討を行った結果を受けて、数学的方法と数学的内容の両者について討議をした。第 8 回会合では、分析の基になる様相モデルの仮説について討議し 3 つの様相モデルの仮説を作成した。第 9 回会合では、枠組みの全体像を検討して 4 つの領域（数学の見方、数学学習から生じると思われる一般的な能力、数学の方法に関わる能力、数学の内容の活用能力）を明らかにし、分析をするために各領域の主な視点について討議した。第 10 回会合では、枠組みの全体を再検討して、実際の分析の方法等を確認した（巻末の参考 4 を参照）。

本稿はこれらの議論を経て、作成されたものであるが、文責は本研究の研究代表者にある。

［参考文献］

湊三郎ほか（1981）「日常生活における分数はどれだけどのように用いられているか（その 1）- ある新聞を通して見た今日の分数使用状況の調査と考察」『日本数学教育学会誌』第 63 巻 4 号、pp.2-7.

太田伸也他（2011）「個人の生涯における数学的リテラシーの様相モデルの検討」『数学教育におけるリテラシーについてのシステミック・アプローチによる総合的研究≪人間の生涯を視野においた算数・数学教育≫』pp.187-194.　　http://ir.lib.shizuoka.ac.jp/handle/10297/5762

Ⅱ．数学的リテラシーについての生涯モデルの構成の理論的枠組

１．生涯モデルの設定

（１）生涯モデルの意義

これまでの我が国の数学的リテラシーの研究は、義務教育等の学校教育を終えて社会に出た成人にとっての数学的リテラシーの研究か、または学校教育期の児童・生徒を対象とした教育目標としての数学的リテラシーの研究が主であった。そこでは、児童、生徒、学生などの学校教育期から、成人期の各世代をも考慮した、すべての人々の生涯を通した数学的リテラシーの様相は対象ではなかった。そこで、人間の成長・発展を念頭に置いた、人間の生涯を通した数学的リテラシーの様相を明らかにし、それを生涯モデルとして構成しようと考えた。

このような生涯モデルを考える目的は、数学的リテラシーを人間の生涯にわたる全体像として、しかも、変化するものとして捉えようするところにある。このような生涯モデルは、学校教育における数学的リテラシーや成人学習のための数学的リテラシーを考える時の基盤となる。また、生涯モデルを持つことにより、個々の人間の成長・発達に応じた、数学的リテラシーを考えることが可能になると思われる。さらに、生涯モデルは、人間の学び生きていく姿を描こうとしており、人間は学ぶことでこのように変わるのだということを示そうとしている。

（２）生涯モデルにおける学校教育期と成人期の違い

生涯モデルを考える際には、幼稚園から大学までの学校教育の期間と、学校教育を出た後の成人学習の期間の違いに目を向けておく必要がある。

学校教育の期間においては、数学的リテラシーは、学校等の「意図したカリキュラム」として、ある程度、個々人の環境・文脈から離れた共通な形で表現し「指導」することが可能である。もちろん、学校教育期における子どもの「学習」の重要性は論を待たない。

そこで、学校教育における教育目的は、人間形成的目的、実用的目的、文化的目的のバランスを取った教育が意図される。このようにして、例えば、我が国の学校教育の算数・数学教育は、大きく見ると次のような意図を持って行われていると思われる。

小学校算数：生活から算数の数量や図形などの舞台に載せて探究する。

中学校数学：文字や図形などをもとに数学と社会を往復しながら探究をする。

高校数学：無限などの世界へと探究を広げる。

もちろん、個々の教室における「実施したカリキュラム」、個々人の「達成したカリキュラム」は異なってはいるが、学校教育での大きなまとまった数学的リテラシーを見出すことはできると思われる。

成人学習の期間では、基本的には、個々人の環境・文脈が大きく異なり、そこで必要とされ学習される数学的リテラシーは、個々人の環境・文脈に大きく依存する。もちろん、成人が生きる社会には、大きな枠組みや、また年齢に即してほぼ共通に遭遇する出来事はある。しかし、社会に生きる成人の学習の目的は個人によって、人間形成的目的、実用的目的、文化的目的のいずれかであろう。したがって、成人期には、意図的で画一的な「指導」よりも、個々人の意思による文脈に則した「学習」という考え方が重要になる。

（3）生涯モデルにおける成人期の数学的リテラシーを考える枠組みの仮説

生涯モデルを考える際には、成人期の数学的リテラシーを考えるための枠組みを考えておく必要がある。成人期は、個々人の環境・文脈に大きく依存するので、成人の年代に応じて数学的リテラシーを一様に当てはめるのは不可能である。そこで、そのような時期における数学的リテラシーの捉え方をまず考察しておく。ここでは、成人期の数学的リテラシーの捉える枠組みとして、個人と組織・集団が求める数学的リテラシー、幸せに生きるための数学的リテラシー、不確定な社会における社会人に持っていて欲しい数学的リテラシー、という 3 つの仮説を挙げる。これらは本研究で考えられたものである。いずれも個人と社会の関係から数学的リテラシーを考えており、どちらに重心を置くかでその枠組みが変わってくる。

①個人と組織・集団が求める数学的リテラシー

数学的リテラシーを、今現在、社会がどのような力を求めているのかということから具体的に考える。よりよい生活､社会を作り出していける力をもたせる上で数学的リテラシーに求めるものを、個人が社会においてよりよく生きるためと、組織・集団がよりよく発展するための 2 つの面から考える。そして、それらについて考えたものと、実際の社会における意見やマスコミ等の情報と照らし合わせる。このようにして考えたことを、数学的リテラシーへの社会からの要請としてまとめると、表Ⅱ－1－1 の通りである。

表Ⅱ - 1 - 1　個人と組織・集団が求める数学的リテラシー

想定される算数・数学教育への社会からの要請 A 個人が社会においてよりよく生きるため	想定される算数・数学教育への社会からの要請 B 集団・組織がよりよく発展するため
・あきらめない力 ・チーム力（他と繋がる力） ・挫折経験→乗り越えた経験 ○成功経験	・コミュニケーション力（特に、聴く力、読む力） ・本質を考える力、考え出す力 ・先を読む力（確かな知識、経験をもとに推論を進める力）
＜ツイッターでの意見から＞ ・根気 ・集中力 ・チャレンジ精神	＜マスコミ等の情報から＞ ・変化をとらえる力 ・コーディネート力 ・流行をキャッチする力、作り出す力

なお、個人が社会においてよりよく生きるためには､「成功経験」が必要と考えられる。また、ツイッターでの意見は、Facebook で､「算数・数学を勉強して、役に立った事がありますか」ということを、一般の人から意見を求めたものである。

このような社会からの要請 A、B を生み出すもととなる力は､「批判的思考力」であり､「疑問をもつ」ことと「理由を考える」ことであると思われる。このような力を育成するために、算数・数学教育において重視すべき活動は､(因果) 関係を読み取る力を育てる活動や、学習により確かなものとした情報、知識をもとにした問題づくりの活動などであろう。

②幸せに生きるための数学的リテラシー

個人が幸せになるためには、どのようにすればよいかというのが根本的な考え方である。すべての人間が、考え、理解し、判断し、行動することを重視した。幸せの形は、世代が上がるにつれて、幸せに求めるものが増えていくと考えた。

個人、家庭、学校・職場、地域、国、地球規模、というコミュニティを、まず考えた。そして、幸せのジャンルとして、環境問題、経済生活、健康と安全、創造・生産、文化的生活、学習、を考

えた。具体的な状況について考えていく上で、モデルができあがっていくのではないかと考えた。

そこで、数学的リテラシーとは、地球規模や国、地域、学校・職場、家庭、個人の幸せのために、数学の方法や内容を理解し、それを用いて、解釈し、判断し、行動し、そのフィードバックから、再び行動することができる能力とした。幸せに生きるための数学的リテラシーの様相モデルを表に表すと、表Ⅱ－1－2の通りである。なお、本来は、様相モデルの表の枠内を埋めていく必要がある。

表Ⅱ－1－2　幸せに生きるための数学的リテラシー

コミュニティ／ジャンル	地球規模の幸せ	国レベルの幸せ	地域レベルの幸せ	学校・職場レベルの幸せ	家庭レベルの幸せ	個人的幸せ
環境問題	温暖化、原発、	花粉、原発	原発			
経済生活					ローン、保険	詐欺にあわない、カード破産
健康と安全					食品添加物	
創造／生産						
文化的生活						（数学の読み物を読む）
学習						

温暖化、原発の問題を解決するために、数学的リテラシーが必要となるだろうというスタンスである。そのために、算数・数学教育において、どのような数学的リテラシーを身につけていくかということを表にしたものである。幸せの原初的な定義とは、「思い煩うことがなく、安心して暮らしていけること」と言えるだろう。それには、他者意識が必要だろう。子どもの道徳に関すること、宗教に関すること、そのようなジャンルも必要となるだろう。これはコミュニティに関することだろう。主義によって幸せも変わるだろう。そうだとすると、民主主義という、政治問題のようなジャンルも欲しいだろう。

③不確定な社会における社会人に持っていて欲しい数学的リテラシー

一般の社会人が社会的に数学を使用することを前提にして、その具体的なものを位置づけることを考えた。これからの社会は、次の予想がしにくい社会である。そのために方法論的なことをしっかりと考えていきたい。そこで、それぞれの年代でどのようなことができるようになっているべきかを具体的に挙げた。例えば、新聞（三面記事、除く科学面、経済面）、自分にとって損得に関係すること（例：年金）、マニュアルを読むこと、図面から立体を構成すること、日常の生活（例：買い物、料理）、環境問題（例：水枯渇、電力・・・→個人としてソーラーパネルの検討など）、経済問題、旅行（予算、行程、時間）などを想定した。

そこで、不確定な社会における社会人に持っていて欲しい数学的リテラシーとして、社会におけるいろいろな場面とその場面で起こる出来事に出会う年代という2次元の表を考えた。社会におけるいろいろな出来事を表す横軸には、経済、政治、文化、環境、福祉、社会、国際、暮しというように新聞の見出しに相当するものを取った。縦軸には、年代別に、内容・方法・態度を考えた。このような不確定な社会における社会人に持っていて欲しい数学的リテラシーを表すと、表Ⅱ－1－3の通りである。

表Ⅱ - 1 - 3　不確定な社会における社会人に持っていて欲しい数学的リテラシー

年代、内容・方法・態度 ＼ 場面			経済	政治	文化	環境	福祉	社会	国際	暮し
学校	内容	数式								
社会人		図形								
引退		関数 統・確								
学校	方法	数式								
社会人		図形								
引退		関数 統・確								
学校	態度	数式								
社会人		図形								
引退		関数 統・確								

この表のそれぞれの欄を具体的に考えてみると、例えば、次の通りである。

経済「新聞の経済欄を読むことができる」、内容「割合、グラフ」・方法「数学的表現を読み取る、関数的に考える、論理的に考える」・態度「関数的に考えようとする」

環境「外来種がいけないことを理解できる」、内容「統計（データ）、関数（未来予測）、確率」・方法「統計的に考える、論理的に考える」・態度「統計的に考えようとする」

政治「政治構造が理解できる。二院制、選挙など」、内容「統計、割合、確率（倍率・積率）」・方法「モデル的に考える」・態度「構造的・批判的に考えようとする」

福祉「介護ができる」、内容「割合・グラフ・統計」・方法「システム的に考える」・態度「総合的に考えようとする」

（４）３つの生涯モデルの仮説からの示唆

これまでに考えられた生涯モデルの３つの仮説、すなわち、「個人と組織・集団が求める数学的リテラシー」、「幸せに生きるための数学的リテラシー」、「不確定な社会における社会人に持っていて欲しい数学的リテラシー」は、その成人期の捉え方は異なっても、いずれも、成人期に期待される数学的リテラシーが、個人や社会のそれぞれの環境や文脈の場面から求められることを示唆している。

生涯を通した数学的リテラシーを探究するには、そして、それを個人や社会の必要性から探究するには、社会のいろいろな場面で使われている算数･数学を取り出していく作業が必要なのである。

［参考文献］

堀薫夫他（2006）『生涯学習と自己実現』日本放送出版協会.

今西幸蔵（2011）『生涯学習論入門』法律文化社.

長崎栄三・滝井章編著（2007）『算数の力を育てる①　何のための算数教育か』東洋館出版社.

内閣府・幸福度に関する研究会「幸福度に関する研究会報告―幸福度指標試案―」
http://www5.cao.go.jp/keizai2/koufukudo/koufukudo.html

太田伸也他（2011）「個人の生涯における数学的リテラシーの様相モデルの検討」『数学教育におけるリテラシーについてのシステミック・アプローチによる総合的研究≪人間の生涯を視野においた算数・数学教育≫』pp.187-194.　http://ir.lib.shizuoka.ac.jp/handle/10297/5762

２．数学的リテラシーの４つの領域

（１）概観

数学的リテラシーを理論的に考えるために、また、他方で、社会における数学的リテラシーの分析の道具を作るために、数学的リテラシーを構造的に捉えて、その枠組みを作ることにした。

そこで、これまでのリテラシー一般や数学的リテラシー等の研究で明らかにされていることをもとに、現代及び将来の社会に生きる人間のための数学的リテラシーについての議論を進めた（参考3、4 を参照)。なお、本研究では、現代社会を、持続可能な社会、民主主義社会、高度情報技術社会、生涯学習社会、少子高齢社会などと捉えている。

数学的リテラシーとは、一般に、すべての成人が持つことを期待される数学に関わる知識・技能、考え方、態度であった。このことを出発点にして、理論的に、すなわち、関連概念の構造化を図り、併せて、数学的リテラシーの分析にも有効なものを構成しようとした。そして、数学的リテラシーとして、算数・数学を学ぶことによって身に付けられると思われる 4 つの大きな領域とそれぞれの領域の内容を考えた。それらは次の通りである。

領域１：人間にとっての算数・数学

算数・数学を学ぶ意義に関わるもの

①算数・数学の人間形成的な役割

②算数・数学の実用的な役割

③算数・数学の文化的な役割

④算数・数学の認識論的な役割

領域２：算数・数学における対象

算数・数学の集合や関係や構造に関わる概念に関わるもの

①数式を使って考える力

②図形を使って考える力

③関数を使って考える力

④確率・統計を使って考える力

領域３：算数・数学における方法

算数・数学を発展・応用させる方法に関わるもの

①算数・数学を生み出す力

②算数・数学を使う力

③算数・数学で表現する力

④算数・数学で考え合う力

領域４：社会にとっての算数・数学

現代社会で有用とされる一般的な能力に関するもの

①創造的に考える力

②批判的に考える力

③コミュニケーションする力

④情報を活用する力

なお、それぞれの内容には、さらに、それぞれ 4 つの視点がある。

これらの領域、内容、視点をまとめると、表Ⅱ－２－１ の通りである。以下では、これらの領域、内容、視点について、さらに詳しく考察する。

表Ⅱ - 2 - 1　数学的リテラシーの領域・内容・視点

領域	内容	視点	
①人間にとっての算数・数学	1）算数・数学の人間形成的な役割	算数・数学を学習する目的は,	1．数学的に考える力を身に付けることである. 2．数学を使う力を身に付けることである. 3．数学を使って判断する力を身に付けることである. 4．数学的に考える態度を身に付けることである.
	2）算数・数学の実用的な役割	算数・数学を学習する目的は,	1．計算力を身に付けることである. 2．数学的な知識・技能を身に付けることである. 3．数学的表現を読み取る力を身に付けることである. 4．数学的モデル化の力を身に付けることである.
	3）算数・数学の文化的な役割	算数・数学を学習する目的は,	1．算数・数学の知的な楽しさを味わうことである. 2．算数・数学の社会的な有用性を知ることである. 3．算数・数学の美しさを味わうことである. 4．数学は人類の文化遺産であることを知ることである.
	4）算数・数学の認識論的な役割	算数・数学を学習する目的は,	1．数学は人間が作ってきたことを知ることである. 2．数学は社会において作られてきたことを知ることである. 3．数学は歴史的なものであることを知ることである. 4．数学は可謬的であることを知ることである.
②算数・数学における対象	1）数式を使って考える力	1．実世界の事象を数や式の対象として捉える. 2．実世界の事象を式に表す. 3．実世界に照らして数や式の意味を読み取る. 4．目的に応じて式を操作する.	
	2）図形を使って考える力	1．実世界の事象を図形の対象として捉える. 2．実世界の事象を図形に表す. 3．実世界に照らして図形や空間の意味を読み取る. 4．目的に応じて図形や空間を扱う.	
	3）関数を使って考える力	1．実世界の事象を関数として捉える. 2．実世界の事象を関数に表す. 3．実世界に照らして関数の意味を読み取る. 4．目的に応じて関数を扱う.	
	4）確率・統計を使って考える力	1．実世界の事象を確率や統計の対象として捉える. 2．実世界の事象を確率や統計の数・表・グラフ・図形に表す. 3．実世界に照らして確率や統計の数・表・グラフ・図形の意味を読み取る. 4．目的に応じて確率や統計の数・表・グラフ・図形を扱う.	
③算数・数学における方法	1）算数・数学を生み出す力	1．算数・数学のきまりや方法を考え出す. 2．算数・数学のきまりや方法をその前提や別の考えをもとに確かめる. 3．算数・数学のいくつかのきまりを広げる. 4．算数・数学の広げたきまりを共通な観点からまとめる.	
	2）算数・数学を使う力	1．実世界の問題を解くためにそれを数学化して算数・数学の問題に直す. 2．算数・数学の問題を数学的に処理する. 3．算数・数学の問題を数学的に処理した結果を実世界の問題場面に照らして解釈する. 4．実世界の問題を解くための過程で作られた数学的モデルを, 検証したり, 予測・推測に用いたりする.	
	3）算数・数学で表現する力	1．事象や関係などを式・表・グラフ・図などの数学的表現で表す. 2．式・表・グラフ・図などの数学的表現から事象や関係などを読み取る. 3．式・表・グラフ・図などの数学的表現を目的に応じて変形する. 4．式・表・グラフ・図などの数学的表現を使って考える.	
	4）算数・数学で考え合う力	1．算数・数学で考えたことを他者に分かるように話す. 2．他者が算数・数学で考えたことを聞きとる. 3．算数・数学で考えたことを他者と話し合ってより深く理解する. 4．算数・数学で考えたことを他者と話し合って新たな考えを作り出す.	
④社会にとっての算数・数学	1）創造的に考える力	1．粘り強く考える. 2．視点を変えて異なる角度から考える. 3．ある事柄や場面から発展して考える. 4．物事を抽象化したり体系化したりして考える.	
	2）批判的に考える力	1．疑問を持って理由を追求する. 2．前提を明確にして順序立てて考える. 3．他者との対話を通して問題を解決する. 4．他者との対話を通して問題の本質を考え出す.	
	3）コミュニケーションする力	1．文字や記号を使って他者に分かるように話す. 2．文字や記号を使った他者の説明を聞きとる. 3．文字や記号を使って他者と話し合ってより深く理解する. 4．文字や記号を使って他者と話し合って新たな考えを作り出す.	
	4）情報を活用する力	1．コンピュータを用いてデータを処理する. 2．インターネットを用いて情報を収集や検索する. 3．コンピュータを用いて目的に応じてデータ化し処理し解釈する. 4．インターネットを用いて他の人々と情報を共有したり思考したりする.	

（２）数学的リテラシーの４つの領域

領域１：人間にとっての算数・数学

人間にとっての算数・数学とは、算数・数学の教育・学習の意義に関わるものである。もちろん、ここで考える人間は、社会や文化から切り離された人間ではなく、人間による社会や文化を前提にしたものであり、社会において文化を創っていく人間である。具体的には、算数・数学の教育・学習の目的としての、人間形成的目的、実用的目的、文化的目的、そして、認識論的目的についてのものである。

①算数・数学の人間形成的な役割（算数・数学の学習が人間の能力・態度を育成する）

１）解釈

算数・数学の学習の人間形成的な目的を知っているということであり、算数・数学の学習によって、数学の本質や方法や特徴と算数・数学教育の特徴などに関わる、思考力、判断力、態度、価値観など人間が持っていると思われる能力が身に付けられることを知っているということである。ここには、民主主義社会に必要な能力や生涯学習社会で必要な能力も含まれる。

例えば、自律的な態度を養う、真理感情を養う、数学的に考える力を養う、数学を使う力を養う、判断力を養う、考え合う力を養う、などである。

２）主要な視点

視点１：算数・数学を学習する目的は、数学的に考える力を身に付けることである。
視点２：算数・数学を学習する目的は、数学を使う力を身に付けることである。
視点３：算数・数学を学習する目的は、数学を使って判断する力を身に付けることである。
視点４：算数・数学を学習する目的は、数学的に考える態度を身に付けることである。

②算数・数学の実用的な役割（算数・数学が社会のいろいろな段階において有用である）

１）解釈

算数・数学の学習の実用的な目的を知っていることであり、算数・数学の学習によって、数学やその他の社会・文化的な活動に必要な算数・数学の知識や能力などが身に付けられるということを知っているということである。実用の場面としては、子どもの生活、他教科の学習、より進んだ数学の学習、社会での問題解決、社会の理解、経済活動の手段、自然科学や社会科学での利用、技術での利用などがある。

例えば、数、量、図形、数量関係に関する知識を身に付けさせる、事象から式を作る力を養う、計算力を養う、表やグラフや図で表現し解釈する力を養う、空間の想像力を養う、数学的モデル化の力を養う、問題解決の力を養う、などである。

２）主要な視点

視点１：算数・数学を学習する目的は、計算力を身に付けることである。
視点２：算数・数学を学習する目的は、数学的な知識・技能を身に付けることである。
視点３：算数・数学を学習する目的は、数学的表現を読み取る力を身に付けることである。
視点４：算数・数学を学習する目的は、数学的モデル化の力を身に付けることである。

③算数・数学の文化的な役割（算数・数学は楽しむことができる）

１）解釈

算数・数学の学習の文化的な目的を知っているということであり、算数・数学の学習によって、数学の偉大さ、有用性、審美性などが感得されうることを知っているということである。数学という文化を継承・発展させるものである。総称的には、数学のよさ（アプリシエイション）を知らせるものである。

例えば、数学の偉大さを知らせる、数学の社会的有用性を知らせる、数学の美しさを味わわせる、数学の楽しさを味わわせる、などである。

２）主要な視点

視点１：算数・数学を学習する目的は、算数・数学の知的な楽しさを味わうことである。
視点２：算数・数学を学習する目的は、算数・数学の社会的な有用性を知ることである。
視点３：算数・数学を学習する目的は、算数・数学の美しさを味わうことである。
視点４：算数・数学を学習する目的は、数学は人類の文化遺産であることを知ることである。

④算数・数学の認識論的な役割（算数・数学は他の知識と同様に人間が社会において創る）

１）解釈

算数・数学の学習の認識論な目的を知っているということであり、算数・数学の学習によって、算数・数学の知識の本性を知りうるということを知っているということである。算数・数学は、他の知識と同様に、人間が社会において創ってきたものであり、それには社会との相互作用があり、そして歴史があるということを知ることである。このような見方は、当然、算数・数学の教育や学習にも大きな影響を与え、そこでは、算数・数学は人間が社会との関係で考えていくものであり、当然可謬的である。算数・数学を社会との関係で考えていく場合には、算数・数学を人間が社会において他との相互作用で創っていくという側面と、創られた算数・数学を社会において利用・応用していくという側面が考えられる。

２）主要な視点

視点１：算数・数学を学習する目的は、数学は人間が作ってきたことを知ることである。
視点２：算数・数学を学習する目的は、数学は社会において作られてきたことを知ることである。
視点３：算数・数学を学習する目的は、数学は歴史的なものであることを知ることである。
視点４：算数・数学を学習する目的は、数学は可謬的であることを知ることである。

［参考文献］

Ernest, P. (1991) *The Philosophy of Mathematics Education,* RoutledgeFalmer.［東洋館出版社から邦訳刊行予定］

科学技術の智プロジェクト（2008）『総合報告書』『専門部会報告書』
http://www.jst.go.jp/csc/science4All/

長崎栄三・滝井章編著（2007）『算数の力を育てる①　何のための算数教育か』東洋館出版社.

長崎栄三・國宗進・太田伸也・相馬一彦編著（2009）『豊かな数学の授業を創る』明治図書.

領域２：算数・数学における対象

算数・数学における対象とは、算数・数学を発展させる中で抽象化・概念化されてきた算数・数

学に固有な対象であり、算数・数学の集合や関係や構造に関わる概念である。これらは、数式、図形、関数、確率・統計などと称される。数学的リテラシーの視点から見た場合、抽象化・概念化された算数・数学における対象を、改めて、実世界で具現化し、個々人や社会の環境・文脈に応じて使えるようになっている必要がある。なお、このような算数・数学の対象は、教育の初めには子どもの中に無いように考えられがちではあるが、多くの学習の記録が示すように、子どもはそれらを子どもながらの素朴な概念として創り上げており、したがって、これらの対象は白紙の子どもの中に書き込まれるというよりも、教育・学習によって子どもの持っている素朴な概念がより数学的な概念へと変容していくものと考えられる。

私たちは、実世界において、算数・数学における対象を使って考える。そこで、算数・数学における対象として、数式、図形、関数、確率・統計を捉え、それらを実世界において使って考える視点を４つ想定した。

①数式を使って考える力

１）解釈

数式は、実世界において事象を数学的に解釈する際の共通の言語であり、人間が数学的に表現する際の中心的な役割を演じる。数式を使って考える力としては、例えば、次のようなことがある。実世界における数とその計算の感覚を持ち、実世界における事象の関係を式で表そうとする。そして、式で表わされた関係を読み取り、目的に応じて式を操作する。

２）主な視点

視点１：実世界の事象を数や式の対象として捉える。
視点２：実世界の事象を式に表す。
視点３：実世界に照らして数や式の意味を読み取る。
視点４：目的に応じて式を操作する。

②図形を使って考える力

１）解釈

図形は、実世界における図的な対象を抽象化して捉えたものであり、人間は多様な図形を駆使して空間の中で生きている。図形を使って考える力としては、例えば、次のようなことがある。実世界における対象を図形で捉え、実世界の事象を図形に表す。そして、実世界に照らして図形や空間の意味を読み取り、目的に応じて図形や空間を扱う。

２）主な視点

視点１：実世界の事象を図形の対象として捉える。
視点２：実世界の事象を図形に表す。
視点３：実世界に照らして図形や空間の意味を読み取る。
視点４：目的に応じて図形や空間を扱う。

③関数を使って考える力

１）解釈

関数は、実世界における数学的な対応関係を抽象化して捉えたものであり、人間は当面する問題に関係した２つの変数の間に関数を設定することで、問題解決を図ったり、新たな世界観を築いた

りする。関数を使って考える力としては、例えば、次のようなことがある。実世界の事象を関数として捉え、実世界の事象を関数で表す。そして、実世界に照らして関数の意味を読み取り、目的に応じて関数を扱う。

２）主な視点

視点１：実世界の事象を関数として捉える。
視点２：実世界の事象を関数に表す。
視点３：実世界に照らして関数の意味を読み取る。
視点４：目的に応じて関数を扱う。

④確率・統計を使って考える力

１）解釈

確率・統計は、実世界における不確定な事象を対象化したものであり、人間は目的・立場・状況・場面に応じて有益なデータを集めて、集めた大量のデータを図表に表し読みとって、確率・統計的に適切に判断し行動するとともに、自らまたは他者が解釈した確率・統計的な判断を批判的に考察する。そして、そのような確率・統計的な行動や考察や判断が、持続可能で民主的な社会を可能にする。確率・統計を使って考える力としては、例えば、次のようなことがある。実世界の事象を確率や統計の対象として捉え、実世界の事象を確率や統計の数・表・図形で表す。さらに、実世界に照らして確率や統計の数・表・図形の意味を読み取り、目的に応じて確率や統計の数・表・図形を扱う。

２）主な視点

視点１：実世界の事象を確率や統計の対象として捉える。
視点２：実世界の事象を確率や統計の数・表・グラフ・図形で表す。
視点３：実世界に照らして確率や統計の数・表・グラフ・図形の意味を読み取る。
視点４：目的に応じて確率や統計の数・表・グラフ・図形を扱う。

［参考文献］

米国科学振興協会（日米理数教育比較研究会訳）(2005)『すべてのアメリカ人のための科学　科学、数学、技術、におけるリテラシー目標に関するプロジェクト 2061 の報告書』日米理数教育比較研究会（三菱総合研究所内）
http://www.project2061.org/publications/sfaa/SFAA_Japanese.pdf
長崎栄三・國宗進・太田伸也・相馬一彦編著（2009）『豊かな数学の授業を創る』明治図書.
日本数学教育学会編（2010）『数学教育学研究ハンドブック』東洋館出版社.

領域３：算数・数学における方法

算数・数学における方法とは、算数・数学を発展・応用させる方法である。それは、算数・数学の対象と一体となったものである。算数・数学における方法は、算数・数学を生み出し、算数・数学を使い、算数・数学で表現し、算数・数学で考え合うことに関わるものである。これらは、算数・数学の固有性が高い方法である。そして、このような方法は、必要に応じて使えるものとなることによって、能力となる。なお、このような算数・数学における方法は、実世界の問題の総合的な学習を通して､社会にとっての算数･数学で述べるようなより一般的な能力と密接につながっている。

①算数・数学を生み出す力

１）解釈

算数・数学を生み出す力というのは、算数・数学の概念を理解し形成するために、算数・数学のきまりや方法を考えたり発展させたりする力であり、具体的には、算数・数学できまりや方法などを見つける力、算数で前提をもとに確かめる力、算数・数学で多様に考える力、算数・数学で関係づけて考える力、算数・数学で発展的に考える力、などがある。ここには、算数・数学の具体的な方法として、一般化する、類推する、特殊化する、帰納的に考える、演繹的に考える、論理的に考える、多面的に考える、関数的に考える、単純化して考える、統合的・発展的に考えるなどが入る。

２）主な視点

視点１：算数・数学のきまりや方法を考え出す。
視点２：算数・数学のきまりや方法をその前提や別の考えをもとに確かめる。
視点３：算数・数学のいくつかのきまりを広げる。
視点４：算数・数学の広げたきまりを共通な観点からまとめる。

②算数・数学を使う力

１）解釈

算数・数学を使う力とは、算数・数学の概念を現実の世界で使うために、現実の問題を算数・数学の問題として捉えたり算数・数学で処理したり判断したりする力であり、具体的には、現実の問題を算数・数学の問題に直す力、算数・数学のきまりに従って処理する力、算数・数学で処理した結果を振り返る力、算数・数学で予測・推測する力、算数・数学で感覚的・概括的に判断する力、などがある。ここには、算数・数学の具体的な方法として、数学化する、定式化する、抽象化する、仮定を置く、数学的モデル化をする、計算をする、検証をする、見積るなどが入る。

２）主な視点

視点１：実世界の問題を解くためにそれを数学化して算数・数学の問題に直す。
視点２：算数・数学の問題を数学的に処理する。
視点３：算数・数学の問題を数学的に処理した結果を実世界の問題場面に照らして解釈する。
視点４：実世界の問題を解くための過程で作られた数学的モデルを、検証したり、予測・推測に用いたりする。

③算数・数学で表現する力

１）解釈

算数・数学で表す力とは、算数・数学で考えたり算数・数学を使ったりするために、式・表・グラフ・図などの数学的表現を扱う力であり、具体的には、式・表・グラフ・図などに表す力、式・表・グラフ・図などを使う力、式・表・グラフ・図などを読む力、などがある。ここには、算数・数学の具体的な方法として、式・表・グラフ・図などの表現、変形、利用、読み取りなどが入る。

２）主な視点

視点１：事象や関係などを式・表・グラフ・図などの数学的表現で表す。
視点２：式・表・グラフ・図などの数学的表現から事象や関係などを読み取る。
視点３：式・表・グラフ・図などの数学的表現を目的に応じて変形する。

視点４：式・表・グラフ・図などの数学的表現を使って考える。

④算数・数学で考え合う力

１）解釈

算数・数学で考え合う力とは、算数・数学を集団で協働して創り上げるために、算数・数学の学習において数学的表現を用いて算数・数学の内容について集団の参加者みんなで考える力であり、具体的には、算数・数学で説明する力、算数・数学で解釈する力、算数・数学で話し合う力、などがある。ここには、算数・数学の具体的な方法として、算数・数学での説明、解釈、確認、話し合い、批判的考察などが入る。

２）主な視点

視点１：算数・数学で考えたことを他者に分かるように話す。
視点２：他者が算数・数学で考えたことを聞きとる。
視点３：算数・数学で考えたことを他者と話し合ってより深く理解する。
視点４：算数・数学で考えたことを他者と話し合って新たな考えを作り出す。

［参考文献］

長崎栄三・滝井章編著（2007）『算数の力を育てる③　算数の力　数学的な考え方を乗り越えて』東洋館出版社.
長崎栄三・國宗進・太田伸也・相馬一彦編著（2009）『豊かな数学の授業を創る』明治図書.

領域４：社会にとっての算数・数学

社会にとっての算数・数学とは、現代社会で有用とされる一般的な能力のうちで、特に算数・数学の教育・学習に関連したものである。算数・数学の教育・学習で身に付けることができると思われる能力のうちで、持続可能な社会、民主主義社会、高度情報化社会などで表現される現代・将来の社会において必要不可欠で、しかも、より広い場面で使うことができる能力に着目したものである。

①創造的に考える力

１）解釈

現代社会においては自立した人間が求められる。自立した人間こそが現代社会を作るとも言える。自立した人間は、自らの考えを創る。他方で他者が創ったことを理解することも必要である。このような創造を通して、自らの世界観を創り、世界を見る目を養い、そして、自らを創っていく。創るということには、いろいろな意味合いがある。新しいものを創る、新しい原理・原則を創る、新しい世界観を創る、そして、新しい自分を創る。このような意味合いに対して、それらの文化的な生産物として、技術、科学、哲学、芸術がある。

このような創造的思考に対して、算数・数学の教育・学習においては、主として算数・数学を生み出すことや算数・数学で表現することなどが関わる。

２）主な視点

視点１：粘り強く考える。
視点２：視点を変えて異なる角度から考える。

視点３：ある事柄や場面から発展して考える。
視点４：物事を抽象化したり体系化したりして考える。

②批判的に考える力

１）解釈

現代社会においては、人間が幸せにだまされずに生きていく上で、また、民主的で公平・公正な社会の実現を目指していくには、常に現象に立ち戻り、疑問をもち追究することが必要である。そこで、解決すべき課題を明らかにして、論理的に考えることを基盤にして、他者との対話を通して問題を解決しようとし、事象における問題の本質を見いだす。このような批判的思考においては、様々な観点や価値観からの検討が重要であり、対話を通して事象そのものや解決過程などを批判的に見ることが重要である。

このような批判的思考に対して、算数・数学の教育・学習においては、主として算数・数学を生み出すことのうちの論理的に考えることや、算数・数学で使うことのうちの数学的モデル化や、算数・数学で考え合うことの批判的考察などが関わる。

２）主な視点

視点１：疑問を持って理由を追究する。
視点２：前提を明確にして順序立てて考える。
視点３：他者との対話を通して問題を解決する。
視点４：他者との対話を通して問題の本質を考える。

③コミュニケーションする力

１）解釈

現代社会においては、人間は他者と考えたことや感じたことなどを言葉や記号を使って説明したり解釈をして、互いに理解を深めたり考えを変えたりする。このような話し合いでは、結果や過程を単に説明するだけでなく、その理由や根拠を基に説明するということが必要になる。これらの基礎には、知識というのは、自分が考え他者と関わり合い、つくり上げることで、自らが理解を深めるだけではなく、説明する力や解釈する力を伸ばすことができるという考え方がある。そして、話し合いを通して、多様な考えがあること、互いの考えの違いがあること認め合う。

このようなコミュニケーションをすることに対して、算数・数学の教育・学習においては、主として算数・数学で考え合うことや、算数・数学で表現することなどが関わる。

２）主な視点

視点１：文字や記号を使って、他者に分かるように話す。
視点２：文字や記号を使って、他者の説明を聞きとる。
視点３：文字や記号を使って、他者と話し合ってより深く理解する。
視点４：文字や記号を使って、他者と話し合って新たな考えを作り出す。

④情報を活用する力

１）解釈

現代社会では、コンピュータやインターネットなどの情報通信技術の急激な発展により、情報の量が膨大になりしかもその質が急激に変化しており、そのような情報や技術をいかに扱うかが重要

になる。そこで、適切な情報を取捨選択して収集し、コンピュータを用いて目的に応じてデータ化し、そのデータを処理し解釈するとともに、インターネットを用いて情報を収集や検索したり、他の人々と情報を共有・思考したりすることが必要になる。

算数・数学の教育・学習においては、より広くより深く思考を進めるため、そして協働的に学習を進めるために道具が必要不可欠である。ノートと鉛筆、黒板、古くは算盤、計算尺などがあったが、現代では、それが電卓やコンピュータである。ここでは、より一般的な能力として、コンピュータ利用の情報を活用する力に焦点を当てている。つまり、情報を活用することに対して、算数・数学の教育・学習においては、算数・数学を生み出すこと、算数・数学で使うこと、算数・数学で表現すること、算数・数学で考え合うこと、のすべてが関わる。

２）主な視点

視点１：コンピュータを用いて、データを処理する。
視点２：インターネットを用いて、情報を収集や検索する。
視点３：コンピュータを用いて、目的に応じてデータ化し処理し解釈する。
視点４：インターネットを用いて、他の人々と情報を共有したり思考したりする。

（３）考察

数学的リテラシーの 4 つの領域においては、一般的にリテラシーとして考えられる算数・数学の対象と方法という 2 領域に加え、意義とより一般的な方法概念の 2 領域を加えた。このことは、算数・数学を学ぶことが、単に算数・数学の内的なものとしてだけではなく、人間や社会との関連でその意義や方法をより考える必要があることを示した。つまり、数学的リテラシーを、その力の側面から、人間や社会との関連で、数学の役割、対象、方法、発展・汎用性という 4 つの領域から構成した。さらに、その意義には、認識論的な役割を入れて、そこでは数学は人間が社会において創造してきたという可謬主義的な見方に立った認識論であることを表明した。

ここでは、領域のもとにさらに内容と視点を置いた。このことは、数学的リテラシーの領域の意味を深めるためのものであり、いたずらに領域の概念の細分化を意図したものではない。

今回の理論化においては、数学の対象の種々の概念については触れなかった。このことは、数学的リテラシーに普通の数学の対象または内容が入らないということではなく、これまで「力」については構造化されてこなかったので、まずその構造化を試みたということである。なお、数学的リテラシーとしての数学の対象は､社会で使うということ指標としてその内容面に着目して作成した。本来、そのような対象・内容と方法は一体のものであり、総合的に考えられるべきものである。

［参考文献］

Grifflin,P. et al.(eds.)（2012） *Assessment and Teaching of 21st Century Skills*. Springer

国立教育政策研究所（2013）『特定の課題に関する調査（論理的な思考）』
http://www.nier.go.jp/kaihatsu/tokutei_ronri/index.html

日本学術会議数理科学委員会数理科学分野の参照基準検討分科会（2013）『報告　大学教育の分野別質保証のための教育課程編成上の参照基準　数理科学分野』日本学術会議.
http://www.scj.go.jp/ja/info/kohyo/pdf/kohyo-22-h130918.pdf

ライチェン、サルガニク編著（立田慶裕監訳）（2006）『キー・コンピテンシー　国際標準の学力をめざして』明石書店.

