

労働所得と資本所得の最適課税ルールII： 支出政策の考慮

メタデータ	言語: ja 出版者: 静岡大学人文学部 公開日: 2015-05-27 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 宮川, 敏治 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.14945/00008579

論 説

労働所得と資本所得の最適課税ルールⅡ

－支出政策の考慮－

宮 川 敏 治

1 はじめに

拙稿（1999）「労働所得と資本所得の最適課税ルール」『産研論集（関西学院大学）』（以後、Part I と呼ぶ）において、経済を描写するモデルとして重複世代モデルを採用し、その下で家計の効用の総和（社会的厚生）を最大にするような労働所得税と資本所得税の課税ルールをより「実用的」なカタチで描く試みを行った。本稿は、その続編である。

ここでの「実用的」とは、具体的には次のような意味である。これまでの社会的厚生を最大化する課税（最適課税）を考察する研究では、最適課税の性質を抽出する最適課税問題の必要条件が各家計の所得の限界効用や補償需要の価格に対する反応度など市場で観測不可能な変数を用いて表現されていた。そのため、直接的にその条件を用いて現行の課税体系を評価できないものであった。そこで、市場で観測可能な変数（データ）のみで必要条件を描写し直すことによって、より直接的に現行の課税体系を評価できるような課税ルールを導き出したのである¹。

しかし、Part I では、労働所得税と資本所得税によって上げられた税収が政府支出に向けられるように設定されていたが、その政府支出はまったく民間経済に影響を与えないとされていた。すなわち、政府は一定額の税収を上げるが、それを無駄に費消してしまうとされ、政府の支出政策の側面が完全に無視されていたのである。そこで、本稿（Part II）では、労働所得税と資本所得税による税収がすべての家計に均一に移転支出として再分配される場合や政府支出が純粋公共財となる場合など政府の支出政策の側面を考慮に入れたカタチにモデルを拡張する。そして、あくまでも市場で観測可能なデータで課税ルールを描くという立場を維持しながら、政府の

¹ 課税ルールを市場で観測可能なデータで描くことの意義については、詳しくは入谷（1986）及び、宮川（1999）を参照していただきたい。

支出政策によってその課税ルールがどのように変化するかを考察する。また、それぞれの支出政策を最適化するルールを、市場で観測可能なデータによって表現することも試みる。特に、政府支出が純粋公共財の場合には、「公共財からの限界効用の総和がその（社会的）限界費用に等しくなるときに、最適な公共財の水準が達成される」という周知のサミュエルソン・ルールをできるだけ市場で観測可能なデータで書き直すことになる。これは、いわゆる「サミュエルソン・ルールの実用化」と解釈することもできる。

本稿で取り扱う支出政策は、具体的には、(i) 労働所得税と資本所得税による税金を若年世代に同じ額だけ再分配する均一移転支出の場合、(ii) 政府支出が「等量消費」のかたちで各家計の効用関数に入ってくるような純粋公共財の場合、(iii) 政府が税金から新しい私的財を生産し、その財を各家計に均等に配分する公的供給される私的財 (Publicly Provided Private Good) の場合の 3 つである。代表的家計を想定した場合には、これらの支出政策は課税ルールにはまったく影響を与えないので、本稿では、賃金獲得能力が異なる家計が存在する経済のみに注目することにする。

本稿 (Part II) で用いられるモデルは、Part I とほぼ同一の構造をもつ重複世代モデルである。しかし、モデルの枠組みを再確認し、さらに、Part II のモデルの拡張点および、Part I と Part II の相違点を明確にするために、簡単にモデルの概要を説明しておくことにする。

まず、家計について見ることにする。各世代の家計は労働を行う若年期と退職後の老年期の 2 期間を生き、消費活動を行う。世代間の人口成長率は g とする。すべての家計は共通の時間賦存量 (T) をもっており、この時間を余暇 (h_t) と労働 ($T-h_t$) に配分する。賃金率を w_t とすれば、労働から得た労働所得には線形の労働所得税 (t_{wt}) が課税される。若年期には、課税後の労働所得と政府が支出政策として均一移転支出を行うときには分配される移転支出の合計を若年期の消費 (c_{1t}) と貯蓄に配分する。Part I の場合には、このような移転支出が入ってくることはなかった。老年期になると貯蓄に伴って利子率 (r_{t+1}) で資本所得が発生する。この資本所得に対して線形の資本所得税 (t_{rt+1}) が課される。老年期にはこの課税後資本所得と貯蓄を取り崩して老年期消費 (c_{2t+1}) が行われる。

以上のような行動を各家計は生涯の効用が最大になるように決定するのであるが、支出政策が無視されていた場合には家計の効用は、若年期消費と老年期消費と余暇の関数として表現されていた。政府が均一移転支出政策をとる場合には、同一の効用関数を考えればよいが、政府が純粋公共財を供給したり、公的生産される私的財を提供する場合には、家計の効用は、若年期消費、

老年期消費、余暇とともに政府が供給する財にも依存するかたちで定式化されることになる。

また、各世代には賃金獲得能力の異なる家計が存在すると仮定する。この能力の差異は物理的単位での労働供給 $T-h_t$ の効率性を表す指標 n の差異によって表現される。この n は実数区間 $[0, \infty)$ に分布し、その分布は密度関数 $\phi(n) \geq 0$ に従うとする。この経済の各期の生産技術は、その期に存在する労働 (L_t^d) と資本 (K_t) を用いて消費財が生産されるとする。生産技術については、公共財の影響を受けないとし、Part I と同様、規模に関して収穫一定の技術を想定する。

次に、政府の行動について見てみよう。各期の政府は、労働所得税と資本所得税によって徴収した税収を政府支出としてすべて支出する。Part I の場合には、この支出は民間経済にまったく影響を及ぼさないとしたが、本稿では、この税収がその期の若年世代に均一に再分配される均一移転支出政策がとられる場合、1 単位の税収から 1 単位の純粋公共財を生産する場合と 1 単位の税収から 1 単位の新しい私的財を生産し、それを若年世代に均等に割り当てる（公的に生産された私的財）場合の 3 つのケースが存在する。

そして、経済主体の行動が与えられた下で、各期の労働市場、財市場、資産市場の需給が均衡するように賃金率、利子率が決まることになる。

上記のような経済を想定した上で、Part I と同じように市場で観測可能なデータを用いて社会的厚生を最大にする資本所得税と労働所得税の課税ルールを考察するわけであるが、具体的な課税ルールの分析に入る前に、Part I で得られた結果と本稿（Part II）で新たに得られた結果を要約しておくことにする。

まず、Part I では、賃金獲得能力に差異がなくすべての家計が同一とした下で、社会的厚生を最大にするという意味で、労働所得税と資本所得税が最適であるときの課税ルールとして、次のものを得た。

課税ルール 1：すべての家計が同一である（代表的家計のみを考慮する）場合には、税収のシェアの比率に $(1+g)/(1+r(1-t_r))$ をかけた値が、税収の弾力性の比率に等しくなるように資本所得税と労働所得税は課税されていなければならない。

この課税ルールは、具体的には、最適課税問題（社会的厚生を最大にする競争均衡を実現する課税体系を探す問題）の 1 階の条件から導出した条件

$$\frac{\beta_r}{\beta_w} = \frac{1+g}{1+r(1-t_r)} \frac{\gamma_r}{\gamma_w}$$

より得られたものである。ただし、 β_r, β_w は資本所得税に関する税収の弾力性、労働所得税に関する税収の弾力性であり、 γ_r, γ_w は資本所得税、労働所得税の総税収に占めるシェア（税収シェア）である。

代表的家計ケースで得たもうひとつの課税ルールである「課税ルール 2」は、「課税ルール 1」で暗に示されていた最適課税の性質をよりストレートに表すために補足的に示したものであり、我々の目標とする「市場で観測可能なデータで語る課税ルール」ではないのでここでは省略する。Part I では、同一世代内の家計に能力の差異が存在する経済で、政府の支出政策が民間経済に影響を与えないと仮定し、最適課税問題の 1 階の条件から、上の「課税ルール 1」の条件とまったく同一の条件を導き、次のような「課税ルール 3」も得ることができた。

課税ルール 3： 同一世代内の家計に能力の差異が存在する経済においても、家計の効用関数に（若年期、老年期）消費と余暇の分離可能性が存在し、政府の支出政策の側面が無視される限り、「課税ルール 1」に従って資本所得税、労働所得税は課税されていなければならない。

本稿（Part II）の第 2 節では、同一世代内の家計に能力の差異が存在する経済で、政府支出が均一移転支出となる場合を考察し、最適課税問題の 1 階の条件から、上の「課税ルール 1」を導出した条件の右辺に支出政策の世代内所得分配に与える影響を配慮した項をかけた条件が導出される。この「所得分配の配慮」を表す項がかけられていることによって、老年期消費の総需要のうち能力の高い家計の消費需要が占める度合いが労働の総供給のうち能力の高い家計の労働供給が占める度合いよりも高ければ、「課税ルール 1」の要請する資本所得税の税収シェアより高い資本所得税の税収シェアを求め、総労働供給のうち能力の高い家計の労働供給が占める度合いの方が高ければ、「課税ルール 1」の税収シェアより低い資本所得税の税収シェアを求める課税ルールが得られる。また、この課税ルールは、税収関数の諸性質と市場均衡価格、税率、移転支出の水準に加えて、家計の総支出にしめる若年期、老年期消費需要への支出の割合と能力分布の形状の情報を用いれば適用可能となるルールとして描かれる。

第 3 節では政府支出が純粋公共財となる場合と公的供給される私的財の場合を考察する。そして、純粋公共財の場合と公的供給される私的財の場合のどちらも、家計の効用関数が消費と余暇の分離可能性の条件を満たす限り、労働所得税と資本所得税は「課税ルール 1」に従えばよいと

いう結果が得られる。

最後に第4節では、Part I と Part II で得た課税ルールの限界について述べている。

2 均一移転支出と課税ルール

2.1 モデル

本節では、各期の政府が労働所得税と資本所得税によって徴収した税収をその期に存在する若年世代に均一に再分配する場合の課税ルールを考察する。賃金獲得能力が異なる家計に対して同一の移転支出を与えるのであるから、税収額に応じて経済の分配状態が変化することは容易に予想できる。そのため、課税ルールも所得分配の状態を反映したものになると推測される。

前節でモデルの概要を説明したので、ここではそれに対応する定式化を中心にモデルを提示していくことにする。説明の重複を避けるため、叙述的な説明は最小限にとどめたい。記号法についても前節で説明しなかったもののみを述べる。

まず、第 t 世代の能力 n の家計の生涯予算制約式は次のように表される。

$$c_{1t} + q_{t+1}c_{2t+1} = \omega_t n (T - h_t) + y_t \quad (1)$$

ただし、 $q_{t+1} = 1/(1+r_{t+1}(1-t_{rt+1}))$, $\omega_t = (1-t_{wt})w_t$ である。ここで、 y_t は若年世代に対する均一移転支出である。Part I の定式化では、家計の生涯予算制約式に y_t が表れることはなかった。

第 t 世代の家計の効用関数は、若年期消費、老年期消費、余暇に対して、連続で、狭義増加的、狭義準凹関数 $U(c_{1t}, c_{2t+1}, h_t)$ で表されるが、Part I と同様に、効用関数を次のようなかたちに特定化する。

$$U(c_{1t}, c_{2t+1}, h_t) = U_1(c_{1t}, c_{2t+1})U_2(h_t) \quad (2)$$

ただし、 $U(\cdot)$ は 1 次同次、 $U_1(\cdot)$ は ν 次同次、 $U_2(\cdot)$ は $1-\nu$ 次同次の関数で、 $0 < \nu < 1$ である。

上記のような家計の定式化の下で、能力 m の家計の消費者選択（効用最大化問題の解） (c_1^m, c_2^m, h^m) と能力 n の家計の消費者選択 (c_1^n, c_2^n, h^n) の関係は、家計の生涯予算制約式に y が入っているため、Part I の場合より、若干複雑になる。まず、

$$\xi \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\omega m T + y}{\omega n T + y}$$

と定義しておく。補論 1 の手続きに従えば、任意の能力 n の家計の消費者選択は、基準として選

択される能力 m の家計の消費者選択によって、次のように表現される。

$$(c_1^n, c_2^n, h^n) = \left(\frac{1}{\xi} c_1^m, \frac{1}{\xi} c_2^m, \frac{1}{\xi} \frac{m}{n} h^m \right) \quad (3)$$