３．社会における数学的リテラシーの分析

（１）分析の目的

社会において、どのような数学的リテラシーが期待されているのかを明らかにする。なお、このような社会における数学的リテラシーを分析することにより､成人期の学習のあり方だけではなく、学校教育期の学習のあり方にも示唆が得られるものと思われる。

（２）分析の方法

現代の日本の社会にある書籍や新聞やテレビ・ラジオやWeb上の記述などの文献等を対象に、数学的リテラシーに関した「言葉の分析」を行う。

①分析の枠組み

分析の枠組みは、前項で述べた数学的リテラシーの理論的な枠組みを利用する。数学的リテラシーのそれぞれの領域の個々の内容は、人間の個人の行動として記述されているので、本分析においては、対象とする文献等の言葉において、それらの個人の行動が明示的に記述されているか、または、個人の行動が発現されると思われる表現があるかなどによって判断をする。

分析者は、読み手の立場で、対象とする文献等に、数学的リテラシーの領域、内容、視点に該当する部分があるかどうかを判断し、その部分を抽出する（以下、抽出単位と呼ぶ)。抽出単位を抽出する際の判断基準は、次のいずれかとする。

１．明示的な記述がある

２．明示的な記述はないが、分析者の判断で、その意図を解釈できる

分析においては、それぞれの抽出単位に、領域、内容、視点を割り当てるものとする。領域、内容は１つとするが、視点は複数挙げてもよいものとする。また、１つの抽出単位について、領域・内容が複数あると思われる場合には、分析回答用紙の分析表の記入行を新たに作り改めて分析を行うものとする。

②分析の項目

分析は、前項で述べた、数学的リテラシーの表Ⅱ‐２‐１の４つの領域、内容、視点に基づいて行う。そのうちの領域、内容をまとめると、表Ⅱ‐３‐１の通りである。

表Ⅱ‐３－１　数学的リテラシーの分析の項目

領域１：人間にとっての算数・数学	
①算数・数学の人間形成的な役割	②算数・数学の実用的な役割
③算数・数学の文化的な役割	④算数・数学の認識論的な役割
領域２：算数・数学における対象	
①数式を使って考える力	②図形を使って考える力
③関数を使って考える力	④確率・統計を使って考える力
領域３：算数・数学における方法	
①算数・数学を生み出す力	②算数・数学を使う力
③算数・数学で表現する力	④算数・数学で考え合う力
領域４：社会にとっての算数・数学	
①創造的に考える力	②批判的に考える力
③コミュニケーションする力	④情報を活用する力

③分析の対象

分析の対象は、書籍や新聞やテレビ・ラジオやWeb上の記述などの文献等で使われている「言葉」とする。分析の対象は、分野ごとから選択するものとする。分野は、日本の図書分類である「日本十進分類法（NDC)」を使うことにする。日本十進分類法（NDC）は次の通りである。

1. 哲学・宗教
2. 歴史・地理
3. 社会科学
4. 自然科学
5. 技術
6. 産業
7. 芸術
8. 言語
9. 文学

そして、それぞれの分野から少なくとも1件の文献等を選択し、分析するものとする。なお、分析に際しては、書籍の場合には、書籍全体ではなくその中の1つの章でもよいものとした。

（３）分析の結果

分析はメンバーで分担して行った。分析を行ったメンバーは次の通りである（氏名の50音順)。上田雅也、太田伸也、小田友美、重松敬一、島﨑晃、島田功、瀬沼花子、長崎栄三、日野圭子、松島充、柗元新一郎、である。ただし、本章の以下の分析結果の文責は研究代表者にある。

本分析においては、分析の文献等の選択は個々の研究メンバーの関心に基づいて行われ、また、分析は個々のメンバーによって行われただけでその結果を複数のメンバーでチェックをするなどの相互評価は行われていない。したがって、以下の分析結果は事例的なものであり、今後の研究の作業仮説をなすものであると考えている。

①分析の文献等

実際の分析においては、文献等の選択はできるだけ広範囲の分野から現代的な話題についての記述がなされているものを選択するようにした。研究メンバーの関心を基に選択された文献等は、すべてで18件の書籍や記述であり、それらを日本十進分類法に従って、哲学・宗教、歴史・地理、社会科学、自然科学、技術、産業、芸術ごとに整理して挙げると次の通りである。

［哲学・宗教］

天野祐吉（2013)『成長から成熟へ - さよなら経済大国』集英社新書．pp.1-217.

橋爪大三郎、大澤真幸（2013)『ゆかいな大仏』サンガ新書．pp.16-64.

藤原正彦（2005)『国家の品格』新潮社（2013年　58版)．pp.11-34.

［歴史・地理］

朝日新聞（2014)「よみがえれ極彩色　ミャンマー　バガン遺跡」朝日新聞朝刊．2014年3月19日．

保阪正康、東郷和彦（2012)『日本の領土問題－北方四島、竹島、閣諸島』角川書店．pp.3-225.

［社会科学］

亀井伸孝（2009)『手話の世界を訪ねよう』岩波ジュニア新書　630．pp.1-45.

村越真（2013）『方向オンチの博物誌　なぜ人は地図を回すのか』角川ソフィア文庫．pp.1-225.
佐竹健治,、堀宗朗編（2012）『東日本大震災の科学』東京大学出版会．pp.1-40.
塩谷喜雄（2013）『「原発事故報告書」の真実とウソ』文芸春秋．pp.1-230.
［自然科学］
独立行政法人理化学研究所他（2014）「STAP 細胞」新聞、Web.
［技術］
松浦昭次（2001）『宮大工千年の「手と技」』祥伝社．pp.1-84.
［産業］
朝日新聞（2014）「教えて！　消費税」朝日新聞朝刊．2014 年 3 月 19 日．
朝日新聞（2014）「不動産加熱　郊外に波及」朝日新聞朝刊．2014 年 3 月 19 日．
松下幸之助（1986）『物のも見方考え方』PHP 文庫．pp.15-126.
読売新聞（2014）「ダイソンヒーター自主回収」読売 OnLine．2014 年 3 月 19 日．
［芸術］
石原さくら、金森玲奈、中山祥代（2013）『うちのコを世界一かわいく撮る　猫のかわいい撮り方手帖』㈱マイナビ．pp.1-143.
ジャンプ雪印メグミルク（2010）「スキージャンプのルール・点数編　ルール解説 | スキージャンプを知ろう！」雪印メグミルク．Web.
鎌田久子（2009）『津軽に伝わるやさしい手仕事　こぎん刺し』雄鶏社．pp.1-43.

②全体的な結果

分析対象の 18 件の文献等から、先に述べた数学的リテラシーとして、「明示的な記述がある」または「明示的な記述はないが、分析者の判断で、その意図を解釈できる」単位として、すべてで 238 編を抽出した。なお、18 件の文献等のそれぞれの範囲は 200 頁を越える書籍から新聞の 1 つの記事にわたっているが、18 件の文献等についての抽出単位数の平均は 13 編で、最小は 1 編、最大は 39 編である。

238 編のうち、「明示的な記述がある」単位は 169 編（71%）、「明示的な記述はないが、分析者の判断で、その意図を解釈できる」単位は 69 編（29%）であった。以下では、この 238 編を対象に分析をする。

なお、すべての文献等 18 件には、明示的か否かの何らかの形で数学的リテラシーの表現があったと認められた。

③領域別の結果

数学的リテラシーの 4 つの領域に関して、分析対象の 18 件の文献等について、明示的な記述があるか、また、明示的な記述はないが記述の意図から解釈できるかをまとめると、表Ⅱ‐3‐2 の通りである。

数学的リテラシーの領域別について、明示的な表現が多くあった順に挙げると、算数・数学における方法 12 件、算数・数学における対象 11 件、社会にとっての算数・数学 11 件、人間にとっての算数・数学 2 件であり、明示的な表現の意図の解釈のいずれかがあったのは、算数・数学における対象 15 件、算数・数学における方法 14 件、社会にとっての算数・数学 12 件、人間にとっての算数・数学 6 件であった。

表Ⅱ－3－2　数学的リテラシーの 4 つの領域に関する記述があった文献等の数

文献数	A.記述あり（件）	B.意図の解釈（件）	C.両方（件）	D.実件数 D=A+B-C
領域１：人間にとっての算数・数学	2	5	1	6
領域２：算数・数学における対象	11	8	4	15
領域３：算数・数学における方法	12	4	2	14
領域４：社会にとっての算数・数学	11	7	6	12
合計	14	15	11	18

算数・数学における方法、算数・数学における対象、社会にとっての算数・数学の 3 領域は 7 割近くの対象に明示的な表現があったが、人間にとっての算数・数学については明示的な表現はほとんどなかった。

④内容別の分析

数学的リテラシーの 4 領域の各内容（16 内容）に関して、分析対象の 18 件の文献等、238 編の抽出単位について、明示的な記述があるか、また、明示的な記述はないが記述の意図から解釈できるかをまとめると、表Ⅱ－3－3 の通りである。

表Ⅱ－3―3　数学的リテラシーの 4 領域・16 内容に関する記述があった文献等・単位の数

領域・内容	文献等数（件）			記述数（編）		
	記述あり	自分の解釈	実件数	記述あり	自分の解釈	合計
領域１：人間にとっての算数・数学						
①算数・数学の人間形成的な役割	1	0	1	1	0	1
②算数・数学の実用的な役割	1	3	4	1	5	6
③算数・数学の文化的な役割	2	1	3	2	1	3
④算数・数学の認識論的な役割	1	2	3	1	2	3
合計	2	5	6	5	8	13
領域２：算数・数学における対象						
①数式を使って考える力	9	4	12	21	9	30
②図形を使って考える力	5	5	6	31	6	37
③関数を使って考える力	8	1	8	15	2	17
④確率・統計を使って考える力	5	3	8	8	4	12
合計	11	8	15	75	21	96
領域３：算数・数学における方法						
①数学を生み出す力	0	0	0	0	0	0
②数学を使う力	5	4	7	12	5	17
③数学で表現する力	11	1	11	30	1	31
④数学で考え合う力	2	0	2	2	0	2
合計	12	4	14	44	6	50
領域４：社会にとっての算数・数学						
①創造的に考える力	6	4	7	15	11	26
②批判的に考える力	9	5	10	19	15	34
③コミュニケーションする力	3	2	5	5	8	13
④情報を活用する力	1	0	1	6	0	6
合計	11	7	12	45	34	79
合計	14	15	18	169	69	238

数学的リテラシーの内容別について、文献等について明示的な表現の数は、その中央値は 5 件で、5 件以上の内容は、8 内容ある。その 8 内容について、多い順に内容を挙げると次の通りである。算数・数学で表現する力 11 件、数式を使って考える力 9 件、批判的に考える力 9 件、関数を使って考える力 8 件、創造的に考える力 6 件、図形を使って考える力 5 件、確率・統計を使って考える力 5 件、算数・数学を使う力 5 件。

一方、5 件未満の内容は次の通りである。コミュニケーションする力 3 件、算数・数学で考え合う力 2 件、算数・数学の文化的な役割 2 件、算数・数学の人間形成的な役割 1 件、算数・数学の実用的な役割 1 件、算数・数学の認識論的な役割 1 件、情報を活用する力 1 件、算数・数学を生み出す力 0 件。

算数・数学における対象の 4 内容はいずれも 5 件以上であったが、人間にとっての算数・数学の 4 内容はいずれも 2 件以下であった。

⑤視点別の分析

数学的リテラシーの 4 領域の各内容の視点（64 視点）に関して、分析対象の 18 件の文献等、238 編の抽出単位について、明示的な記述があるか、また、明示的な記述はないが記述の意図から解釈できるかをまとめると、表Ⅱ－3－4 の通りである。

表Ⅱ－3－4　数学的リテラシーの 64 視点の記述があった文献等・単位の数

領域１：人間にとっての算数・数学 ①算数・数学の人間形成的な役割　②算数・数学の実用的な役割 ③算数・数学の文化的な役割　④算数・数学の認識論的な役割 領域２：算数・数学における対象 ①数式を使って考える力　②図形を使って考える力 ③関数を使って考える力　④確率・統計を使って考える力 領域３：算数・数学における方法 ①算数・数学を生み出す力　②算数・数学を使う力 ③算数・数学で表現する力　④算数・数学で考え合う力 領域４：社会にとっての算数・数学 ①創造的に考える力　②批判的に考える力 ③コミュニケーションする力　④情報を活用する力	文献等数（件）			記述数（編）		
視点	記述あり	意図の解釈	実件数	記述あり	意図の解釈	合計
１①１．数学的に考える力を身に付けることである.	0	0	0	0	0	0
１①２．数学を使う力を身に付けることである.	0	0	0	0	0	0
１①３．数学を使って判断する力を身に付けることである.	0	0	0	0	0	0
１①４．数学的に考える態度を身に付けることである.	1	0	1	1	0	1
１②１．計算力を身に付けることである.	0	1	1	0	1	1
１②２．数学的な知識・技能を身に付けることである.	1	0	1	1	0	1
１②３．数学的表現を読み取る力を身に付けることである.	1	2	3	1	3	4
１②４．数学的モデル化の力を身に付けることである.	0	1	1	0	1	1
１③１．算数・数学の知的な楽しさを味わうことである.	1	0	1	1	0	1
１③２．算数・数学の社会的な有用性を知ることである.	2	0	2	2	0	2
１③３．算数・数学の美しさを味わうことである.	1	1	2	1	1	2
１③４．数学は人類の文化遺産であることを知ることである.	0	0	0	0	0	0
１④１．数学は人間が作ってきたことを知ることである.	1	0	1	1	0	1
１④２．数学は社会において作られてきたことを知ることである.	0	1	1	0	1	1
１④３．数学は歴史的なものであることを知ることである.	1	2	3	1	2	3
１④４．数学は可謬的であることを知ることである.	0	0	0	0	0	0
２①１．実世界の事象を数や式の対象として捉える.	5	2	6	8	4	12
２①２．実世界の事象を式に表す.	3	1	4	4	2	6
２①３．実世界に照らして数や式の意味を読み取る.	6	3	8	16	3	19
２①４．目的に応じて式を操作する.	1	0	1	3	0	3
２②１．実世界の事象を図形の対象として捉える.	4	3	4	17	4	21
２②２．実世界の事象を図形に表す.	4	2	6	10	2	12
２②３．実世界に照らして図形や空間の意味を読み取る.	8	1	8	26	1	27
２②４．目的に応じて図形や空間を扱う.	6	1	7	13	1	14

２③１．実世界の事象を関数として捉える.	4	1	4	4	1	5
２③２．実世界の事象を関数に表す.	5	0	5	6	0	6
２③３．実世界に照らして関数の意味を読み取る.	7	1	7	11	1	12
２③４．目的に応じて関数を扱う.	1	0	1	1	0	1
２④１．実世界の事象を確率や統計の対象として捉える.	2	0	2	2	0	2
２④２．実世界の事象を確率や統計の数・表・グラフ・図形に表す.	1	0	1	3	0	3
２④３．実世界に照らして確率や統計の数・表・グラフ・図形の意味を読み取る.	4	3	7	7	4	11
２④４．目的に応じて確率や統計の数・表・グラフ・図形を扱う.	1	0	1	1	0	1
３①１．算数・数学のきまりや方法を考え出す.	0	0	0	0	0	0
３①２．算数・数学のきまりや方法をその前提や別の考えをもとに確かめる.	0	0	0	0	0	0
３①３．算数・数学のいくつかのきまりを広げる.	0	0	0	0	0	0
３①４．算数・数学の広げたきまりを共通な観点からまとめる.	0	0	0	0	0	0
３②１．実世界の問題を解くためにそれを数学化して算数・数学の問題に直す.	1	2	3	4	2	6
３②２．算数・数学の問題を数学的に処理する.	2	2	4	4	2	6
３②３．算数・数学の問題を数学的に処理した結果を実世界の問題場面に照らして解釈する.	5	4	7	11	4	15
３②４．実世界の問題を解くための過程で作られた数学的モデルを，検証したり，予測・推測に用いたりする.	4	2	5	6	2	8
３③１．事象や関係などを式・表・グラフ・図などの数学的表現で表す.	6	0	6	15	0	15
３③２．式・表・グラフ・図などの数学的表現から事象や関係などを読み取る.	10	1	11	15	1	16
３③３．式・表・グラフ・図などの数学的表現を目的に応じて変形する.	2	0	2	2	0	2
３③４．式・表・グラフ・図などの数学的表現を使って考える.	6	0	6	8	0	8
３④１．算数・数学で考えたことを他者に分かるように話す.	1	0	1	1	0	1
３④２．他者が算数・数学で考えたことを聞きとる.	2	0	2	2	0	2
３④３．算数・数学で考えたことを他者と話し合ってより深く理解する.	1	0	1	1	0	1
３④４．算数・数学で考えたことを他者と話し合って新たな考えを作り出す.	1	0	1	1	0	1
４①１．粘り強く考える.	3	1	3	8	1	9
４①２．視点を変えて異なる角度から考える.	6	4	7	12	7	19
４①３．ある事柄や場面から発展して考える.	4	3	5	9	5	14
４①４．物事を抽象化したり体系化したりして考える.	4	2	4	7	3	10
４②１．疑問を持って理由を追求する.	6	5	9	14	8	22
４②２．前提を明確にして順序立てて考える.	6	5	8	15	7	22
４②３．他者との対話を通して問題を解決する.	3	1	4	6	1	7
４②４．他者との対話を通して問題の本質を考え出す.	2	1	3	5	1	6
４③１．文字や記号を使って他者に分かるように話す.	2	2	4	3	5	8
４③２．文字や記号を使った他者の説明を聞きとる.	2	2	4	3	3	6
４③３．文字や記号を使って他者と話し合ってより深く理解する.	1	0	1	1	0	1
４③４．文字や記号を使って他者と話し合って新たな考えを作り出す.	1	0	1	1	0	1
４④１．コンピュータを用いてデータを処理する.	1	0	1	1	0	1
４④２．インターネットを用いて情報を収集や検索する.	0	0	0	0	0	0
４④３．コンピュータを用いて目的に応じてデータ化し処理し解釈する.	1	0	1	5	0	5
４④４．インターネットを用いて他の人々と情報を共有したり思考したりする.	0	0	0	0	0	0

数学的リテラシーの視点別について､文献等について明示的な表現の数は､その中央値は 1 件で、平均値は 2.4 件である。最高は 10 件で 1 視点、8 件が 1 視点、7 件が 1 視点、6 件は 7 視点、5 件が 3 視点、4 件が 7 視点である。一方、0 件が 14 視点ある。件数の多い順に視点を挙げると次の通りである。

10 件：３③２．式・表・グラフ・図などの数学的表現から事象や関係などを読み取る.

8 件：２②３．実世界に照らして図形や空間の意味を読み取る.

7 件：２③３．実世界に照らして関数の意味を読み取る.

6 件：２①３．実世界に照らして数や式の意味を読み取る.

：２②４．目的に応じて図形や空間を扱う.

：３③１．事象や関係などを式・表・グラフ・図などの数学的表現で表す.

：３③４．式・表・グラフ・図などの数学的表現を使って考える.

：４①２．視点を変えて異なる角度から考える.

：４②１．疑問を持って理由を追求する.

：４②２．前提を明確にして順序立てて考える.

5 件：２①１．実世界の事象を数や式の対象として捉える.

：２③２．実世界の事象を関数に表す.

：３②３．算数・数学の問題を数学的に処理した結果を実世界の問題場面に照らして解釈する.

「(意味を) 読み取る」という視点や、対象に関わる視点の文献等の件数が多い。

（4）まとめ

分析した結果を領域別に見ると、算数・数学における対象、算数・数学における方法、社会にとっての算数・数学の 3 領域は 7 割近くの対象に明示的な表現があったが、人間にとっての算数・数学については明示的な表現はほとんどなかった。

内容別 (16 内容) の明示的な表現の件数を見ると、その中央値は 5 件である。5 件以上の内容は、8 内容あり、多い順に挙げる次の通りである。算数・数学で表現する力、数式を使って考える力、批判的に考える力、関数を使って考える力、創造的に考える力、図形を使って考える力、確率・統計を使って考える力、算数・数学を使う力、一番多かった内容は、算数・数学で表現する力であり、また算数・数学における対象の領域の 4 つの内容はすべて含まれていた。他方上記以外の 8 内容は明示的な表現はほとんどなかった。なお、批判的に考える力は、算数・数学の場面ではないが、論理的に考えるものを捉えたものが多かった。

視点別（64 視点）の明示的な表現の件数を見ると、その中央値は 1 件である。視点では、意味を読み取るという視点や対象に関わる視点が多かった。

社会で必要とされる数学的リテラシーは、数学の対象や方法に関わる領域のものが当然ながら多く、また、社会にとっての算数・数学の領域も見ることができる。一方で、人間にとっての算数・数学の領域は、少なく今後の算数・数学教育の課題であろう。人間の生涯にとっての数学的リテラシーという本来の意味からすると、この算数・数学の役割はきちんと教育・学習する必要があると思われる。また、算数・数学での文脈における ICT 利用も少なく、高度情報化社会に照らすと心もとない気がする。

［参考文献］

太田伸也他（2011）「個人の生涯における数学的リテラシーの様相モデルの検討」『数学教育におけるリテラシーについてのシステミック・アプローチによる総合的研究≪人間の生涯を視野においた算数・数学教育≫』pp.187-194. http://ir.lib.shizuoka.ac.jp/handle/10297/5762

Ⅲ．すべての人々にとっての数学的リテラシー

１．「すべての人々」をどう考えるか

数学的リテラシーは、すべての人々が持つことを期待される数学に関わる知識・技能、考え方、態度である。この記述における「すべての人々」とはどのような意味なのか。文字通り、「すべての人々」なのか。かって、「すべての人々のための数学（*Mathematics for All*）」が論じられたとき、文字通りの意味ならば、そのような「数学」はないというという議論があった。確かに、ある数学概念を持ってきて、例えば、1 次関数という概念を持ってきて、それに関する基礎的な問題を、「すべての中学生」が解けるかという問いを設定するならば、戦後の学力調査が示すようにそれは否定的である。

（１）民主主主義社会の理念としての「すべての人々」

「すべての人々」を考える場合、「すべての」の意味と、すべての人々が取り組む「算数・数学」の意味について、新たな意味を考える必要がある。「すべての」は、民主主義社会を前提とした議論の究極的な目標であるということである。実際の知識や技能を問題の形式で提出すれば、ほとんどすべての場合で、正答率 100%になることはないであろう。そうではなく、算数・数学教育に携わる場合、「すべての」子どもを意識して教育を考えることが必要であるということの一種の意思表示であると言えよう。そして、すべての人々が取り組む「算数・数学」は、その概念だけではなく、それに取り組む「過程」そして「方法」にも価値を見出すということである。どのような人でも、生活の上では、数学的活動は必要である。そして、実生活と緊密に結びついた算数・数学、例えば、数の見積り、整数の四則などは概念的知識と手続き的知識の両者がすべての人々に求められるであろう。なお、この意味での「すべての」については、実際の学習指導と関連で後節で改めて詳しく検討する。

（２）数学を将来積極的に使い人々にとっての数学的リテラシー

なお、すべての人々の算数・数学に対して、もちろん、将来、数学を必要とする人々のための数学がある。現代社会では、大学の理工系だけではなく、文系でも数学が必要であり、社会に出れば、多様な職業で数学が必要とされている。なお、変化が激しい現代社会においては、誰が、いつ数学が必要になるかということを固定的に見るべきではないであろう。現代では、国民が重要な社会問題について国民投票のような形で判断を迫られたり、裁判員裁判のように証拠を基に議論をしながら裁判官、検察官だけではなく国民の代表としての裁判員も判断を迫られていく。現代社会では、数学的判断の重要性は増すばかりである。そのためには、すべての人々に期待される数学的リテラシーと将来一部の人に必要とされる数学には、橋がかかっていなければならない。

したがって、国民が成人になっても共通に持っていて欲しい数学的リテラシーは、将来数学を必要とする人たちにとっても基盤となるものでなければならない。

２．数学的リテラシーにおける「すべての人々」に関わる 2 つの論点

数学的リテラシーは、すべての人々が持つことを期待される数学に関わる知識・技能、考え方、態度である。「すべての人々」を対象とした場合、少なくとも 2 つの大きな問題が生じる。第 1 に、

「すべての人々」の数学的リテラシーは誰が作るのか。もしそれが、ある「一部の人々」が作って、「すべての人々」のためとするならば、それは民主主義の原則に反するであろう。数学的リテラシーの根幹が民主的な社会の創造を目指すところにあるのに、それが非民主的な手続きで作られてよいのかという問題である。第 2 に、「すべての人々」のための数学的リテラシーを保証する現実的な方策はあるのか。仮に、数学的リテラシーが望ましいものだとしても、すべての人々が身に付ける方策が明らかにされていなければ絵に描いた餅になってしまう。

（1）「すべての人々」の数学的リテラシーは誰が作るのか

第 1 の「すべての人々」の数学的リテラシーは誰が作るのかという問題については、最近の科学技術で行われているコンセンサス会議や熟議会議（小林、2004；小川、2008）に注目したい。コンセンサス会議とは、重要な科学技術や科学技術政策について、科学者等と市民が話し合いながら提言書をまとめようとするものである。すべての人々のための数学的リテラシーは、すべての人々で作ることが理想的ではあるが、それは実際問題として不可能であろう。民主的な社会で、代議制が取られているように、ある一部の人々で作らざるを得ない。そして、その作られる過程で、「すべての人々」を念頭に置くことが前提とされる。しかしながら、ほとんどの場合には、そのような前提を置いているのでということでそこで終ってしまう。それに対して、最初に述べたコンセンサス会議や熟議会議などでは、一部の人で作られたものを、もう一度多くの人で検討する過程が組み込まれている。

数学的リテラシーを作った場合には、もしそれが多くの人々に持つことが期待されるならば、コンセンサス会議や熟議会議などのように、それを他の人々との検討の場を設けることが必要であろう。例えば、学会での討論に積極的に市民に参加を呼び掛けていくことも必要であろう。また、インターネットの活用も考えられるであろう。いずれにしても、多くの人々による検討の場というのは今後の課題であろう。

（2）「すべての人々」のための数学的リテラシーを保証する現実的な方策はあるのか

第 2 の「すべての人々」のための数学的リテラシーを保証する現実的な方策はあるのかということについては、学校教育と社会教育の場を考える必要がある。学校教育については、次節で詳しく考えることにして、ここでは社会教育について考える。社会教育におけるリテラシーについては、科学技術リテラシーの試みが先行している。例えば、サイエンスカフェや科学館などでの活動がある。そこでは、一般の人は科学技術リテラシーが欠如しているので教えてあげるとする「欠如モデル」が反省され、科学者または科学の解説者と一般の人々がともに「参加」し、「ともに学ぶ」という科学コミュニケーションが求められるようになってきている。

しかしながら、残念ながら、数学のサイエンスカフェはあまり見られない。その大きな理由は、先に述べられた我が国の数学の特性に関わると思われる。数学の世界では純粋数学が主流で社会と接点を持っていないので、当然、数学を語るべき数学者も社会との接点を持ちようがなくなってしまうように思われる。実は、このことが、理系出身の数学教師にも当てはまるのではないであろうか。大学において、純粋数学だけを学んできた場合に、中学校・高校で数学と社会の関連を扱うのは無理があろう。日本学術会議では、数理科学として数学、応用数理、統計学を総合して論じている（日本学術会議、2013）。相当遠い道のりではあるが、数学が数理科学として社会と接点を多く持つことが、社会教育における数学的リテラシーの向上の方策につながるのではないであろうか。

３．すべての子どものための算数・数学

（１）学校教育におけるすべての子ども

学校教育においては､｢すべての子ども｣は複数のレベルで考えられていると思われる｡ここでは、特別支援教育も視野に入れて、｢すべての子ども｣への対応を考えてみたい。

第１のレベルは、学校・学級において、大前提としてすべての子どもを対象とすることである。なお、国によっては、この段階で、習熟度別学級や原級留め置きなどの分化を取り入れる場合もあるが、日本では多くの場合、いろいろな能力・関心等の子どもがいる混合能力学級を前提としている。

第２のレベルは、学校・学級において、すべての子どもを対象とするが、教師の裁量で、個々の子どもの必要性を考えて場面に応じた工夫をする。

このレベルは、さらに２つに分かれる。

第２‐１のレベルは､算数･数学教育の実践･研究から､子どもの数学的活動をより促進､または､補助するという立場で工夫を考えるものである。一般の算数・数学の学習指導の工夫は、このレベルのものである。

第２‐２のレベルは､子どもの認知的活動の原則から､すべての子どもの学習活動を促進､または､補助するという立場で工夫を考えるものである。昔のプログラム学習、最近のグループによる協働学習などがこのレベルのものに相当する。

第３のレベルは、学校・学級の具体的な特定の子どもを念頭に、その子どもの学びに適した細かな工夫をする。例えば、ある子どもを念頭に置いて学級全体に明確な指示をしたり、スモールステップで説明したりすることなどであり、普通教育と特別支援教育の両者の連携が必要な境界上にあると言えよう。

第４のレベルは、第１から第３のレベルの対応でも対処できない子どもに対して、特別な支援をするというものである。ここが特別支援教育の領域である。

私たちが､｢すべての子ども｣をその字義どおりに取った場合、日本では、上記のような多様な対応がなされていると思われる。そのうち、私たちが、算数・数学教育で取っている対応は、第１から第２のレベルであろう。したがって、字義どおりの「すべての子ども」の教育を考えるには、特別支援教育の先生方との連携は欠かせない。

しかしながら、第３、第４のレベルでも、そのレベルの算数・数学の指導、学習が行われていることは忘れてはならない。そこでは１で述べたような「算数・数学」の新たな意味を考えることが必要になる。本稿では、｢すべての子ども｣を考えるレベルとして、これらの４つのレベルのうち、初等・中等・高等教育に連なる算数・数学での対処を想定して、第１から第２のレベルを対象とする。

（２）すべての子どものための算数・数学の授業における工夫

算数・数学の実践研究においては、これまでも、すべての子どもが参加できるような授業の工夫がなされてきている。（１）で述べた、第１、第２のレベルのものである。

ここでは本研究のメンバーが、自己の算数の実践を振り返って、現在または過去に試みたすべての子どもための工夫を列挙することにする。本来ならば、それぞれの項目について、きちんとした実証的な確認が必要であるが、ここでは実践によって仮説となり得るものというような意味合いで

挙げておく。なお、我が国では、これらの他にも多くの工夫がなされているが、ここではあくまでも、私たちの研究グループのメンバーが実際に行ったという範囲に限定しておく。主として算数の授業に関わるメンバーが行ってきた工夫をまとめると、表Ⅲ－3－1の通りである。

表Ⅲ－3－1　すべての子どものための算数の授業における工夫

大分類項目	中分類項目	小項目
A.教師の姿勢	A11.子どもを信じる	子どもの能力をあきらめず必ずできると励ます。
	A12.子どもの学ぶ意欲	すべての子どもが学ぼうという意欲をもつと考える。
	A13.子どもの多様さ	どの子どもにもいいところがあることを認める。
	A21.あきらめさせない	自分の能力をあきらめず、限界を超えることで子どもたちの意欲をわかせる。
	A22.教師へのあこがれ	子どもが教師にあこがれをもつと、子どもの意欲が出ると考える。
	A23.自分の存在価値	そのクラスで自分の存在価値があると一人一人に理解させる。
B.教師の振舞い	B11.ほめる	小さなことでも見つけて褒める。
	B12.励ます	できた時、その場で褒めることで、価値づけて励ます。
	B13.目を合わせる	一人一人と目を合わせる。
	B14.笑顔になる	笑顔になる。発表する子を笑顔で聞いてあげる。
	B15.待つ	「タイトルを写すだけでも」待つ。
	B21.皆に向かせる	発表する子にみんなの方を向かせる。
	B22.大げさに表現する	演技者のように大げさに表現する。
	B23.実際にやって見せる	自分のできることを実際にやって見せることで誰にでもできることにする。
	B31.価値を感得させる	課題の価値をその子なりに感得することで意欲を引き出す。
	B32.質の高さを示す	自分の行っていることが質の高いことだと示す。
	B33.将来につなげる	自分が行っている学習が自分の将来に役立つことを価値づけ意欲を増す。
	B34.限界を超えさせる	自分の限界を超えることで意欲を増す。
C.課題	C11.見通しを持つ	子どもたちが到達する先を見据えて教師自身が見通しを持つ。
	C12.敷居を低くする	教室にいる他の子どもができていることを見せることでできそうだという見通しを持たせる。
	C13.細切れ提示	全員が課題をつかめるように課題提示を細切れに示す。
	C14.仕掛け	考えたいと思わせる仕掛けを導入に用いる。
	C15.クイズ	算数のクイズのような問題を提示し、解かせる。
	C16.ゲーム化	問題をゲーム化する。
	C17.フラッシュカード	フラッシュカードを使う。
	C21.多様な考え	だれもが取り組み、自分ながらの解決や解を見いだせる問題に取り組ませる。自分の中に多様な考えを見いださせる。
	C22.オープンエンド	解が多様になるオープンエンドな課題を出す。
	C23.日常生活	日常の生活につなげる課題にする。学習への意欲を持たせるために、生活から数学化する。身の回りにあるものに置き換えることで、子どもたちの考えやすい課題にする。実際に目に触れるもの、身近なもので置き換えて、実際自分の周りにあることを知らせる。実際の自校での保健室でのけがの様子を調べることで身近な所に話題を置き、ポスター作成させる。
	C24.問題づくり	問題づくりをさせて、その問題を印刷し、解かせる。自分で問題をつくることで、価値を感得しながら問題づくりをする。自分なりに少し難しい問題を作らせる。
D.操作活動	D11.活動	活動時間を保障することで目先を変える。
	D12.実験	実際に他教科と関連させて実験し、体験を生みだす。
	D13.体を動かす	小数点の移動、倍の感覚を体を動かして感覚として捉えさせる。
	D21.具体物	具体物を操作する。
	D22.道具の自作	自分の測るものを作成する。自分のものさしを作る。三角定規や巻尺など使う場面を考えさせ作らせる。
	D23.パターンブロック	図形指導でパターンブロック、折り紙等を使い、図形の感覚を磨く。面積で、パターンブロックをしきつめて、三角形のブロックを任意単位として他の図形との関係性が見やすいことを利用して、普遍単位を明確にする。
	D24.カップ	さまざまなタイプのカップを利用して見通しを持って液量を測らせる。
E.思考過程	E11.予想する	友達の考えを予想させる。
	E12.考える：論理的	論理的に考える場面を設定し、そのよさを価値づける。

	E13.考える：深化的	考える時間を保障して深めさせる。
	E14.振り返る	学習したことに題名をつけさせる
F.問題解決方略	F11.数値を簡単にする	数値を簡単なものに置き換えさせる
	F12.関連づける：既習	現在取り組んでいる課題が、以前どこでやっていたか関連づけさせる。
	F13.関連づける：他者	板書後、誰の考えと誰の考えが似ているか、関連づけさせる。
	F14.関連づける：生活	学習したことを既習や生活体験とつなげさせる。
	F15.モデルを作る	$1cm^3$、$10cm^3$、$100cm^3$、$1000cm^3$、$1m^3$のモデルを提示する。
	F16.数直線を使う	数直線をかく。
	F17.図で表す	図をかく。
	F18.下線を引く	文章問題の算数の要素となるものに下線をひく。
	F19.やり方を確認する	問題解決の方法を確認する。
G.表現	G11.子どもと会話する	子どもと会話しながら授業を進める。
	G12.観点を持って話し合う	考え方のよさの観点を持たせる。話し合いを進めるための観点や話型を示す。
	G13.ペアで話し合う	ペア学習で話し合わせる。
	G21.説明する	解決方法の選択とその理由を説明させる。
	G22.説明し合う	自分が考えたことを言わせる機会をつくる。自力解決が終わった子から説明し合う。実際に案を作った人に話させることで価値を高める。
	G23.近くの子に説明する	発表を聞いた後に、隣の子同士で説明し合わせる。隣の席の友達に方法を説明する。自分の考えを近くの人に伝える。隣の友達やグループの友達と相談させる。
	G24.できない子に説明する	子ども同士でできない子に教える。自分のできることを説明することで理解を深めさせる。
	G25.他の子の考えを推測する	自分の考えを発表する時、すべてを発表させないで他の児童に発表者の考えを推測させ、その考えを共有化させる。
	G26.ヒントを言わせる	答えを言いたい子にはヒントを言わせる。
	G27.ヒントの難しさ	パズルなどでヒントを出すことの難しさを体感させる。
	G28.全員が発表する	一人一人全員が発表する場を設定する。
	G29.意見を止める	意見を言わせないで止める。
	G31.書いてから発表する	まず自分の考えを書かせ、それを発表させる。
	G32.書いて再構成する	自分と同じやり方の友達を見つけて画用紙に再構成させる。
	G41.色ポール	4 色ポールで自分の立場を常に示す（紅白帽）。
	G42.名前マグネットカード	発表された考えには個人名のマグネットを貼る、
	G43.名前入りの吹き出し	つぶやきは名前入りの吹き出しで板書する。
H.グループ学習	H11.グループ学習	6 年の最後にグループで授業をさせる。
	H12.ジグソー学習法	ジグソー学習法を取り入れる。
	H13.トリオ学習	トリオ学習で得意な子どもが苦手な子どもに教える。
I.個への対応	I11.個別の助言	一人一人にあったことを言う。
	I12.コーチング	その子どものよさをその子に応じて認め、価値づける。
	I13.最近接領域のアドバイス	その子の到達している少し先（最近接領域）を理解してアドバイスする。
	I21.操作活動	自力解決で分からない子に操作活動をさせる。
	I22.具体物	自力解決で分からない子に具体物を見せる。
	I23.ヒントカード	自力解決でのヒントカードを活用する。
	I31.子どものレベルを少し高くする	子どもの到達している少しだけ高いレベルの課題にする。
	I41.困っている子を集めて指導	自力解決で困っている子を集めて議論させる。
	I51.自分の考え	低い子に自分の考えを持たせる。
	I52.複数の考え（高い子）	高い子に 2 つ目、3 つ目などの複数の考えを持たせる。
J.ノート	J11.自分の考え	自分の解決（考え）を書かせる。
	J12.自分の考えの修正	仲間の考えを聞きながら、自分の考えを修正する。自分の考えのよい点をチェックしておく。
	J13.取り入れたい考え	発表を聞きながら取り入れたい考えを書きとめさせる。
	J14.思考の流れ	思考の流れを板書・ノートに（毎時間同じ形式で）残す。
	J15.コミュニケーション	コミュニケーションさせる。
	J21.ノートを持たせない	集団検討でノートを持たせない。
K.練習	K11.九九の歌	九九の暗記を歌でやる。
	K12.九九カード	九九カードを作って家族や友達、学校の人に九九を唱えて合格をもらう。

	K21.小ステップ	「計算技能」では、黒板に小ステップことに 3～5 問の計算問題を書き、クリアしたら、自分のマグネットボードを移動し、移動できてない子へは、個別指導をする。。
	K31.問題を合唱	全員で問題を合唱させる、暗記させる。
	K41.練習問題	ひたすら練習問題を解かせる。
	K51.プリントファイル	プリントファイルし参考書にする。
L.板書	L11.色	チョークの色など、約束事を決めて板書する。重要は赤、最重要は黄色など。
M.宿題	M11.九九の暗記計算カード	九九の暗記計算カードの暗記を毎日の宿題にする。
	M12.計算	計算練習の時は、一人一人の誤りをチェックし、誤りを指導し、誤りのパターンを認識させ、克服させる。計算ドリルを徹底的に宿題でやらせる。
N.ICT	N11.パソコン	パソコンを用いてスモールステップでの問題練習をさせる。
	N12.ビデオ	速さで、自校の 5 年生が走っている様子をビデオに撮り（等速に見えるように）それを実際にストップウォッチで測る。
O.評価	O11.考えの評価	瞬間の評価・子どもの表現。その場のよさを瞬時に判断して価値づける。 発言の振り分けと価値づけ。発表した考えの価値を判断し、他の児童に聞き返す。（A さんはこう言っているけど、もう一度、自分の言葉で言い返してくれますか） 自分だけの価値を見つける。他の人にない自分だけを価値づける。 一般化したい、学校でいつも使いたい考えには、名前を付けさせる。
	O21.学習感想	今日学んだことは何かな、どんなことが印象に残っているか。本時のねらいに対して（ABC など）自己評価させる。教師が書いて欲しいと思った感想をプリントして子どもに配る。
	O22.授業感想	授業感想にかく内容を指定する。友達の考えのいいところや次の授業でやりたいことなど。
	O31.算数通信	算数通信を発行する。
	O41.論文レポート	6 年の最後に論文・レポートを書かせる。
P.教室環境	P11.ノートの見本を掲示	よいノートの見本を掲示する。
	P12.学習関連教材を教室に置く	学習につながる教材を教室に置いておく
	P21.既習の内容・方法を掲示	算数の既習の内容・方法を掲示する。
	P22.算数掲示板	算数掲示板を作り、いろいろな情報を提示する。例：3 月 14 日は円周率の日か、を流す。

実際、すべての子どもための算数の授業の工夫は、驚くほど多岐にわたっている。表Ⅲ－3－1 の大項目を挙げると次の通りである。A.教師の姿勢、B.教師の振舞い、C.課題、D.操作活動、E.思考過程、F.問題解決方略、G.表現、H.グループ学習、I.個への対応、J.ノート、K.練習、L.板書、M.宿題、N.ICT、O.評価、P.教室環境。

これらの工夫は、算数に特有というよりも、その気になれば、すなわち、子どもの側に立つならば、中学・高校でも使えるものである。

（3）算数・数学におけるすべての子ども

算数・数学における「すべての子ども」についての考え方は、算数・数学における多様な考えを活かすことから発展的に考えることができる。

①子どもの多様性への対処

我が国の算数・数学の授業においては、多様に考えることが重視されてきた。子どもの習熟度の多様性（国際的には分化（*Differentiation*））に対処するには、一般に、学級の習熟度を揃えるために習熟度別に学級を組織するか、原級留め置きを取り入れてある一定の習熟度の学級を組織するか、または、個々の子どもに応じた個別指導を徹底するか、制度的に何の措置もとらずに教師の裁量に任せるか、のいずれかであろう。我が国では、制度的には戦後一時期義務教育になった新制中学校で習熟度別編成が話題になったことがあるが、基本的には、教師の裁量に任されていた。つまり、混合能力学級での一斉指導で個々の子どもに対応しなければならなかった。

このような中で、我が国の算数・数学の関係者は、一つの同じ問題を学級全体で考えることで多様な考えを取り上げるような工夫を行ってきた。これは 1980 年代から 90 年代にかけて国際的に評価された。そして、その多様さは、子どもの考えた、解法の多様性から、解の多様性、そして、子どもがつくった問題の多様性、へと広げられてきた。つまり、「多様な考えを活かす授業」（松原、1971；1987；半田、1995；古藤ほか、 1992)、「オープンエンドアプローチの授業」（島田、 1977；Becker & Shimada, 1997)、「問題づくりの授業」（竹内ほか、 1984)、である。それは、「子ども」が考えたものではあるが、算数・数学の解法、解、問題という算数・数学の対象・方法に内包されているものと考えられてきた。

②子どもの「多様性」から「すべての」子どもの参加へ

これらの算数・数学の解法、解、問題の多様性は、子どもの立場から見ると、すべての子どもが算数・数学に何らかの形で参加することを可能にするものであると考えられる。例えば、オープンエンドアプローチの授業で、「分類の問題は分類の結果（解）が多様である」ということは、子どもたちが多様な解を出していることを表している。そこで、問題場面の設定の仕方では、「すべての子どもが算数・数学において分類できる」ということになる。問題づくりの授業では、「つくられた問題は、原問題を一般化したり、特殊化したり、類推したり、逆にしたりして多様である」。このことは、子どもたちが多様な問題をつくっていることを表している。そこで、問題づくりのもとになる原問題によっては、「すべての子どもたちは、問題をつくれる」ということになる。

このように考えてくると、算数・数学の対象・方法から生ずる多様性は、子どもの多様性となり、さらには、「すべての子どもの参加」につながる。我が国の算数・数学において「多様性を大切にする」ということは、算数・数学に「すべての子どもが参加する」ということにつながる。つまり、「すべての子ども」のための方策は、これまでの我が国の算数・数学の授業、特に課題設定の工夫に内在していると言えよう。

４．すべての子どもが数学的リテラシーを身に付ける算数・数学

（１）算数・数学を学ぶ子どもの姿

算数・数学ですべての子どもの参加を考えるということは、改めて、子どもは算数・数学でどのように学ぶのかということを問いかける。

①子どもは算数・数学で考えることができる

これまでも、算数・数学の授業を考える際には、算数・数学の対象や方法と、それに対する子どもの反応は考えられてきた。すなわち教材研究では、算数・数学の問題とそれに対する子どもの反応が挙げられてきた。しかし、そこでは、先に述べたように考えの多様性や、子どもの多様な考えは考慮されてきたが、「すべての」子どもはどのように考えるのは考慮されなかったのではないであろうか。ところが、先に述べたように、問題の設定の仕方では、すべての子どもが何らかの考えを持つことができる。例えば、「子どもは分類できる」、「子どもは問題をつくれる」。そうだとすると、子どもは算数・数学で考えることができるという当たり前のことをまず前提に置くべきであろう。

②子どもは実世界とつながった算数・数学で理解を深め楽しむ

算数・数学を実世界で使えるようにするためには、算数・数学の問題を実世界に基づいたものにする必要があることは言うまでもない。そのことによって、実世界の問題を算数・数学の舞台に載せる「数学化」という方法を学ぶ。それはまた、数学が人類の偉大な文化として発展してきた契機

として実世界があること、また、仮に純粋数学から発展した理論でもその抽象性のゆえに実世界の事象の解釈に役立つことがあることなどは、数学の歴史が示している。したがって、実世界の問題を算数・数学で扱うことは、数学の本性の理解にもつながる。

また、算数・数学で実世界の問題を扱うことは、子どもの算数・数学の概念の理解にとって有用である。実世界で考えることが子どもの理解を深めることは認知心理学が明らかにしている（稲垣他、1989）。そして、子どもたちは、そのような実世界の問題を算数・数学で扱うことを楽しむ（長崎、2001）。

③子どもは自分の考えを外化することでより学ぶ

すべての子どもが自分の考えを外化させることは、これまでの算数・数学の授業であまり考えられてこなかった。これまでの授業論では、たとえ授業中に一言も発しなくても、子どもは考えているという前提に立っていた。しかし、表現することと思考することは密接に関連していることが明らかになってきた。人間は他者と対話をすることによって、自分の考えを深め、さらにその考えを変えることができる。これまでの算数の授業では、授業の終わりでの「練り上げ」が重視されてきた。しかし、これは視点を変えてみると、一部の子どもが発言することで成り立っており、それゆえに、集団思考としてとらえられてきた。それに対して、学習科学などが提唱する、協働学習、協調学習では、すべての子どもが自分の考えを外化する、表現する場面が工夫されている。この背景には、知識は人間が協働して創るものであるという考え方がある。それぞれの子どもが自分の考えを外化し、そのことで互いに自分の考えを深め、また新しい考えを作っていくことができると思われる。

（２）すべての子どものための算数・数学の授業

①これまでの算数・数学の授業から

我が国では、これまでの算数・数学の実践研究を通して、子どもの多様性に応じた授業、実世界とつながった授業が作られてきている。例えば、次のようなものである。

１）子どもの多様性を活かす授業（松原、1971；1987；古藤ほか、 1992；半田、 1995）
２）オープンエンドアプローチの授業（島田、 1977；Becker & Shimada, 1997）
３）問題の発展的な扱い（問題づくり）（竹内ほか、 1984）
４）算数・数学と社会をつなげる授業（長崎、 2001）

これらの算数・数学の授業は、いずれも子どもの多様性に応じようとしたものであり、「すべての子ども」が参加する算数・数学の授業の萌芽を含んだものとなっている。そして、これらの授業では、個々の子どもが解決した後で、集団での話し合い、学級全体での話し合いが行われ、個々の子どもの考えを広げていくことがなされている。しかしながら、それは一部の積極的な子どもの発言によるものであるとの指摘がなされている。決して、すべての子どもの思考の外化にはつながっていないようである。

②すべての子どもが参加する算数・数学の条件

算数・数学教育の研究を通して、子どもが身に付けて欲しい算数・数学の概念や算数・数学の力については多くの知見が得られてきている。しかし、一方で、そのようなことを子どもはどのように学ぶのか、とりわけ、「すべての」子どもはどのように学ぶのかということは、暗黙のうちに肯定されてきたのではないであろうか。これまで述べてきたような子どもの姿と、算数・数学の授業のこれまでの実践を踏まえると、すべての子どもが参加する算数・数学の条件として、次の 3 つがあ

げられると思われる。

１）多様な考え方が可能な問題場面を設定する

２）子どもの実世界とつながった場面を考える

３）すべての子どもが発言するような機会を設ける

［参考文献］

Becker, J. P. & Shimada, S.（1997）*The Open-Ended Approach: A New Proposal for Teaching Mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.

半田進編著（1995）『考えさせる授業　算数・数学』東京書籍.

稲垣佳代子・波多野誼余夫（1989）『人はいかに学ぶか　日常的認知の世界』中公新書.

小林傳司（2004）『誰が科学技術について考えるのか　コンセンサス会議という実験』名古屋大学出版会.

古藤怜,新潟県算数教育研究会編（1992）『算数科　多様な考えの生かし方まとめ方』東洋館出版社.

松原元一編（1971）『思考の様相－算数・数学の指導事例から－』近代新書出版社.

松原元一編（1987）『考えさせる授業　算数・数学』東京書籍.

長崎栄三編著（2001）『算数・数学と社会・文化のつながり』明治図書.

日本学術会議数理科学委員会数理科学分野の参照基準検討分科会（2013）『報告　大学教育の分野別質保証のための教育課程編成上の参照基準　数理科学分野』日本学術会議.
http://www.scj.go.jp/ja/info/kohyo/pdf/kohyo-22-h130918.pdf

小川正賢（2008）「科学教育政策提言の開発手法としての熟議会議 : 1980 年代初頭のカナダ科学協議会の試み 」『科学教育研究』32(2).　pp.85-97.

酒井那嘉（2002）『言語の脳科学　脳はどのようにことばを生み出すのか』中公新書.

島田茂編著（1977）『算数・数学科のオープンエンドアプローチ』みずうみ書房.（島田茂編著（1995）『新訂　算数・数学科のオープンエンドアプローチ』東洋館出版社.）

竹内芳男・沢田利夫編著（1984）『問題から問題へ』東洋館出版社.

Ⅳ．数学的リテラシーの研究から考える

ここには、数学的リテラシーについて考えていること、数学的リテラシーの研究から考えていること、また、数学的リテラシーに関わると思われることなど、数学的リテラシーの本研究メンバーが自由に書いたものを載せる。

「算数の力」を身につけるための授業
～グラフを活用するための授業実践を通して～

上田　雅也
山梨県南都留郡富士河口湖町立船津小学校

１．はじめに

平成 20 年の学習指導要領の改訂により,観点別学習評価をそれまでの技能・表現，思考・判断という項目から技能,思考・判断・表現という項目に変更した.これは,子どもの学習の段階を再規定すると共に,学校教育法(第 30 条第 2 項)に規定された事を見ても特に重要視された内容である.

子どもたちが,授業においてその日に学習する内容をどのように身につけるのかは最も重要視される.教師が定着させる内容を知識・理解までの習熟を目指すのか,技能まで高めるのか更にそれを用いて思考し,判断し,表現して活用するところまでに高めるのかは,授業の内容や方法を異なるものにする.

また，世の中の進展とともに子どもたちの学習する内容は飛躍的に増え,今後も更に増すばかりである.授業時数との兼ね合いを考えても思考・判断・表現にまで高める内容は,出来るだけ精選された中身で取り組ませた方がよいと考える.

本実践では,新指導要領で新しく学習することになった内容について表現する内容にまで高める事を目指して実践を通して考察し,今後の自らの実践の一助とすべく授業を行った.

２．実践に向けて

筆者は授業で子どもが学び甲斐を感じながら授業を行うことが大切な事の１つであると考える.

学び甲斐とは,子どもが学習内容を目標に沿って学習し,一定の成果を上げた時に感得するものであると考える.授業を行うことで身につけた知識・技能を思考，判断し，表現していく時に学習内容が自分や周りにとっていかに役に立つものなのかを実感しながら学ぶ時身に付くものであると考える.

日々の授業を仕組むにあたって，教師は,子どもたちの学び甲斐を追求できるようにクラスの実態を把握し,必要な教具を用意する.日々の実践から培われた，クラス全体の学ぶ環境も重要な要素となる.その上で子どもたちは,授業に入る瞬間から算数を学ぶ構えを持ち授業に臨む.更に学習しているその時間の内容が子どもたちにとって学ぶ価値のあるものである時,学び甲斐は生まれると考えている.

これまでも 5 年生では，社会科や家庭科等の時間に 2 種類のグラフを 1 枚のシートにかいたものを読み取る経験をしてきてはいる.しかし，実際の生活場面の中で経験することが少ない為になかなか自ら活用する所にまで至っていない.また，子どもたちは算数でグラフを活用し,かかれている内容を読み取るような視点まで学習を深める活動を行っていないため他教科での学習で学んだ知識を生かすところまで至っていないのが現状である.

そこで今回の授業では，2 種類のグラフを 1 枚のシートにかいて，その関係を多様な視点から読み取ることを目指す.子どもたちは，これまで 1 種類のグラフをかいたり，内容を読み取ったりしていた段階から複数のグラフを重ねて表すことにより，多様な読み取りやグラフ同士を関連させながら読み取るというグラフをさらに活用する視点を拡げて持つことができるようになると考えてい

る.

３．実践内容と結果

(1)実践の概要

本実践は山梨県南都留郡の公立小学校の 5 年生 22 名を対象に「折れ線グラフ」の単元のグラフの活用の時間を特設として 2013 年 12 月 20 日に行った.

(2)本時で育成を目指す「算数の力」の目標水準と評価

① 式や表やグラフや図などを読む力

	水準 1	水準 2	水準 3
水準	問題解決し表されたグラフから自分なりに読み取る.	問題解決し表されたグラフから多様に読み取る.	問題解決し表されたグラフから読み取った内容でよりよいものを選ぶ.
評価	読み取った内容を書けたか.	2 つ以上の内容を書けたか.	目的に応じて周りの人に伝えたい内容を書けたか.

(3)授業の流れ

	学習活動	算数の力を高める工夫
課題把握	・ 表で表されているものが「平成 25 年の 8 月の甲府市の毎日の最高気温と熱中症で救急搬送された人の数」であり,それをグラフで分かりやすく表すことを知る. ・ 今日の課題が「(グラフ表すことによって) 周りの方々に熱中症にならないように気をつけるにはどうすればいいか」について伝えることであることを知る.	
問題解決	・ 表したグラフから自分で読み取れることをまとめる. ・ まとめた内容を班で話し合い更に深める. ・ 全体の場で代表者が発表し質疑を行う.	・ 自分の意見を持つことでこの後の班での討議への参加の度合いを高める. ・ 多様に解決した内容を共有する. ・解決した内容を更に深める.
練り上げ	・ 全体討議を行い,更に多様な解決ができるかを探る. ・ 再度自分で解決した事や全体で話し合った内容を基にして自分の周りの方々に伝えたい事を考える.	・ 集団で話し合う事で更に解決を深める. ・ 身近な問題に置き換える事で活用しやすくなる.

まとめ	・ 最終的に周りの方々に伝えたい内容をノートにまとめる. ・ 今日分かった事，更に調べてみたくなった事，友達の意見で参考になった事，これからの勉強で生かしていきたい事をノートにまとめる.	・ 表した事が利用する価値のものである事を知る. ・自分を振り返り更に課題を発見する.

(4)授業の実際

授業のはじめでは，2013 年の夏の猛暑を想起させる.

T:山梨県では，甲府市で 40.7℃という最高気温の日がありました。

C：運動会の頃熱中症に気を付けましょうなんていう話がありました。

T:熱中症に関係のあるものって何でしょう。

C:気温と日光。

C:水分をとらないとなりやすい。

C:気温が高くて大量に汗をかく日。

T:今日は，熱中症と気温の関係を考えてみたいと思います。

ここで，山梨県甲府市の 8 月の 1 ヶ月間の日々の最高気温とその日の熱中症での救急搬送者数を表した表を提示する.

T:このままでは，関係がわかりにくいので別な形で表したいのですがどう表したらいいですか?

C:グラフがいいと思います。

T:グラフにするとしたら，何グラフが使えますか.

C:（折れ線グラフ.棒グラフ.円グラフ.帯グラフ等が出る.）

T:ここで使えそうなものは何ですか?

C:帯グラフや円グラフは，割合を表すグラフなのでここでは使えないと思います。

ここで，折れ線グラフと棒グラフを利用してグラフをかくとしたらどうなるかを予想し，ノートに記述させた.（一人を除いて）救急搬送者数は棒グラフで最高気温は折れ線グラフで表すとした.

T:なぜ，この組み合わせを選んだかいえる人.

C:（理科で）気温の変化を表すときには，折れ線グラフを使ったから折れ線グラフにしました.

その後，グラフに表したプリントを配布し，ノートにどういうことが読み取れるかを記述させた.子どもたちは，グラフに個人の解決を導きやすくするために補助線を引いてみたり，色をつけてみたりして読み取れることを導き出していった.

全ての子どもが 1 つ以上の解決を行うことが出来た.（約 7 割の子どもが複数の解決が出来た：表 1）

この解決を持って班での話し合いに入る.複数の解決を知ることから多様な解決を知ることが出来,

班での一押しの意見を考えていった.

表 1（それぞれの解決と各班の一押しの意見，周りの方に知らせたいこと）

班	氏名	解決（個人）	1	こんな日は熱中症になりやすい
1	T	・最高気温は 40.7℃で最低気温は 26℃ ・ほとんどが 38℃以上になっている。		40℃以上の日は多い。
	M	・3 件より多い日は，大体 36℃以上になっている。 **・最高気温が 40.7℃なのに件数が 0 人になっている。**	○	40℃以上になると熱中症になります。
	R	・(搬送件数が) 3 件以上より多い時は, 36℃以上が多い。		気温が 30℃以上の時や気温差がはげしい時は，熱中症になりやすい。
2	J	・気温が高い時は，搬送件数が多い。 ・棒グラフが上がった時，折れ線グラフも上がっている。		気温が急激に変化すると熱中症になりやすい。
	SO	・気温が高いと件数も多い。 **・棒グラフの変化が折れ線グラフと同じになっている。** ・折れ線グラフの高さが高いほど棒グラフも高くなっている。	○	気温が 30℃以上ある日は熱中症になりやすい。
	SA	・気温が 30℃以上に上がると熱中症になりやすい。		気温が急激に変化すると熱中症になりやすい。気温が 35℃以上に上がると搬送される人が多い。
	M	・気温が高くなるほど熱中症になりやすい。		急に温度が高くなった日になりやすい。気温が 30℃以上になるとなりやすい。
3	H	・気温が高いほど救急搬送者数が多い。 ・日にちが経つと気温の上がり下がりと救急搬送者数の上がり下がりが似ている。		気温が 35℃以上の時は, 熱中症になりやすい。
	K	・気温が 26℃以上だと熱中症の人が 1 人以上 いる。		気温が 30℃以上ある日は熱中症になりやすい。
	T	・30℃以上の真夏日でも件数が 0 の日もある。 **・40.7℃の日も件数が 0 である。**	○	35℃以上の日は搬送件数が多いので熱中症になりやすい。
	A	・気温が高いほど熱中症になりやすい。		水分をとらない日。気温が高い日。
4	N	**・一番多い日は 5 件で 40.6℃**	○	40.6℃～36℃の日は熱中症に

		・一番気温が高い時は，0 件。 ・一番気温が低い日も 0 件。		なりやすい。
	J	・気温が高いほど救急搬送されている。		35℃以上の時に救急搬送されやすい。
5	TM	・棒グラフのメモリが高い時は，折れ線の数値も高くなっているし，その逆もある。例えば 8 月 11 日は，5 件で 40.6℃。		気温が高い時は，熱中症になりやすい。
	TW	・温度と下の 1,2,3…がずれている。		気温が 30℃以上は熱中症になりやすい。けど 30℃以下はなりにくい。
	K	**・8 月 10 日は，気温が高いのに搬送件数が 0 件になっている。**	○	気温が 30℃以上の時や気温が急に上がったり下がったりしている時は搬送者が多い。
6	T	**・気温が高くなった 11 日からが熱中症の人が多くなっている。** ・温度が高い時に多い。 ・23 日から気温が下がった後は，熱中症になる人がいない。	○	温度が高く火曜日になりやすい。
	SK	・熱中症は，気温が高い時に起こりやすい。 ・前の日がすごく暑いと起こりやすい。 ・11 日が多い。		気温が高い時になりやすい。
	SY	・救急搬送者数は火曜日に多い。 ・22 日～25 日は急激に気温が低下している。		気温が高い日は，暑くて脱水症状になりやすい。
	M	・気温が高い時に搬送されている人が多い。 ・前の日より急に暑くなると熱中症になる人が多い。 ・気温の差が激しいと熱中症になりやすい。		気温が急激に変化すると熱中症になりやすい。
7	K	**・気温が高い時に搬送される人が多い。** ・35℃以上の気温で搬送される人が多い。	○	気温が 35℃以上の時には，熱中症にならないように水分補給をこまめにする。
	S	・搬送件数が 2 件を超えた時の最高気温は，いつも 36℃以上になっている。 ・搬送件数が 0 だったときは，気温がほとんど 37℃以下になっている。 ・最高気温が一ヶ月の内で一番高かった日でも搬送件数が 0 の日がある事から最高気温の他にも搬送件数に関係することがあるのではないかと思う。		36℃以上の時…要注意 30℃以上 36℃未満の時…注意 30℃未満の時…普通

（太字の○印がそれぞれの班の一押しの意見）（文章は，子どものノートの記述のまま）

今回の授業では，全体討議で一押しを発表することにとどまった.個人解決に時間がかかったことや個→班→全体という討議の流れが初めての経験であったことに原因があるように思われる.

そして授業の最後には家族や自分の周りの方々に熱中症について注意を呼びかけるには，どのような視点からグラフを利用していけばいいかについて考えた.最後に学習感想を書いて終了とした.

４．考察

(1)子どもたちが課題解決を１つでも行うことについて

今回の授業で重要視したことの１つに子どもたちが１つでも課題解決を行うことができるということがある.授業への参加の度合いを高めたり，他の児童が行った解決をより深く理解できたりするということがその理由である.子どもたちが授業に参加するための方法は様々な形があると思うが，その時間の授業への参加の度合いを高めるには，少なくとも１つ，更に多様に考えるためには複数の課題解決ができることが必要だと考えている.最初に課題解決に至った内容はその程度の高い低いについて余り重要視しなくとも良いと考えている.寧ろ自らの立ち位置をはっきりさせる事や自分なりの課題解決を出来ることが重要である.その上で課題自体が多様に解決する事ができる内容であり，クラスの成因であれば解決できる見通しのあるものであることが望ましい.

今回の授業では,授業後のノートを確かめてみると一人が１つ以上は，自分なりの解決方法を見つけ，ノートに記すことが出来た.このことから，今回の課題が子どもたちにとって適切な内容であったことが伺える.更に，班での話し合いや全体討議を終えて，自分が家族や周りの人に伝えたい事について調べてみると（表 1）のような通りになった.このことから個人→班→全体と進むにつれて解決内容が変化していることが分かる.「こんな日は熱中症になりやすい」という形で周りの方々に伝える内容は，２つのグラフを比較して得られた結論から導き出されたものが多い.また，個々の解決で２つのグラフでの比較から解決した内容も加えるとほとんどの子どもたちが解決できていることが分かる.（表内の下線の意見）このことから１つでも課題解決することで学習が深まり，授業への参加度やより高度な課題解決が可能になることが確認できた.

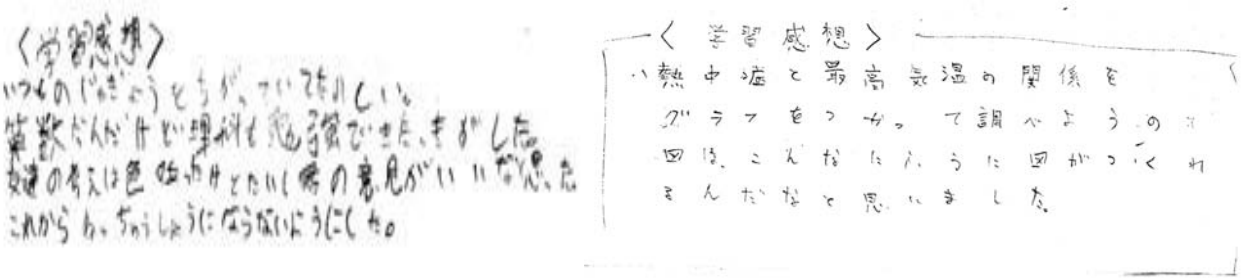
また，内容がより洗練された解決に至らない子どもも見受けられたが今後の課題であると伴に，こういった視点の授業が増えることやこの授業から得られた情報の活用を実際に行うことからより洗練された視点や内容へと進めることも可能であろうと思われる.

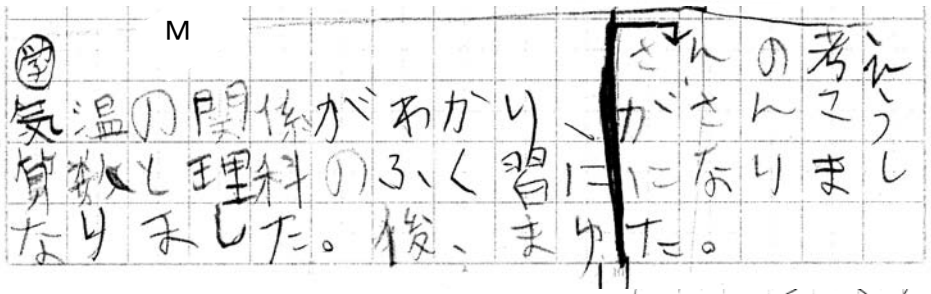
(2)グラフの価値がどういう形で伝わったかについて

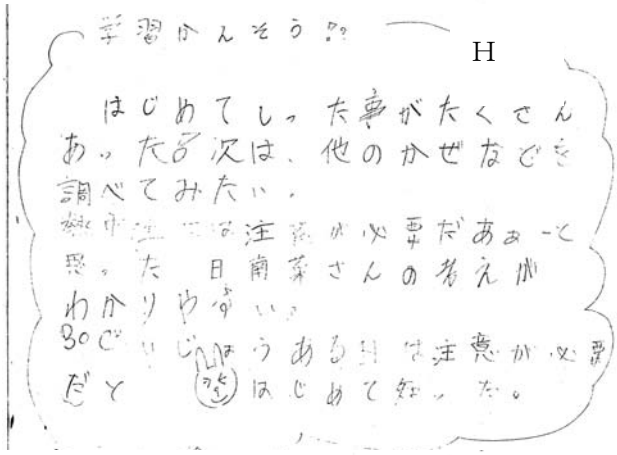
今回の授業では，グラフをかくということについては，重要視しなかった.データ自体を処理してグラフ化するということが難しい内容であったと同時に今後子どもたちが社会に出る頃には，更に情報化社会が進展していると考える.つまり処理したい内容をグラフ化することについては，グラフの種類を選びパソコン等を利用して行うことが出来ると考えている.それよりもある統計データからそのデータをどのように処理し，得られた情報をいかに解釈し利用していくかという事の方が身に付けたい能力として大切であろうと考えたからである.

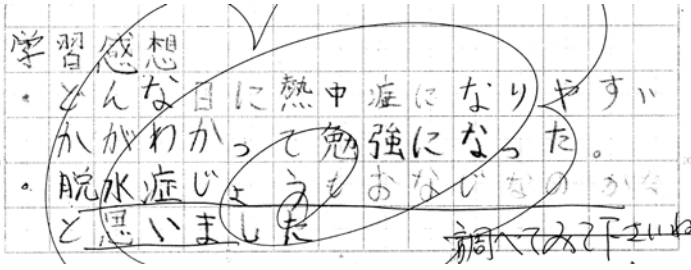
授業では，子どもたちは，データをどんなグラフにしたらいいかということについては，選択することが可能であったということが出来る.（ほぼ全員が正しいグラフを選択することが出来た.）

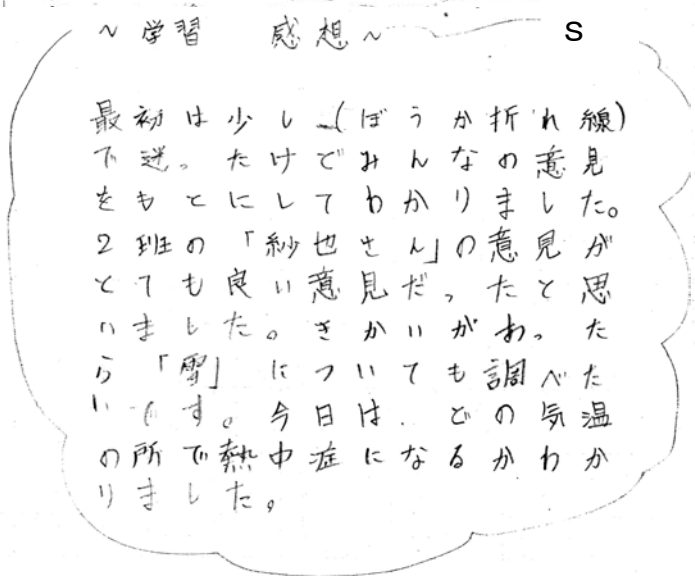
更に，表のままでは，理解することが出来なかった内容について理解し解決内容としている子どもが多かった。（表１の下線の意見）また，学習感想を見てみると

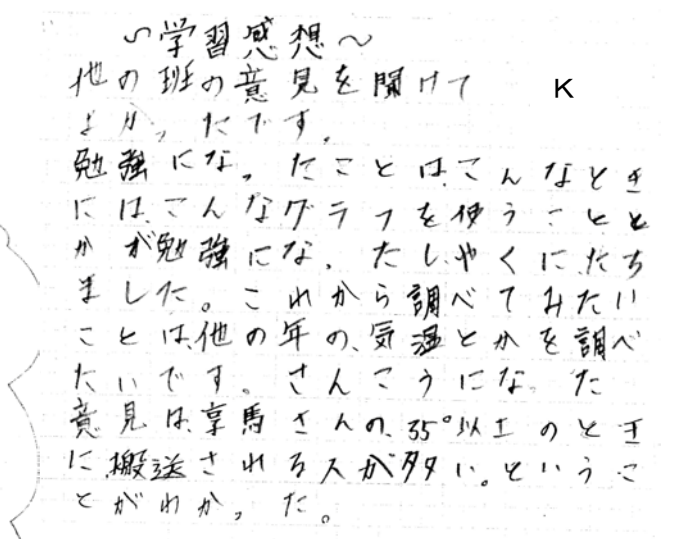












というような内容で感想を書いている子どもが見られ，算数を他教科との関連から見る視点や自らが生活に生かそうとする視点などが見られる.このことから今回のデータをグラフ化する事により，多様な視点から解決し更に課題解決のための根拠として用いることができたと考える．また，２つのグラフを１枚のシートで見比べることにより，最高気温の変化やどのような気温の時に熱中症になりやすいかというようなグラフを実際に活用する視点についてもそれぞれの個々の能力に応じて

一定の解決を見つけ出すことが出来た.これからもこういった学習を続けていくことで更に深まった観点から解決することが出来るようになると考えられる.

(3)コミュニケーションや誰かに伝えるという観点から

個人解決から班での討議，全体討議を経るに従って個々の解決内容から自分が伝えたい内容が変わった子どもについては，（表 1）の通りである.個々で調べた内容を持ち寄り，班や全体で討議して導き出した意見はほとんどが自分で導き出した意見から更に他の解決を踏まえた上での解決を導き出している.このことから話し合うことから解決する内容が広まったり深まったりしていることが分かる.学習課題を誰かに伝えるという形にしているのは，学校生活においても社会に出てからも自分が得た知識を自分あるいは誰かに役に立つ形で表現できるときに最も有益に学んだ内容は生かされると考えているからである.表現する価値のあるものを伝えたい相手に，相手にとって有益な形で伝えられることが自分の学びの価値を実感できると考えている.

小学生の場合は，社会との繋がりで考えるというよりは，自分の身近な方々(家族や親戚)へ伝えるということの方が実感を伴って伝えられると考えている.伝えたことの評価が比較的ダイレクトに自分自身に戻ってくることと評価が肯定的なものが多いと予想できる.このことが表現する事や学習に対する意欲を高める事にもつながる.

今回の学習では，総ての子どもが自分や相手にとって有益な情報を提供できたとは言い難い部分もある.これは，実際に相手に伝えて評価をしていただくことや同じ内容での学習を経験することで改善できることと考えている.

５．成果と課題

今回の授業では，全体討議での段階で一押しの意見を出すという所までで授業を終えることとなった.今回の授業の形式が初めてであったことを含めて課題解決や話し合いに時間がかかったことが理由の一つである.これは,考察で述べたように子どもたちが学習する場面の適時性や他教科との関連を明確にする事とその時間に定着させる学習内容を価値を感得しながら理解させる事で改善することができる.このことから授業がさらによりよいものにしていくことが出来ると考える.故に,今回の実践は子どもたちが学び甲斐をもって授業に取り組むことが出来た授業の１つであると考えることが出来る.また,今後このような内容で教材研究や学級運営をしていくことで子どもたちは,算数のよさや価値を認めながら授業を楽しむことが出来ると考えている.

一方で,今回の内容が表現にまで高める必要があるのかについては,対象とした学年が５年生であったことを考えると異論のあるところであろう.今後も自らの実践を含めて批判的に見ていくことでその価値を高めていきたい.

また,今回の実践内容のような内容を他の単元でも教材開発を進めることが肝要である.一方で特殊性のある課題での授業であったこともあり,より一般化した課題にする意味や価値があるのかを検討していくことも今後の課題である.

６．おわりに

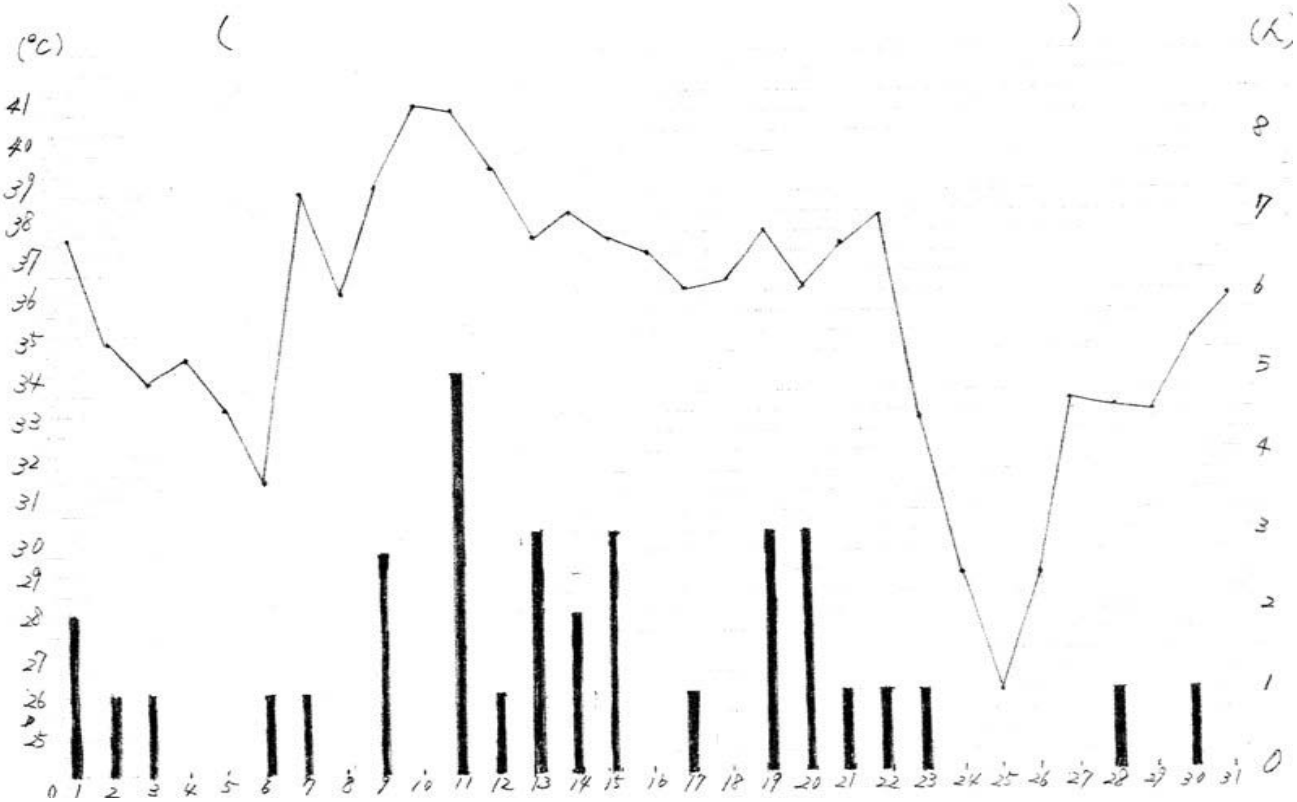
教師が行う日々の実践が子どもたちの将来にとって価値のあるものであることを実感しながら実践が出来る事は，教える側にとって最も喜びとするところである.教師が子どもたちにとっての学び甲斐を持つ内容を指導しているという実感を持つことで，子どもたちにとっても教師にとっても価値の高い実践が日々行われることになると考えられるからである.

算数の毎日の授業を上記のような内容として高めていく時，日々の実践内容は子どもたちの将来にとってより価値の高いものと成るはずである.

筆者の実践が一つでもその役に立つことを願ってやまない.

この授業の実践にあたっては，前静岡大学の長崎栄三先生と國學院大學の滝井章先生を初めとするこの会で研究をしている先生方にも多くの示唆をいただいた.また，この授業を行うにあたって快く実践の場を提供して下さった船津小学校の教職員の皆様にも紙面を借りてお礼を述べたい.