さらに、能力 m の家計の所得の限界効用 α^m と能力 n の家計の所得の限界効用 α^n の間には、Part I と同様に、

$$\frac{\alpha^n}{\alpha^m} = \left[\frac{m}{n} \right]^{1-\nu} \quad (4)$$

が成立する。

また、効用関数の特定化 (2) より、能力 n の家計の余暇は、

$$h^n = \frac{(1-\nu)(\omega n T + y)}{\omega n} \quad (5)$$

となる。

家計の効用最大化問題の定式化より、家計の若年期、老年期消費需要及び、余暇需要は資本所得税率 (t_r)、労働所得税率 (t_w)、移転支出 (y)、賃金率 (w)、利子率 (r) の関数として書ける。したがって、若年期、老年期消費需要、余暇需要関数を効用関数に代入することによって得られる能力 n の家計の間接効用関数を

$$V^n(t_r, t_w, y, w, r)$$

と表すことにする。この間接効用関数については、次のようなロワの恒等式が成立する。

$$\frac{\partial V^n}{\partial t_r} = - \frac{r}{(1+r(1-t_r))^2} \alpha^n c_2^n$$

$$\frac{\partial V^n}{\partial t_w} = - w \alpha^n (T - h^n)$$

$$\frac{\partial V^n}{\partial y} = \alpha^n$$

各期の消費財の生産技術は 1 次同次生産関数 $F(K_t, L_t^d)$ で表される。

若年世代に対して均一移転支出を行う各期 (t 期) の政府の予算制約式は、

$$t_w w_t \int_0^\infty n(T - h_t^n) \phi(n) dn N_t + t_r r_t q_t \int_0^\infty c_{2t}^n \phi(n) dn N_{t-1} = y_t N_t \quad (6)$$

となる。ただし、 N_t は、第 t 世代の人口である。ここでは、分析の簡単のため、移転支出は若年

世代に対してのみ行われ、老年世代には行われえないとする。しかし、 t 期に共存する若年世代と老年世代の両方に移転支出が行われたとしても、本稿の結果には影響しない。

労働市場、財市場、資産市場の需給均等式は、それぞれ次のようになる。

$$\int_0^\infty n(T-h_t^n)\phi(n)dnN_t = L_t^d \quad (7)$$

$$F(K_t, L_t^d) = \int_0^\infty c_{1t}^n \phi(n)dnN_t + \int_0^\infty c_{2t} \phi(n)dnN_{t-1} + K_{t+1} - K_t \quad (8)$$

$$K_{t+1} = \left[\omega_t \int_0^\infty n(T-h_t^n)\phi(n)dn + y_t - \int_0^\infty c_{1t}^n \phi(n)dn \right] N_t \quad (9)$$

市場の需給均等式に関するPart I のケースと本節の違いについて、少しふれておきたい。労働市場については、Part I とまったく同じである。しかし、財市場については、本節の設定ではPart I のように政府支出として消費財が費消されるようなことはなく、純粹に所得の移転が行われるだけであるので、財市場の需給均等式に政府支出の項が現れてくることはない。また、資産市場の需給均等式は、第 t 世代の総貯蓄量と $t+1$ 期の資本量が等しくなることを示しているが、家計の予算制約式が移転支出の存在によって変更されたことに伴い、貯蓄の定式化も変化し、右辺に y_t が追加されている点がPart I と異なっている。

2.2 政府支出水準が所与での課税ルール

Part I と同様に分析対象を定常状態に限定するので、最適課税問題の目的関数である社会的厚生関数は、

$$\int_0^\infty V^n(t_r, t_w, y, w, r)\phi(n)dn \quad (10)$$

と設定される。また、最適課税問題の制約は、「Part I の補論 1：最適課税問題の制約条件の導出」と同じ手続きによって、

$$w \int_0^\infty n(T-h^n)\phi(n)dn = \int_0^\infty c_1^n \phi(n)dn + \left[\frac{1+r(1-t_r)+g-r}{(1+g)(1+r(1-t_r))} \right] \int_0^\infty c_2^n \phi(n)dn \quad (11)$$

と表される。

さて、いよいよ実際に定常状態均衡を達成する政策パラメータの集合を表す制約(11)の下で社会的厚生(10)を最大化する最適課税問題の 1 階の条件を求めていくわけであるが、その前に、(一人あたり) 税収関数を定義しておく。

$$R \stackrel{\text{def}}{=} t_w w \int_0^\infty n(T-h^n)\phi(n)dn + \frac{t_r r q}{1+g} \int_0^\infty c_2^n \phi(n)dn \quad (12)$$

この税関数の概念を用いれば、労働所得税率と資本所得税率に関する最適課税問題の 1 階の条件を、「Part I の補論 5：異質な家計の場合の最適課税条件の導出」と同様の手続きを経ることによって、次のように表現することができる。

$$-\frac{r}{(1+r(1-t_r))^2} \int_0^\infty \alpha^n c_2^n \phi(n)dn + \lambda \frac{\partial R}{\partial t_r} = 0 \quad (13)$$

$$-w \int_0^\infty \alpha^n n(T-h^n)\phi(n)dn + \lambda \frac{\partial R}{\partial t_w} = 0 \quad (14)$$

ここで税収弾力性

$$\beta_r \stackrel{\text{def}}{=} \frac{t_r}{R} \frac{\partial R}{\partial t_r}, \quad \beta_w \stackrel{\text{def}}{=} \frac{t_w}{R} \frac{\partial R}{\partial t_w}$$

および、総税収に占める資本所得税収、労働所得税収の割合(税収シェア)、

$$\gamma_r = \frac{[t_r r q / (1+g)] \int_0^\infty c_2^n \phi(n)dn}{R}, \quad \gamma_w \stackrel{\text{def}}{=} \frac{t_w w \int_0^\infty n(T-h^n)\phi(n)dn}{R}$$

を用いて(13)(14)を変形し、その 2 式より λ を消去することによって、

$$\frac{\beta_r}{\beta_w} = \frac{1+g}{1+r(1-t_r)} \frac{\gamma_r}{\gamma_w} \frac{\int_0^\infty \alpha^n c_2^n \phi(n)dn / \int_0^\infty c_2^n \phi(n)dn}{\int_0^\infty \alpha^n (T-h^n)\phi(n)dn / \int_0^\infty (T-h^n)\phi(n)dn} \quad (15)$$

が得られる。

Part I での代表的家計を想定した場合の「課税ルール 1」及び、能力の異なる家計の存在する経済で支出政策の影響を無視した場合の「課税ルール 3」を導出した条件は

$$\frac{\beta_r}{\beta_w} = \frac{1+g}{1+r(1-t_r)} \frac{\gamma_r}{\gamma_w}$$

であったので、支出政策として均一移転支出を考慮することによって、

$$\frac{\int_0^\infty \alpha^n c_2^n \phi(n)dn / \int_0^\infty c_2^n \phi(n)dn}{\int_0^\infty \alpha^n (T-h^n)\phi(n)dn / \int_0^\infty (T-h^n)\phi(n)dn} \quad (16)$$

の部分が右辺に追加されるかたちで条件が変化していることが分かる。

(16)を注意深く見てみると、分子は「老年期消費の総需要に占める各能力の家計の需要の割合をそれぞれの家計の所得の限界効用で加重平均した値」を表しており、分母は「総労働供給に占める各能力の家計の労働供給の割合をそれぞれの家計の所得の限界効用で加重平均した値」を示