（資料１）当日使用した平成 25 年 8 月の甲府市の最高気温の推移と救急搬送者数



（参考文献）　学習指導要領　算数編　平成 20 年度版　文部科学省

長崎栄三（代表）(2011)「数学教育におけるリテラシーについてのシステミック・アプローチによる総合的研究」

長崎栄三（代表）(2014)「数学的リテラシーについての生涯モデルの構成と理論的枠組みについての研究」

長崎栄三・滝井　章編(2007～2010)　算数の力を育てる　１～４巻　東洋館出版社

(資料２)

熱中症による救急搬送件数(平成 25 年 8 月中)　甲府地区消防本部

月　日	曜　日	件　数(件)	最高気温(℃)
8 月 1 日	木	2	３７．４
8 月 2 日	金	1	３４．８
8 月 3 日	土	1	３３．８
8 月 4 日	日	0	３４．４
8 月 5 日	月	0	３３．１
8 月 6 日	火	1	３１．３
8 月 7 日	水	1	３８．５

8月 8日	木	0	３６．０
8月 9日	金	3	３８．７
8月 10日	土	0	４０．７
8月 11日	日	5	４０．６
8月 12 日	月	1	３９．１
8月 13日	火	3	３７．４
8月 14日	水	2	３８．０
8月 15日	木	3	３７．３
8月 16日	金	0	３７．０
8月 17日	土	1	３６．１
8月 18日	日	0	３６．３
8月 19日	月	3	３７．５
8月 20日	火	3	３６．１
8月 21日	水	1	３７．２
8月 22日	木	1	３７．９
8月 23日	金	1	３２．８
8月 24日	土	0	２８．９
8月 25日	日	0	２６．０
8月 26日	月	0	２８．８
8月 27日	火	0	３３．３
8月 28日	水	1	３３．１
8月 29日	木	0	３３．０
8月 30日	金	1	３４．７
8月 31日	土	0	３５．８

（最高気温は，甲府地方気象台のデータ）

中学校の図形指導で何を育てるか

太田　伸也
東京学芸大学

１．はじめに

本稿は，数学的リテラシーの生涯モデルについての議論の中で，中学校の図形指導について考えてきたことを書き留めたものである。自分にとっての今後の研究への手がかりとしたい。

図形指導の目的は空間観念の養成である。この「空間観念の養成」に図形の論証指導がどのような役割をもつかは,「論証指導」の捉え方によるであろう。中学校の図形指導が背負い続けている「論証指導」をどう考えるかということ，その上で，空間観念の養成とは何かを明確にすることが，図形指導の目標や具体的なカリキュラムを考える上で欠かせないと考える。本稿では，この２点を意識し，中学校の図形指導における論証の扱い，および，空間観念の養成の一側面として空間図形の指導についての考えを述べることにする。

２．中学校の図形指導における論証の扱いについて

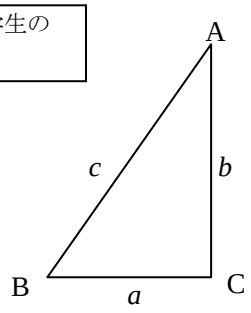
（1）生徒の状況から

次に示す２つの問題は，中学校教員養成課程の授業で取り上げるものであり，中学校の論証指導のあり方や体系的論証について考えるきっかけとしている。発端は，いずれも学生からの質問や授業中の議論にある。

【問題１】

ある大学生（または高校生）が，ピタゴラスの定理の証明を次のように考えた。
この証明は正しいか（検討すべきことは何か)。

ある大学生の「証明」



∠C＝90°の直角三角形 ABC において，

$\sin B = \dfrac{b}{c}$，　$\cos B = \dfrac{a}{c}$

$\sin^2 B + \cos^2 B = 1$　より，

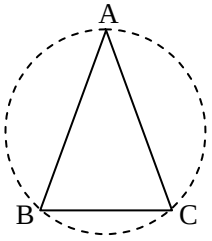
$\left(\dfrac{b}{c}\right)^2 + \left(\dfrac{a}{c}\right)^2 = 1$

ゆえに　$a^2 + b^2 = c^2$

【問題２】

中学校卒業間近の３年生（あるいは高校生）が,「二等辺三角形の底角は等しい」ことの証明を次のように考えた。この証明は正しいか（検討すべきことは何か)。

ある生徒の「証明」



二等辺三角形 ABC の外接円をかく
　仮定より　AB＝AC
弦が等しければ弧も等しいので
　弧 AB＝弧 AC
等しい弧に対する円周角は等しいから
　∠B＝∠C

問題１について，「$\sin^2 B+\cos^2 B=1$ はピタゴラスの定理を元にしている」ことに気づき循環論法であることを指摘するまでには時間がかかる場合が多い。最初のうちは正しいのではないかという意見が多数になることもある。

問題２については，たとえば問題１を通して循環論法に注意しなければならないという議論を経た後でも，「円周角の定理の証明で二等辺三角形の底角が等しいことを前提として用いている」ことが明らかになるまでには相応の議論を要する。ここでも「正しいのではないか」という意見が多数を占めることがあり，「外接円が必ずかけることは保証されているか」，「（この場面で）弦が等しければ弧が等しいと言ってよいか」等々，証明で用いられている性質の根拠を探っていく場面として取り上げる価値があると思われる。

これらのことからわかるのは，現状では，中学校・高等学校の数学を成功的に学んできた学生でも，体系的論証（島田，1990a）の理解は不十分であるということである。そして，「証明とは命題が正しいことを別の既知の事柄を使って説明することである」というように理解している場合が多いと思われる。

一方，中学生の証明に対する理解の現状は，全国学力学習状況調査等で示されている。証明の意義の理解について，たとえば，図の代表性についての理解に課題があり，図の見え方が変わると同じ仮定であっても証明し直さなければならないと考える生徒がいること（平成 20 年）や，「演繹の意味を理解できている生徒は 30%程度であり，帰納的な説明も演繹的な証明と同様であると考えている生徒が 20%以上いること，帰納的な説明でも数を増やせば証明になると考えている生徒が 30%をこえること」（平成 21 年）等が指摘されている。

以上のような現状の捉え方としていくつかの可能性がある。論証指導をもっと徹底して中学校卒業段階でもっと体系的論証に近づけるようにするという捉え方もあるかもしれないし，論証について理解していく過渡的な状況として受け入れるという捉え方もあるだろう。この点について，「二等辺三角形の底角が等しいことの証明」を例に取り上げて検討してみたい。

（2）局所的論証の立場から

島田（1990a）は，証明の意義を二つに分け，「今問題にしている対象についての新奇な命題がほんとにいつでもそうなるのかということをすでに知っている知識を総動員して行う証明」を局所的論証，「証明する命題自身はすでにわかっているものの，問題点はこれが他のもっと一般的な命題からの帰結であり，したがってこれを独立なものとして扱う必要はないことを明らかにするもの」を体系的論証とよんでいる。前者は「興味ある性質の探究の手段」であるとし，三平方の定理や円周角の定理の証明を例に挙げている。また，後者は「理論体系全体の整合性と審美性を求める立場」であり，「自明と思われる二等辺三角形の底角の相等を，三角形の合同条件というもっと一般的な命題から導けることを示す」ことを例に挙げている。そして，「中等教育における幾何学は，経験空間のモデルとしての幾何学であり，いわば経験空間に対して自然科学的な立場で取り組んでいくものである。図形の面白い，あるいは有用な性質を探究していくのであって，そこで発見された諸性質を体系的に組み直すことは，後の段階の仕事である。」と述べている。（島田,1990a）

このことは，演繹について，前田（1995）が次のように述べていることと同じである。

> 科学や数学では，真と認められているいくつかの関係から，論理的な手続きで，つぎつぎに別の関係を導き出す推論形式を演繹というが，演繹には，それが観照的，静思的に働く面と，探究的，能動的に働く面とがある。一つの領域の知識全体を，いくつかの根拠となる命題から

の演繹的推論により，整合的な一つの理論体系に組み立てるのが，演繹の観照的，静思的な働きである。それに対して，科学や数学の探究において，何か新しい事実を察知したとき，それの正否を，確実な論拠からの演繹的推論によって確かめるのが，演繹の探究的，能動的な働きである。

科学や数学の生動的な思考活動で，演繹の能動的な面が，帰納と一体になって，発見的，問題解決的な働きをしていることの意義の重要さについては，‥‥‥（略），各所で述べてきた。それをあえてむし返すのは，演繹といえば世間一般には，その観照的，静思的な面のイメージが強く，中学校の論証の指導も，それを探究的な手法として身につけさせるという姿勢よりは，その観照的な面の一端に触れさせるという姿勢のように，見受けられるからである。そういう指導の姿勢が，論証を子どもに親しみにくくしていると，思うのである。

演繹の観照的な面が求められるのは，知識系全体の見通しをよくすることが必要になったときであるが，初等図形教育について言えば，それは初等図形教育の過程を一応終え，それを反省して，さらに高度な図形領域の探究を志そうとするときであって，初等図形教育の過程内の問題ではない。しかし，初等図形教育における図形の認識も，もちろん全体として論理的に整合でなければならない。そうでないと，学習に混乱や，理解にゆがみが起こるからである。‥‥（前田，1995，pp.154-155）

（1）で述べた生徒の現状も，「二等辺三角形の底角が等しいことの証明」等の学習を通して体系的論証について理解すること，演繹の観照的，静思的な働きを理解することは難しいことを示している。中学生にとって，局所的論証の立場で証明指導を考え，演繹の探究的，能動的な働きを体験させようとするのであれば，証明の対象とする図形の性質は，「二等辺三角形の底角が等しい」ことではなく，「証明しようとする命題は，いわばビックリするようなもので，それがほんとだと確信する手段が証明である」（島田，1990a,p.80）というものの方がよい。

これまでに指摘されてきた問題点やその解決への方策には，局所的論証の立場に立とうとするものと，体系的論証への志向をもつものが混在していると考えられないであろうか。演繹が探究的，能動的に働く面（前田，1995）を重視するのであれば，局所的論証の立場から，考える対象とする図形の性質の吟味も必要である。（1）との関連でいえば，体系的な論証，演繹の観照的，静思的な働きについては，例えば教員養成課程の学生など，後に振り返って整理する場面でその価値と必要性が認識されると考えられる。

（3）中学校の図形指導における論証の扱い

（1），（2）から，中学校の図形指導における論証を次のような立場で考えるのはどうだろうか。

・中学校における図形の証明指導は，局所的論証を学ぶ場である。図形の面白い，あるいは有用な性質を探究していく活動であり，新しい性質が正しいかどうかを，演繹的推論によって確かめるという探究的，能動的な活動である。

・小学校で学んできた図形の性質は原則として公理とし，子どもにとってその必要が生じたときに証明の対象にする。

二等辺三角形の底角定理に代表される「生徒にとって自明の命題」の代わりに，図形の面白い性質，有用な性質を対象とすることで，証明指導の本来のねらいをより効果的に実現できるのではないかという立場である。この立場からは，これまで扱えなかった面白い図形の性質を対象とすることができるようになる。空間図形の面白い性質，有用な性質の扱いもその典型例である。

具体的な教材とその扱いについては，今後の課題としたい。次に，その１つの可能性として，空間図形の指導について考える。

３．空間図形の指導について

（1）空間図形指導の目標

図形指導の目的としての「空間観念の養成」を考えるために，島田（1990b）が「空間の想像力」について述べている部分を参考にする。「空間の想像力」というと，空間図形指導の目標の一部，特に実用性に焦点があてられているようにみえるが，陶冶性や文化性を含むものであることがわかる。

具体的には，「1．経験的な世界に，抽象的に構成された幾何的な対象や関係と局所的に同型なパターンを同定できること。」「2．頭の中で図形を考え，それに幾何学的操作を施した結果を，模型や図を用いずに想像できること。」「3．空間で，いろいろなところに基準点と基準の方向を移して考えられること。」の３つの柱に分け，このそれぞれについて，次のような例が挙げられている。1。については，まっすぐな鉄道線路を平行な２直線と見とることがその例である。2．については，１つの図形から，もう１つの別の図形を幾何学的に構成することをさし，「a．三次元の図形から三次元の図形へ」「b．三次元のものから二次元のものへ」「c．二次元のものから三次元のものへ」の３つがある。たとえば，(a)面対称移動や点対称移動などの合同変換，(b)立体の切り口や展開図を考えること，(c)平面の回転で回転体，平面の平行移動で柱体をつくること，平面で示された図から空間の図形を想像すること，などである。3．については，“地下鉄で改札口を出て地上のよく知っている出口に出ようと思ってもなかなか方向がはっきりしないこと”や，“プラモデルの組立図を見て，どの部品をどの位置につけるかがわかっても，左向きか右向きかの別には迷うこと”などである。

このような観点から中学校の空間図形指導の現状をみると大きく異なることがわかる。空間図形の扱いは主として第１学年に位置づけられているが，空間図形についての理解や計量に関する能力を伸ばすことの方に重点が置かれている。観察，操作や実験などの活動を通して学ぶことを含め，その内容の中に上記に関係するものがあっても，その価値を空間図形に即して明らかにするには至っていない。問題解決のために空間図形を把握したり解釈したりする方法に焦点をあて，現在とは異なるカリキュラムや指導法が考えられるのではないか。また，特に第２学年以降に空間図形の扱いがみられないのは，いわゆる論証指導の対象として平面図形の性質が取り上げられ，空間図形を同列に取り上げることは難しいことが大きな理由の１つと考えられる。これに対しては，局所的論証（島田，1990b）を学ぶ場と位置づけ，空間図形の有用な性質を見出しその正しさを認めていく場面に証明を取り入れていく可能性を探ることはどうだろうか。

（2）「空間観念の養成」を具体化するための「対象／視点」の枠組み

空間図形についての知識や技能ではなく，問題解決のために空間図形を把握したり解釈したりする方法に焦点をあてたカリキュラムや指導法を考えるためには，空間図形を観る活動を分析し価値付ける枠組みが必要である。これは，空間観念の養成とは何かを活動として具体化することとも考えられる。

そこで，空間図形を観る活動を分析し価値付ける枠組みとして，何をどこから観るか（対象／視点）を考えることにした（太田，2013）。直接観ている対象が空間図形か，その平面への表現なのか，また，視点だけでなく対象がどのように変わるのかを合わせて分析できるようにすることが，空間図形を観る活動のプロセスの把握に必要であり，対象／視点の決定や変容を自ら行えるように

することが空間の想像力（島田，1990b）にとって重要な要素であると考えたものである。

具体的には，次の通りである（太田，2013）。

『　空間図形を観る活動を分析し把握することを想定し，対象を観る観察者の位置を視点ととらえるとき，①観る対象と②そのときの視点について，それぞれ次の場合が考えられる。

①対象について

・実世界の事物や模型など実際の空間図形（視覚で観ている場合）･･･「F」とする

・見取図，投影図や展開図などの空間図形の 2 次元表示（視覚で観ている場合）･･･「F_2」とする

・頭の中で想像している図形（視覚には頼らない場合）･･･「Fi」とする

②視点について

・視覚における実際の視点（目の位置）･･･「V」とする

・頭の中で想像している視点（第二の自分の視点であり視点も対象化されている）･･･「Vi」とする

上記①，②をもとに，何をどこから観るかということを表 1 のように F/V（対象／視点）で表す。

表 1　「対象／視点」による枠組み

対象　＼　視点	視覚の視点 V	想像の視点 Vi
実際の空間図形 F	F/V	F/Vi
2 次元表示　F_2	F_2/V	F_2/Vi
想像の図形　Fi	Fi/V	Fi/Vi

表 1 で，F/Vi，F_2/Vi，Fi/V の 3 つの場合に対応する活動が他と比べてわかりにくいかもしれない。これについては，次のような場合を想定しておく。

F/Vi･･･例えば，目前にある空間図形について，その図形を後ろから見ようとすること

F_2/Vi･･･例えば，目前にある立体の展開図について，裏側から観て考えようとすること

Fi/V･･･例えば，2 本の竹ひご（直線）で決まる平面のように，視覚に頼って新たな図形を観ようとすること

表 1 の「対象／視点」は，空間図形に関する問題解決のプロセスにおいて，何をどこから観ているかという，いわば空間図形に関する観察や議論の前提である。これを捉えることで，視点の決定や変更をどのように行なっているかを明らかにすることができる。「対象／視点」の同定の方法は事例を通して具体的に検討する必要があるが，対象が「F」，「F_2」で視点「V」である場合は問題解決者（生徒）の活動の観察からその把握が比較的容易であっても，対象「Fi」と視点「Vi」が想定される場合はそれが発話や記述等に表現されていないと把握が難しいことが考えられる。

ここで，視点の決定や変更ということの意味について検討する。視点の決定や変更を表 1 に対応させると，文字通り V，Vi の決定や変更を意味する。しかし，何をどこから観るかが問題であり，このことは観る対象 F，F_2，Fi の決定や変更にも依存する。対象と視点の両方が変わる場合だけでなく，一方が変わる場合も重要な意味をもつ。従って，視点だけの決定や変更として論ずるのではなく対象／視点の組で考えること，すなわち，対象に対する観察者の位置だけでなく，どの対象の何を観るかも合わせて考えることが必要である。このように考えると，たとえば視点の変更と言われてきた事柄は，「対象／視点の変容」と解した方がよい。』（太田，2013）

次に，いくつかの例を取り上げて考察する。

（3）中学生の校外学習の場面から

先に取り上げた「3. 空間で，いろいろなところに基準点と基準の方向を移して考えられること。」に関して島田（1990b）が挙げていた例“地下鉄で改札口を出て地上のよく知っている出口に出ようと思ってもなかなか方向がはっきりしないこと”に類似な場面を，対象／視点の枠組みで考察してみる。校外学習の一場面で，生徒が現地で地形について説明を受けるところである。

(ｱ) 地図と現地とを対応させながら地形を観察する

生徒の活動は次の通りである

①展望台で立体地図を用意する

②地図のＡ山（自分のいる場所）とＢ山の位置を，実際のＢ山を見て合わせる。

③これによって地図と現地が対応する。（写真参照）





②について対象／視点を考えると次のようになる。

・実際の地形（例えばＢ山）を自分のいる場所から観る（F/V）

・地図上の対象（例えばＢ山）と自分のいる場所（Ａ山）を真上から観る（F_2/V）

・地図上の２地点（Ａ－Ｂ）と実際の場所（自分－Ｂ山）を対応させ方向を合わせて観る（F/V）

・地図上のある地点Ｃと A,B との位置関係を真上から観て，実際のＣの場所を自分の位置Ａから観るときの方向と距離を想像する（F_2/V）（F/Vi）→　それを実際に確かめる（F/V）

このように，地図上の点をみる視点（自分の位置を対象化）と，その場所で風景を見る自分の視点の両方が存在する。空間に直線を想定すること（幾何化）と空間の２点で直線を決定することとの対応も見られる。平面図形の性質との関係では，２つの図形――地図と風景に重ねて観ている数学的モデルとしての図形――を相似の位置に置き，対応する点を見出す活動と解釈することができる。一方の図（地図）には点についての情報が与えられており，それをもう一方の図（現実場面を捉えるモデルとしての図形；人間が現実場面に重ねてとらえている）に置き換えて把握する作業である。現実場面をみるときには自分が相似の中心であるが，それと同時に，地図をみるときには相似の中心は自分を離れ対象化して捉えている。この活動は，平板測量と同じとみることができる。

(ｲ) ３地点を用いて地図と現地とを対応させる

生徒の活動は次の通りである

①高台からの景色を見て，指示された３つの場所（Ｂ山とＤダムとＥ丘陵）を見つける。

②立体地図を観て対応する 3 点をとらえ（三角形どうしを）合わせるようにして地図の向き風景に合わせる

③それ以外の場所について地図と現地を対応させて観察する



②について対象／視点を考えると次のようになる。

・実際の地形（３つの場所）を自分のいる場所から観る（F/V）

・地図上の対象（３点）を真上から観る（F_2/V）

・地図上の三角形の向きを実際の３つの場所と合わせて，自分を相似の中心として相似の位置になるようにする（F/V）

(ｱ)との違いは，自分のいる場所を対象化していないことである。地図上での自分の位置が把握しにくい場合などは，この方法が有効と思われる。

(ｳ) 風景を視点を変えて観る

生徒は，次のような解説を聞きながら，河原を観察する。

①「川の右岸，左岸とは，川の流れの方向に対しての向きである」ことを知る（Fi/Vi）

②川の上流を観て，「自分のいる場所は右岸か左岸か」を考える（F/V，F/Vi）

③「川が蛇行しているとき，岸にぶつかり壁をつくる方を攻撃斜面，反対側で河原をつくる方を滑走斜面という」ことを知り，実際の川を観察する（F/V，F/Vi）

このような場面でも，対象／視点を変更しながら観察していることがわかる。

(ｴ) ロープを使って急斜面を上り下りするときの身体の向き

生徒は「斜面を下りるときは，ロープにしがみつくと体が斜面と平行になってしまうので，体を斜面と垂直にして，斜面にしっかり足をつけるようにする」という説明を聞く。（F/V，Fi/Vi）

これは空間における直線や平面の位置関係であるが，対象／視点の変更がその理解に影響すると思われる。

(ｵ) 地学の専門家の方の会話から

次のような会話を耳にした。

「コンピュータ等で，すべての三角点の GPS 情報が得られるようになった。地図がいらなくなった感じがするが，地図が読めないと困る。カーナビは，自分の進行方向に地図を合わせてくれるが，我々（地学・地理の専門家）は，北は北にしておく。そうしないと，方向がわからなくなる。カーナビのように進行方向に合わせると目が回ってしまう。」

(ｱ)～(ｳ)で考えてきたことと関係が深い。実際の風景を自分の目で見る（F/V）ことと，地図を観る（F_2/V）こととをどのように対応させるかという問題である。方位を固定して地図を観る（F_2/V）ことは，実際の風景を見ている自分（F/V）を対象化して（Fi/Vi）地図の向きに対象／視点を一致させるという変更を行うことと考えられる。これができないと，地図の情報から現地での方向をコントロールすることが難しい。これは対象／視点についての議論に重要な示唆を与えてくれている。

（4）模型作りにおける対象／視点の変容

最後に，模型づくりを取り入れる授業について考える。空間図形の指導において，模型を作りながら考えることの価値は多くの側面から議論されてきた。一般的な「教育における作業」の価値に通じることはもちろんであるが，ここでは，空間図形を観る対象／視点の決定や選択が行われる活動としての価値に着目する。

(ｱ) 問題について

正四面体から正八面体を切り出す場面，あるいは逆に正四面体と正八面体(その半分の正四角錐)についての問題は，空間図形の教材としていろいろな扱いが紹介されている（高橋，1991)。模型づくりの有効性，空間図形の多様な見方や考え方（切断，投影，展開)，等々に焦点があたることが多いが，対象／視点の枠組みでその価値を見直してみたい。

島田（1995）は，空間の想像力について述べる中で，「2．頭の中で図形を考え，それに幾何学的操作を施した結果を，模型や図を用いずに想像できること。」（p.94）の例として，この問題を取り上げている。

「目を閉じて正四面体を思い浮かべてほしい。１頂点に集まる三つの辺の中点を通る平面で，これを切り頂点のあった側を切り落とす。これをどの頂点についてもやってみる。残った立体はどんな立体になるだろうか。」･･･「頭の中だけでむずかしかったら，見取り図を書いて試みてほしい（ここではわざと図をつけない)。答えは正八面体である。こんなときの頭の中で進んでいく過程が，空間想像力の重要な側面の一つである。」「ここでいう幾何学的操作というのは，広義のものであるが，学習に伴って豊かになっていく性質のもので，天与のものではない。一つの図形から，もう一つ別の図形を幾何学的に構成することをさし，次のように区別される。・・・」（p.94）

対象／視点の枠組みは，ここでいう幾何学的操作を学習者の活動としてみることであり，それ自体を学習の目標にしようとすることである。

(ｲ)「対象／視点」を意識した教材研究

「正四面体の１頂点に集まる三つの辺の中点を通る平面でこれを切り，頂点のあった側を切り落とす。これをすべての頂点について行うと残った立体はどんな立体になるか。」という問題について，できるだけ模型等を見る活動（F/V）を取り入れることを前提に，対象／視点の枠組みから次の３つに大別してこの問題解決について考察する。

①正四面体の模型を切って考える　(F/V→F_2/V)

②切りとった４つの小正四面体を組み合わせて観察し内部に残る立体を観る（F/V→Fi/V）

③正四面体と正八面体を組み合わせた模型を観察し振り返る　(F/V→Fi/Vi)。

①正四面体の模型を切断し切り口を観る (F/V→F_2/V)

正四面体の模型を，１頂点に集まる３つの辺の中点を通る平面で１回切断する。（図 1）

これを切断面に垂直な方向から観ると（F_2/V）図 2 になる。また，側面に垂直な方向からみた場合（図 3 左）と，側面を“真横”から観た場合（図 3 右）との区別も意識しておく（F_2/V)。

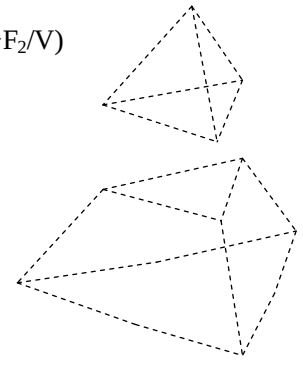


図 1　正四面体の切断

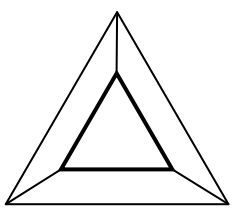


図 2　切断面を正面に観る

どちらも切断面の正三角形の１辺の実長が表れるが，切断面を直線に観るのは後者である。

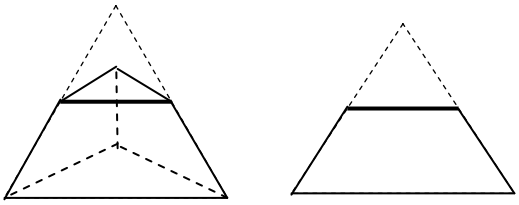


図３　側面をそれに垂直な方向から観る場合（左）と切断面を直線になる方向から観る場合（右）

②４つの正四面体を合わせて内部を観る（F/V→Fi/V）

正四面体の模型を，１頂点に集まる３つの辺の中点を通る平面で１回切断すると，４つの小正四面体と正三角形の切れ端が４つ残る（図 4）。ここから図５のように小正四面体を組み合わせて内部に残る立体を探り，試行錯誤を経て図６のように正八面体が切り出せることに気づくという活動が多いが，この過程での対象／視点の変容を意識し明確にすることが必要である。また，正八面体であることに気づいた後の振り返りで，対象／視点の変容を意識しておくことが必要である。

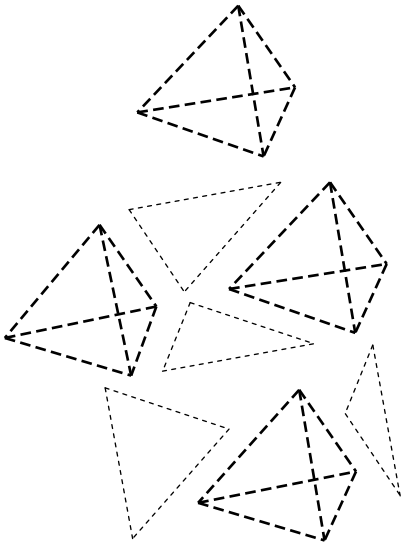


図４　元の正四面体を切り分ける

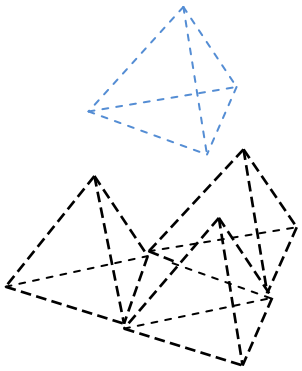


図５　３つの小正四面体を組み合わせる

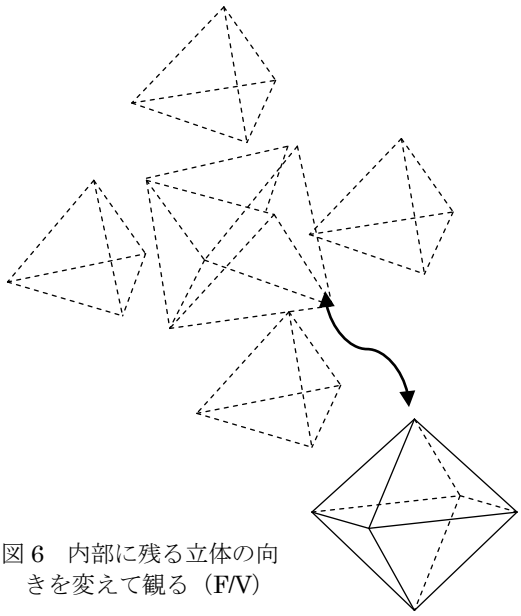


図６　内部に残る立体の向きを変えて観る（F/V）

図７は，図５の観察過程で，内部に残る立体の１つの頂点，また，その頂点に集まる面を対象としてそれを観る視点を捜そうとするものである。内部にのこる立体の一部しか視覚では捉えられないので，足りない面を想像しながら視点を探る（Fi/V）。頂点を正面とする視点を見出すこととその頂点に４つの正三角形が集まることを見出すことは相互に結び付くだろう。また，図７の左と右の場合で，対象とする頂点は異なるが，頂点としては合同であることに気づくことも大きな役割を果たす。

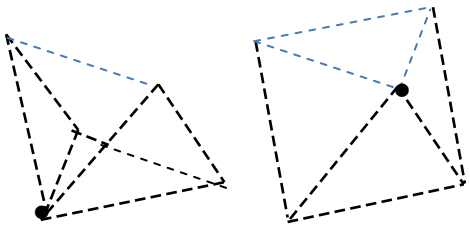


図７　１つの頂点に集まる面を観る

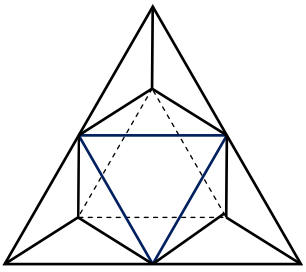


図 8　３つの小正四面体を並べた図５を真上から観る（F_2/V）

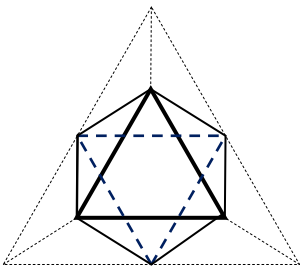


図９　図８で内部の立体を想像し真上から観る（Fi/V）

図 8 は，図 5 を真上からみたところである（F_2/V）。図 2 に対してさらに分割を繰り返したものであり，切断面を真上からみているともいえる。このときの対象は元の正四面体，あるいはその一部である切りとられた小正四面体である。図 9 は，図 5 を真上から観るという視点は同じだが，内部に残る立体の方に対象を移している。

③正四面体と正八面体を組み合わせた模型を観察し振り返る　(F/V→Fi/Vi)

図 5 から，内部に残る正八面体の向かい合う面を対象として観察する。上の面の形は，図 2 のように正三角形であり，底面（下の面）も図 5 から正三角形である。この２つの面は，図 3 右のように，“真横”から観ると平行である。2 つの面を真上から観ると，図 9 の一部に表れるように，中心が一致し互いに 60° 回転で重なる。さらに，図 10 で，上の面と下の面についている正三角形の面を観ると，図 11 のように，それぞれの辺に正三角形が 1 つずつ付いている。これは，正八面体を「正三角反柱」(※) として観ることである。

※正多角反柱　「合同な２つの正 p 角形を π/p だけずらし，中心を結ぶ線が両面に垂直になるようにし，適当に離して，側面が交互に上向きと下向きの正三角形になるようにした多面体。p が 3 のときは正八面体である。また p が 5 のときは，上下の面を正五角錐でふたをすれば正二十面体になる。」（一松，2002）

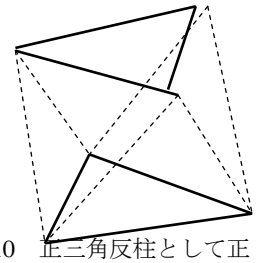


図 10　正三角反柱として正八面体を観る（F/V）

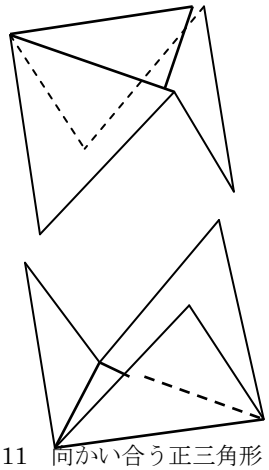


図 11　向かい合う正三角形を観る ; 正三角反柱 (F/V)

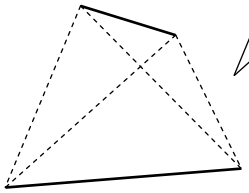


図 12　正四面体の対辺の組を観る（F/V）

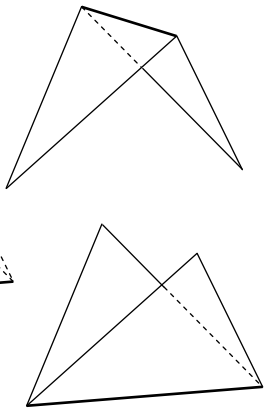


図 13　対辺につく正三角形と 90° 回転（F/V）

これは，正四面体を図 12 や図 13 のように垂直な対辺に着目して観る場合と似ている。正四面体を 1 辺が点になる方向から観ると図 14 左であり，2 辺に垂直な方向から観ると図 14 右である。

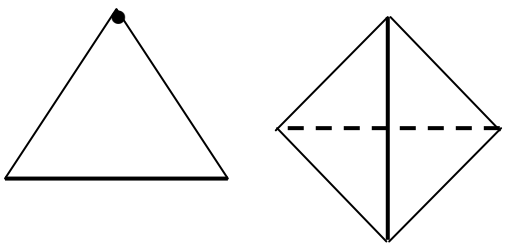


図 14　正四面体を垂直な対辺に着目して観る（左）1 辺と平行な向き（右）2 辺に垂直な向きな

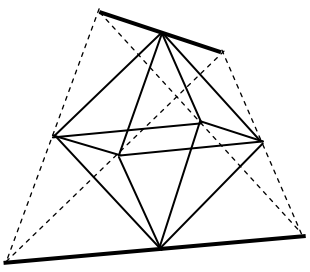


図 15 正四面体の向きを変えて正八面体を切り出す（F/V）

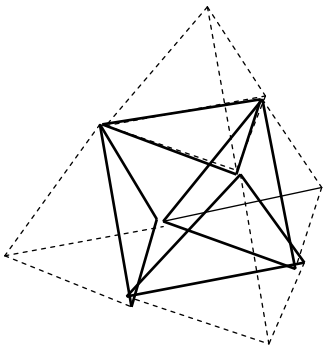


図 16　正四面体の内部にある正八面体（F/V）

元の正四面体を図 12 の向きで捉えて，同じ作業をすると，図 15 のように観ることができ，この

場合は図 16 と比べて正八面体がみえやすい。（この問題の難しさの 1 つは，正四面体を切断した後に内部に残る正八面体が，“見慣れない向き”に置かれていることにある。元の正四面体を“見慣れている向き”に表せば図 16 であるが，図 15 のように観ることで正八面体の方が見慣れている向きになる。）

(ウ)模型づくりを取り入れた活動における対象／視点についての考察と課題

対象／視点の枠組みで教材の価値を考えるとき，②の過程でこの両者を同じものと観られるようにするとともに，対象の向きを変えるだけでなく，視点を変えてこれらを観ることの意識化が重要である。たとえば，図 15 と図 16 の見方について，対象／視点（どの部分をどの方向から観るか）を明確にして関連づけたり，正四面体，正八面体それぞれについて対象／視点を変えて観たりすることは，それぞれの立体の理解を深めることだけでなく，むしろ，問題解決に都合のよい対象／視点を見出して考える活動として価値がある。

なお，この問題は正四面体と正八面体による空間の敷き詰めにつながる。さらに，立方体から正四面体を切り出す問題と合わせ，対象／視点の枠組みで考察する場面がたくさんあり，研究の途中である。

４.まとめと今後の課題

(3)で取り上げた現実場面での活動や「測量」などと，模型づくりを取り入れる活動とに共通する観点として「対象／視点」の枠組みをみることができる。対象／視点の枠組みを活かす事例を増やすこと，また，局所的論証の立場から論理的な考察を取り入れることとの関係で空間図形教材を再検討することが今後の課題である。

たとえば，その事例の１つとして，「測量」を活動とする授業について対象／視点の枠組みで考察し，測量の教材としての価値を対象／視点の選択や変容に見出すことなどが考えられる。「測量」そのものの実用的な価値ではなく，この活動が対象／視点の決定や選択に関わる様々な活動を伴うということに価値が見出せるのではないかということを考えるのである。

引用・参考文献

一松信.(2002).『正多面体を解く』. 東海大学出版会.pp.86-87

前田隆一.(1995).『小・中学校を一貫する初等図形教育への提言』.東洋館.pp.154-155

太田伸也.(2012).「空間図形の問題を解決する活動についての一考察」.日本数学教育学会 第 45 回数学教育論文発表会論文集.pp.599-604

太田伸也.(2013).「空間図形を観る視点について」.日本数学教育学会誌 数学教育論究 95 巻 臨時増刊 第 46 回秋期研究大会特集号.pp.33-40

島田茂.(1990b). 空間の想像力.『教師のための問題集』.共立出版.pp.94-101

島田茂.(1990a). 証明への導入.『教師のための問題集』.共立出版.p.80

高橋均.(1991).「四面体＋五面体＝？」.杉山吉茂 編著『中学校数学ときにはこんな授業を:課題学習』.東京書籍

数学教育における「批判的思考」の具体化に関する「算数・数学と社会・文化のつながり」研究からの示唆

久保　良宏
北海道教育大学旭川校

１．はじめに

数学教育における「批判的思考」は，数学的リテラシーについて考えるうえで極めて重要な着眼点である(長崎，2011)。

「批判的思考」の特徴は，問題の明確化，事実と価値の区別，正当な主張か否かの区別，一般化への注意，感情的な推論や先入観の排除，他の解釈の発見などであり，「批判的思考」は，反省的思考や論理的思考を包含する幅広い概念であると捉えられる（久保，2011)。

筆者は「批判的思考」を，「対話により課題が明確になり，その解決に向けて情報を精査し，自他の考えを対比しながら他者の立場に立って検討し，公平，平等といった概念を加えながら先入観にとらわれることなく真実により近づいていくもので，そのすべての過程において民主的な社会の構築という目的に対する態度形成が求められるとともに，文脈に適切な背景となる知識やストラテジーが重要な意味を持つ」と捉えることができると考えた（久保，2012)。

ここでは，あらゆる場面で「対話」が重要な意味を持ち，数学的コミュニケーションの活発化について検討した筆者の数学的コミュニケーション研究（例えば，久保，1998）を省察的に捉えることにつながった。数学的コミュニケーションの活発化には，発散と収束の繰り返しが重要であると捉えていたが，キー・コンピテンシーにも影響を与えたフレイレの主張（フレイレ，1979）から示唆を得て，「批判的思考」から数学的コミュニケーションを捉え直すと，発散は「矛盾」の検討の場であり，収束はその矛盾を解決して「統合」に向かう場であると考えることができた(久保, 2013a)。

一方，数学教育における「批判的思考」の具体化では，目標概念と方法概念の両面から検討する必要があると考えるが，方法概念に着目すると，「a. 社会的な問題の考察に数学を批判的に用いる」，「b. 算数・数学の問題の解決過程を批判的にみる」，「c. 数学そのものを批判的に捉える」の 3 つの視点から検討する必要があると考えた。ここでは，これまでの数学教育研究で検討された教材や授業実践を振り返ることから多くの示唆を得ることができた（久保・谷口，2014：久永・谷口・太刀川，2014)。

しかし，「批判的思考」を数学教育で具体化するうえで最も重要であると考えられる「a. 社会的な問題の考察に数学を批判的に用いる」については，充分な検討がなされないまま今日に至っている。

このような状況の中で，“社会的な問題”に着目して考察を深めるには，筆者も参加した長崎榮三の「数学と社会的文脈に関する研究」（基盤(B)，平成 6 年度～平成 8 年度)，「算数・数学科における総合的な学習」（基盤(B)，平成 9 年度～平成 11 年度），「高等学校の科学教育改革に関する総合的研究」（基盤(A)，平成 11 年度～平成 14 年度）などの研究（以下，「算数・数学と社会・文化のつながり」研究と記す）に振り返って検討する必要があると考えた。

本稿では，「批判的思考」の具体化について，「a. 社会的な問題の考察に数学を批判的に用いる」ことに焦点をあて，「算数・数学と社会・文化のつながり」研究をまとめた『算数・数学と社会・文化のつながり～小・中・高の算数・数学教育の改善を目指して～』（長崎，2001a，明治図書）で検

討された教材や授業実践を振り返る。

２.「算数・数学と社会・文化のつながり」研究

数学教育では，数学そのものの発展性と数学の社会的有用性の両面に着目して検討することが重要である。本稿で着目する「算数・数学と社会・文化のつながり」研究は，後者に着目したものである。

「算数・数学と社会・文化のつながり」における「社会」とは，現実，実世界，自然環境，情報社会,創造的な社会などといわれる子どもを取り巻く広い意味での社会を総称している(長崎,2001)。

なお，この研究は1994年から長崎榮三を代表に継続的に行われ，飯田由美子，五十嵐一博，牛場正則，久保良宏，島崎晃，島田功，高橋広明，西村圭一，久永靖史，牧野宏，　柗元新一郎，宮井俊充らが参画した。

この研究では，小・中・高の児童・生徒を対象とした調査研究（長崎，2000）を踏まえ,「算数・数学と社会をつなげる力」について検討され，この力は表1のようにまとめられた。

表１　算数・数学と社会をつなげる力

A　社会における量・形についての感覚
- A1. 長さの感覚　A2. 広さの感覚　A3. かさの感覚　A4. 重さの感覚
- A5. 角度の感覚　A6. 時間の感覚　A7. 速さの感覚　A8. 形の感覚

B　社会の問題を数学的に解決する力
- B1.　社会の現象を数学の対象に変える
  - B11.　仮定をおく
  - B12.　変数を取り出す
  - B13.　変数を制御する
  - B14.　仮説を立てる
- B2.　対象を数学的に処理する
  - B21.　表・式・グラフ・図で表現する
  - B22.　操作を実行する
- B3.　社会に照らして検証する
  - B31.　予測・推測する
  - B32.　修正する

C　社会において数学でコミュニケーションする力
- C1.　数学的表現から現象を読み取る，伝える
- C2.　数学を使った日常文を読み取る

D　近似的に扱う力
- D1.　近似的に式を立てる
- D2.　近似的に読み取る

「算数・数学と社会・文化のつながり」研究では，この「算数・数学と社会をつなげる力」に照らして教材開発が行われたが，島崎（2001）は,「算数・数学の学習の対象となりうる社会・文化における現象や問題，すなわち，算数・数学の題材は，子どもの身の回りの至るところで見ることが

できる。」と述べ，「算数・数学と社会・文化のつながりに関する場面の分類」として，「A：家庭生活」，「B：学校生活」，「C：社会生活」，「D：交通」，「E：産業」，「F：自然科学」，「G：社会科学」，「H：技術」，「I：スポーツ」，「J：芸術」，「K：ゲーム」，「L：パズル」，「M：遊び」，「N：数学史」，「O：国際理解」，「P：環境」，「Q：福祉・高齢化」を挙げている。