している。

ここでのモデルの設定では、家計の所得の限界効用は(4)から明らかなように能力 n に関する減少関数となる。一方、能力 m と n の消費者選択の関係(3)より、老年期消費は能力 n の増加関数となり、余暇は能力 n の減少関数になる。余暇が能力に関する減少関数になることから、労働供給 $T-h^n$ は能力 n の増加関数になることは明らかである。したがって、分子（分母）の値は、所得の限界効用が能力 n が高い家計ほど小さいことを考慮すれば、能力の高い家計がより多くの老年期需要（労働供給）を行う度合いが高ければ高いほど小さな値になる。つまり、老年期消費（労働供給）が「奢侈財」としての性質を強く持つほど分子（分母）の値が小さくなるのである²。

したがって、(16)の値は、老年期消費が労働供給より「奢侈財」の傾向が強ければ、1以下の値をとり、逆に、労働供給の方が老年期消費より「奢侈財」の傾向が強ければ、1以上の値をとる。ここでは、資本所得税は老年期消費に対する課税であり、労働所得税は労働供給に対する課税であると解釈できる。そうすると、Part I で得られた条件では、税収の弾力性が大きい税、つまりは、税収を上げ易い税ほど、より多くの税収シェアを占めるように課税することになったが、本節で得られた条件では、たとえ税収の弾力性が小さくとも、その課税の対象となる財が相対的に「奢侈財」であるならば、その税収シェアは大きくなければならないことになる。したがって、(16)は「世代内所得分配への配慮」を反映したものと解釈できるであろう。

では、次にPart I の条件では(16)が現われず、支出政策として均一移転支出を想定した場合には条件に(16)が現われてきた理由について少し考えてみよう。まず、Part I の場合の能力の異なる家計の消費者選択の関係 $(c_1^n, c_2^n, h^n) = ((n/m)c_1^m, (n/m)c_2^m, h^m)$ と所得の限界効用の関係 $\alpha^n = (m/n)^{1-\nu} \alpha^m$ を考慮すれば、(16)の値は1になる。一方、本節で得られた消費者選択の関係(3)、所得の限界効用の関係(4)を(16)に代入しても、能力分布の状況や均一移転支出の水準に依存してその値は必ずしも1にならないことは容易に確認できる。我々のモデルにおいては、能力 n の家計の資本所得は $rqc_2^n/(1+g)$ 、労働所得は $\omega n(T-h^n)$ で表される。さらに、異なる家計の消費者選択の関係を考慮すれば、この資本所得及び労働所得は能力の異なる家計の間に比例的な関係が存在することが分かる。Part I の場合には、家計が獲得する所得は資本所得と労働所得のみであるので、この所得にそれぞれ線形の資本所得税及び、労働所得税が課税されても世代内の所得分配状態はまったく変化しない。一方、支出政策として均一移転支出を考える場合には、

² 労働供給を「奢侈財」と呼ぶことは語弊がある。しかし、ここでは直感的な理解を容易にするために表現の厳密性を欠くけれども、能力の高い家計（ここでは所得の高い家計と同じ意味になる）ほどより多くの割合を占めるという意味で「奢侈財」という表現を使っている。

線形の課税が採用されていてもすべての家計に同一の移転支出が与えられるため、能力分布の状態や移転支出の水準に応じて経済の所得分配の状態は変化することになる。つまり、Part I の場合には資本所得税と労働所得税を通じては、世代内の所得分配の問題にまったく対処できなかったために、(16)のような項が現われてこなかったのである。しかし、均一移転支出の場合には、資本所得税と労働所得税を設定することは同時に所得分配の状態を変更することにもなるため、(16)の項が現われてきたのである。このことから(16)は、まさに資本所得税と労働所得税の課税に関する「世代内所得分配への配慮」を表すものと理解できるであろう。

(15)に対して、以上のような経済的解釈を与えることができたが、(15)は依然として「市場で観測できるデータで語る実用的な課税ルール」ではない。なぜなら、(15)は、すべての能力の家計の所得の限界効用、及び、すべての家計の老年期消費水準、労働供給水準といった市場で直接観測することが難しい変数によって表現されているからである。そこで、我々が目標とする「市場で観測可能なデータで語る課税ルール」を得るために、(15)を(3)(4)(5)の性質を用いてもう少し変形すると、最終的に次のような条件を得ることができる。

$$\frac{\beta_r}{\beta_w} = \frac{1+g}{1+r(1-t_r)} \frac{\gamma_r}{\gamma_w} \left[\frac{\omega T \int_0^\infty n^\nu \phi(n) dn + y \int_0^\infty n^{\nu-1} \phi(n) dn}{\omega T \int_0^\infty n \phi(n) dn + y} \right] \times \left[\frac{\nu \omega T \int_0^\infty n \phi(n) dn - (1-\nu)y \int_0^\infty n^{\nu-1} \phi(n) dn}{\nu \omega T \int_0^\infty n^\nu \phi(n) dn - (1-\nu)y \int_0^\infty n^{\nu-1} \phi(n) dn} \right] \quad (17)$$

これはかなり複雑な式ではあるが、右辺の $((1+g)/(1+r(1-t_r))) (\gamma_r/\gamma_w)$ にかかってくる項、

$$\left[\frac{\omega T \int_0^\infty n^\nu \phi(n) dn + y \int_0^\infty n^{\nu-1} \phi(n) dn}{\omega T \int_0^\infty n \phi(n) dn + y} \right] \times \left[\frac{\nu \omega T \int_0^\infty n \phi(n) dn - (1-\nu)y \int_0^\infty n^{\nu-1} \phi(n) dn}{\nu \omega T \int_0^\infty n^\nu \phi(n) dn - (1-\nu)y \int_0^\infty n^{\nu-1} \phi(n) dn} \right] \quad (18)$$

を見ると、この値は市場賃金率、労働所得税率、移転支出水準、時間賦存量に加えて、家計の選好を表すパラメータのひとつである ν と n の平均値 $(\int_0^\infty n \phi(n) dn)$ 、及び、 n の ν でウエイト付けした平均値 $(\int_0^\infty n^\nu \phi(n) dn)$ 、 n の $\nu-1$ でウエイト付けした平均値 $(\int_0^\infty n^{\nu-1} \phi(n) dn)$ が分かれば決定することができる値である。市場賃金率、労働所得税率、移転支出、時間賦存量は直接観測できる値であり、さらに、残りのものは、究極的には ν の値と能力の密度関数の形状（すなわち、能力分布関数）が分かれば得られる値である。(5)より、 $1-\nu$ は家計が可能な総支出額に占める余暇支出への割合を表しているので、 ν は、総支出額に占める若年期、老年期消費支出の占める割合を表している。さらに、効用関数をコブ・ダグラス型に特定化した場合には、 ν が家