ところで，「算数・数学と社会をつなげる力」の中の特に「 B　社会の問題を数学的に解決する力」は，「数学化」，「数学的処理」，「数学的検証」であり，これは数学的モデル化（実社会や実生活の問題場面からはじまり，実社会や実生活の問題を数学の問題に変換し定式化し，算数・数学において問題の解決を図り，得られた結果をはじめの実社会や実生活に戻して評価する）の過程として重要である。「算数・数学と社会・文化のつながり」研究では，このBに加え「C　社会において数学でコミュニケーションする力」や「D　近似的に扱う力」などにも焦点をあて，小・中・高における算数・数学の教材が開発され，授業実践を行いながらさらなる検討がなされていった。

例えば，西村の実践の「ペットボトルを使ってブイを作ろう！」（小・中・高）は，プールを区切るためのコースを，ペットボトルをつないで作ろうというもので，水面より上に出るペットボトルの高さを，浮かべたときに安定するように適切なものにするには，どれくらいの量の水を入れればよいかを考えさせるものである。ここでは，「B3　社会に照らして検証する力」に加え「D　近似的に扱う力」などに焦点があてられている。（西村，2001a）

また，飯田の実践の「メガホンを作ろう」（中1）は，実際の運動会でクラスの応援に使うメガホンを作ろうというものであり，極めて現実的な教材である。ここでは，メガホンを作るという必要感のもとで，数学の有用性を生徒に感得させるという目標が設定されている。メガホンの役割などに目を向けさせることから，市販のメガホンの特徴を調べる活動を通してメガホンの広がり具合を検討させ，展開図を考えていくという授業である。（飯田，2001）

「算数・数学と社会・文化のつながり」研究における「社会」には，先にも述べたように実世界や自然環境なども含まれているが，自然界の探求に着目した実践には，牛場の「潮の干満と八・六算法」（中3）がある。これは，干潮の時刻を知る具体的な事実（八・六算法；昔から漁師の間に伝わる旧暦の日にちからその日の干潮の時刻を知る方法）について，科学的な知識や数学的な考え方を用いて説明するものである。干潮は魚釣りや潮干狩り，また温泉の適温時刻にも関係しており，日々の生活にもつながりのある教材である。また教科横断的な教材でもある。（牛場，2001）

理科との関係では，小学校の実践として島田の「飛ぶ種の模型を飛ばそう」（小4）がある。これは，自然界において植物が子孫繁栄のために種を飛ばすことに着目し，種の形を観察することから“飛ぶ種の模型”を作らせて，実際にこの種の模型を飛ばす実験を通して，何を以て“飛ぶ”とするのかを考えさせる授業である。（島田，2001）

ところで，このような授業実践では，「算数・数学と社会をつなげる力」に着目し，現実的な事象に目を向けて教材化したものが多いが，指導内容をもとに，これを現実的な事象に照らして教材化したものもある。

「三角関数」が現象や運動を数理的に解析するうえで有用であり，数学と社会のつながりを感得させるうえで格好の機会を提供できるとする西村は，遊園地の乗り物を紹介している本の記事に着目して，「ロックンローラー（二重観覧車）の動き」（高2）の授業について提案した。これは，本の記述（「地上がアッという間にはなれていく」，「座る位置によって乗り心地が違う」）について，これが本当かを，ロックンローラーの構造を三角関数から考察させるものである。（西村，2001b）

このような授業実践は，子どもの身のまわりの事象や自然界などの現実的な事象に焦点があてら

れたものであり，本稿で着目する数学教育における「批判的思考」の具体化の「a. 社会的な問題の考察に数学を批判的に用いる」で示す“社会”に目を向ける根本にある考え方であると捉えている。

３.「算数・数学と社会・文化のつながり」研究における「批判的思考」の萌芽

（１）社会構造などへの着目

「算数・数学と社会・文化のつながり」研究では，考察する事象が子どもの身のまわりの事象にとどまることなく，社会構造や自然科学などにまで踏み込んだ実践もある。これらは，２で示した実践も含め，数学教育において「批判的思考」を具体化するうえで多くの示唆が得られると捉えている。

例えば，小学校の実践として提案された牧野の「交通信号機について考えよう（福祉教育)」（小6）は，道路の状況，幅，交通量などに応じた交通信号の時間のサイクル（交通信号のシステム）について歩行者に焦点を絞り考えさせるもので，学校近くの実際の交通信号機のシステムを考察の対象としたものである。松葉杖を使っている方，車椅子の方，お年寄りなど，横断するいろいろな方を想定して考えさせる授業であり，飯田の実践と同様に極めて現実的な教材である。さらに，福祉教育にも関連する教材として捉えられる。なお，ここでは，「A1. 長さの感覚」，「B11. 仮定をおく」，「B12. 変数を取り出す」，「B13. 変数を制御する」，「B14. 仮説を立てる」，「B21. 表・式・グラフ・図で表現する」，「D 近似的に扱う力」などが関係する。（牧野，2001）

高等学校の実践としては，高橋の「W 杯のチケットの価格を設定してみよう」（高 1）がある。これは，2002 年のサッカーワールドカップ（日韓共催）における国内販売チケットの価格について考察させるものである。チケットは，1 次リーグから決勝までの計 5 試合に対し，それぞれ 3 つのカテゴリー（座席の位置）に分けられ，計 15 種類の価格が設定されている。報道から示されるこの価格の妥当性に対する国民感情に着目して，平均，等差数列，等比数列，階差数列などに着目させながら，自らが数列を作りだすとともに，これをどのような数列と見るかなどに目標をおいた授業である。国民的関心の高い現実的な事象であり，社会の問題として捉えられる教材である。（高橋, 2001）

スポーツへの着目は，子どもにとって興味・関心の高まりが大いに期待できる場面であり，またスポーツを通して社会構造の一端に触れることができると考える。

高橋同様にスポーツに着目した 柗元は，スキーのジャンプ競技におけるルール変更に視点をあてた「日本スキージャンプ陣は不利になったのか？」（中 2）の実践を提案している。これは，スキー板の長さのルール変更（スキー板の長さが，「身長プラス 80 ㎝」から「身長の 146%」に変更）が，身長の低い日本選手に不利になったという新聞記事（2001 年）を教材とし，これが本当であるかを１次関数や方程式，不等式などを用いて判断させるというものである。この授業では，なぜルール変更がなされたのかについて，国際的な文化的背景にも目が向けられている。なお，ここでは，「A1. 長さの感覚」，「B13. 変数を制御する」，「B2. 対象を数学的に処理する」，「B3 社会に照らして検証する」などが関係する。（ 柗元,2001a）

このように，「算数・数学と社会・文化のつながり」研究では，子どもの身のまわりの事象に焦点をあてつつ，社会構造の一面にまで考察の範疇を深める教材がある。

このような視点から，さらに 柗元は，構造を見抜いて関数関係を発見することに着目し，新聞記事（1998 年）に掲載されたアメリカエネルギー省の「核兵器に使うトリチウム（三重水素）を原子力発電所で生産することを決定した」，「トリチウムの半減期が 12 年。毎年 5%ずつ減っていく計算になる」とする記述から，「半減期ってなんだろう」（中 1）という実践を提案している。「5%減り

続けると，何年で半分になるか？」を電卓で計算させるとともに，理科年表でトリチウムの半減期を調べる活動を通して，新聞記事の内容を確かめるという授業である。なお，ここでは，「B12.　変数を取り出す」，「B13.　変数を制御する」，「B22.　操作を実行する」，「B32.　修正する」などが関係する。（ 柗元,2001b）

このような教材や授業実践は，「社会的な問題の考察に数学を批判的に用いる」ことに，真の社会的事象から迫りうるものである。

ただし，先に示した高橋は「W 杯のチケットの価格を設定してみよう」の記述の中で，「本授業の別の展開例として，すべての価格を提示し，「公平な価格設定にするにはどうすればよいか」と問うことも考えられよう。」と記している（高橋，2001）。このような視点からの教材開発が，数学教育における「批判的思考」の具体化へとつながるものであると考えている。

ところで，「算数・数学と社会・文化のつながり」研究では，高橋が指摘する「公平」に着目した実践も示されている。

久永は，ゲームには論理的な考え方という重要な数学的な考え方が潜んでいるという点に着目し，「ジャンケン大会」（中 1）という実践を行っている。これは，ゲームはルールに基づいて行われ，そして，ルールは互いに矛盾しないいくつかの約束からなっていることから，ルールは数学的推論における公理と同じ役割を演じるとの考えに立って開発されたものである。また一方で，ゲームは本来楽しいものであり，楽しさの中で論理的に考えることが可能になるとしている。そして，この実践では，ルールは公平であるべきという点に着目させ，ゲームのルール作りを通して論理について検討させるものになっている。（久永，2001）

「公平・平等」といった概念は，脱文脈的な数学教育観に立つ算数・数学指導では捨象されるものであるが，最近の数学教育研究では，数学的判断力や意思決定という面から，文脈依存型の数学教育として着目されている（例えば，島田，2009：西村・山口・久保，2011：久保，2013b）。数学教育における「批判的思考」の検討も，同様な着眼点からの研究であると捉えている。

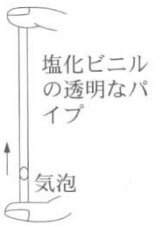
（２）「理想化された世界と現実とのずれ」への着目

数学教育における「批判的思考」の具体化としての着眼点である「社会的な問題の考察に数学を批判的に用いる」ことでは，子どもが経験するあらゆる事象に対して，その事象を批判的にみる態度形成が求められる。ここでは，冒頭で示した「批判的思考」における「先入観の排除」も大切な態度として捉えられる。

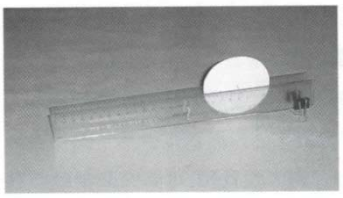
「算数・数学と社会・文化のつながり」研究では，このような「先入観」に依存されない態度や姿勢の大切さについても検討された。

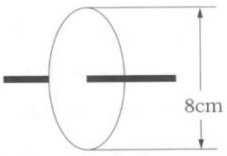
五十嵐（2001）は「理想化された世界と現実とのずれ」に着目して，数学と社会のつながりにおける教材化の課題について検討している。五十嵐は，「普段の子どもたちの学習を見ていると，物事や現象を固定化して見てしまっていることが意外に多い。そして，ある現象が起きたとき，それと同じような既習の内容にあてはめ，少々の不都合があっても目をつぶってしまい結論付けてしまう。」と記し，よく知られている現象に対する理論に引きずられてしまい，その現象を支えている条件を無視してしまう危険性，また，得られたデータを余計な先入観なしに読むという基本的姿勢の大切さを述べている。そして，これの具体例として，理科に関連する「水中の気泡の上がり方」，「斜面での転がり落ち方」の実践，また，現実的な事象にも着目した「野球のクッションボール」などの実践について示している。簡単に紹介すると次の通りである。

「水中の気泡の上がり方」（中 1，課題学習）は，水中における気泡の上がり方はだんだん速くなるのか，それとも遅くなるのか，あるいは一定の速さで上がっていくのかを，右図のような道具（長さ約 70 ㎝，内径約 1 ㎝）を用いて実験から表やグラフにまとめて考察させる授業である。子どもの予想は様々であり，またその議論を通して解決の必要感が高まる中で実験が行われることになる。実際は，最初はだんだん速くなるが，すぐに一定の速さに近づき，そしてその後は一定の速さ（終端速度）となり，比例の現象を子どもが実感できる場面となる。



「斜面での転がり落ち方」（中 3，課題学習）は，ボールが斜面を転がり始めると，だんだん速くなっていくという子どもの感覚（先入観）を省察的に検討させる授業である。この授業では，下図のような道具で実験がなされる。





30 ㎝の物差し 2 本で斜面をつくり，その上を，中心に太さ 1 ㎜の針を通した直径 8 ㎝の円盤（ケント紙で作成）を転がす。子どもはどんどん速くなると予想するが，例えば，斜面の長さが 29cm で高さが 16 ㎜の斜面を転がすと，距離 x(㎝)に対する時間 y(秒)の関係は次のようになる。

x ㎝	0	1	2	3	4	5	6
y 秒	0	5.1	10.2	15.1	20.3	25.2	30.2

2 乗に比例すると予想されるが，表から y＝5x　の関係が得られる。ここでも終端速度が関係しており，針が転がるのをコマにあたる円盤がブレーキをかける役目を果たし，さらに，終端速度までの時間は極めて短いことから比例の関係が生まれる。

「野球のクッションボール」（中 3，課題学習）は，野球などにおけるクッションボールの処理で生じる判断の誤りに着目させ，理科で学習した入射角と反射角が等しいという関係が，実世界において本当に成り立つのかを実験を通して考察させる授業である。

表面が平らな机の上に木材を置いてこれを壁とする。木材の中央に跳ね返る場所として目印の点を付けておき，この点から机の面に角度が 10°ずつの線（入射角の線）を引く。目印の点から 10cm 離れた地点にボールを置き，目印めがけて割り箸でボールを突き，目印に当たったときの反射角を測定する。

子どもが理科の自由研究で測定した結果（次ページの表）から，入射角と反射角が等しくないことが示されるが，実際には，跳ね返り係数（壁に当たる前と当たった後の持っているボールの力との比）が 1 でない限り，「入射角＜反射角」となる。

この測定結果では，ラワン材とラワン材にフェルトを貼った場合の違いについても示されており，フェルトを貼った場合の方が入射角と反射角の差は小さくなることがわかる。ビリヤードのキャロルテーブル（競技台）はこれを利用した現実的な場面であると捉えられる。なお，ビリヤードのバンクショット（入射角と反射角が等しいことを使ってクッションと呼ばれる壁面を利用して的玉をポケットに落とすショット）に着目した授業もある。ここでは，ねらうべきクッションの位置を決

めるのに，数学がどのように用いられているかが検討されるが，プレーヤーが実際にクッションの位置を決めるのに用いる考え方は，数学の理論（相似）にしたがっているものの，学校数学で子どもが学ぶ数学の内容（作図）とは異なる点も指導内容に含まれている。（久保・西村，2010）。

［ラワンの角材の場合］

入射角（°）	10	30	50
反射角（°）	22	38	63

［ラワンの角材にフェルトを貼った場合］

入射角（°）	10	30	50
反射角（°）	15	33	55

※表の数値は中学３年の生徒が，理科の自由研究で測定したものを転載した

ところで，これらの五十嵐の実践は，数学教育における「批判的思考」の具体化について検討するうえで，極めて重要な示唆が得られるものである（久永・谷口・太刀川，2014）。また，数学教育と理科教育の関係についての考察においても着目すべき内容であると捉えている（久保，2014）。

４．「算数・数学と社会・文化のつながり」研究における「批判的思考」からの省察的検討

「算数・数学と社会・文化のつながり」研究では，これまでに述べてきたように，子どもの身のまわりにある現実的な事象や，さらに社会構造や自然現象までをも視野に入れた多くの教材が開発され，授業実践を通してその価値が検討された。ここには，「批判的思考」に関係する教材も見いだすことができた。しかしながら，これらの教材開発や実践では，結果的に社会的な問題の考察に数学を用いることがなされているものの，ここでは「批判的思考」の認識はなく，「批判的思考」という観点から教材が検討されことはなかったと捉えている。

その背景には，「批判」という用語が持つ“否定的”といったイメージが先行されていたことがあると考えられる。「批判的思考」は，単に事象を否定的に捉えるものではない。そして，「批判的思考」は，民主的な社会を維持，発展させるうえで必要不可欠なものであり，さらに次世代を生きる子どもたちにも必要なものである（久保，2012）。私たちは，東日本大震災とそれに伴う原発問題などを契機に，情報の適切性について疑問を持ち，事象を批判的に考えることの重要性をあらためて実感させられたが，数学教育で「批判的思考」について検討する価値は，このような自然界の驚異や科学技術に対する不信感からも見いだすことができる。加えて，多面的であるべき価値観をある方向に向けさせようとする社会の動向をみても，これまで以上に「批判的思考」への着目は重要であると考える。

このような点を踏まえ，本章では，「算数・数学と社会・文化のつながり」研究で検討された授業実践を省察的に検討することにする。

「算数・数学と社会・文化のつながり」研究で，筆者は本稿３で示した　松元や西村らの例に習い，新聞記事から題材を探した。その一つに，「ジェットコースター気分のモノレールについて考えよう」（中 1，2，3,）という実践がある。これは，東京都の多摩地区を走る「多摩都市モノレール」の新聞記事（2000 年）について考えさせる授業である。「アップダウンに急カーブのちょっとしたジェットコースター気分」の記述の中にある「半径 103m の急カーブ」に着目させた。

この授業実践は，「算数・数学と社会をつなげる力」の「B1. 社会の現象を数学の対象に変える」，「 B2. 対象を数学的に処理する」，「B3. 社会に照らして検証する」に関係する。「数学化」，「数学的処理」，「数学的検証」のサイクルに生徒がどのように対応するかが重要な視点となる。

まず，新聞記事の「急カーブ」に着目して，「急カーブ」とはどのようなことかが検討され，数値が小さいほど急であることが確認された。次に，新聞記事で示された場所の地形図を用意し（次ペ

ージの図)，トレーシングペーパーにこの地形図のカーブの部分を描きとる活動を行った。そして，カーブの円弧から作図により中心を求めて半径を求めることから，新聞記事の記述を確認させた。生徒が求めた値は，最大が 210m，最小でも 120m であり，新聞記事の記述とは大きく異なるものとなった。



生徒の多くは,「新聞記事は間違っている」と主張したが,「B32. 修正する」に照らし,「数学化」,「数学的処理」,「数学的検証」のサイクルに立ち返らせることにより，地形図におけるカーブは円弧のごく一部であることがわかり，作図に誤りがあることから数学的処理が再度なされていった。そして，最終的に新聞記事に誤りはないことが確認された。(久保，2001)

「算数・数学と社会をつなげる力」に照らし「算数・数学と社会・文化のつながり」研究の一環として行った授業としては，これまでに示した実践と同様な評価が得られる授業であったと捉えている。しかしながら,「批判的思考」という点から振り返ってみると，反省すべき点を多々見つけることができる。

この授業では，問題提示として新聞記事のコピーを配布したが，その際の生徒のやり取りでは,「モノレールは好きか」,「ジェットコースターは好きか」が話題となった。そして，ジェットコースターが苦手（嫌い）な生徒から,「このような乗り物が，公共の乗り物として存在してよいのか」といった意見が出されていた。筆者は，この発言を授業記録の中に残したものの，生徒の興味，関心を高める発言として捉えるだけであった。

記すまでもなく，この発言は,「社会的な問題の考察に数学を批判的に用いる」ことに関係するものであり，このとき，筆者に「批判的思考」の認識があれば，授業展開は異なっていた。また、このような授業では,「社会的な問題の考察に数学を批判的に用いる」ことに目標をおく授業を考える必要があったと考えている。また,「批判的思考」についての認識があれば,「新聞記事が間違っている」との発言に対しても,「批判的思考」に焦点をあてることができたと考えている。逆に言えば，この授業では，授業者に「批判的思考」の認識がまったくなかったものの，生徒は事象を批判的にみようとしていたと捉えられる。

このように筆者の授業を省察的に振り返ってみると,「算数・数学と社会・文化のつながり」研究をさらに深化させる新たな視点が見えてくるのではないかと考える。

５．おわりに

本稿では，リテラシーの重要な側面である「批判的思考」についての研究（基盤(C),『数学教育における「批判的思考」に関する教育方法学的視座からの研究』，課題番号 24531090，研究代表；久保良宏）の一環として，数学教育における「批判的思考」の具体化について,「社会的な問題の考察に数学を批判的に用いる」に焦点をあてて検討した。

数学教育における「批判的思考」の具体化では,「a. 社会的な問題の考察に数学を批判的に用いる」,「b. 算数・数学の問題の解決過程を批判的にみる」,「c. 数学そのものを批判的に捉える」の 3 つの視点から検討してきたが，筆者のこれまでの研究では，a については多くの具体例を示すことができなかった。そこで本稿では，この「.社会的な問題の考察に数学を批判的に用いる」について，長崎（2001）の「算数・数学と社会・文化のつながり」研究を振り返ることから多くの示唆を得よ

うとした。

その結果,「算数・数学と社会・文化のつながり」研究では，先に示した島崎（2001）の「算数・数学と社会・文化のつながりに関する場面の分類」に照らして多方面から教材が検討されており，この中には，社会の構造や自然環境などにも踏み込んだものが多く含まれていた。そしてこれらを再検討してみると,「批判的思考」の概念を加えることによって，民主的な社会を維持，発展させるという数学教育の究極的な目的に照らした算数･数学の指導の可能性が示唆された。これは,「算数・数学と社会・文化のつながり」研究をさらに深化，発展させる新たな視点であると捉えている。

ところで，本稿では,『算数・数学と社会・文化のつながり』（明治図書）に焦点をあてたが，研究メンバーの中には, その後, これに類する視点から研究を行ったものもある（例えば, 西村, 2010 : 柗元，2013)。「算数・数学と社会・文化のつながり」研究の深化，発展には，こうした文献にも着目して検討していく必要があると考えている。

【引用・参考文献】

パウロ・フレイレ（楠原彰他訳）（1979）（原著発刊，1970）『被抑圧者の教育学』.亜紀書房.

久永靖史（2001）「6.2 ジャンケン大会」『算数・数学と社会・文化のつながり』(長崎榮三編). 明治図書.pp.102-109.

久永靖史・谷口千佳・太刀川祥平（2014）「中学校数学科における「批判的思考」の具体化」. 『日本数学教育学会誌第 10 巻臨時増刊』. p.290..

五十嵐一博（2001）「3 理想化された世界と現実とのずれ」『算数・数学と社会・文化のつながり』(長崎榮三編).明治図書.pp.28-37.

飯田由美子（2001）「6.1 メガホンを作ろう」『算数・数学と社会・文化のつながり』(長崎榮三編).明治図書.pp.94-101.

久保良宏（1998）「中学校の指導における数学的コミュニケーション活動に関する実践的研究」『日本数学教育学会誌第 80 巻第 9 号』.pp.2-9.

久保良宏（2001）「6.6　ジェットコースター気分のモノレールについて考えよう」『算数・数学と社会・文化のつながり』(長崎榮三編).明治図書.pp.134-141.

久保良宏（2011）「教育における批判的思考とリテラシー」『数学教育におけるリテラシーについてのシステミック・アプローチによる総合的研究』.科研（基盤(B)）報告書（研究代表：長崎栄三）,pp.157-166.

久保良宏（2012）「数学教育における批判的思考についての一考察」『第 45 回数学教育論文発表会論文集』.pp.95-100.

久保良宏（2013a）「批判的思考における対話の重要性と数学的コミュニケーション ―パウロ・フレイレに焦点をあてて―」『日本数学教育学会誌第 95 巻数学教育学論究臨時増刊』. pp.121-128.

久保良宏（2013b）「「文脈依存型」の数学教育に関する考察―数学的判断プロセスも研究から―」『北海道教育大学旭川実践教育学会「旭川実践教育研究」第 17 号』.pp.41-48.

久保良宏（2014）「数学教育と理科教育との関係についての一考察」『日本科学教育学会第 38 回年会論文集』.pp.147-150.

久保良宏・西村圭一（2010）「(12)ビリヤードの中にある相似」『中学校新教育課程　数学科の指導計画作成と授業づくり』（久保良宏・久永靖史編）.明治図書.pp.116-119.

久保良宏・谷口千佳（2014）「数学指導における「批判的思考」の具体化―可謬的に捉える態度に焦点をあてた教材開発―」『東京理科大学数学教育研究会誌「数学教育」.vol.56-№1』.52-61.
牧野宏（2001）「5.5　交通信号機について考えよう（福祉教育）」『算数・数学と社会・文化のつながり』(長崎榮三編).明治図書.pp.78-85.
柗元新一郎（2001a）「6.3 日本ジャンプ陣は不利になったのか？」『算数・数学と社会・文化のつながり』(長崎榮三編).明治図書.pp.110-117.
柗元新一郎（2001b）「6. 7　半減期ってなんだろう」『算数・数学と社会・文化のつながり』(長崎榮三編).明治図書.pp.142-143.
柗元新一郎（2013）『中学校数学科　統計指導を究める』.明治図書.
長崎榮三（2000）『児童・生徒の算数・数学と社会をつなげる力に関する発達的研究【改訂版】』科研（基盤(C）)研究成果報告書.
長崎榮三（2001）『算数・数学と社会・文化のつながり～』.明治図書.
長崎榮三（2011）.『数学教育におけるリテラシーについてのシステミック・アプローチによる総合的研究』.科研(基盤(B))研究報告書.
西村圭一（2001a）「2　ペットボトルを使ってブイを作ろう！―小・中・高校における算数・数学と社会をつなげる力―」『算数・数学と社会・文化のつながり』(長崎榮三編).明治図書.pp.19-27..
西村圭一（2001b）「7.3　ロックンローラー（二重観覧車）の動き」『算数・数学と社会・文化のつながり』(長崎榮三編).明治図書.pp.164-171.
西村圭一（2010）『中学校新数学科　活用型学習の実践事例集』.明治図書.
西村圭一・山口武志・久保良宏（2011）「数学的判断力の育成に関する研究―その意義と授業の枠組みとについて―」.『第 44 回数学教育論文発表会論文集』.pp.237-242.
島田功（2001）「5.2　飛ぶ種の模型を飛ばそう」『算数・数学と社会・文化のつながり』(長崎榮三編).明治図書.pp.54-61.
島田功（2009）「算数において意思決定力の育成をめざす授業に関する研究」『日本数学教育学会誌第 91 巻第 12 号』.pp.20-30.
島崎晃（2001）「4 学習計画の作成」『算数・数学と社会・文化のつながり～小・中・高の算数・数学教育の改善を目指して～』(長崎榮三編).明治図書.pp.38-45.
高橋広明（2001）「7.1　W 杯のチケットの価格を設定してみよう」『算数・数学と社会・文化のつながり』(長崎榮三編).明治図書.pp.148-155.
牛場正則（2001）「6.5　潮の干満と八・六算法」『算数・数学と社会・文化のつながり』(長崎榮三編).明治図書.pp.126-133.

数学的リテラシーについての生涯モデル

― 活用の様子を探る ―

島﨑 晃
埼玉県所沢市教育委員会

１．はじめに

小中学校段階における数学的リテラシーは学習指導要領に示された学習内容と言っても過言ではないであろう。

意図的にしろ、また無意図的な活動にしろ、学校生活において身に付けるべき内容は、その殆どが授業実践の中にある。

毎日の学習展開時に身に付けた知識、理解、技能、能力、関心・意欲・態度が、その後の社会生活場面でどの程度生かされ、そして活用されているのか、実際の学習内容とその後の社会生活場面とを対応させ、まとめてみることにした。

「数学的リテラシーについての生涯モデルの分析」の研究では、以下のような分析の枠組みを 4 つの領域を利用して行った。

第１の領域：「人間にとっての算数・数学」
第２の領域：「算数・数学における対象」
第３の領域：「算数・数学における方法」
第４の領域：「社会にとっての算数・数学」

上記４つの領域を、さらにそれぞれ４つの内容に分けて分析を進めた。

「人間にとっての算数・数学」

（１）算数・数学の人間形成的な役割　　（２）算数・数学の実用的役割
（３）算数・数学の文化的な役割　　（４）算数・数学の認識論的な役割

「算数・数学における対象」

（１）数式を使って考える　　（２）図形を使って考える
（３）関数を使って考える　　（４）確率・統計を使って考える

「算数・数学における方法」

（１）数学を生み出す力　　（２）数学を使う
（３）数学を表現する力　　（４）数学で考え合う

「社会にとっての算数・数学」

（１）創造的に考える力　　（２）批判的に考える力
（３） コミュニケーションする力　　（４） 情報を活用する力

上記の枠組み並びに分析の視点を基にして、特に小学校段階で学んだ学習内容が、社会生活の中にどのように生かされているのかをまとめてみた。

まとめるに当たり、「算数・数学における対象」の４つの内容、すなわち数式、図形、関数、そして確率・統計の学習内容が「算数・数学における方法」や「社会にとっての算数・数学」とどのように関連しているのかも併せてまとめてみることも意図している。

２．数式を使って考える力の活用を図る

（１）加法・減法・乗法・除法（整数計算・小数計算・分数計算）

①買い物場面において

加法・・買いたい品物の合計が幾らになるんだろう。

（小１：1位数の加法　　小２：2位数の加法　　小３：3・4位数の加法）

減法・・おつりは幾らになるんだろう。

（小１：1位数の減法　　小２：2位数の減法　　小３：3：4位数の減法）

乗法・・消費税８％を加算して考えなくてはいけない

例：850円の品物は消費税を加味して計算すると850×1.08＝918

（小２：乗法九九　　小３：2・3位数の乗法　　小４：乗数が整数の場合の小数の乗法)

概算・・値段を見積もって（数を丸めて）頭の中で計算する

例：135円、443円、98円、815円の物を買う時、150円＋450円＋100円＋800円

およそ1500円だなという暗算適用場面

（小４：四捨五入の方法を知る）

※ この場面においては、第３の領域「算数・数学における方法」の（２）算数・数学を使う力を育成するための具体的方法として、実世界の問題を解決するために、それを数学化して算数・数学の問題に置き換える活動がなされていることになる。

②時間の計算（60進法の活用）

勤務開始時刻から終了時刻までの間の時刻の意識（休憩時間等を意識して過ごす）

（小１：時刻の読み方　小２：時間の単位（日、時、分）　小３：時刻や時間の計算）

（２）数の効果的な活用

①予定を立てる（カレンダーの活用）

7進法によって作られているカレンダーを基にして予定を考えていく。

例：今日が8日だから、次の土曜日は15日だな。(8日が土曜日なので次の土曜日は7を加えて15となる。

（３）内包量（率）の活用

小学校段階において、量の学習の対象は外延量（長さ、重さ、広さ、かさなど）が中心となっている。小学校の高学年で内包量についての学習が加わってくる。速度や密度と言った異なる単位の量同士の乗除による量【度】と、同種の量同士の乗除による【率】の学習である。このうち率については、日常生活の中で実に多方面に亘って活用されていることに驚かされる。

その幾つかを取り上げると、以下のような場面が考えられる。

打率、出席率、上昇率、回収率、成功率、自給率、当選確率、円周率、罹患率、視聴率、還元率、失業率、稼働率、防御率、普及率、発生率、合格率、離婚率、建ぺい率、投票率、命中率、伝導率、エネルギー代謝率・・・など

①円周率の利用

学校の運動会や体育祭実施の折に、徒競走やリレーを行うために、２００ｍトラックをとることが多い。(地区の運動会でもよく見受ける光景である。)



一番内側のコースが短く、外側に行くにしたがって長い距離を走ることになる。スタートの位置をどれだけ差をつけたら同じ距離を走ることになるだろう。
何mの差にすればよいか。

1周 200mのトラックで 100m×4 人リレーをする。1 コース幅を 1 mとした時、スタートの違いは何mでしょう。

（小３：円の中心、半径、直径　　小５：円周率の意味）

②打率

野球の選手の成績を窺うのに最も一般的な数値が打率である、打席に立った数と安打数の関係を表す割合で、例えば 8 回打席に立ち、その内 3 回塁に出た時の割合は 0.375 でこのときの打率は 3 割 7 分 5 厘というように表現され、その選手の状態を表す指標として活用されている。

この野球に関わる【率】には、まだこの他に色々な表現方法がある。そのうちの幾つかを列記すると、次の様になる、

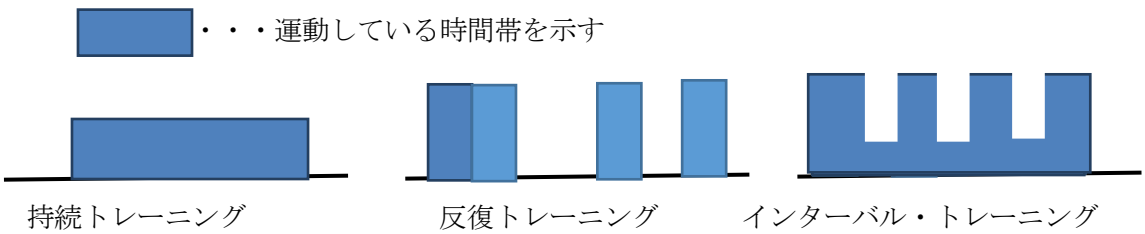
出塁率、盗塁率、長打率、援護率、防御率、奪三振率、失点率、救援率、勝率…など。

３．図形を使って考える力の活用を図る

この場面の活用として、やはり第３の領域「算数・数学における方法」の（３）算数・数学を表現する力を育成する具体的方法として、事象や関係などを、式・表・グラフ・図などの数学的表現で表す活動がなされることになる。

（１）運動練習と休息との関係

この関係を明確にするため、トレーニング方法を３つに区分することができる。持続トレーニング、反復トレーニングそしてインターバル・トレーニングである。この３つのトレーニング方法を明確にするため、以下のような図で説明する。



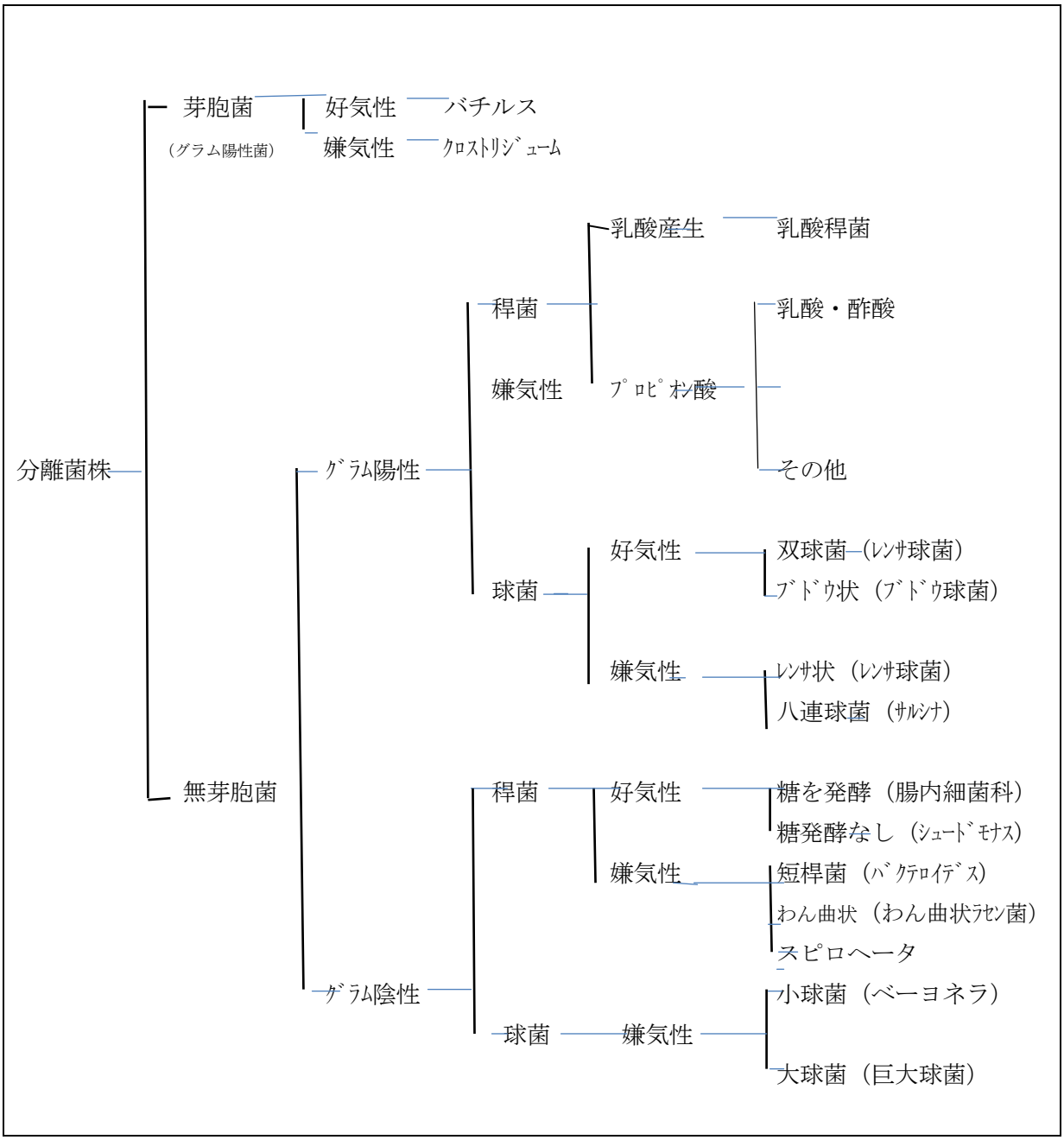
長方形が運動を行っている部分を表している。このことを口頭で説明しようとすると、なかなか相手に自分の思いを伝えることができない。

このように、図を利用することによって、自分の考えが一目瞭然に表すことが出来るのである。上記のようなトレーニング方法の違いを言葉だけで相手に説明しても、十分に内容が伝わらないと

思える。

（２）人間の腸内に存在している細菌の分類

算数の授業展開において、事象を落ちや重なりがないようにまとめる方法として樹系図を活用するが、医学の世界においても、樹系図を用いて細菌の分類を分かりやすくまとめている。



（３）図形が有効に活用される場面

図形の持つ特徴が日々の生活の中で生かされていたり、日常事象の中で図形の特徴を生かして活用されている事象を目にすることができる。日頃使用している鉛筆の形は六角形の物が多い。

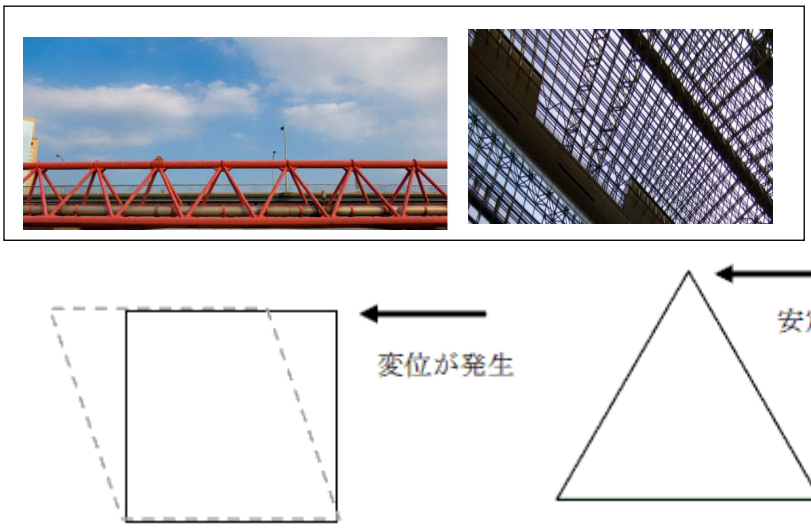
これは、その形状からして、まず転がりにくい形になっていることが第一の理由と考えられる。

さらに、それ以上に鉛筆は三本の指で支えて使用する。（親指、人差し指、中指）従って３の倍数の形状が機能面からも都合よくなっている。因みに、三角形の鉛筆を時々目にするが、回し書きが

できず、使いづらい形状と言えそうである。

英語を記載する時は、六角形よりもむしろ円形の鉛筆の方がスムーズに書くことができるのではないだろうか。アメリカなどでよく円柱形の鉛筆を見かけることがある。

また、建築物に三角形を組み合わせた構造の物を多く目にすることができる。家屋の中にも多く三角形が使われている。橋などにも三角形を重ねた形状のものがある。三角形は四角形と比べ歪に強いという利点を活用しているからである。(建築界では、これらの形をトラス構造とよんでいる。)



４．関数を使って考える力の活用を図る

この項目に当てはまる内容は日常生活の中に多く見ることができるであろう。2 量があり、その関係がどうなっているのか、比例関係にあれば、その関係を利用して活用する場面がある。また表やグラフに関係を簡潔にまとめ、視覚をとおして 2 量の関係を相手に理解してもらうように工夫する場面も数多く見受けることができる。

（１）数量の関係を表で表す

日常事象の数量の関係を一目で分かるようにまとめる方法として表の活用がある。

次の表は、細菌の酸化力の大きさを人等と比べたものである。(1kg の生体が摂氏 30 度付近で 1 時間に消費する酸素ガスの量を示したものである。

(単位：㎤)

種　類	ヒ　ト	原生動物	藻　類	糸状菌	細　菌
生体名	人　間	パラメシウム	クロレラ	フザリウム	ｱｿﾞﾄﾊﾞｸﾀｰ
酸素ガス量	200	500	40000	10000	1200000

上記の表から、微生物の増殖の速さは、高等動植物とは比較にならない程大きいことを表している。適当な条件のもとでは、細菌の大部分のものが、１時間以内にその数を 2 倍に増加されることができるようである。

簡単な表を用いて見の回りにある数量を分類整理する学習は小学校 2 年生で学習する。さらに 3 年生になると、出来上がった表から分かることを読み取るといった学習に進んでいくのである。

つまり、小学校３年生での学習内容が社会に出て、出会う表の読み取りの第一歩となっているのである。

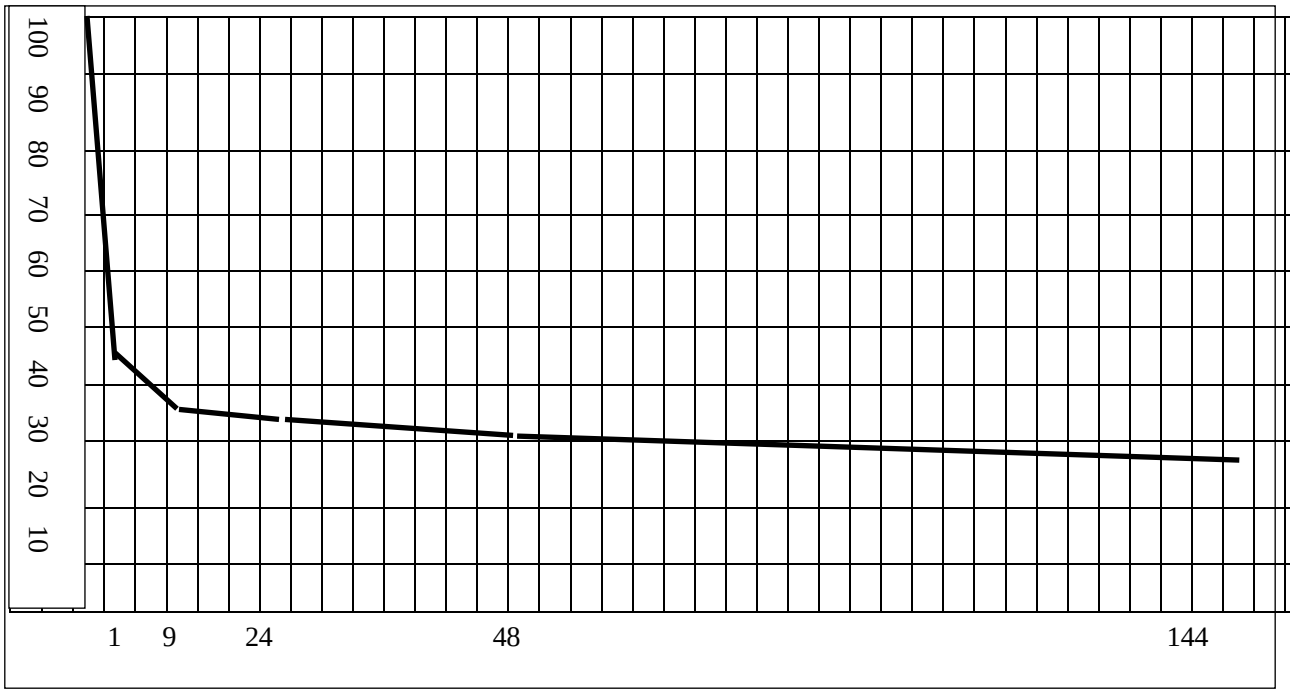
（２）数量の関係をグラフで表す

身の回りの事象を分類整理して適当なグラフに表す学習は小学校 3 年生で「棒グラフ」の活用を、そして４年生になり、資料の読み取りを変化の様子も併せて「折れ線グラフ」の学習をすることとなる。

さらに上位学年では、割合を円グラフや帯グラフを活用して学んでいく。

この観点の資料として、エビングハウスの「忘却曲線」を取り上げることにする。エビングハウス（ドイツの心理学者で無意味綴りを用いて記憶の研究を行った。）は、最初に一定量の材料を覚えるのに要する時間を測定する。次に一定の時間を経てから、再学習に要する時間を測り、これらの関係から、忘却曲線を考え出した。

（たて軸：％　横軸：時間）



学校教育の中で学んだことが、社会生活の中でどのように生かされ、さらに身に付けた知識や技能がどんな形で活かされていくのか、上記にその幾つかを（算数・数学の舞台ではなく、様々な場面の一部を取りだし列記した。小中学校の算数・数学の授業で学んだ知識は、社会に出た時、むしろ無意識的な形となって使われていることが沢山あることが分かるであろう。

算数・数学の学習内容を確実に身に付けることが、学校教育の多くの場面での重要な目標となっているが、改めて身に付けていく段階において、自ら意欲的にそして学び取ろうとする姿勢が社会に出た時大きな「学ぶ力」に結びついていくのではないだろうか。

数学的リテラシーについての生涯モデルの構成とその理論的枠組についての研究

－価値や価値観との関わりについて－

島田　功
日本体育大学

１．これからの数学的リテラシーの枠組みと数学的リテラシーの育成を目指した学校数学のデザイン

これからの数学的リテラシーの枠組みを考えるときに，１）現代の人間や社会に対応する，２）数学の方法への着目，３）数学を学ぶ意味の問い直しが必要であるという（長崎,2012）．更に，数学的リテラシーの育成を目指した学校数学のデザインでは,「異質な集団で交流する」や「多様性に応える」がキーワードとして挙げられている（長崎,2012）.

本稿では，こうしたこれからの数学的リテラシーの枠組みと数学的リテラシーの育成を目指した学校数学のデザインに関わると思われる価値や価値観について考察する.

２．価値観に関する先行研究

(1)山口（2011）の主張

脱数学化の波に常に晒される個人が数学化された現代社会で生き抜くための新しい力として数学的リテラシーをとらえなおし，その構造化を図っていくことは，算数・数学教育に課せられた今日的な課題であると考える.

その際, 筆者は, 多様化した個人の価値認識に着目することが重要であると考える. つまり,「数学化された社会」を読み解く能力は,「数学化された社会」に生きる個人に依存しており，その個人の社会における生き方や価値認識に応じて多様であると考えられるからである.

(2)アーネスト（Ernest,P. 1991）の主張

社会的構成主義者であるアーネストは，主観的知識は社会的な交流により客観的知識に再構成されることを主張している．更に，アーネストは価値についても言及している．それは,「数学的知識には価値が負荷されている.」ということである．価値が負荷されるとは，社会的集団の好み，もしくは興味を表すことであるとして今までの絶対主義者の数学観－数学は中立であり価値は含まない－（Mathematics as neutral and value-free）とは違った立場－数学は価値を含み，文化が関わっている－(Mathematics is value-laden and culture-bound) をとっている.

(3)ビショップ（Bishop.1988a)の主張

価値は学習されてはいるが暗黙のうちであり，暗示的であり，意識はしていないし，意識的な選択はしないで学習されているのである．一方，数学の教育は，学習者の選択のための意識や能力を発達させるために，価値を明示してはっきりと指導すべきではないであろうか.

(4)「すべてのアメリカ人のための科学」での主張（2005）

科学は日常的な価値観に基づくものであることを認識することも重要である．事実，科学は多くの点で，統一性，勤勉さ，公正さ，好奇心，新しい思想に対する開放性，懐疑主義，想像力など重視されるべき一定の人間的価値観を体系的に適用したものである.（中略）科学という広範な分野には，こうした価値観が組み入れられ重視されており，（中略），科学を効果的に教えることができれば，こうした一般に望ましい人間的態度と価値観を強化する結果につながるであろう.

(5)科学的リテラシー（OECD-PISA，2004）

OECD-PISA による科学的リテラシーでは，価値観に基づく判断力の育成が重視されている．科学的リテラシーでは，定義文の中の「意思決定」の中で「社会的，政治的または経済的な状況では，常に実用的な決定がなされており，科学的な知識は，このような側面に関する人間の価値観の中で使用される.」（国立教育政策研究所, 2004, p. 18）として，人間の価値観を重視している．

以上, いずれの先行研究も, 価値観や価値に関わることの重要性について触れていると思われる．

３．価値・価値観に着目する社会的な背景

一方で社会的な背景から価値観に配慮することの重要性を指摘している研究がある．これからの社会は，グローバル化がますます進む社会になるという．

> グローバル化は，これまで意識することのなかった世界各地の多くの文化や価値観と向き合うことになる（馬場，2007，p.20）.

子どもたちがこうした価値観が多様になる社会に生きていくためには，自分の価値観を持ち，多様な価値観を知り，それらを比較して最終的にどの価値観で判断するかを決める意思決定力を持たなければならない.

また，こうしたグローバル化された社会では，異質な集団での交流や協働が起こることになる．

４．社会的オープンエンドな問題とは

社会的オープンエンドな問題とは馬場(2009)によって作られた言葉である. 馬場(2009)はそのねらいを「数学的考え方を用いた社会的判断力の育成を目標とした数学的・社会的多様な解を有する問題」(p52)と規定している．そして，数学的オープンエンドな問題と社会的オープンエンドな問題の比較を目標，問題，方法という視点から表１にまとめている．

	数学的オープンエンドな問題	社会的オープンエンドな問題
目標	数学的な考え方の育成	数学的考え方を用いた社会的判断力の育成
問題	数学的多様な解を有する	数学的・社会的多様な解を有する
方法	数学的多様な解と一般化, 記号化による数学の深まり	数学的・社会的多様な解と価値観に基づく議論による

この数学的オープンエンドな問題と社会的オープンエンドな問題と島田(1977)の開発したオープンエンドな問題とはどのように違うのだろうか．具体的な問題を通して考察する．

(1)社会的オープンエンドな問題

馬場(1977)は社会的オープンエンドな問題の具体例として, 飯田(1995)が人間的価値観が表出する問題として紹介しているメロンの問題（開発者：坪田）を挙げている．

「A,B,C の３つのチームがゲームをしました. このゲームには 10 個のメロンが賞品になっています. このゲームの結果は次の表のようになりました．あなたならどのように賞品を分けますか．分け方

を色々考えてみましょう.」

A チーム	B チーム	C チーム
45 点	27 点	18 点

飯田(1995)はこの問題を用いて実際に授業をしてみると，平等性やいたわりの情が表出し，点数に応じて比例配分する考えだけではなく，参加した３チームに平等に同じ数ずつ分けようという考えや負けた２チームには参加賞として１個ずつあげて残りを優勝チームにあげようという考えなどが出てくるという．こうした問題は価値負荷的で文脈依存的な問題であり(p.32)，社会的（人間的）価値観に応じて数学的モデルが構成されるのである．このように社会に関わり，しかも社会的（人間的）価値観が表出し，それに応じて数学的モデルが構成される問題を社会的オープンエンドな問題と言うことにする．

(2)　島田(1977)の考えるオープンエンドな問題

島田(1977)のオープンエンドな問題には，「数値化の問題(How to measure)」「分類の問題(How to classify)」「きまり発見の問題(How to find)」の３つのタイプがある(p.215)．このタイプの問題を１つずつ取り上げて分析してみる．

①　数値化の問題(How to measure)：マラソンの順位付け

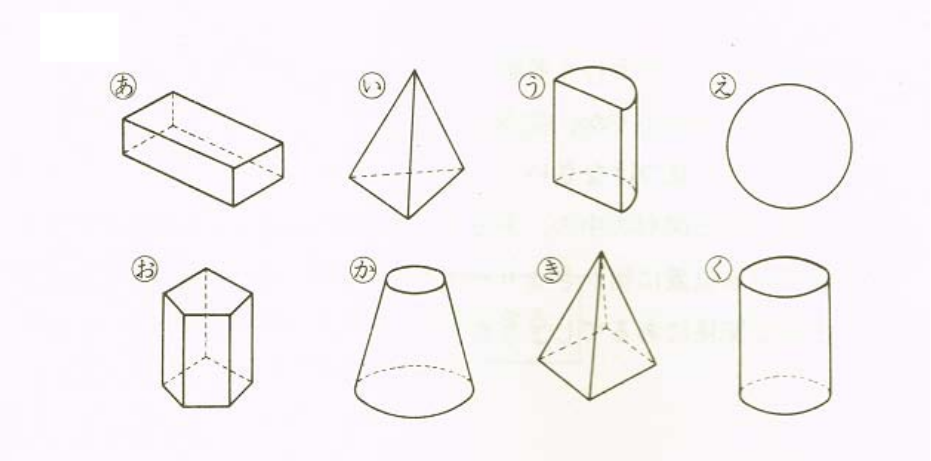
「A，B，Cの３班でマラソン大会をしました．各班の人数は１０人ずつです．結果は下のようになりました．さて，どの班が１位といえるでしょうか．いろいろな決め方を考えましょう.」

順番	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
班	A	B	A	C	B	B	C	A	C	C	C	B	A	A	B
順番	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
班	B	C	A	C	B	C	B	B	A	C	A	A	A	C	B

この問題の解説文を見ると，社会的価値観に関する言葉は見られない．どのように数値化するのかの説明やそれぞれの方法の長所や短所を議論することについての説明は見られる．例えば,「ベスト 10 までに入った人数の多い順で比べる」という考えが載っているが，何故ベスト 10 までに入った人数で比べるのかは記述されていない．数学的な前提が強調されていると解釈できる．つまり，マラソンの順位付けの問題は社会的な事象を扱っていても数学的な前提で解決が進んでいるのである．これは，先述したメロンの問題とは違うと考え，社会的オープンエンドな問題には含めないことにし，数学的オープンエンドな問題とする．数学的なオープンエンドな問題では，問題場面は，すべてが数学的ではなく，社会的や科学的な文脈もあり，重要なのは，解を考える前提，つまり，数値化の時の前提として，社会的な価値が明示されるかどうかということである．このように考えると，「おはじき」「マラソンの順位付け」などは社会的な文脈であるが，数値化の時の前提の判断基準は，数量や図形などすべて数学的なので数学的オープンエンドな問題である．

②分類の問題(How to classify)

次の図のような立体があります.(い)の立体の持つ特徴と同じ特徴を持つ立体をあげ，その特徴も言いなさい.



予想される反応例として角すい，側面の形が三角形，面が４つある，正面から見た形が三角形，直線だけで囲まれている，底面に平行な切り口の形が底面と相似などが挙げられている．つまり，この場面に各自が数学的な条件（図形に関わる構成要素や操作等）を入れて分類整理をすることになる．これはあくまでも，前提条件は数学的なものである．社会的オープンエンドな問題とは前提にするものが違っている.

③きまり発見の問題(How to find)

下の表は，A,B,C,D,E の５つのチームが野球をしたときのとちゅうの記録を表したものです.

チーム	試合数	勝ち数	負け数	引分け数	勝率	ゲーム差
A	25	16	7	2	0.696	
B	21	11	8	2	0.579	3.0
C	22	9	9	4	0.500	1.5
D	22	8	13	1	0.381	2.5
E	22	6	13	3	0.316	1.0

表に書いてある数のあいだにはあるきまりがあります．そのきまりをできるだけたくさん書きなさい.

この問題は，社会的な事象を扱ってはいるが，求めているのはこの表の中に潜む数学的なきまりである．説明には，５個の関係が内包されていると説明してある.

a)試合数，勝ち数，負け数，引き分け数の間に加法的関係があること
b)勝率，勝ち数，負け数，引き分け数の間に乗法的関係があること
c)ゲーム差は，２チームの勝ち数と負け数の間の関係であること
d)試合数の和が偶数であること
e)勝ち数の和と負け数の和が等しいこと

つまり,社会的事象を扱ってはいても,この問題では表の中に潜む数学的なきまりを求めている.その際に,数学的前提(勝ち数と負け数と引き分け数と試合数には数理的なきまりがあるとすると)に基づいて数学的決まりを考察している.

(3)社会的オープンエンドな問題と数学的オープンエンドな問題との相違

上記の(2) 島田(1977)の考えるオープンエンドな問題の「数値化の問題(How to measure)」「分類の問題(How to classify)」「きまり発見の問題(How to find)」の３つのタイプがある(p. 215)が，すべての問題に於いて何らかの数学的な前提に基づいて数学的モデルが構成されている．これに対して，社会的オープンエンドな問題では，社会的価値観などの社会的前提に基づいて数学的モデルが構成される．島田(1977)のオープンエンドな問題を社会的オープンエンドな問題に対比して数学的オープンエンドな問題とする．このことを図に表すと図２図３のようになる．

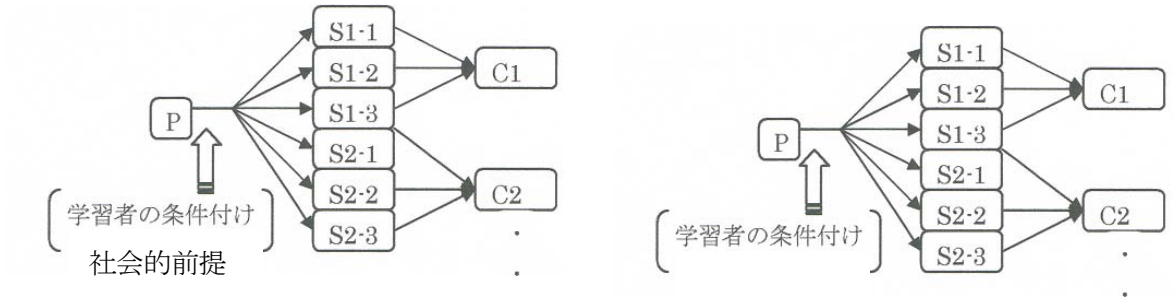


図２　社会的オープンエンドな問題

註１：P:問題(problem), S:解決(solution),C:解答(conclusion)を指す．なお，上記のＣ１，Ｃ２のようにまとまらずに正しい解答が更に複数生じることも考えられる．なお，この図は入澤(2009)の考えを元にして修正している．

なお，社会的オープンエンドな問題を用いると，Shimada&Baba(2012)は，前提を仮定という言葉を用いて，子どもから社会的仮定と数学的仮定の両方が表れることを同定している(図４参照).

①Two types of assumptions at the formulation stage of problem solving

The first characteristic is that there are two types of assumptions at the formulation stage of the problem solving, base on Nagasaki, Shimada, Nishimura (2008), which has elaborated on setting the assumptions (hypothetical qualitative and quantitative assumptions). One of them is setting value-laden conditions such as equality among the whole class and priority to specific person. The other is some mathematical interpretation based on the above conditions. The following protocol reveals this.

(Protocol [1] of Hitting the target)

1	T4:	So, please think about this problem and also write the reason.
	10 minutes later, discussion on different ideas	
2	S4:	The first grader might be happy to get the bigger score because the ball is between 1-point area and 3-point area. They can get two prizes because 5 +3 +3 = 11.
3	S5:	5 +3 + (3 +1) = 12. Since they are the first grader, both points would be given.
4	T5:	That's a great service to give both points when the ball is on border line between two areas. It is very kind of you to a small child.
5	S6:	The first grader may complain if we give only one point. It is not fair if give three points. I would like them to slow once again.

S4 made a decision to give the higher score and S5 to give both scores, when the ball came on the border of two areas in the target. They cared about the small child and developed the models such as giving the higher the score or adding both points. As you can see, different mathematical models can be made based on the same value of care about the first grader. In the course of this formulation, there are two types of assumptions. One is related to the social value in the daily life that we have to be kind to a small child. And the other one is the mathematical interpretations and models.

(Vol.4-p.77)

図４　定式化における２つの仮定（PME からの抜粋）

従って，社会的オープンエンドな問題では，図２の社会的前提に数学的前提が加わること（図５）も考えられることを付記しておく．

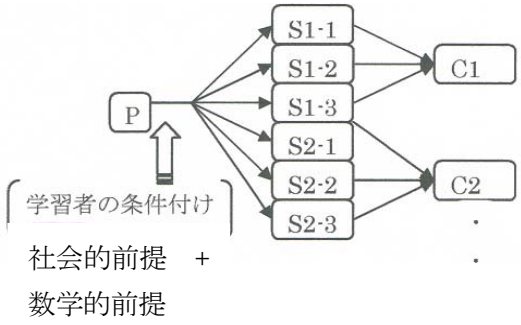


図５　社会的オープンエンドな問題

５．社会的オープンエンドな問題による指導

社会的オープンエンドな問題の解決により，多様な価値観との出会いが起こり，異質な集団との交流が起こることになる．更に，先述した１）現代の人間や社会に対応する，２）数学の方法への着目，３）数学を学ぶ意味の問い直しを考えることができる．例えば，図６的当て問題のような社会的オープンエンドな問題を提示すると，平等・公平の社会的価値観や１年生思いの社会的価値観が発表され，それに基づいた数学化が行われる．そして，多様な価値観に気が付き，最終的にどの価値観に基づいて判断するかという意思決定が行われる．異質な集団による交流が行われ，どの価値観に基づく数学的モデルも正解になり，また，価値観に基づいて数学化が変わってくるという数学観が育てられることになる．こうした活動の結果，１）現代の人間や社会に対応する，２）数学の方法への着目，３）数学を学ぶ意味の問い直しに関わる活動ができるだろう．

文化祭でクラスイベントをすることになりました．的当てを準備し，参加した人に点数に応じた景品をあげることになりました．的から，どの程度離れるのか等を話し合い，的の点数も決めました．点数に応じた景品も決めました．投げる回数は３回にしました．点数に応じた景品は，次のようにしました．合計点数に応じて，下のような賞品がもらえます．

１３点以上：好きな物を３個とれる．
１０点から１２点まで：好きな物を２個とれる．
３点から９点まで：好きな物を１個とれる．

１年生の児童は，次のようになりました．この１年生は，好きな物を何個もらえますか．あなたの考えを書きましょう．

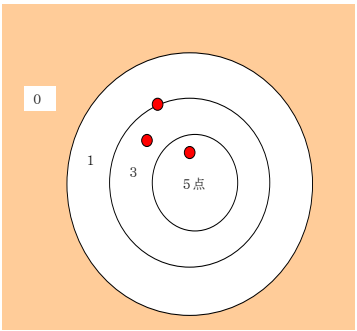


図６　的当て問題

６．すべての子どものための算数・数学の授業

社会的オープンエンドな問題を授業で扱った時

に表出する子どもの価値観を大切にすることは,「個人の価値（観）の尊重」にも連なることになる．個人の価値観を尊重することは，学校教育でいえば，すべての子どもを大切にすることになる．また，すべての子どもを大切にすることは子どもの多様性を尊重することでもある．このことに関連して Bishop(2000)は，教師が生徒の中に「豊かさ」や多様性，いくつもの違う長所を探すことを奨励している.「生徒の多様性は歓迎されるべきものであって，決して無視されたり乗り越えられたりされるべきものではない．民主的な教育は，生徒の中にある違いや多様性を認め，祝福するのである（p.6）.」と述べている．また，Bishop(2000)は学習者の個性や経験をもっと大切にする必要を主張し，次のようにも述べている.「学習者とは，その人固有の社会的文脈に存在しているユニークな個である（p.6）.」「教師は，生徒が学校の外で行っている数学的活動にももっと注意を払うべきであろう．また，生徒がいろいろなところで獲得してきた知識を示すことを許すべきだろう(p.6)」と．

こうしたすべての子どものための教育は，UNESCO（1990）の「すべての人々のための教育(Education for All)」による途上国における識字教育に見ることができる．1990 年「“教育をすべての者に”世界会議 World Conference on Education For All」が開催され，「ジョムティエン世界宣言」が採択され，教育が基本的人権であることが確認された．こうした世界宣言が採択された背景には，1 億人以上のこども（少なくとも 6000 万人以上の女子を含む）が初等学校に就学していないなど（米村,2001）がある．

この「万人のための教育世界会議」は前文と 10 条の条文で構成されていて，これには基礎教育をすべての人が享受できるようにという思いが内包されている．この中の 1 条と 4 条には価値や価値観を見出したり身につけたりすることが含まれていて，馬場(1998)は次のように紹介している．1 条「教育の発展におけるもう一つの同様に基本的なねらいは，共通の文化的，道徳的価値観を伝授し，強化することにある．個人や社会は，それらの価値観の中に自らの主体性や価値を見出すことになる.」，4 条「教育の機会の拡大が，個人や社会にとって意味のある開発に転換されるかどうかは，結局人々が機会を与えられた結果，実際に学ぶかどうかに，つまり，人々が有用な知識や論理能力，技能，価値観を身につけるかどうかにかかっている．（略）」(p.23)．更に，2000 年「世界教育フォーラム」では,「ダカール行動枠組みー“すべての者に教育を”ー我々の集団的使命の遂行ー」が採択され，６つの目標を掲げている（米村,2001）．その中の 6 つ目に,「あらゆる側面で教育の質を改善し，すべての者によって，とりわけ読み書き，計算，生活の基本技術に関して，はっきりと測定されうる学習効果が成功裏に達成されることを保証する」（米村,2001）が挙げられ，算数教育に関わる計算が挙げられている．一方，清水（2006）によれば，UNESCO の 2000 年のダカールでの報告書の最新版（UNESCO,2005）では,「リテラシー」概念について検討され,「識字力」としての「リテラシー」の意味の変遷が見られる（清水,2006）．その意味の変遷とは,「基礎的な認知的技能を獲得する単純なプロセスとみなす立場から，社会的・経済的発展に貢献する仕方でそのような技能を用いることへ，さらに個人や社会の変化のための基礎として社会意識をもち批判的な反省的思考ができることへと，とらえる立場が変わってきている．また，ユネスコの報告書によると,「リテラシー」に関する国際的なとらえ方（conceptions）は,20 世紀中盤から深化してきたという」（清水 2006）．つまり，UNESCO は，すべての子どもの教育の重要性を掲げてきており，基礎的な技能の獲得から，技能を活用し，批判的な反省的思考ができる「リテラシー」へと質の変化が表れてきているのである．

一方，日本においては，長崎(2014)は，すべての子どものための数学的リテラシー(Mathematics for all)を求めていて，島田茂(島田, 1977 ; Becker & Shimada, 1997）が開発したオープンエンドの問題（オ

ープンエンドアプローチの授業）がすべての子どもの考えを生かすためのものであったことを述べている．長崎(2014)は子どもの「多様性」を生かすことが「すべての」子どもの参加に繋がることを次のように述べている．「これらの多様性は，子どもの立場から見ると，すべての子どもが算数・数学に何らかの形で参加することを可能にするものであると考えられる．（略）このように考えてくると，算数・数学の対象・方法から生ずる多様性は，子どもの多様性となり，さらには，「すべての子どもの参加」につながる．」(p.21-22).

本論文では，社会的オープンエンドな問題による授業を目指しているので，長崎(2014)の主張のように，子どもの考えが多様に表出し，正答も多様になることからすべての子どもを生かすことが期待できる．

参考・引用文献

馬場卓也.(1998)「数学教育開発における文化の意義と役割－民族数学の視座より－」,広島大学大学院国際協力研究科修士論文，p.23

馬場卓也(2007)「多様な価値観を有する社会・時代における算数教育」,『日本数学教育学会誌』第89巻第10号，pp. 20−27.

馬場卓也(2009) 「算数・数学教育における社会的にオープンエンドな問題の扱いと価値論からの考察」,『数学教育学研究』,Vol.15，No2，pp.51-57.

Becker, J.P., Shimada, S. (Eds.) (1997). The Open-ended Approach in Mathematics Education: A New Proposal for Teaching Mathematics. *Reston, National Council of Teachers of Mathematics (The original version is in Japanese Shimada, S. (Eds)(1977)).*

米国科学振興協会日本語版(2005)「すべてのアメリカ人のための科学」,p.137.

Bishop,A.(1988a)"Mathematics Education in its Cultural Context",pp.179-191,*Kluwer Academic Publishers.*

Bishop.A. (1988b),"Mathematical enculturation,A Cultural Perspective on Mathematics Education",日本語訳，湊三郎(2011)『数学的文化化－算数・数学教育の立場から眺望する－』,教育出版,(p.221).

Bishop,A.(2000).「数学教育の民主化に対する障壁の克服, "Overcoming Obstacles to the Democratisation of mathematics Education"」，日本の算数・数学教育 2006,日数教 YEARBOOK,pp.3-13

Ernest,P.(1991)「The Philosophy of Mathematics Education」,pp.259-261.

飯田慎司 (1995)「オープンエンドの問題解決と Humanistic Mathematics について」,『第 28 回日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集』，pp.243-248.

入澤勝利(2009)「算数・数学教育におけるオープンエンドアプローチに関する研究－オープンプログラムについての考察－,鳥取大学数学教育研究,Vol.11,No.5,p.15.

国立教育政策研究所監訳.(2004). 生きるための知識と技能 2 .ぎょうせい.p.18.

長崎栄三(2012)「21 世紀の高度情報化社会を心豊かに生きるための数学的リテラシーー社会における人間の生涯を視野においた算数・数学教育－」,ICME12.

長崎栄三.(2014)「数学的リテラシーについての生涯モデルの構成とその理論的枠組についての研究」,日本学術振興会科学研究費補助金萌芽研究・研究資料集,課題番号 24650526

太田伸也他(2011)「個人の生涯における数学的リテラシーの様相モデルの検討」p p.187～194,「数学教育におけるリテラシーについてのシステミック・アプローチによる総合的研究」,代表　長崎栄三.

島田功(2009)「算数において意思決定力の育成をめざす授業に関する研究」,『日本数学教育学会

誌』,Vol.91,No.12, pp.20-30.
島田功（2011）「算数教育における社会的オープンエンドな問題による価値観指導に関する研究」,『第 44 回日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集』, pp.195-200.
島田功,馬場卓也（2012）「算数教育における社会的価値観の育成に関する研究(1)」,『第 45 回日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集』, pp.233-238.
Shimada, I. Baba, T. (2012),"Emergence of Students' values in the Process of solving the socially open-ended problem". *Proceedings of 36th Psychology of Mathematics Education*, Vol.4, 75-82.
島田功,馬場卓也（2013）「算数教育における社会的オープンエンドな問題による価値観指導に関する研究(1)－社会的価値観とそれが表出する問題についてー」,『数学教育学研究』, 19(1),pp.81-88.
島田茂(1977)『算数・数学科のオープンエンドアプローチ』, みずうみ書房.
清水美憲.（2006）「国際機関によって提示された「数学的リテラシー」の概念規定」, www.jst.go.jp/csc/science4All/link/download/sub1-017.pdf
山口武志(2011)「数学的リテラシーが求められる社会的背景」,p.12,「数学教育におけるリテラシーについてのシステミック・アプローチによる総合的研究」,代表　長崎栄三.
米村明夫編.（2001）『調査研究報告書第 7 章（中間報告書）』, 日本貿易振興機構アジア経済研究所
UNESCO.(1990).「万人のための教育（EFA: Education for All）」, 日本ユネスコ国内委員会, 文部科学省.　www.mext.go.jp

小学校卒業までに身につけたい数学的リテラシーについて

清水　壽典
神奈川県平塚市立大野小学校

１．はじめに

現行（平成 23 年 4 月から全面実施）の小学校学習指導要領から週あたりの算数の授業時間は 4 時間から 5 時間に増えた。学習内容が増えただけでなく、「子どもたちの現状をふまえ、『生きる力』を育むという理念のもと、知識や技能の習得とともに思考力・判断力・表現力などの育成を重視していています。」さらに、「次時代担う子どもたちが、これからの社会において必要となる『生きる力』を身に付けてほしい。」という思いから新たしい学習指導要領を定めたと謳っている。

学習指導要領の理念である「生きる力」とは何かというとつぎの３点が述べられている。

○　基礎・基本を確実に身に付け、いかに社会が変化しようと、自ら課題を見つけ、自ら学び、自ら考え、主体的に判断し、行動し、よりよく問題を解決する資質や能力
○　自ら律しつつ、他人とともに協調し、他人を思いやる心や感動する心などの豊かな人間性
○　たくましく生きるための健康や体力　など

「生きる力」は今回もこの理念が引き継がれたことになる。とすると、算数の学習内容が増加し、授業時数が増やされた今、知識・技能だけを身に付けさせればよいというわけには行くまい。特に、前段の「自ら課題を見つけ、自ら学び、自ら考え、主体的に判断し、行動し、よりよく問題を解決する資質や能力」を、算数教育の中でどのように具現化すればよいのであろうか。すなわち、総ての子どもたちに身に付けて欲しい能力とは何で、それをどのように学ぶのか、あるいは身に付けさせられるかについて学年を考慮しながら検討する必要があるということである。

そこで、上述の「生きる力」は、「数学的リテラシー」を媒介にして身につくと考える。「数学的リテラシーとは、特に算数・数学教育の側面からリテラシー、すなわち、成人に持っていて欲しい知識や技能や考え方や態度などを表している。」（長崎ｐ．１）と定義されている。

その際の小学校教育における総ての子どもとは、学校・学級における子どもを対象としており、総ての子どものための算数授業における工夫は、大きく１６項目に分類される。（長崎ｐｐ．１８−２１）そして、「学校教育において、絶えず教育内容を検証するだけではなく、より広い場面に転移が可能な教育成果、すなわち、内容よりも方法・能力に目を向けていく必要が出てきている」さらに、続けて「学校教育においては、学習時の充実だけではなく、その後の長い人生に維持され更新されていけるような形で教育・学習を進めていく必要がある。」（長崎ｐ．２）と述べている。

そこで、本稿では小学校におけるより広い場面に転移可能な能力や学習の進め方に焦点を当て述べることにする。

２．算数を学ぶことで期待される子ども像　昭和 26 年小学校学習指導要領（試案）より

この期の学習指導要領は、生活との結びつきに重点が置かれているので、算数がどのように我々の生活に役立つかという項を立て、生活との密接な結びつきを明らかにしながら学習内容との関連を述べている。そして、算数と教育の一般目標との関係の中で、「(a)　物事を自主的に学ぼうとする意欲と、正しい態度を養うのに役立つ」、「(b)　物事を正確に処理せずにはいられない、鋭い道徳的感情を養うのに役立つ」「(c)　物事をはっきり言い表したり、書き表したり、また，人の話を聞

いたりするのに役立つ」と述べられている。すなわち、算数を学ぶことによって、自主性が、あるいは選択や判断するときの正確さを求め且つ鋭い倫理観を持つ大切さが、さらに、言語的表現力や聞き取る力が養われるというのである。

昭和 26 年の小学校学習指導要領改訂版（試案）は、戦後間もなくで GHQ の影響下にあったとはいえ、算数を学ぶことによって自主性や表現力、聞き取る力の育成に役立つと明記しているところに見るべきものがある。なぜなら、子どもたちが将来社会に出たとき身に付けていて欲しい力に他ならないからである。

３．小学校算数教育において卒業期までに身に付けておきたい力

小学校教育においては、学習指導要領に則り学習内容が各学年の発達段階に応じて、きめ細かに決められている。算数科・数学科は、学習した内容を確実に身に付け、新しい課題に出会ったときに、それを既習の学習内容と関連づけて解決したり、今までに身に付けた考えを用いて解決したりするといった積み重ねの教科である。そのため、学習した内容への習熟を図ることはいうまでもないが、殊より課題を解決する過程で顕現する力を身に付けさせることも大切であると考える。その力とは算数の力（2007 長崎・滝井）とほぼ同一と考えてよい。算数の力は、算数を生み出す力、算数を使う力、算数で表す力、算数で考え合う力の四つの力からなり、それをいくつかの力で構成されている。その中で特に身に付けて欲しい力が次の通りである。解決への見通しを持つ力（算数で予測・推測する力)、多様に考える力、表す力（式・表・グラフ・図等で表し、使い、よむ力)、説明する力、他者の考えと比較検討する力と他者の考えを理解しようとする力（解釈する力)、解決した課題を再度検討（問い返しを）する力、発展的に考えようとする力、関係づけて考える力の九つの力のほかに課題を把握する力と考える愉しさや分かる愉しさを味わうことができる力の二つを加え１１つである。本稿ではこの１１つの力を数学的リテラシーとして考えることにする。

（１）思考の意味

思考とは、ある出来事や目標などの対象について考える働き、または働きかける過程のことであると考える。その行為により、対象となるものの意味や価値を知るのである。その際必ずといってよいほど理解・納得するために意味付けという脳（心）の働きがあるのではないだろうか。とはいうもののこれには算数や理科などの問題を解決するために脳が活動をする狭い意味での思考と道徳などのように他者の行為や物語などに触発されて心が動かされ内面が磨かれる思考、所謂広義の思考があると考える。本性で扱う思考とは前者を指している。

（２）子ども側から見た思考の過程

子どもは、体験や経験、学習の中で自分との関わりを通して自分の中に知識や技能、知恵や手触り、食感、臭いなどの感覚的な機能を蓄積して成長していく。成長の過程でそれらが豊かに形成されるのである。そして、新しい事象や事柄に出会ったとき、自分の中に蓄積されていたそれらと照らし合わせながら対応するわけである。自分の形成されたそれらこそが、フィルターの役割を果たしているのである。そして、そのフィルターは年齢を重ね新たな課題に出会い解決する度に、目が細かくなるだけでなく厚く豊かになっていくのであると考える。

算数においては、まず解決すべき課題が提示される。子どもは、まず課題を捉えるための準備をする。そして、どうすれば目的が達成できるか（解決できるか）考えを巡らす。それに伴って、解

決の手段や方法を模索、検討し始める。さらに、蓄積されてきた知識や技能および感覚的機能というフィルターを通過させながら、課題を解決へと導く。ところが、未体験の事柄や既習の知識と結びつけることができない場合には、困惑し手が着かない状態に陥る。そこで、指導者は個人の能力に合わせ、解法の足がかりとなる考え方を示唆するのである。個人解決での限界を集団解決の場を充実させることで乗り越えたいと考える。詳しくは、後で述べることにする。

何はともあれ、このような学習を繰り返すことで自分の中の蓄積された知識や技能、感覚的機能がより一層磨かれる大きくなるばかりか、新たな考えが蓄積されるので、さらに目の細かい丈夫なフィルターへと変身していくのである。このフィルターこそが、子どもたちが何か行動を起こすときの規範、拠り所であると考える。

（３）自分の考えを持つ

問題が提示されたとき、子どもは何が分かっていて、何を求めるのかを読み解く。多くの子は、問題の意味を理解した後に今まで学習したことと関連づけて解法の扉をたたくのではないだろうか。ここで大切にしなければならないことは、総ての子どもたちに問題を把握させ、解決すべきものは何かを理解させることなのである。この一歩が無い限り自分の考えは持てない。

ところで、自分の考えを持つに至るまでにどのような行程があるのだろうか。まずは、既習の学習と関連づけながらも試行錯誤して取り組む。そのうち「もしかしたら」と新たな展開を見ることもあるであろう。その繰り返しの中で解法の手立てを見出すことになろう。その見出した手立てを言葉や算数の言葉（式、表、グラフ、図等）で書き表し、思考の過程を残すことが大切である。たとえ、不完全なものであっても記録にとどめておくことは大切である。さらに、完成されたものなら筋道立てて説明できるまでに、また完全までに辿り着いていない解法であっても、考えの軌跡を順序よく説明すればよいわけである。そのような算数的活動を通じて、自分の考えが明確になる場合もあるし、不足している部分や見落としていた部分に気づくこともあるからである。そして、友だちの考えと照らし合わせ、自分の考えとの類似点や相違点、とるべきヒントはあるのか等批判的な考察を加えながら、絶えず自分の辿り着いた考えへの問い返しを通して、考えを膨らませたり、修正したりして確実なものにしていくことが大切である。特に、自分の考えを表現するという活動は、これからの社会を生き抜くために必要な力であると考える。

すなわち、課題を把握する、自分の考えを持つ、書き記す、筋道立てて説明する、他者の考えに耳を傾け考察する（批判的考察）、自分の絵解法への問い返しをするといった一連の活動を通して前述した１１つの力が身に付くのである。