計の選好を表す唯一のパラメータとなる。その場合には、現実の所得分布から能力分布と ν の値を導き出すことができることが入谷（1986, pp.172-175）によって示されている³。つまり、もう少し効用関数の特定化を許せば、能力分布と ν の値を得ることができるのである。これらのことを考慮すれば、(17)は「市場で観測可能なデータで語る課税ルール」を導く条件になり得るものと解釈できるであろう。

つまり、(17)から「労働所得税、資本所得税が、社会的厚生を最大化するという意味で最適である」ときの性質として、次の課税ルールを得ることができる。

課税ルール 4：同一世代内の家計に能力の差異が存在する経済で、家計の効用関数が(2)で表され、政府が均一移転支出を行う場合には、税収シェアの比率に $(1+g)/(1+r(1-t_r))$ と(18)の値をかけて得られる値が、税収の弾力性の比率に等しくなるように資本所得税と労働所得税は課税されていなければならない。

2.3 最適政府支出水準での課税ルール

これまでの分析では、均一移転支出の水準 y を最適化することを許していなかった。そこで次に、移転支出の水準を操作することを許し、支出政策も含めたかたちでの課税ルールの導出を目指すことにする。

最適課税問題において、労働所得税率、資本所得税率に加えて移転支出水準 y も操作変数であるとすると、最適課税問題の1階の条件として、(13)(14)ともうひとつ、

$$\int_0^\infty \alpha^n \phi(n) dn + \lambda \left(\frac{\partial R}{\partial y} - 1 \right) = 0 \quad (19)$$

を得ることができる。

ここで(4)を考慮しながら、(13)(19)から λ を消去した式を資本所得税に関する税収弾力性及び税収シェアを用いて変形すれば、

$$\frac{\beta_r}{1 - \partial R / \partial y} = \frac{1+g}{1+r(1-t_r)} \gamma_r \frac{\int_0^\infty n^{\nu-1} c_2^n \phi(n) dn}{\int_0^\infty c_2^n \phi(n) dn \int_0^\infty n^{\nu-1} \phi(n) dn} \quad (20)$$

が得られる。

³ 具体的には、駿河（1982）等の対数正規分布の所得分布の推計結果及び実際の政府支出水準が、ある能力分布の平均と標準偏差及び、シェア・パラメータの値の下での競争均衡の結果と一致するようにする。競争均衡での税収と実際の政府支出水準が等しくなる式、競争均衡の所得分布の平均及び標準偏差と推計での平均と標準偏差が一致する式の3式を用いて、3つの未知数である能力分布の平均、標準偏差、シェア・パラメータを求める。

一方、(14)(19)についても同様の手続きを行えば、

$$\frac{\beta_w}{1-\partial R/\partial y} = \gamma_w \frac{\int_0^\infty n^{\nu-1} n(T-h^n) \phi(n) dn}{\int_0^\infty n(T-h^n) \phi(n) dn \int_0^\infty n^{\nu-1} \phi(n) dn} \quad (21)$$

が得られる。

資本所得税や労働所得税に関する税収弾力性と同様に移転支出に関する税収弾力性を次のように

$$\beta_y \stackrel{\text{def}}{=} \frac{y}{R} \frac{\partial R}{\partial y} \quad (22)$$

と定義する。しかし、ここではすべての税収は移転支出に支出されるので、 $y/R = 1$ であることを注意しておく。

(20)の両辺に R/y をかけ、右辺を(3)(5)を用いて若干変形すれば、(20)は移転支出の税収弾力性の概念を用いて最終的に次のように書き直すことができる。

$$\frac{\beta_r}{1-\beta_y} = \frac{1+g}{1+r(1-t_r)} \gamma_r \frac{\omega T \int_0^\infty n^\nu \phi(n) dn / \int_0^\infty n^{\nu-1} \phi(n) dn + y}{\omega T \int_0^\infty n \phi(n) dn + y} \quad (23)$$

(20)についても、移転支出の税収弾力性の概念を使えば、

$$\frac{\beta_w}{1-\beta_y} = \gamma_w \frac{\nu \omega T \int_0^\infty n^\nu \phi(n) dn / \int_0^\infty n^{\nu-1} \phi(n) dn - (1-\nu)y}{\nu \omega T \int_0^\infty n \phi(n) dn - (1-\nu)y} \quad (24)$$

と書き直すことができる。定義より β_y は 1 % の移転支出の増加に対して税収が変化する割合を表しているので、 $1-\beta_y$ は移転支出の変化によって生じる実質的な政府予算の悪化の度合い（「移転支出による実質的な政府予算の悪化度」と呼ぶ）を表している。

さて、ここで(23)式の

$$\frac{\omega T \int_0^\infty n^\nu \phi(n) dn / \int_0^\infty n^{\nu-1} \phi(n) dn + y}{\omega T \int_0^\infty n \phi(n) dn + y} \quad (25)$$

及び、(24)の

$$\frac{\nu \omega T \int_0^\infty n^\nu \phi(n) dn / \int_0^\infty n^{\nu-1} \phi(n) dn - (1-\nu)y}{\nu \omega T \int_0^\infty n \phi(n) dn - (1-\nu)y} \quad (26)$$

に注目すれば、どちらの値も家計の支出に占める余暇の割合を示すパラメータ ν と能力分布関数の形状が分かれば得ることができるものである。したがって、政府支出水準を所与とした場合と同じ根拠によって、(23)(24)はすべて市場で観測可能なデータで描かれた条件と見なすことができる。つまり、(23)(24)より、社会的厚生を最大化する労働所得税、資本所得税、均一移転支出

に関する課税ルールを次のように述べることができる。

課税ルール 5：同一世代内の家計に能力の差異が存在する経済で、家計の効用関数が(2)で表され、政府が均一移転支出を行う場合には、資本所得税の税収弾力性と移転支出による実質的な政府予算の悪化度の比が、資本所得税の税収シェアに $(1+g)/(1+r(1-t_r))$ と(25)の値をかけたものに等しくなり、かつ、労働所得税の税収弾力性と移転支出による実質的な政府予算の悪化度の比が、労働所得税の税収シェアに(26)の値をかけたものに等しくなるように、資本所得税、労働所得税、均一移転支出が設定されていなければならない。