①多様な考えを持つことの大切さ

子どもが「多様な考えを持つ」といったときそれには２つの側面が存在している。一つは何らかの課題を解決するために一人の子どもが一つ乃至二つぐらいの解決手段や方法を持っている場合である。二つめは、一人の子どもが幾通りもの解決手段や方法を有している場合である。望ましい姿は後者であると考えるが、集団解決を通して多様な考えに触れ、その良さや自分の考えの良さを実感できることでは双方とも大切な学習行動である。

②多様に考えさせる意義

多様に考えさせる授業の意義は、「子どもに自力解決の可能性が高いこと、いろいろな知識や考え

方を活用する場があること、１つの解決方法に満足しないでより簡潔で一般性のある解決方法の発見へチャレンジさせられること、個人差に応じた指導が可能であること等々の点でのぞましい。」（1987　石田）のである。また、子どもの考えを生かすことができるだけでなく、一見違って見えた考えが共通のアイディアに着目することで統合されるという経験を重ねることで他者の考えの良さに気づいたり､改めの自分の考えの良さにきづいたりして学びが充実してくるのである｡さらに、考えを共有化することにより、自分では思いつかなかったさらによい数学的な考えを知り、数学的考えの質を高めることができるからである。

③多様に考えることの良さ

(a)　柔軟な思考をする態度の育成

例えば、つぎのような問題がある。
あなたなら、右の９つの式をどのようなグループに分けますか。分けた理由も書きましょう。

6+48　7×9　45−9　3+3+3+3+3+3
72÷8　8.1÷0.3　100/4 + 100/5
24+24+24

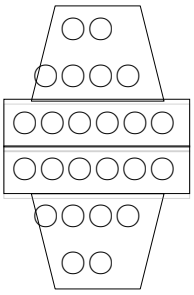
上のような問題に取り組むことにより、事象をしっかり観察し、自分の観点で分類・整理することができる。その際、分類する観点を持つ必要がある。その分類の観点がたくさん持てることが事象を見る目、考え方を豊かに育てることにつながるのである。

(b)　多面的に事象を見る態度の育成

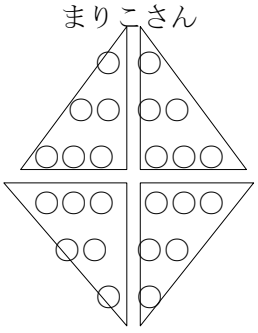
○○
○○○○
○○○○○○
○○○○○○
○○○○
○○

左のように並んでいるおはじきの数の求め方をかけ算の式で表しました。あきらさんは、6×6、まりこさんも 6×6　えいぞうさんも 6×6 と表しました。どのようなまとまりをつくって数えたのでしょう。その考えが分かるように、おはじきを○で囲みましょう。

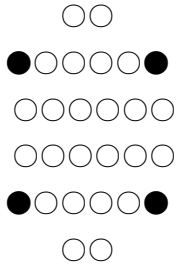
あきらさん



まりこさん



えいぞうさん



(c)　多面的に事象を見ることを通して、いろいろな数学的な概念やアイディアを使う経験を与える。

(b)との関連で、おはじきの数え方を 6×6 と表したとき、あきらさんやまりこさんの考えと触れることで、自分の考えとの類似点や相違点を明確にでき、その考えの良さを実感できる。さらに、えいぞうさんのように移動させてまとまりをつくるという思いもつかないアイディアに出会うことで、新たな発見や驚きという体験を蓄積することで事象の見る目を肥やすことができると考える。

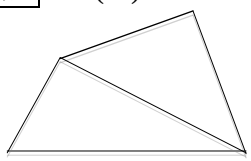
(d)　自分の考えの質を高めることができる。

例えば、つぎのような活動であろう。三角形の内角の総和を合同な三角形を敷き詰めたり、分

度器で測って求めたりして、１８０°という結論に達した後に、四角形の４つの内角の総和や五角形、六角形のそれは何度か求める学習がある。この算数的活動は、三角形の内角の総和を求める活動とは異なり、演繹的な考えを用いることになる。三角形の内角の和１８０°をもとにして四角形の４つの内角の総和を求める。また、同じような考え方で五角形や六角形等の多角形の内角の総和を求めるときに共通に使える考え方を見つける算数的活動が自分の考えをより洗練された考えへと導くと考える。

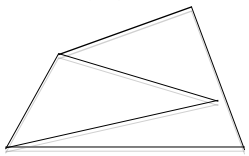
四角形

(ア)



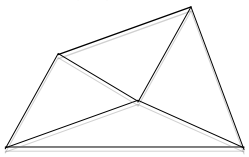
点が対する頂点に移動する場合

(イ)



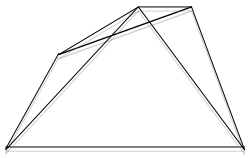
点が返上にある場合

(ウ)



点が四角形の内部にある場合

(エ)



点が四角形の外部にある場合

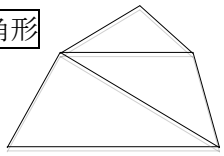
三角形２つに分ける　180×2=360

三角形３つに分ける　180×3−180=360

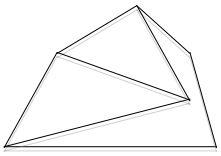
三角形が４つに分ける　180×4−360=360

三角形を３つに分ける　180×3−180=360

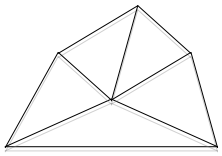
五角形



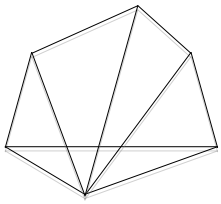
180×3=540



180×4−180=360



180×5−360=360



180×4−180=360

n 角形

180×(n−2)　180×(n−1)−180=180n−360=180(n−2)　180×n−360=180(n−2)　180×(n−1)−180=180n−360=180(n−2)

何も一つの考えに固執するのではなく、幾通りかの求め方を試みて、その考えがつぎの多角形にも用いることができるか確かめたり、いつでも使える考えはどれか考えたりすることが自分の考えを洗練することになるのである。

ここで大切にしたいことは、単に多角形の内角の和を求めればよいのではなく、三角形の内角の和１８０°という性質を用い、ある頂点から引いた対角線の終点であるそれぞれの頂点を結んで三角形をつくるか、点を、返上を動かしたときに三角形をつくるか、点が多角形の内部にある場合と外部にある場合を考えてつくるかというふうに点の数や点を移動した場合を考えて課題を解くという算数的活動を経験し、それぞれの良さを味わうことをこの学習のねらいにしたいと考える。

(e)　(d)を通して、よりよいものを求めようとする態度の育成に繋がる。

問題を解決するだけが算数の学習ではない。自分の考えをより確実なものにし、友だちの考えに耳を傾け汲み取るべき考えは進んで取り入れ自分の考えを広げ深めようとする態度を育成するためには解決に向けた多様な考えを出し考え合う授業や正答が幾通りもある問題を解決する授業を経験することがよいと考える。

(f)　多様な考えの共通な考えをまとめることにより、統合的に考える態度の育成。

５年生の台形の求積の授業がこれにあたる。台形の面積を既習の図形の面積公式が使えるよう

な図形に分割し、その公式を適用して求める。その際子どもたちの多様な考えが出されるが、各々の考えの特徴や良さを検討し、共通部分を見出しながら（統合的に考えて）、いつでも使えるように公式を作りあげていくであろう。見た目では異なる求め方であっても、何（あるいは、どのような図形）に着目して解決の糸口をつかんだのかを明らかにすることで共通性が見えてくる。多様な考えに触れるということは、一見異なるように見える事象でも見方を変えてみると共通なものでくくることができる貴重な経験ができることなのである。

④多様に考えさせるための指導上の留意点

集団解決の場で、子どもたちの多様な考えを発表させ、最後に指導者が「どの考えが一番簡単でいつでも使えますか。」と問いかけ、授業をまとめるケースを多く見受ける。せっかく子どもたちに考えさせ、発表までさせたのにみんなの考えを集約するのならまだしも一番よい考えしか取り上げないのなら最初から言わせないでとなって、子どもたちの意欲は減退するのではなかろうか。そのためには、授業者がこどもたちに何故多様な考えを持ってほしいかということの意義をきちんと理解していなければならない。その上で、以下の四点に留意して授業を組み立てることが大切である。

(a)　子どもの多様な考えを予想すること。
(b)　どのようにしてそれぞれの考えを高めていくことができるか。
(c)　どのような考えで統合することができるか。
(d)　本時の中で何を大切にすればよいかを判断して、そこに重点を置く。

⑤多様な考えをさせるための教材

多様な考えを生かす指導は、『解法の方法が多様に考えられる問題を用いて子どもの能力や興味・関心という個人差や個性に応じるようにし、子ども主体的に問題解決を進めることを支援する指導』(算数科授業研究の会　2010)である。さらに、解法だけでなく、正答が幾通りもあるオープンエンドの問題や問題を発展的にとらえる問題づくりも多様な考えを生かす指導に含まれると考える。

１）解法の多様性

解法の多様性を例に挙げると次の問題例となる。

分数の加法・減法、乗法では分母は分母同士、分子は分子同士で計算をしてきたわけだから、同じような方法で解決したいという子やわり算のきまりに従って解決したいという子は既習の学習を生かしているといえる。このよう様々な考え方が出る問題をオープンアプローチの問題と呼ぶこともあります。本問題ではつぎの４つの考えが見出された。

分数のわり算(5 年)　　3/2÷4/5

(a)　分母をそろえる（通分する）

$3/2÷4/5=3×5/2×5÷2×4/2×5$
$=3×5/10÷2×4/10$
$=3×5÷2×4$
$=15÷8$
$=15/8$

(b) 分数の加減法・乗法と同じ方法

$3/2÷4/5=3×4/2×4÷4/5$
$=3/2×4÷5$
$=3×5/2×4×5÷5$
$=3×5/2×4$
$=15/8$

(c)　除数を整数にして計算する	(d)　除数を１にする
3/2÷4/5＝3×5/2÷4×5/5 ＝3×5/2×1/4 ＝3×5/2×1/4 ＝15/8	3/2÷4/5＝3×5/2×4÷4×5/5×4 ＝3×5/2×4÷1 ＝3×5/2×4 ＝15/8

２）オープンエンドの問題

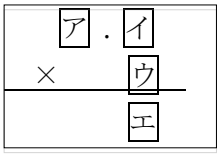
算数で扱う問題の多くは正答が一つに決まっている。これに対して、正答が幾通りも考えられる問題も存在する。この問題のことをオープンエンドの問題といっている。認められた正答に優劣を付けず、どの考えも平等に良さを認めるところがこれのよい点である。様々な考えに触れ、どの考えがもっともよいと思うかも個人によって異なるし、この考えを取り入れてみてより洗練された解に導くのも個人によって異なる。ですから授業に愉しさが生まれる可能性があるといえる。

とはいうものも多くの教師は、「多様な解を発表させておいて、まとめはどうするの。」と疑問を投げかける。ですから、オープンエンドの問題を扱うときには、授業狙いを何に求めるかなのである。狙いは二つあると考える。一つは、「様々な観点から問題を捉えることができる。」であり、もう一つは、「一つの考え方は正答に満足せず、異なる角度から問題を見直したとき、新たな考え方や答えと出会うことができる。」である。まとめをすることで、子どもたちに「たくさん考えても結局は先生がよいと思った答えに集約されるのか。」と意欲を喪失させるような感情を味わわせるべきではないと考える。このよう場合では、オープンエンドの問題を初めて扱う学級では、まとめをしないことを進める。

しかるに一方、何度も経験をした子どもたちには、それぞれの考えから辿り着いた正答を、一見全く異なるものと答えを関連づけてまとめることもできる。何はともあれ、オープンエンドの問題は一人一人の子どもの個性を伸ばすことができる。

つぎにオープンエンドの問題の例を示すことにする。

□の中に、１～９までの数を入れて、□．□×□＝□になるようにしましょう。



というように筆算で考えると、積エには１から９が入ると考えられる。またウにも１から９が入ることが分かる。とすれば、ア.イ×１＝1、ア.イ×２＝1・・ア.イ×１＝９になるア.イを求めればよいことが分かる。すなわち、１÷２というかけ算の逆算であるわり算をして答えを求めることができる。0.5 が求める答えである。積が１の場合は 0.2×5、0.5×2　0.4×5　0.5×4 の４通りである。そして、つぎは積が２の場合を考える。ところで、このような問題の場合多くの子どもは最初に、試行錯誤して答えを求めようとする。しかし、解がまだありそうだと感じた瞬間に、もっと効率よく落ちなく重なりなく見つけるためにはどのようにするとよいのかを考え、自分の活動を絶えず検討しながら学習を進めていくことができる。本問題の正答は、積が１の場合の 0.2×5、0.5×2、積が２の場合の 0.4×5、0.5×4、積が３の 0.5×6、0.6×5、1.5×2、積が４の 0.5×8、0.8×5、積が５の 2.5×2、積が６の 1.2×5、1.5×4、積が７の 1.4×5、3.5×2、積が８の 1.6×5、最後に積が９の 1.5×6、1.8×5、4.5×2 の１８ということになる。

３）問題づくり

現に取り組んでいる問題が解決した後に、その問題をもとに、その問題の構成要素となっている部分を､類似な値やより一般的なものに置き換えたり､その問題の逆を考えたりすることを通して、新しい問題をつくり、自ら解決しようとする主体的な算数的活動である。

２）のオープンエンドの問題と同じように一般の授業では問題を得だけに主眼を置いているが、本算数的活動である問題づくりは、解決した問題を発展させることで問題の本質に迫ることができるとともに、何よりも自分の問題として見なし、これまで学んだ算数の考えや知識、概念をフル活用して考える場を設定できることに良さがある。

例えば、つぎなような問題がこれに当たる。

・最初の問題(現問題)たて４ｃｍ、よこ６ｃｍの長方形があります。この長方形の面積は何ｃｍ^{2}でしょう。
・問題づくり　発問例「この問題をもとに、一部を変えて、ほかの問題をつくってみましょう。」

> たて４ｃｍ、よこ６ｃｍの長方形があります。この長方形のよこの長さをそのままにして、たての長さを２倍にすると、面積はもとの長方形の何倍になるでしょう。

４．算数の授業における「わかる」ということの意味

教師は、授業中や指導中に「分かりましたか｡」という言葉をよく使う。子どもたちもそれに対して「分かった｡」と呼応する。それでは、この場合の「分かった」にはどのような意味があるのだろうか｡授業を参観していると問題を解決できる方法や答えを得ることができると気づいたときに｢分かった」という言葉を発している。それの言葉は、知っている、できることと同義語として用いているのである。例えば、分数÷分数の場合被除数を逆数にしてかけて商を求めることはできても、なぜ被除数を逆数にして計算するかと問われると説明できないのがそれにあたる。故に「できること」と「分かること」とは異なるのである。それを子どもたちは意識しないで「できる」ことは「分かる」ことと錯覚しているのだ。算数の授業では、「分かる」ことを大切にしたいものである。

ところで、「分かる」には階層があると考える。第１段階は、知っている、できたと同義語の「分かる」(know understand)､第二段階は､考え悩み抜いた末見つける､気づくという｢分かる」(find out)、第３段階は、考えを理解する過程や説明できる「分かる」(comprehend)、第４段階は、なるほど、そんな風に考えるのか、だったらこれもいいかなという「分かる」(got it　appreciate)である。低学年においては、第１段階の場合が多いであろうが、少なくとも自分の考え、友だちの考えを読み取り友だちに成り代わってその考えを説明できるまでに育てたいものである。

そして、この「分かる」という実感を伴った経験が算数を学ぶ価値や愉しさにつながるからである。先に述べた１１つの力はこの実感を伴った経験の積み重ねを経て確実な力となって身に付くものであると考える。

５．算数の授業における「愉しさ」

算数のおける「愉しさ」には考える「愉しさ」と分かる「愉しさ」がある。そのどちらも子どもの主体的な算数的活動の中に内在している。しかし、その愉しさを自覚させ、味わわせるには教師の念入りな授業計画と子ども一人一人の声無き声を聞き取ろうとする気構えが必須である。教師に

は、ノートや授業中の発言から子どもの理解度や何を言わんとするのか推測し、読み取る力が要求される。それなくして、算数の授業の「愉しさ」を自分の味わうとができないし、まして子どもに味わわせることもできない。数学的リテラシーの育成の度合いは、この「愉しさ」をどれだけ味わえたかで決まるのではないだろうか。

「愉しさ」とはつぎの状態になったときに味わえられる感情の変移であると考える。

①問題を解き、よい結果が得られたとき（スムースに解が求められたとき）
②自分の力で少し難しいハードルを越えられたとき、難しい問題に時間をかけて解き明かしたとき
③友だちに認められ、ほめられたとき（その解き方いいね、思いもつかない解き方だ）
④おもしろさを経験したとき、（図形などの特徴、規則性、リズミカルさに気づいたとき）
⑤今まで見落としていたり、気づかなかったりしていたものにふと気づいたとき
⑥自分では気づかなかった考えに触れ、理解できたとき
⑦考える過程におもしろさを味わったとき

６．終わりにあたり

以上述べてきたように、小学校卒業期までに身に付けたい１１つの力は、自分の考えを表現するとき、他者の考えを聞くときに身に付き、磨かれ、深まるのである。子どもの主体的な取り組み無くして数学的リテラシーは身に付かない。子どもの主体的な取り組みとは、答えを求められたからそこで満足するのではなく再度自分の解決方法を振り返り、求めた答えが正しいかどうか他の方法で確かめたり、全く別の方法で答えを求めたりする態度に他ならない。また、よりより洗練された方法を見出そうとする態度である。また、求めた答えが何を表すものかを確認する態度である。そして、類似な問題の解決にもいつでも使えるようにしておく態度である。所謂算数をつくろうとする態度である。

換言すれば、授業を通して、算数の「愉しさ」を味わい、自分の考えに磨きをかけようとする態度こそ数学的リテラシーを身に付けるために必要な要素である。

引用文献

(1) 石田忠男(1987) 『算数科問題解決指導の教材開発』明治図書出版

参考文献

(1)(1951)『小学校学習指導要領　算数編（試案）　平成２６年改訂版』文部省
(2)(2008)『小学校学習指導要領』文部科学省
(3)(2008)『小学校学習指導要領解説　算数編』文部科学省
(4)長崎栄三・滝井章編著　(2007)『算数の力③　数学的な考え方を乗り越えて』東洋館出版社
(5)長崎栄三・滝井章編著　(2008)『算数の力④　算数の力を育てる授業数学的な考え方を乗り越えて』東洋館出版社
(6)長崎栄三(2014)『数学的リテラシーについての生涯モデルの構成とその理論的枠組についての研究』日本学術振興会科学研究費補助金　課題番号　２４６５０５２６
(7)滝井章・薄井康裕・清水壽典・丸谷瑞子・渡辺秀貴著(2000)『オープンエンドの問題を使った愉しい算数授業プラン』日本標準
(8)(2012　10 月号)『学校教育　追究!「言語活動」の充実』広島大学附属小学校学校教育研究会
(9)滝井章・清水壽典・小俣弘子(2003)『とっておきの算数発展授業５年』日本標準

(10)全国算数授業研究会企画・編集(2011)『言語活動の評価−なぜ、今『話す』『書く』を重視するのか−』東洋館出版社
(11)2010　教科書『新しい　算数』東京書籍
(12)2010　教科書『小学校　算数』教育出版
(13)2010　教科書『楽しい　算数』大日本図書

社会が求める『社会人基礎力』と算数的リテラシー

滝井　章
國學院大學

１．課題解決型学習

先日、三菱ＵＦＪリサーチ&コンサルティング株式会社による大学における「課題解決型学習」の導入支援についての話を聞く機会があった。

そこでの資料の中に、社会が学校教育（算数・数学）に求めるリテラシーを考えるヒントがあると考えられたので、まずは、資料から算数・数学リテラシーに該当する要点を抜粋する。

＜抜粋＞

◆　課題解決学習「ＰＢＬ（Project　Based　Learning）とは

「(学生が）チームとなり、民間企業等から与えられた経営課題について、集団で主体的・自立的に取り組む過程を通じて“社会人基礎力”等の効能を担う手法」をいう。

【社会人基礎力を養成する３つの能力と１２の要素】

基礎能力	能力要素	内　　容
Ａ． 前に踏み出す力 （アクション）	①主体性	ア．物事に進んで取り組む力
	②働きかけ力	イ．他人に働きかけ、巻き込む力
	③実行力	ウ．目的を設定し、確実に行動する力
Ｂ． 考え抜く力 （シンキング）	①課題発見力	ア．現状を分析し、目的や課題を明らかにする力
	②計画力	イ．課題の解決に向けたプロセスを明らかにし準備する力
	③創造力	ウ．新しい価値を生み出す力
Ｃ． チームで働く力 （チームワーク）	①発信力	ア．自分の意見をわかりやすく伝える力
	②傾聴力	イ．相手の意見を丁寧に聴く力
	③柔軟性	ウ．意見の違いや立場の違いを理解する力
	④状況把握力	エ．自分と周囲の人々や物事との関連性を理解する力
	⑤規律力	オ．社会のルールや人との約束を守る力
	⑥ストレス コントロール力	カ．ストレスの発生源に対応する力

（出所：経済産業省「社会人基礎力に関する研究会・中間取りまとめ」（2006 年２月）

２．大学に企業としての支援を申し出てまで課題解決型学習の導入を勧めるねらい

小学校の社会科における工場見学を引き受ける企業は、見学に来た児童を通して企業イメージをアップし、売り上げアップにつなげるというねらいがあるのと同じように、企業が時間、労力、出費というリスクがありながらＰＢＬ導入への支援を盛んに申し出るのは、授業、研修を通しての優秀な人材確保という青田刈りが根底にある。しかし、青田刈りをする上での視点は、社会が求める力であり、この力の育成が学校教育それも算数・数学で育成が求められる算数・数学的リテラシーと考える。

３．『算数の力』と【社会人基礎力を養成する３つの能力と１２の要素】の関連

『算数の力』

（１）算数を生み出す力

① きまりや方法などを見つける力
② 前提をもとに確かめる力
③ 多様に考える力
④ 関係付けて考える力
⑤ 発展的に考える力

（２）算数を使う力

① 現実の問題を算数の問題に直す力
② きまりに従って処理する力
③ 処理した結果を振り返る力
④ 予測・推測する力
⑤ 感覚的・概括的に判断する力

（３）算数で表す力

① 式・グラフ・表・ズなどで表す力
② 式・グラフ・表・ズなどを使う力
③ 式・グラフ・表・ズなどを読む力

（４）算数で考え合う力

① 説明する力
② 解釈する力
③ 話し合う力

【社会人基礎力を養成する３つの能力と１２の要素】

Ａ 前に踏み出す力（アクション）

①主体性
②働きかけ力
③実行力

Ｂ 考え抜く力（シンキング）

①課題発見力
②計画力
③創造力

Ｃ チームで働く力（チームワーク）

①発信力
②傾聴力
③柔軟性
④状況把握力
⑤規律力
⑥ストレス
コントロール力

４．考察

単純に上記項目だけを比較すると、【社会人基礎力を養成する３つの能力と１２の要素】に『算数の力』はおおむね対応できていると考える。「A①主体性」については、全教育活動を通して育成するものなので考察対象外とする。また「C①規律力」「C⑥ストレスコントロール力」も算数授業とはやや次元が異なるので対象外とする。「（１）② 前提をもとに確かめる力」「（２）③ 処理した結果を振り返る力」について社会はそれほど重視していないのが意外であった。今後「課題発見力」の育成についても算数授業で取り組んでいく必要を感じた。

意思決定に資する数学的リテラシーの育成を

西村　圭一
東京学芸大学

数理科学的な意思決定とそのプロセス

本研究では，数学的リテラシーを「すべての成人が身に付けて欲しい数学に関する知識，技能，考え方などを指す」とし，その前提として，現在・将来の社会を，持続可能な社会，高度情報化社会，少子高齢社会，生涯学習社会などと捉え，民主主義社会のよりよき実現を志向している。これからの社会の新しい課題に対しては，「一部の専門家があらかじめ有する『正解』を適用するだけで解決できるものではない。問題を共有する者が知識やアイデアを出し合って，不完全にせよ解を出して実行し，結果を見ながら解とゴールを見直すことが求められている」（勝野，2013）といった指摘もある。

また，日本学術会議数理科学委員会数理科学分野の参照基準検討分科会（2013，以下，「参照基準」）は，数理科学を「数学を中心とし，数学から生まれた統計学や応用数理などの分野と，数学教育や数学史など数学と他の学問分野との境界分野を合わせた学問分野」とした上で次のように述べている。

> 「これからの時代の市民にとって，数理科学的な事象の把握・処理の能力は欠かせない。市民が正しい判断を行うためには，データに基づき物事を量的に把握することが必要不可欠であるが，そのような能力の涵養において，数理科学教育（算数・数学教育）が果たす役割は大きい。」（p. 20）

このような視座で数学的リテラシーを考えるとき，社会的な判断や意思決定のダイナミックなプロセスを通して，その育成を図る必要もあると考える。学んだ数学を，そのようなプロセスで自ずと使用できるようになる人は少ないことが容易に想像できるからである。そこで，筆者を研究代表とする「数理的意思決定力の育成に関するホリスティック・アプローチ研究」（平成 25－27 年度科学研究費補助金基盤研究(B)）では，次のような「数理科学的な意思決定」のプロセスを考え，それに関する能力を，一人ひとりが知的に自律するとともに他者と協働できる能力として育成することをめざしている（図 1）。

> 「意思決定を要する現実世界の問題を数学的に定式化し，数学的処理を施し，数学的結果を得る過程を辿り，複数の選択肢を創出した上で，その中から，根拠を明確にしながら合意形成を図り，何らかの決定を行うこととする。また，このような意思決定の過程では，顕在的あるいは潜在的の違いこそあれ，問題状況のとらえ方や，問題解決に必要となる数学の選択，合意形成などの全般に渡って，当事者の様々な価値観が付与され，意思決定の質や内容を左右する。」（西村，2014）

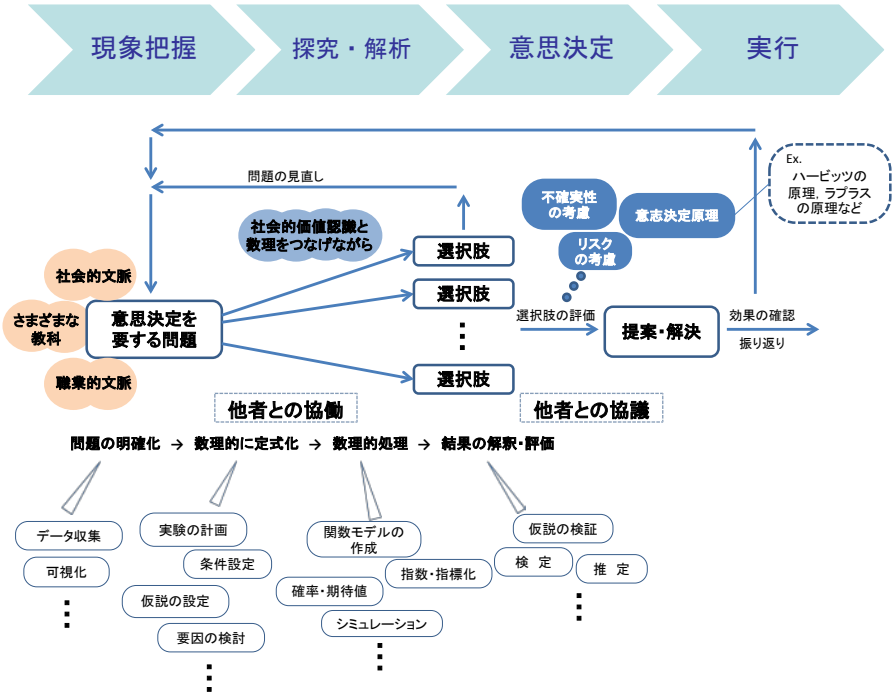


図１　数理科学的な意思決定のプロセス

数理科学的な意思決定に関する能力の育成をめざす授業

上述の数理科学的な意思決定に関する能力の育成をめざす授業は，様々な価値観を顕在化した上で合意形成を図る過程を含むことに特徴がある。換言すれば，そのような授業は，数学的に正しいか否かのみを価値基準とする「二元論」的な授業，多様な考えを認める「多元論」的な授業に対して，教室での話し合いによる合意形成を基準とする「相対論」的な授業と言えよう。

このような授業の実現に際して「教材」の果たす役割は大きい。子どもの発達に応じて，身近な生活の意思決定の場面から市民生活に関わる意思決定の場面へと徐々に範囲を拡げていくことが考えられる。いずれにおいても，個人的な問題として片付けらない，かつ，自分たちの価値観を付与した議論が想定できる場面である必要がある。このような教材として，英国の数学教育プロジェクトBowland Maths.[1)]が示唆的である。ビジネスや法律，医学分野の教育で取り入れられている，「現実の問題を取り上げ，その思考過程を通じて学習していく方式」である「ケーススタディ」を応用し，生徒どうしの議論を促しながら，思考力，分析力，問題解決能力等の育成や，数学に対する見方や態度の転換を意図した教材を開発している。例えば，「町議会が，交通事故の死傷者を減らすために，十万ポンドの予算を計上したという設定のもと，過去の交通事故のデータを分析し，どこにどのような対策（信号機を設置する，標識を設置するなど）をするのかを，そのための費用も考慮しながら決め，効果的な安全対策案を作成する問題」や，「国際支援機関から，水不足に悩むアルジェリア，ヨルダン，トルコの三か国へ水を公平に分配するという任務が与えられたという設定のものと，人口，面積，国内で得られる利用可能な水の量等のデータをもとに，どのように分配するのが公平かを考える問題」がある。

このような授業の実践には，教師の数学観の変革も必要だと考える。このことに関して，再び「参

[1]) BowlandMaths.は http://www.bowlandmaths.org.uk/，Bowland Japan は http://bowlandjapan.org/

照基準」を見てみよう。

「数学は，研究を進める手法にもきわだった特徴がある。解析すべき現象から本質を抽出したいくつかの公理や定義に基づき，そこから演繹的推論によって有用な定理を導くという数学の手法は，数学の結果を非常に確実なものにしており，その確実性は哲学にも影響を与えている。他方，具体的な問題の解決に数学を使うためには，データの特徴をとらえ，具体的な問題を扱うのに適したモデルを構成し，現実世界の問題を数学の問題に翻訳して解決し，もとの問題に戻すことになる。したがって，現実世界の問題に数理科学を応用するためには，演繹的な数学とは異なった帰納的な能力も必要となる。」（p.4）

前者のみを「数学」と捉えている教師は「確定的な答え」を志向するので，「相対論」的な授業を行う意義や必要性を感じないと考えられる[2)]。

意思決定に必要な数学的なリテラシー

合意形成を含む数理科学的な意思決定の視座から，数学的リテラシーを見てみよう。

まず，学校数学において，事象の幾何学化や数量化，シミュレーションの設計といった数理科学的な意思決定において有用な考え方や方法が明示的には位置づけられていないことや，数学に関わるICTツールを活用した探究がなされていないことが挙げられる。また，確率や統計量を「演繹的な数学」として扱い，合意形成に際して利用できるような学びがデザインされていないことも挙げられる。例えば，意思決定の視座からは，個人差が生じない合理的な方法を探ったり，どの程度までそれを信じてよいかを数値化したりすることに光を当てることになり，これらの方法の精緻化に回帰や確率，標準偏差等の統計量，推定・検定が位置づけられる。

次に，数学以外のリテラシー（内容・方法）との相補性についてである。例えば，同じ問題に対して，理科や技術の内容・方法に基づくアプローチが可能な場合もあり，それは言わば異なる「選択肢」を創出することになる。それらの背景にある価値観を顕在化し，数学に基づく「選択肢」と比較・検討し合意形成を図るような能力もリテラシーとして位置づける必要があると考える。そのような教材に関しては，EU資金提供のComeniusプロジェクトの一環であるCOMPASSプロジェクト[3)]が示唆的である。例えば，EUで白熱球が禁止された理由，洪水が発生する原因，車による汚染と植樹の関係などを取り上げ，教科横断的な探究型の教材をデザインしている。いずれかの教科の学習のために他の教科をツールとして用いるといったレベルではないSTEM教育，換言すれば主従関係のないSTEM教育の好例とも言えよう。

おわりに

上述のような意思決定に関する授業は，演繹的な数学を身につけた上でなされるべきだ，基礎・基本を身につけた上でなされるべきだ，それで十分だという考えが今も根強いように感じる。これは問題を先送りしているに過ぎず，その結果としてどちらも身につけずに学習を終えていく子どもが少なからずいる。また，学ぶことの意味や学んだことの活用が分からないことに起因する「理数

---

2)学校数学において現実事象の問題を扱う際に，背景に理論的な根拠のある（例えば，一次関数になることが保証されている）事象にすべきだと考えたり，当該の数学的モデルを精緻化する方向へと進もうとしたりするのは，当該の事象の数学的モデルを（可能かどうかは別にしても）精緻化すれば確定的な答えが得られる（べきだ）と考えていることの表れだと考えられる。

3) http://www.compass-project.eu/

科離れ」や「学問離れ」も一向に改善されない状況がある。このような実態を一層真摯に受け止めなければならない。中・高等学校であれば「課題学習」や科目『数学活用』，さらには「総合的な学習の時間」といった枠は用意されている。

引用・参考文献

Bowland Charitable Trust（2008）, *Bowland Maths: An imaginative resource for teaching mathematics Key Stage 3.*（DVD マニュアル）.

勝野頼彦（研究代表）（2013），『社会の変化に対応する資質や能力を育成する教育課程編成の基本原理』, 国立教育政策研究所平成 24 年度プロジェクト研究調査研究報告書.

西村圭一・山口武志・清水宏幸・本田千春（2011），「数学教育におけるプロセス能力育成のための教材と評価に関する研究－イギリス『ボーランド数学（Bowland Maths.）』の考察－」，日本数学教育学会，『数学教育』，第 93 巻・第 9 号，pp.2-12.

西村圭一（研究代表）（2013），『社会的文脈における数学的判断力の育成に関する総合的研究』, 平成 22－24 年度科研費研究報告書.

西村圭一（2014），「数理科学的意思決定力を育む数学教育の展望」，日本数学教育学会第 2 回春期研究大会論文集，61-64，2014.

日本学術会議数理科学委員会数理科学分野の参照基準検討分科会（2013），「大学教育の分野別質保証のための教育課程編成上の参照基準 数理科学分野」.