以上の考察によって、支出政策として均一移転支出が行われる場合の「市場で観測可能なデータによって語る課税ルール」を導出することができた。「課税ルール 4」から明らかのように、政府が均一移転支出を行う場合には、代表的家計ケースや支出政策の側面を無視する場合とは異なり、課税によって所得分配状態が影響を受けるため「課税ルール 1」とは若干異なるルールが適用されることが分かった。さらに、Part I では考察されなかった政府支出水準の最適化に関するルールも「課税ルール 5」によって与えられた。Part I では税収関数の諸性質と人口成長率、利子率、税率の水準だけで適用が可能なルールであったが、本節で得られた課税ルールを適用するためには、追加的に、選好パラメータの値や能力分布関数の形状についての情報が必要になる。その意味で、課税ルールの適用の容易さは少し後退したと言える。しかし、この情報を得るための推計は、従来の最適課税条件で必要であったすべての家計の補償需要の反応度や所得の限界効用、及び、政府支出の社会的な限界費用（ラグランジュ乗数 λ ）の推計より、越えるべき障害は少ないであろう。また、従来の最適課税ルールとは異なるかたちで最適な課税のもつ性質を明らかにしたという点でも「課税ルール 4, 5」は十分意味があるだろう。

3 公共財・公的供給私的財と課税ルール

3.1 設定の変更

本節では、政府の支出政策として次の 2 種類のものを考察する。

まずひとつは、各期の政府が 1 単位の税収（つまり、消費財）から 1 単位の純粹公共財を生産するケースである。このような公共財の生産技術を想定すれば、税収額の分だけ公共財が生産されることになる。この政府が生産する財は純粹公共財であるので、公共財の総量がすべての家計に等量消費される。しかし、ここでは分析の簡単のため、 t 期の公共財は t 期の存在する若年世

代にのみ等量消費され、老年世代はその公共財からは便益を受けないと仮定する。さらに、純粋公共財を考察する場合には、定常状態での分析を容易にするために人口成長率がゼロ ($g = 0$) である経済を考えることにする。

もうひとつは、公共財の場合と同様に、各期の政府は 1 単位の税収から 1 単位の財を生産するのであるが、その財はいわゆる排除性、競合性をもつ私的財であるケースである。ここでは、この t 期の政府によって生産された財はその期に存在する若年世代に同量ずつ無償で割り当てられるとする。このケースを、公的供給される私的財のケースと呼ぶことにする。このケースの場合には、純粋公共財の場合のように人口成長率をゼロとする必要はない。

さて次に、上の 2 種類の支出政策のケースについて具体的に定式化し、前節のモデルとの変更点を確認しておくことにしよう。まず、 t 期の政府の予算制約式は、生産される純粋公共財、または、私的財を G_t とすれば、

$$t_{wt} w_t \int_0^\infty n(T - h_t^n) \phi(n) dn N_t + t_{rt} r_t q_t \int_0^\infty c_{2t}^n \phi(n) dn N_{t-1} = G_t \quad (27)$$

と表せる。純粋公共財の場合には、人口成長率がゼロとするので、 $N_t = N_{t-1} = \bar{N}$ (一定) となる。そして、その期の若年世代が G_t の公共財を等量消費することになる。一方、公的生産される私的財の場合には、 t 期の若年世代に対して G_t/N_t ずつその財が配分される。

第 t 世代の能力 n の家計の生涯予算制約式は、

$$c_{1t} + q_{t+1} c_{2t+1} = \omega_t n(T - h_t) \quad (28)$$

となる。これは、Part I での家計の生涯予算制約式と同じである。

一方、家計の効用関数は、純粋公共財の場合、若年期消費 (c_{1t})、老年期消費 (c_{2t+1}) と余暇 (h_t)、純粋公共財 (G_t) の関数として表される。本節でも、前節と同様の効用関数の特定化を行うことにする。つまり、(c_{1t}, c_{2t+1}) と h_t 、さらに、 G_t との間に分離可能性が存在する効用関数、

$$U_1(c_{1t}, c_{2t+1}) U_2(h_t) U_3(G_t) \quad (29)$$

ただし、 $U_1(\cdot)$ は ν 次同次、 $U_2(\cdot)$ は $1-\nu$ 次同次、 $U_3(\cdot)$ は μ 次同次関数、に特定化する。

また、公的供給される私的財の場合には、 G_t の代わりに G_t/N_t が入ってくる関数、

$$U_1(c_{1t}, c_{2t+1}) U_2(h_t) U_3(G_t/N_t) \quad (30)$$

で効用関数が表される。

純粋公共財の場合、公的供給される私的財の場合のどちらも、Part I とまったく同じ生涯予算制約式で、かつ、Part I と同様に、分離可能な効用関数を想定するので、能力 m の家計の消費者選択と能力 n の家計の消費者選択の関係は、Part I とまったく同じものとなる。つまり、能力 m の家計の消費者選択を (c_1^m, c_2^m, h^m) と表せば、任意の能力 n の家計の消費者選択は、

$$(c_1^n, c_2^n, h^n) = \left(\frac{n}{m} c_1^m, \frac{n}{m} c_2^m, h^m \right) \quad (31)$$

となる。また、能力 m と能力 n の家計の所得の限界効用についても、

$$\frac{\alpha^n}{\alpha^m} = \left[\frac{m}{n} \right]^{1-\nu} \quad (32)$$

という関係が成立する。

さらに、余暇需要は時間賦存量の関数として、次のように表せる。

$$h^n = (1-\nu)T \quad (33)$$

生産技術には、純粋公共財も公的供給される私的財も影響を与えないとするので、生産関数は前節と同じである。

また、市場の需給均等式は、労働市場はまったく同じ式になり、財市場、資産市場は、次のようになる。

$$F(K_t, L_t^d) = \int_0^\infty c_{1t}^n \phi(n) dn N_t + \int_0^\infty c_{2t}^n \phi(n) dn N_{t-1} + G_t + K_{t+1} - K_t \quad (34)$$

$$K_{t+1} = \left[\omega_t \int_0^\infty n(T - h_t^n) \phi(n) dn - \int_0^\infty c_{1t}^n \phi(n) dn \right] N_t \quad (35)$$

ただし、純粋公共財の場合は、 $N_t = N_{t-1} = \bar{N}$ である。政府による公共財や私的財の生産のために消費財が使われるので、財市場の需給均等式に G_t が表れてきていることに注意していただきたい。また、資産市場の需給均等式は、家計の生涯予算制約式の変更によって、前節とは若干異なった式になっている。

3.2 純粋公共財と課税ルール

以上の設定の下で分析対象を定常状態に限定し、定常状態均衡の中で家計の効用の総和で表される社会的厚生を最大にする労働所得税と資本所得税及び、支出政策の性質を考察していく。