対話と学習

松島　充
広島大学附属東雲小学校
（静岡大学大学院教育学研究科　院生）

１　はじめに

算数・数学学習（以後，数学学習とする）と対話に関する研究は，暗黙的な命題「対話をすることで数学学習は深まる」のもと，対話の質（例えば，熊谷，1998；日野，2003）や対話の構造（例えば，江森，2003；清水，2007）等の研究に変換されてきた。しかし，「対話がなぜ（数学）学習に寄与するのか」という根源的な問いに正面から答えた研究は数少ない（例えば，浜田，1992；Sfard, 2008）。

本稿では，対話と学習の関係について考察する。考察には，認識論と学習理論の両者が関わることになる。認識論と学習理論はどのように異なるのだろうか。認識論は，形而上学と並び，古代より哲学の中心的課題であり（戸田山，2002，p.i），知識の「妥当，可能性，根拠，起源，限界などを検察する学問である」（小原，1980，p.193）。それに対して学習理論は，人間の認識のうち，学習の部分にのみ焦点を合わせる。学習理論は，心理学や社会学等の方法論を用いて，1 人の人間の学習の様相から，人間全般の学習に関する共通性を抽出した体系的なモデルである[1]。したがって，「（学習）理論は，常識的なモデルよりも抽象的で一般的な心的モデルである。（学習）理論は目に見える出来事の後ろにある目に見えない原因を理解する能力を増加させる」（スケンプ，1992，p.59.）。以上のことから，学習理論は認識論の一部であり，個別の人間の具体的様相から推論して人間そのものの学習について考えたモデルであると言える。また，認識論は推論によって人間の知識そのものを対象として考察を深める学問領域であると言える。しかし，社会文化アプローチのように，学習理論の中でも，個別の実験から出発してはいるものの，推論によって思索を深め，学習に関する人間の認識の可能性や限界等を論じるものもあり，学習理論と認識論の明確な区別がしにくいものもある。

本稿は，この認識論と学習理論の違いを踏まえて，対話に着目した数学教育に限定されない認識論，学習理論について言語学，心理学，哲学から示唆を得る文献研究である。そして最後に，対話によって数学学習を深化させる学習理論について述べる。

２　対話に着目した認識論・学習理論

（１）概念の学習順序と変容－言語学からの視座

学習とは何か。この問いに答えることは容易ではない。しかし学習の対象は，未知の内容や手続き，方法等のある新たな概念であることには異論はないであろう。この概念という考え方は，私たちの思考そのものを思考する際に非常に有効に働く。なぜならば，われわれが生きているこの世界に，概念という実体が存在するかのように扱うことを可能にするからである。

この概念そのものを記号として扱ったのが Saussure, F.である。Saussure は，記号をシーニュとして，意味を表すシニフィエと，表現を表すシニフィアンとに区別しながらも，その結合によって 1 つの形相を生み出すことを主張した（ソシュール，1972）。さらに，シーニュの伝達にかかわる要素をラングとし，このラングに，時間の経過とともに変化する通時態と，ある特定の時点におけるラ

ングの状態を共時態を規定した（ソシュール，1972）。

この Saussure の考え方から，対話に着目した学習理論への示唆を 2 点得ることができる。第 1 に，概念の内容を学習してからその概念を使用する，という学習順序である。ある概念を授業で学習する際には，その意味であるシニフィエとその表現であるシニフィアンをともに学習することになる。その学習する対象である概念は，主体者である学習者が生きているこの授業内に存在するかのように扱われる。なぜなら授業のコーディネーターである授業者にとって，対象となる概念はすでに学習済みの概念であり，具象化の段階にあるからである（Sfard, 1991）。実際に存在するかのような概念であるからこそ，授業者の授業デザインは，概念の内容の理解を経てから，その概念の名前やその概念の実際の使用へと移行していくのが通常であり，このような学習順序は伝統的視点でもある（Sfard, 2000, p.92）とされる。この概念の内容から使用へという学習順序の根底には「概念の内容を理解しなければ概念は使用できない」という命題が横たわっている。この命題を受け入れ，学習の認識論的基盤とすると，対話は概念を理解した後にのみ成立することになる。しかし，対話が概念理解の際にも有効であることは経験的に異論はないであろう。そのため，この命題以外の仮説に立つ認識論を模索する必要がある。

第 2 に，概念自体は変容する，という概念の変容性である。Saussure の共時態と通時態の考え方は，学習者の意識的，無意識的な時間経過に伴う概念の変容の可能性を示している（立川・山田，1990）。つまり概念には社会性があり，時間経過に伴って概念そのものが変化する可能性があるということである。ここでの時間経過とは，もともと古代と現代の言語比較を対象とするような長い期間としての時間経過である。しかし，授業という短い時間のスパンであっても，子どもたちの概念が変容していくことを経験的に認める実践者は数多くいるだろう。短い時間でも概念は変容していくことを許容する認識論の模索が求められる。

（２）社会的学習から個別的学習，概念の個別性－心理学からの視座

学習の順序性，そして，概念の変容の議論は，心理学における Vygotsky, L.の文化－歴史的理論にも見出すことができる。この文化－歴史的理論の文化－歴史的とは，人間が長い時間をかけてつくり出してきた言語のことを主に指している（中村，1998，p.3）。Vygotsky は，人間の言語を内言と外言に区別した。内言とは声に出されない内面化された言葉であり，外言とは他人への話し言葉である。Vygotsky が主著『思考と言語』の出版準備をしていた 1930 年台前半のころ，Piaget, J.の子どもの言葉や思考に関する心理学説は当時最も有力な支配学説であった（柴田，2001，p.435）。Piaget は一見，外言の形をとっている 3 歳から 7 歳の子どもに見られるひとりごとを自己中心的言語と定義した。そして自己中心的言語は，内言から外言へと向かう子どもの論理性発達の中間点で生じるもので，いずれ消え去るものであるとした。しかし，Vygotsky は，Piaget と同様な実験を子どもたちに行い，次の示唆を得た。実験全体としては Piaget と同様に，3 歳から 5 歳の子どもよりも 5 歳から 7 歳の子どもの方が自己中心的言語の発生率は低いのだが，実験課題に困難が生じると自己中心的言語の割合が増大するのである（ヴィゴツキー，2001，pp.51-70.）。この示唆から「子どもの思考の発達過程の真の運動は，個人的なものから社会化されたものへではなく，社会的なものから個人的なものへと進む」（ヴィゴツキー，2001，p.70.）という仮説を Vygotsky は導き出した。これは，社会性から個別性へと進む学習の順序性に関する主張に他ならない。また Vygotsky は，思考と言語の発達の過程を丹念に調べ，もともとは独立的に発達していた両者が「ある時点で交差し，あるときは合流しながらも，また分岐していくような複雑な関係にある」（神谷，2010，p.122）ことを明

らかにした。そして，言葉の意味を一般化もしくは概念と同義であるとし，「言葉の意味は発達する」（ヴィゴツキー，2001，p.357）ことの発見を研究の主要な発見とした。つまり，概念の意味は個別的に発達するのである。その発達の過程は，社会的な外化から個別的な内化へと進行する。したがって，概念には個別性が生じることになる。

このような Vygotsky の文化ー歴史理論は，対話に着目した学習理論に 2 つの示唆をもたらす。学習は社会性から個別性へという過程を踏んで深まっていくこと，そして，学習対象たる概念は個別化して発達していくことである。

（３）概念の個別性・共同性，概念の自己再生性ー哲学からの視座

概念の内容とその使用に関する学習順序，そして，学習対象となる概念の変容性について考察する際に，Wittegenstein, L.の主張は見逃せない。なぜなら，学習の順序，そして学習対象そのものについて大きな転換を図っているからである。

前期 Wittgenstein は，言語とその指し示す内容を一種の関数と見なしていた（ウィトゲンシュタイン，2003）が，後期 Wittegenstein は前期の理論とは異なった視点を持っていた。言語ゲーム論である。言語ゲームとは「言語と言語の折り込まれた諸活動との総体」（ウィトゲンシュタイン, 1976, p.20）と定義される考え方である。我々が新たな概念について学習するときには，言語を用いて学習が行われる。この言語ゲーム論の視座に立つとき，我々が生まれ出でたときには，我々が生きている共同体に言語ゲームが既に存在していることは自明である。なぜならそこには，すでに任意の言語とその言語が織り込まれた諸活動が存在するからである。この言語ゲームには，我々の身の回りにあるゲーム，例えばスポーツ，かくれんぼ等と同様に規約が存在する。我々は，先人たちが築いてきたこの言語ゲームの規約の中に言語を用いて飛び込んでいくことになる。この言語ゲームの規約は，通常具体化されていない。なぜならば，任意の言語ゲームの規約は，無限に近い規約が存在するからである。例えば，かくれんぼの規約を考えてみる。まず思いつく規約は，鬼役と逃げる役に分かれる，鬼役に見つかったら鬼役に捕まる等であろう。さらに，鬼役に見つかるということは鬼役に目視されることである，鬼役に目視されたかどうかの基準は鬼役の主観によって決まる，鬼役は実際に目視したものだけを「見つけた」と述べ虚偽を述べてはならない，鬼役が虚偽を述べているかいないかは鬼役の心的状態によって決まる，その心的状態は…，というようにこれらの規約は無限に続く。そしてこのような規約や概念を具体化，つまり説明するには言語を用いるしかなく，その説明に用いられた言語について説明するのも言語であり，このことも無限後退に陥る一因となる。しかし現実の我々はどこかの時点で規約や概念を理解している。それはどのような契機によってなされるのであろうか。言語ゲーム論はこの問いに「語の意味とは，言語内におけるその慣用である」（ウィトゲンシュタイン，1976，p.49）と明快に答える。つまり，概念の意味を「内容主義的意味概念から機能主義的意味概念へ」（鬼界，2003，p.246）と転換させたのである。この「内容主義的意味概念から機能主義的意味概念へ」の転換は，概念の意味はその概念の使用である，ということを意味している。概念の使用によって，言語ゲームの規約そのものを推論し，その規約に徐々に慣れていくのである。ここで重要なのは，概念の使用と言語ゲームの規約の 2 種類の区別である。これは 2 種類の概念とも言える。概念の使用とは，個別の学習者がある瞬間に有する概念に基づいてなされる行為である。言語ゲームの規約は，ある瞬間に学習者が属する「共同体に有するとされる」ある概念 [2] についての規約である。ここでの「共同体に有するとされる」とは，共同体が持っている概念という意味である。しかし実際には，共同体が概念を持っているわけではなく，

「共同体で了解されている」と学習者が感じる，ある概念の使用方法についての規約を学習者が推論した内容のことを指している。極論すれば，両者はともに学習者の有する概念ではあるが，この2 種の概念を区別することによって，概念の発達の議論が可能となる。この概念の個別性と共同性の 2 種類の概念を相補的に論じるのが言語ゲーム論の大きな特徴である。

以上のことから，対話に着目した学習理論に 2 つの示唆が得られると考えられる。

第 1 に，概念の内容から使用へと進む学習順序から，使用から内容への学習順序への大きな転換である。先の言語学の知見からは，学習とは一般的に，学習対象の概念の内容を言語によって学習した後，その対象概念の使用へと移行していくと考えられた。しかし，言語ゲーム論においては，学習対象となる概念の意味はその使用によってもたらされるのであるから，学習の順序としては，Vygotsky の理論と同様に，最初に概念の使用があり，その後，概念の意味理解が追随するという形になる。学習者は，言語ゲームの規約の中に飛び込んで学習対象となる概念について使用する，つまりその概念について他者と話しながら，その概念の使用の仕方が他者と適合しているかどうかを推論することで，概念そのものの意味を理解したりこれまでの理解を修正したりしていくと考えられる。換言すれば，言語ゲーム論の立場では，学習は他者との対話における概念の使用という社会的な行為に始まり，概念の個別的な理解もしくは修正という個人的な行為へという順序を踏むと言える。

第 2 に，言語ゲーム論における概念には，個別性と共同性があり，そしてそれら両者の自己再生的な動的な特性があることである。先の言語学と心理学の知見と同様に，言語ゲーム論でも概念の変容は可能である。言語ゲームに参加する際には，最初は先人たちがつくりあげた規約に慣れていくこと，すなわち共同体が持つとされる概念の意味について慣れていくことが先行する。ここで重要なことは，唯一の概念の意味が伝達されるのではなく，先人のつくり上げた規約にほぼ準じて，学習者が概念を類似的に使用できるようになるということである。そしてその使用の仕方は，後続の学習者にも影響を与える。つまり言語ゲームの規約は，言語ゲームの参加者によって類似的に学ばれ，個別的な概念となりながらも，その言語ゲームの規約自体が変容させられる可能性を持つ。これは，言語ゲームにおける概念の自己再生的な動的特性である。この自己再生的特性は，共同体の概念にも個別的概念にも当てはまる特性である [3]。また，この特性は学習における個別的な理解と結びつく。それは，ある概念の学習に参加した学習者は，その共同体の先人の概念の使用方法に自分なりの仕方で慣れていくが，その際，使用方法に慣れていく一般的な方法など存在しないからである。この個別的な理解は，共同体によって個人によって，個別的ものとなる [4]。

Wittgenstein の言語ゲーム論から得られた 2 点の示唆は，学習の順序性と，概念の個別的・共同的特性，それらの自己再生性であった。学習の順序性は，学習の社会性と個別性に関わる。概念の個別性は，任意の概念の一般性の否定（黒崎，1997，p.75）を導くことになる。

３　おわりにー対話を重視した数学教育における学習理論に向けて

言語学，哲学，心理学のそれぞれの視座から，対話に着目した認識論，学習理論について考察した。その結果，次の 3 点が指摘できた。第 1 に，概念の学習過程は，外化から内化，つまり，社会的な学習から個別的な学習へ進むことである。第 2 に，学習対象となる概念は，個別的であるとともに共同体にも分かち持たれていることである。そして第 3 に，社会的的概念と個別的概念の両者には，自己再生的特性があることである。対話を重視した数学教育における学習理論には，これらの 3 種の特性が備わっていることが必要である。

しかし，対話を重視した数学教育の実現には大きな課題が潜んでいる。それは，すべての子どもの対話の機会の保障である。具体的には，現時点での自分の理解を基にその概念を使用して学級や小グループ等の共同体に公表すること，共同体において使用方法を含めた数学的対象についての対話をすること，対象となる数学的概念に関わる共同体の規約や個別的な概念の修正を基に新たな使用方法の模倣的使用をしていくこと，という 3 点の活動をすべての子どもに保障することが必要となる。これらは数学教育における社会的構成主義（Ernest, 1991；2010）の主張と同義である。また，これら 3 点はすべて授業者である教師にとって観察可能な学習者の行為である。継続性とその深まり，広がりを持った学習理論にするためには，観察可能な学習者の行為によって学習理論を構築していくことが重要[5]である（Sfard, 2008）。

Lakatos（1980）の準経験主義によるケーススタディや数学史，実際の数学者の活動を見てみると，このような対話を軸とした数学学習は，学習の本質的な姿への回帰ともいえるのかもしれない。

註

1　フランスに端を発する「数学教授学」のように，学習理論から規範的特性を排除し，数学学習のメカニズムを記述的に説明することに焦点化している理論（宮川，2011）もある。

2　「共同体に有するとされる」ある概念について，Cobb ら（1993）は，taken-as-shared と示し，個人間の解釈を通して一致や適合を要しない間主観的な存在としている。

3　共同体の概念と，個別的な概念の自己再生的な動的特性について，金本（2014）は，「相互構成性（reflexivity）」とし，個人における意味と，その意味が構成され共有される共同体が相互的に構成される関係であると述べる（金本，2014，p.136）。この意味とは本稿における概念と同義である。また，意味構成における言語的コンテクストと社会的コンテクストの区別は非常に有益である。これは Cobb ら（1998）の社会数学的規範，社会的規範に対応していると考えられる。

4　概念の個別的な理解の基盤は，共同体の規約や共同体で用いられる言語そのものである。そのため，自分のみの理解，いわゆる私的言語の問題は否定される。したがって，どのような子どもの個別的な理解も，属する共同体が同じであれば，他者が理解することが可能であることが示唆される。

5　観察可能な学習者の行動を重視することは単なる行動主義への回帰ではない。学習者の行動の結果のみに着目し，子どもの思考内容をブラックボックス化するのではなく，人工物を媒介とした思考の変容について認知科学的に考察を加えることを重視するからである。

参考文献

・ウィトゲンシュタイン, L（2003）『論理哲学論考』，岩波文庫.（原著版は 1918 年）
・ウィトゲンシュタイン, L.（1976）『ウィトゲンシュタイン全集 8　哲学探究』，大修館書店，p.20，p.49.（原著版は 1953 年）
・ヴィゴツキー, L.（2001）『新訳版　思考と言語』，新読書社，pp.51-70，p.357.（原著版は 1934 年）
・江森英世（2003）『数学教育におけるコミュニケーション連鎖の研究』博士論文（未刊行）.
・小原國芳（1980）『教育の根本問題としての哲学』，玉川大学出版部，p.193.
・金本良通（2014）『数学的コミュニケーションを展開する授業構成原理』，教育出版.
・神谷栄司（2010）『未完のヴィゴツキー理論　甦る心理学のスピノザ』，三学出版，p.122.
・鬼界彰夫（2003）『ウィトゲンシュタインはこう考えた　哲学的思考の全軌跡 1912-1951』，講談

社現代新書，p.246.
・熊谷光一（1998）「小学校 5 年生の算数の授業における 正当化に関する研究－社会的相互作用論の立場から－」，日本数学教育学会，『数学教育学論究』，70， pp.3-38.
・黒崎宏（1997）『言語ゲーム一元論　後期ウィトゲンシュタインの帰結』，勁草書房，p.75.
・柴田義松（2001）「訳者注解」，ヴィゴツキー，『新訳版　思考と言語』，新読書社，p.435.
・清水美憲（2007）『算数・数学教育における思考指導の方法』，東洋館出版.
・スケンプ, R. R.（1992）『新しい学習理論にもとづく算数教育－小学校の数学－』，東洋館出版社，p.59.（原著版は 1989 年）
・ソシュール,F.（1972）『一般言語学講義』，岩波書店.（原著版は 1916 年）
・立川健二，山田広昭（1990）『現代言語論　ソシュール　フロイト　ウィトゲンシュタイン』，新曜社，pp.40-47.
・戸田山和久（2002）『知識の哲学』，産業図書，p.i.
・中村和夫（1998）『ヴィゴーツキーの発達論　文化－歴史的理論の形成と展開』，東京大学出版会，p.3.
・浜田真（1992）「数学学習における対話の意義」，日本数学教育学会，『数学教育論文発表会論文集』，5，pp.463-468.
・日野圭子（2003）「授業における個の認知的変容と数学的表記の役割－「単位量あたりの大きさ」の授業の事例研究 を通して－」，日本数学教育学会，『数学教育学論究』，79，pp.2-10.
・宮川健（2011）「フランスを起源とする数学教授学の「学」としての性格－わが国における「学」としての数学教育研究をめざして－」，日本数学教育学会，『数学教育学論究』，91，pp.37-68.
・ラカトシュ, I.（1980）『数学的発見の論理－証明と論駁－』，共立出版.（原著版は 1976 年）
・Cobb, P., Yackel, E. & Wood, T.（1993）Teoretical orientation, *Journal for Research in Mathematics Education, Monograph*, 6, pp.21-32, 115-122.
・Cobb, P. & Yackel, E.（1998）A constructivist perspective on the culture of the mathematics classroom, Seeger,F., Voigt,J. & Waschescio,U.,（Eds.）The culture of the mathematics classroom, Cambridge University Press, pp.158-190.
・Ernest, P.（1991）*Philosophy of Mathematics Education*, Routledge Falmer.
・Ernest, P.（2010）Reflections on Theories of Learning，*Theories of Mathematics Education*，Sriraman, B. & English, L.（ed.），Springer，pp.39-47.
・Sfard, A.（1991）On the dual nature of mathematical conceptions : reflections on processes and objects as different sides of the same coin, *Educational Studies in Mathematics*, 22,pp.1-36.
・Sfard,A.（2000）Symbolizing mathematical reality into being - Or how mathematical discourse and mathematical objects create each other, Cobb, P., Yackel, E., & McClain, K.（Eds.）*Symbolizing and communicating in mathematics classroom*, Routledge, pp.37-98.
・Sfard,A.（2008）*Thinking as Communicating Human Development, the Growth of Discourse, and Mathematizing*, Cambridge University Press.

Ⅴ．参考

ここには、数学的リテラシーの研究に関する参考資料、研究過程の記録などを載せる。

参考１：本研究に関わると思われる先行研究とその報告書

ここに挙げた先行研究は主として研究代表者または研究分担者が国立教育研究所・国立教育政策研究所において関わってきたものである。なお、報告書で出版社名がないのは国立教育研究所・国立教育政策研究所における科研等のプロジェクトの報告書であり、国立教育政策研究所附属図書館に所蔵されている。

１．理数長期追跡研究・理数定点調査研究（1987～2005 年）

瀬沼花子（2006）『算数・数学の成績や態度等に関する 16 年間の経年変化の分析的研究 - 項目別反応率一覧 - 』

国立教育政策研究所編（2007）『国立教育政策研究所紀要』第 136 集（特集　理科及び算数・数学の学習状況の経年変化）.

２．電卓・グラフ電卓の数学利用（1988～1996 年）

長崎栄三編（1989）『数学教育における電卓の利用に関する開発研究』

瀬沼花子編（1993）『電卓を利用する算数・数学の問題』

瀬沼花子編（1994）『算数・数学教育における電卓・グラフ電卓を利用する教材の開発』

３．算数・数学の基礎学力（1989～1994 年）

国立教育研究所編（1992）『特別研究「基礎学力」調査報告書　第一次報告書（平成 2 年度調査）』

国立教育研究所数学教育研究室編（1992）『算数・数学の基礎学力に関する調査研究』

国立教育研究所編（1994）『特別研究「基礎学力」調査報告書　第三次報告書（平成 4 年度調査）』

国立教育研究所編（1994）『児童・生徒の基礎学力の形成と指導方法との関連に関する総合的研究』

中島健三・清水静海・瀬沼花子・長崎栄三（1995）『算数の基礎学力をどうとらえるか』東洋館出版社.

４．つながりの力（つながり調査、教師調査）（1994～2006 年）

長崎栄三編（1997）『数学と社会的文脈の関係に関する研究 - 数学と子どもや社会とのつながり　研究成果報告書』

長崎栄三編（1998）『算数・数学教育に対する教師・保護者の態度』

長崎栄三編（2000）『算数・数学科における総合的な学習』

長崎栄三編（2001）『児童・生徒の算数・数学と社会をつなげる力に関する発達的研究（改訂版）』

長崎栄三編著（2001）『算数・数学と社会・文化のつながり』明治図書.

５．ジェンダーと数学（1997～2000 年）

瀬沼花子編（1998）『「数学とジェンダー」講演集Ⅰ』

瀬沼花子編（1999）『数学とジェンダー：講演集 2 及び問題への視点』

瀬沼花子編（1999）『昭和 18 年高等女学校 1 年生用　数学教科書』

瀬沼花子編（2000）『「数学とジェンダー」講演集Ⅲ及び IOWME の動向』

瀬沼花子編（2000）『昭和 18－19 年高等女学校 2－5 年生用数学教科書』

瀬沼花子編（2001）『「数学とジェンダー」最終報告書』

６．数学の価値（2000～2001 年）

瀬沼花子編（2001）『「数学の価値」報告書１』

瀬沼花子編（2002）『「数学の価値」最終報告書』

瀬沼花子編（2002）『企業から見た数学の価値』

７．「OECD・PISA の数学的リテラシー」（2000 年～）

国立教育政策研究所編（2004）『生きるための知識と技能②　OECD 生徒の学習到達度調査（PISA）　2003 年調査国際結果報告書』ぎょうせい.

国立教育政策研究所監訳（2004）『PISA2003 年調査　評価の枠組み　OECD 生徒の学習到達度調査』ぎょうせい.

８．「理想的な数学授業」と TIMSS ビデオ研究（2002～2004 年）

瀬沼花子編（2004）『日本と６か国の中学校数学授業の特徴 - TIMSS1999 数学授業ビデオ研究 - 』

瀬沼花子編（2005）『「理想的な数学授業」のイメージと実情に関する国際比較研究』

９．日米理数教育比較研究（2002～2005 年）

日米理数教育比較研究（2003）『理数教育に関する日米比較研究　第１年次報告書』日米理数教育比較研究会（三菱総合研究所内）.

日米理数教育比較研究（2004）『理数教育に関する日米比較研究　第２年次報告書』日米理数教育比較研究会（三菱総合研究所内）.

日米理数教育比較研究（2005）『理数教育に関する日米比較研究　第３年次報告書』日米理数教育比較研究会（三菱総合研究所内）.

米国科学振興協会（日米理数教育比較研究会訳）（2005）『すべてのアメリカ人のための科学　科学、数学、技術、におけるリテラシー目標に関するプロジェクト 2061 の報告書』日米理数教育比較研究会（三菱総合研究所内）.

10. 数学教育の内容とその配列（2003～2007 年）

長崎栄三編（2004）『算数・数学教育の内容とその達成度』

長崎栄三編（2005）『算数・数学では何をいつ教えるのか - 算数・数学教育の内容とその配列に関する調査報告書 - 』

長崎栄三編（2007）『算数・数学において育成する諸能力とその系列に関する研究』

長崎栄三・滝井章編著（2007）『何のための算数教育か』東洋館出版社.

長崎栄三・滝井章編著（2007）『よい算数の授業をつくる』東洋館出版社.

長崎栄三・滝井章編著（2007）『算数の力　数学的な考え方を乗り越えて』東洋館出版社.

長崎栄三・滝井章編著（2008）『算数の力を育てる授業』東洋館出版社.

11. 算数・数学教科書の研究（2003～2007 年）

教科書研究センター・小学校算数教科書研究会（2005）『算数の力に基づく算数教科書・算数教科書教師用指導書の分析』教科書研究センター

教科書研究センター・小学校算数教科書研究会（2006）『新しい時代に即した児童の学ぶ意欲や考える力などを一層高めるための小学校算数教科書の研究開発』教科書研究センター

教科書研究センター・中学校数学教科書研究会（2007）『数学の力に基づく数学教科書・数学教科書教師用指導書の分析』教科書研究センター

教科書研究センター・中学校数学教科書研究会（2007）『新しい時代に即した生徒の学ぶ意欲

や考える力などを一層高めるための中学校数学教科書の開発研究』教科書研究センター

12. 科学技術の智（2005 年～）

北原和夫編（2006）『「科学技術リテラシー構築のための調査研究」調査研究報告書』国際基督教大学.

長崎栄三編（2006）『「科学技術リテラシー構築のための調査研究」サブテーマ１　科学技術リテラシーに関する基礎文献・先行研究に関する調査 -　報告書』

服田昌之編（2006）『「科学技術リテラシー構築のための調査研究」サブテーマ２　科学者コミュニティや産業界等の国民科学技術リテラシーに関する意見集約・類型化調査 -　報告書』お茶の水女子大学.

科学技術の智プロジェクト（2008）『21 世紀の科学技術リテラシー～豊かに生きるための智～プロジェクト　総合報告書』科学技術の智プロジェクト

13. 理数教科書の国際比較（2008～2012 年）

国立教育政策研究所編（2009）『理数教科書に関する国際比較調査結果報告　第Ⅲ期科学技術基本計画のフォローアップ』

教科書研究センター（2010）『理数教科書に関する国際比較調査公開シンポジウム《算数・数学の部》』教科書研究センター.

教科書研究センター（2012）『初等中等学校の算数・数学教科書に関する国際比較調査　収集教科書目次一覧』教科書研究センター.

教科書研究センター（2012）『初等中等学校の算数・数学教科書に関する国際比較調査　調査結果報告書』教科書研究センター.

14. 数学的リテラシー（2009～2012 年）

長崎栄三編（2011）『数学教育におけるリテラシーについてのシステミック・アプローチによる総合的研究≪人間の生涯を視野においた算数・数学教育≫』静岡大学.（参考 2 参照）

15. 論理的な思考（2011～2013 年）

国立教育政策研究所教育課程研究センター(2013)『特定の課題に関する調査(論理的な思考)調査結果～21 世紀グローバル社会における論理的に思考する力の育成を目指して～』

参考２：『数学教育におけるリテラシーについてのシステミック・アプローチによる総合的研究≪人間の生涯を視野においた算数・数学教育≫』の掲載論文

静岡大学学術リポジトリに登録　http://ir.lib.shizuoka.ac.jp/handle/10297/5762

「数学教育におけるリテラシーについてのシステミック・アプローチによる総合的研究」では、次の５つの課題を設定して、研究が行われた。

１．数学教育学の中に数学的リテラシー論を理論的に位置付けること。

２．数学教育学の立場から数学的リテラシーの構成要素を明らかにすること。

３．個人の生涯における数学的リテラシーの様相のモデルを考案すること。

４．学校において数学的リテラシーを育成するためのカリキュラムの枠組みを構成すること。

５．学校において数学的リテラシーを育成する教師のあり方を明らかにすること。

６．社会で一般人が数学的リテラシーを保持・発展させる枠組みを構成すること。

報告書に掲載されている論文を、上記の課題で分けると次の通りである。なお、論文によっては

複数の課題に応えるものもあるが、１つの課題に分けている。

	著者名	頁
１．数学教育学の中に数学的リテラシー論を理論的に位置付けること。		
数学的リテラシーの育成が求められる社会的背景	山口武志	12
数学教育における統計指導の課題とリテラシー	久保良宏	31
すべての人々にとっての数学的リテラシーとは	國宗　進	63
数学的リテラシー研究における学際性と独自性	阿部好貴	67
言葉から見たリテラシーや教養	長崎栄三	69
数学的リテラシーに関する研究動向	阿部好貴	82
社会における人間の生涯を視野においた算数・数学教育	長崎栄三	91
数学的リテラシーからみえる数学教育学の課題と展望　岩崎秀樹・	服部裕一郎	101
数学的リテラシー論の立場からの学校数学の目標の再考	清水美憲	114
知識基盤社会の特質と数学的リテラシー	山口武志	124
教育における批判的思考とリテラシー	久保良宏	157
オランダにおける数学的リテラシーの育成	大谷　実	167
高等学校数学と数学的リテラシー	長尾篤志	177
ヒトはどのように特別なチンパンジーか	長谷川寿一	237
「科学とは？」とは？	戸田山和久	251
数学とは	森田康夫	271
２．数学教育学の立場から数学的リテラシーの構成要素を明らかにすること。		
「数学」と「数学教育」と「数学的リテラシー」	熊倉啓之	14
「現在と将来にとって」,「すべての人にとって」の算数・数学教育という視点	近藤　裕	19
創造的思考力の育成を図る算数・数学授業を考える	松島　充	29
価値観に基づく意思決定力を数学的リテラシーの構成要素に	島田　功	37
小学校における「リテラシー」について	島﨑　晃	44
算数・数学の力		316
３．個人の生涯における数学的リテラシーの様相のモデルを考案すること。		
考える過程にみられる数学の方法の価値を明らかにすること	太田伸也	16
小学校算数における批判的思考力の育成	小田友美	50
中学校数学科における批判的思考力の育成をめざして	望月美樹	55
個人の生涯における数学的リテラシーの様相モデルの検討	太田伸也他	187
数学的モデル化能力の育成について	西村圭一	132
４．学校において数学的リテラシーを育成するためのカリキュラムの枠組みを構成すること。		
卓越した数学的リテラシーを育成するために	西村圭一	24
数学的リテラシーを育成する単元の構成に向けて	日野圭子	40
算数授業の積み重ねからみたリテラシーの一様相	清水壽典	48
知的好奇心を育むために	牛場正則	53
批判的思考力の育成を	長尾篤志	60
教科教育学のよりよい構築のために	上田雅也	65
自らの学習理解を的確に捉えることのできる能力の育成	二宮裕之	146
文部科学省研究開発学校における技術リテラシー育成を目指す	山崎貞登	195

義務教育を一貫した教育課程研究の現状と課題
数学的リテラシーを育成する授業　小田友美　284
多様な考えを統合する力を目指す比の指導　佐藤裕二　300
５．学校において数学的リテラシーを育成する教師のあり方を明らかにすること。
考える過程にみられる数学の方法の価値を明らかにすること　太田伸也　16
自らの学習理解を的確に捉えることのできる能力の育成　二宮裕之　27
統計的リテラシー・統計的推論・統計的思考　柗元新一郎　33
「予想」や「比較」を取り入れることを通して　相馬一彦　42
算数の授業を通して育てる力（算数的リテラシー）について考える　滝井　章　46
６．社会で一般人が数学的リテラシーを保持・発展させる枠組みを構成すること。
社会で一般人が数学的リテラシーを保持・発展させる枠組みを考える　重松敬一　21
「数学を学んでおけば困らない」　早川信夫　74
数学と新聞　保坂直紀　76
一記者から見た数学の現状と対策　谷島宣之　78
科学系博物館における科学リテラシー涵養活動の創造　小川義和　206
サイエンスコミュニケーションを通じて培われる科学リテラシー　佐々義子　221

参考３：本研究における会合での配布資料（第１回～第５回、第 10 回）

第１回：日時　2012 年 8 月 16 日（木）

（１）数学的リテラシーについての生涯モデルの構成とその理論的枠組についての研究（長崎）
（２）今後の研究の方向（長崎）
（３）個人の生涯における数学的リテラシーの様相モデルの検討（太田他）
（４）算数におけるすべての子どもを対象とした学習方法（長崎他）
（５）小林傳司（2007）「科学技術とサイエンスコミュニケーション」『科学教育研究』Vol31,No.4.
（６）小林傳司（2010）「今日的な教養と教養教育」『学術の動向』2010.6.
（７）個人の生涯における数学的リテラシーの様相モデルの着眼点（久保）
（８）中学校生徒の校外学習（地学・地理）の場面で用いられている数学（太田）
（９）ICME12 報告　トピック・スタディ・グループ 37 数学教育における理論的諸問題（大谷）
（10）ICME12 報告 - 数学展示「数学カーニバル」についてー（瀬沼）
（11）ICME12 報告 : 21 世紀の高度情報化社会を心豊かに生きるための数学的リテラシー（長崎）

第２回：平成 24 年 10 月 7 日（日）（＊第 45 回数学教育論文発表会投稿原稿）

（１）今後の研究方向（案）（長崎）
（２）すべての子どものための算数授業（滝井）
（３）数学的リテラシーの捉え方に関する一考察：Chevallard の論考から（阿部）（＊）
（４）空間図形の問題を解決する活動についての一考察（太田）（＊）
（５）数学教育における批判的思考についての一考察（久保）（＊）
（６）数学的判断力の育成に関する研究―プロセス能力の主な視点化とその実際―（西村ほか）（＊）
（７）数学的判断力の育成に関する研究 –実態調査の考察–（清水ほか）（＊）

（８）すべての子どもに「算数・数学で学び合う力」を育成する学習方法論（松島）（＊）
（９）高等学校・数学Ⅰ教科書における「データの分析」の現状と今後のあり方（松元）（＊）
（10）100 の職業でどんな数学を使うのか 1 枚の表にまとめてみた（重松）
（11）21 世紀型スキル（長崎）
（12）赤尾勝己（2011）「基礎的・汎用的能力についての提言の例」『新しい生涯学習論』ミネルヴァ書房. pp.166-167.
（13）長崎栄三（2012）「数学教育に関わる協働的プロジェクトへの参加－次世代の科学力を育てるための教員・指導者養成－」『日本科学教育学会年会論文集』Vol.36.
（14）長崎栄三（2012）科学技術リテラシーの育成を指向した数学・理科・技術教育の連携－技術教育への数学教育からのアプローチ－『日本科学教育学会年会論文集』Vol.36.
（15）長崎栄三（2012）「割合の指導の歴史的変遷」『算数授業研究』Vol.83.
（16）長崎栄三（2012）「数学教育」日本比較教育学会編『比較教育学事典』.
（17）日本教育新聞「教科書研究センター　算数・数学教科書を国際比較」平成 24 年 8 月 27 日（長崎）

第 3 回：平成 24 年 12 月 23 日（日）

（１）今後の研究方向（案）（長崎）
（２）数学の方法の育成に関する課題（阿部）
（３）朝日新聞のインタビュー記事の分析から（上田）
（４）「個人の生涯における数学的リテラシーの様相モデル」雑感（牛場）
（５）「個人の生涯における数学的リテラシーの様相モデル」方法について（太田）
（６）批判的思考力を育成する授業（小田）
（７）アルコール分 0.00%はアルコールゼロといえるか？－ノンアルコールビールの宣伝－（久保）
（８）個人の生涯における数学的リテラシーの様相モデルの検討（重松）
（９）小学校段階における数学的リテラシーについて－活用力を身につけるために－（島崎）
（10）数学的リテラシーについての生涯モデルの構成とその理論的枠組みについての研究－価値や価値観とのかかわりについて－（島田）
（11）すべての子どもたちのための算数授業が成立する条件を模索すると（清水）
（12）数学的リテラシー第 3 回会合（長尾）
（13）個人の生涯における数学的リテラシーの様相モデルの枠組みについて（西村）
（14）Lesson Framework の協働的な創造と、教師の職能成長への影響について（日野）
（15）数学の方法の指導（松島）
（16）教育学部の学生が感じている身近な例とは－レポート課題のテーマから－（松元）
（17）「個人の生涯における数学的リテラシー」について考えていること（長崎）

第 4 回：平成 25 年 3 月 9 日（土）

（１）今後の研究方向（案）（長崎）
（２）第３回会合（2012 年 12 月 23 日）の発表事項（長崎）
（３）数学の方法の育成に関する課題（阿部）

（４）リテラシーを身につけるための授業についての再考（上田）
（５）「個人の生涯における数学的リテラシーの様相モデル」雑感２・３（牛場）
（６）事例の検討:「個人の生涯における数学的リテラシーの様相モデルの検討」のための分析の試み（太田）
（７）批判的思考力を育成する授業（小田）
（８）週刊誌の中で藤原正彦氏述べられた「不完全性定理」（久保）
（９）運動会競技の中に潜む数学的事象（佐藤）
（10）科学技術と社会に関する世論調査にみるメタ認知と科学的リテラシー（重松）
（11）数学的リテラシーについての生涯モデルの構成とその理論的枠組についての研究-算数・数学教育における「話すこと」に関する R.R.スケンプと長崎先生の主張を基にして-（島田）
（12）「数学的リテラシーの生涯モデルの構成」を、これまでに取り組んだ研究から考える（瀬沼）
（13）「個人の生涯における数学的リテラシーの様相モデルの検討」（滝井）
（14）数学的リテラシー第 4 回会合（長尾）
（15）数学的リテラシーの観点からみた比例的推論（日野）
（16）自力学習と協調学習（松島）
（17）理想化・単純化と批判的思考 - 2 つの観察授業を通して - （松元）
（18）「個人の生涯における数学的リテラシー」について考えていること（長崎）
（19）奈良教育大学での 35 年（重松）
（20）重松敬一（2013）「着目すべきキーワードと診断の仕方」『数学教育』1302.
（21）重松敬一（2012）「記念講演「算数・数学教育の課題と課題」」『奈良県算数数学教育研究会会報』40.
（22）クルーグマン「米国共和党の悪弊　「無知」強いて信念ごり押し」朝日新聞 2013 年 2 月 14 日朝刊.
（23）グラッセッリ「変われるか、日本とイタリア」朝日新聞 2013 年 2 月 15 日朝刊.

第 5 回：平成 25 年 5 月 18 日（土）

（１）「数学的リテラシーについての世代別の様相を生涯モデルとして構成する」ことに向けて（長崎）
（２）小中高校の算数・数学科の学習指導要領の目標・学年目標・科目目標（長崎）
（３）「算数・数学の力」（第 3 版）（長崎）
（４）久保良宏（2012）「数学教育における批判的思考の一考察」『第 45 回数学教育論文発表会論文集』論文発表の部. pp.95-98.
（５）西村圭一(2012)『数学的モデル化を遂行する力を育成する教材開発とその実践に関する研究』東洋館出版社.
（６）松島充（2013）「数学教育におけるジグソー学習法に関する研究と数学的コミュニケーション研究との比較」全国数学教育学会第 37 回研究発表会.
（７）国立教育政策研究所『特定の課題に関する調査（論理的な思考）』国立教育政策研究所
（８）議論学（ウィキペディア）（大谷）
（９）辻山洋介（2012）「学校数学における証明の構成における蓋然的な論の検討の方法」『科学教育研究』第 36 巻第 4 号

（10）久保良宏（2013）「アルコール分 0.00％のノンアルコールビールにアルコールは入っているのか？？？」大日本図書『教育フォーラム』2013.4

第 10 回：平成 25 年 12 月 23 日（月）

（１）松元新一郎（2013）「ニュージーランドの国家カリキュラムにおける統計の位置づけ - 統計的思考力育成するカリキュラムの開発に向けて - 」日本数学教育学会第 46 回秋期研究大会.

（２）太田伸也（2013）「空間を観る視点について」日本数学教育学会第 46 回秋期研究大会.

（３）久保良宏（2013）「批判的思考における対話の重要性と数学的コミュニケーション - パウロ・フレイレに焦点を当てて - 」日本数学教育学会第 46 回秋期研究大会.

（４）島田功、馬場卓也（2013）「算数教育における社会的価値観の育性に関する研究（2） - 先行研究の批判的検討による基礎的枠組みの考察 - 」日本数学教育学会第 46 回秋期研究大会.

（５）松島充（2013）「数学教育の社会的構成主義の視座から見た我が国の問題解決 - Ernest,P の主張を基にして - 」日本数学教育学会第 46 回秋期研究大会.

（６）長崎栄三（2013）「高等学校数学科における「中心概念」の誕生とその後 - 高等学校学習指導要領数学科編昭和 31 年度改訂版を中心に - 」日本数学教育学会第 46 回秋期研究大会.

（７）長崎栄三（2013）「数学教育の理論・実践を創出するための探究志向の協働的なアプローチ」日本数学教育学会第 46 回秋期研究大会.

（８）長崎栄三（2013）「科学技術リテラシーの発展に向けた技術教育と理数教育の連携・協働 - 数学教育の立場から - 」日本科学教育学会年会論文集 Vol.37.

（９）長崎栄三（2013）「これからの社会を生きる児童生徒と算数・数学教育」第 65 回広島県算数・数学教育研究（尾道）大会（平成 25 年 10 月 31 日）

（10）阿部好貴（2013）「数学的モデル化からみた数学的リテラシーの捉え方」日本科学教育学会年会論文集Vol.37.

（11）小学校 5 年「グラフの活用」（上田）

なお、上記の他に、日本数学教育学会第 46 回秋期研究大会では、本研究の研究メンバーから次の研究発表が行われた。

（12）大谷実（2013）「算数と数学の接続をはかる実践家と研究者の協働的デザイン研究 - 「文化－歴史的活動理論」に基づく比例の学習指導を例として - 」

（13）西村圭一、小倉康、後藤顕一（2013）「理系・文系進路選択に関わる意識調査研究 - 数学教育の視点から - 」

（14）日野圭子（2013）「中1生徒による比例の問題場面の表現に関する考察 - 個別インタビューにおける共通問題への応答の比較 - 」

参考４：本研究における会合でのグループ討議（第 5 回～第 9 回：＊まとめ役）

第 5 回：平成 25 年 5 月 18 日（土）（第 1 回目のグループ討議：数学的方法）

理想形を 100 字～200 字程度で記述するとともに、小中高大終了時の姿を討議した。

批判的思考：久保*、長尾、小田

論理的思考：太田*、滝井、長崎

コミュニケーション力：大谷*、鶴岡、松島

数学的モデル化能力：西村*、上田

第 6 回：平成 25 年 6 月 16 日（日）（第 2 回目のグループ討議：数学的内容）

理想形を 100 字～200 字程度で記述するとともに、小中高大終了時の姿を討議した。

数式（数と計算、量と測定を含む）：久保*、佐藤、長崎

図形：太田*、清水、鶴岡

関数：重松*、大谷、松島

確率・統計：柗元*、島田、上田

第 7 回：平成 25 年 8 月 8 日（木）（第 3 回目のグループ討議：数学的方法と数学的内容）

第 5 回、第 6 回で作成した数学的方法と数学的内容の枠組み案について全体で検討を行った結果を受けて、数学的方法と数学的内容の両者について討議をした。

批判的思考・数式（数と計算、量と測定を含む）：瀬沼*、清水、松島

論理的思考・図形：久保*、阿部、上田

コミュニケーション力・関数： 柗元*、滝井、長崎

数学的モデル化能力・確率・統計：太田*、佐藤、小田

第 8 回：平成 25 年 8 月 21 日（水）（第 4 回目のグループ討議：様相モデルの仮説）

様相モデルの仮説について自由に討議し各グループでモデルを作成した。

A グループ：滝井*、久保、島田、上田・[個人と組織・集団が求める数学的リテラシー]

B グループ：太田*、日野、小田、松島・[幸せに生きるための数学的リテラシーの様相モデル]

C グループ：重松*、松元、阿部、長崎・[不確定な社会における社会人に持っていて欲しい数学モデル]

第 9 回：平成 25 年 10 月 6 日（日）（第 5 回目のグループ討議：枠組みの主な視点）

4 つの領域から成る様相モデルの枠組みを検討した後、それぞれの枠組みについての主な視点について討議した。

領域Ⅰ（数学の見方）：滝井*、清水

領域Ⅱ（数学学習から生じると思われる一般的な能力）：小田*、上田

領域Ⅲ（数学の方法に関わる能力）：重松*、西村

領域Ⅳ（数学の内容の活用能力）：松島*、長崎

第 10 回：平成 25 年 12 月 23 日（月）（第 6 回目のグループ討議：枠組みの主な視点）

事例的に枠組みを使って分析を試行した後、枠組み全体について、各自で付箋に意見を記述した後、グループで検討を行った。

A グループ：佐藤、島崎、日野、松元

B グループ：島田、清水、滝井、鶴岡、

C グループ：上田、久保、重松、長尾

D グループ：太田、小田、瀬沼、松島

数学的リテラシーについての生涯モデルの構成とその理論的枠組
についての研究

平成26（2014年）年3月26日発行

〒422-8529　静岡県静岡市駿河区大谷836
静岡大学大学院教育学研究科
長崎　栄三

印刷所：大日紙業株式会社