家計の若年期、老年期消費需要、余暇需要は資本所得税率 t_r 、労働所得税率 t_w 、公共財の水
準 G 及び、賃金率 w 、利子率 r の関数になるので、効用関数に若年期、老年期消費、余暇需要
関数を代入した能力 n の家計の間接効用関数を

$$V^n(t_r, t_w, G, w, r)$$

で表す。この間接効用関数についてもロワの恒等式、

$$\frac{\partial V^n}{\partial t_r} = -\frac{r}{(1+r(1+t_r))^2} \alpha^n c_2^n, \quad \frac{\partial V^n}{\partial t_w} = -w \alpha^n (T-h^n)$$

が成立する。

最適課税問題の目的関数である社会的厚生関数は、上の間接効用関数を用いて

$$\int_0^\infty V^n(t_r, t_w, G, w, r) \phi(n) dn \quad (36)$$

と表すことができる。

さらに、最適課税問題の制約は、 $g = 0$ （人口成長率ゼロ）に注意しながら、Part I の補論 1
と同様の手続きに従えば、次のように表すことができる。

$$w \int_0^\infty n(T-h^n) \phi(n) dn = \int_0^\infty c_1^n \phi(n) dn + \left[\frac{1+r(1+t_r)-r}{1+r(1-t_r)} \right] \int_0^\infty c_2^n \phi(n) dn + \frac{G}{N} \quad (37)$$

最適課税問題は、(37)の制約の下で(36)を最大化する t_r, t_w, G の選択である。

ここで前節と同じように税収関数を

$$R \stackrel{\text{def}}{=} t_w w \int_0^\infty n(T-h^n) \phi(n) dn + t_r r q \int_0^\infty c_2^n \phi(n) dn \quad (38)$$

と定義する。この税収関数の概念及び消費者選択の関係(31)(32)を考慮すれば、 t_r, t_w を操作変
数としたときの最適課税問題の 1 階の条件は、

$$-\frac{r}{(1+r(1-t_r))^2} \frac{\alpha^m c_2^m}{m^\nu} \int_0^\infty n^\nu \phi(n) dn + \lambda \frac{\partial R}{\partial t_r} = 0 \quad (39)$$

$$-w \frac{\alpha^m}{m^{\nu-1}} (T-h^m) \int_0^\infty n^\nu \phi(n) dn + \lambda \frac{\partial R}{\partial t_w} = 0 \quad (40)$$

ただし、 λ は最適課税問題の制約に対するラグランジュ乗数、となる。さらに、 G も操作変数と
すれば、上の 2 つの条件に追加して、

$$\bar{N} \int_0^\infty U_1(c_1^n, c_2^n) U_2(h^n) \frac{dU_3}{dG} \phi(n) dn - \lambda = 0 \quad (41)$$

という条件が得られる。

実は、(39)(40)はPart I で得られた最適課税問題の一階の条件（Part I の(22)(23)式）とまったく同一の式である。一方、(41)はすべての家計の公共財からの限界効用の総和が公共財の社会的限界費用に等しいというサミュエルソン条件である。

さて、ここで前節と同じように、この条件(39)(40)に、 $g = 0$ に注意しながら税収の弾力性及び、税収シェアの概念を適用すれば、結果として、条件、

$$\frac{\beta_r}{\beta_w} = \frac{1}{1+r(1-t_r)} \frac{\gamma_r}{\gamma_w} \quad (42)$$

を得ることができる。これは、 $g = 0$ でのPart I の「課税ルール1」を導出した条件（Part I の(18)または、(24)式）である。したがって、支出政策として純粋公共財を考えたときの社会的厚生を最大にする資本所得税、労働所得税についての課税ルールとして次のルールを得ることができる。

課税ルール6：同一世代内の家計に能力の差異が存在するしないに関わらず、人口成長率がゼロの経済で、かつ、家計の効用関数が(29)で表され、政府支出が純粋公共財である限り、「課税ルール1」にしたがって資本所得税、労働所得税が課税されていなければならない。すなわち、税収シェアの比率に $(1+g)/(1+r(1-t_r))$ をかけた値（ただし、 $g = 0$ ）が、税収の弾力性の比率に等しくなるように課税されていなければならない。

支出政策として均一移転支出を考えたときにはやや複雑な課税ルールが得られたが、純粋公共財を考えるときには、能力分布の状況を考慮することなく単に税収関数から得られる情報のみで課税ルールを適用すればよいのである。

次に、(41)から最適な G の水準に関する「市場で観測可能なデータで語る実用的なルール」の導出を試みよう。(41)を見れば、すべての家計の公共財からの限界効用及び公共財の社会的限界費用を表すラグランジュ乗数 λ が含まれており、明らかにこの条件から直接に実用的なルールを得ることはできない。ところが、効用関数が(29)で表されるのであれば、補論2で示されるように、

$$U_1(c_1^n, c_2^n) U_2(h^n) \frac{dU_3}{dG} = \alpha^n \omega n T \frac{\mu}{G} \quad (43)$$

となり、さらに、能力 m と n の家計の所得の限界効用の関係(32)を考慮すれば、(41)は、

$$\bar{N} \frac{\mu \omega T}{G} \frac{\alpha^m}{m^{\nu-1}} \int_0^\infty n^\nu \phi(n) dn = \lambda \quad (44)$$

と書き直すことができる。

そうすると、(40)との比をとり、労働所得税の税収弾力性、税収シェアの概念を用いることによって、次の条件を得ることができる。

$$\gamma_w = \beta_w \bar{N} \frac{\mu \omega T \int_0^\infty n \phi(n) dn}{G} \quad (45)$$

この条件に関しては、これまでの分析と同じように税収の弾力性と税収シェアは比較的容易に得ることができるデータと解釈すれば、 $\bar{N}, \omega, T, G$ は直接観測可能な変数であるので、能力 n の平均値と μ の値が分かるのであれば、この条件からいわゆる実用的なルールを導くことができる。しかし、能力 n の平均値は、前節で述べたように、実際の所得分布から能力分布を逆算することによって得ることができるが、効用関数の G の関数の部分の次数である μ の値を知ることは非常に困難である。この μ の値を知ることは、公共財の限界効用を知ることにはほぼ等しい。したがって、公共事業などの費用便益分析において知られている公共財の便益を推計することの困難と同程度の困難がこの μ の推計において生じることが予想される。つまり、上の条件(45)は一見すると非常に実用的なルールを導き出すことができるもののように見えるが、残念ながら μ の推計の点で実用には少し遠いと言わざるを得ない。

もし、 μ の値が既知であるとすれば、社会的厚生を最大にする労働所得税、資本所得税、公共財水準のもつ性質を示すものとして、次のルールが得られる。

課税ルール 7 : 効用関数が(29)で表され、かつ、政府が純粋公共財を供給する経済においては、「課税ルール 1」を満たし、かつ、労働所得税の税収シェアの値が税収の弾力性に ($\mu \times$ 家計の最大獲得可能所得の総和 / 公共財の水準 (G)) をかけて得られる値に等しくなるように、労働所得税、資本所得税、公共財が設定されていなければならない。ただし、家計の最大獲得所得の総和とは、 $\bar{N} \omega T \int_0^\infty n \phi(n) dn$ である。

しかし、このルールの後半部分は現時点では、特定化ケースでのサミュエルソン・ルールの別

表現としての意味しか持たない。真の意味での「サミュエルソン・ルールの実用化」にはまだ至っていないと言える。

しかしながら、本稿の分析によって、任意の純粋公共財の水準において、労働所得税と資本所得税については「課税ルール1」を適用できることを確認できたことはひとつの成果であると言える。

3.3 公的供給私的財と課税ルール

次に、政府の支出政策として公的供給される私的財を考えた場合の課税ルールについて考察してみよう。

この場合には、純粋公共財の場合のように人口成長率がゼロである経済に特に限定する必要はない。したがって、定常状態では、一人あたりの公的供給される私的財の量が不変となる。分析の取り扱いを容易にするために、この定常状態の私的財の水準を

$$e \stackrel{\text{def}}{=} \frac{G_t}{N_t}$$

と表すことにする。

この記号法を用いれば、定常状態の能力 n の家計の間接効用関数は、

$$V^n(t_r, t_w, e, w, r)$$

と表せる。この間接効用関数については、純粋公共財の場合と同一のロフの恒等式が成立する。

また、最適課税問題の目的関数である社会的効用関数は、上の間接効用関数を用いて、

$$\int_0^\infty V^n(t_r, t_w, e, w, r) \phi(n) dn \quad (46)$$

となる。

最適課税問題の制約は、これまでの分析と同様の手続きに従えば、次の式で表すことができる。

$$w \int_0^\infty n(T - h^n) \phi(n) dn = \int_0^\infty c_1^n \phi(n) dn + \left[\frac{1 + r(1 - t_r) + g - r}{(1 + g)(1 + r(1 - t_r))} \right] \int_0^\infty c_2^n \phi(n) dn + e \quad (47)$$

具体的に、最適課税問題は、制約(47)の下で社会的厚生関数(46)を最大化する t_r, t_w, e を選択する問題として定式化される。

ここでは、人口成長率はゼロに特定化されていないので、税収関数は前節の均一移転支出の場合

合と同じ(12)のかたちで定義される。また、能力 m と n の家計の消費者選択の関係及び、所得の限界効用の関係は純粋公共財の場合とまったく同じ関係が成立する。これらの関係を考慮しながら、税収関数の概念を用いて t_r と t_w を操作変数としたときの最適課税問題の 1 階の条件を表現すれば、

$$-\frac{r}{(1+r(1-t_r))^2} \frac{\alpha^m c_2^m}{m^\nu} \int_0^\infty n^\nu \phi(n) dn + \lambda \frac{\partial R}{\partial t_r} = 0 \quad (48)$$

$$-w \frac{\alpha^m}{m^{\nu-1}} (T-h^m) \int_0^\infty n^\nu \phi(n) dn + \lambda \frac{\partial R}{\partial t_w} = 0 \quad (49)$$

となる。さらに、 e も操作変数に含めるのであれば、補論 2 と同様の操作ができるので、条件として、

$$\frac{\mu \omega T}{G} \frac{\alpha^m}{m^{\nu-1}} \int_0^\infty n^\nu \phi(n) dn = \lambda \quad (50)$$

が追加される。ただし、 λ は最適課税問題の制約に対するラグランジュ乗数である。

(48)(49)は純粋公共財の場合に得られた最適課税問題の 1 階の条件とまったく同一であるから、税収の弾力性、税収シェアの概念を用いれば、この 2 式より、

$$\frac{\beta_r}{\beta_w} = \frac{1+g}{1+r(1-t_r)} \frac{\gamma_r}{\gamma_w} \quad (51)$$

が得られる。さらに、(49)(50)より、

$$\gamma_w = \beta_w \frac{\mu \omega T \int_0^\infty n \phi(n) dn}{G} \quad (52)$$

が得られる。この 2 つの条件(51)(52)より、次の 2 つの課税ルールを述べることができる。

課税ルール 8：同一世代内の家計に能力の差異が存在するしないに関わらず、家計の効用関数が(30)で表され、かつ、政府支出が公的供給される私的財である限り、「課税ルール 1」に従って資本所得税、労働所得税が課税されていなければならない。

課税ルール 9：効用関数が(30)で表され、かつ、政府が公的供給される私的財を提供する経済においては、「課税ルール 1」を満たし、かつ、労働所得税の税収シェアがその税収弾力性に $(\mu \omega T \int_0^\infty n \phi(n) dn / G)$ をかけた値に等しくなるように、労働所得税、資本所得税、政府支出の水準が設定されていなければならない。

つまり、労働所得税、資本所得税については、支出政策として公的供給される私的財を考える場合も、代表的家計ケースで得られた「課税ルール1」を適用すればよいのである。また、「課税ルール9」については、純粋公共財の場合と同様に μ の推計上の問題は存在している。しかし、 μ の値が分かっているとすれば、「課税ルール9」は市場で観測可能なデータで描かれた実用的なルールとして我々に提示されることになるのである。

4. おわりに：課税ルールの限界

これまで、Part I、Part IIを通じて、経済を描写するモデルとして重複世代モデルを採用し、労働所得税と資本所得税についての「市場で観測可能なデータで語る課税ルール」を考察してきた。以上の考察より、同一世代内の家計に能力の差異が存在したとしても、家計の効用関数に若年期・老年期消費と余暇、さらに、政府の供給する財（純粋公共財、公的供給される私的財）の分離可能性が成立していれば、政府の支出政策が民間経済に影響を与えないとき、及び、純粋公共財または公的供給される私的財となるときには、代表的家計ケースで得られた「課税ルール1」を適用すればよいことが明らかになった。この「課税ルール1」は、「労働所得税と資本所得税の税収の弾力性の比率が、税収シェアの比率に $(1+g)/(1+r(1-t_r))$ をかけた値に等しくなければならない」というものであり、推計が必要なデータは税収関数の性質だけであり、家計の補償需要関数や能力分布の状態を知ることなく適用できる非常に実用度の高いルールである。「課税ルール1」の適用を、代表的家計ケース、支出政策の側面を無視する場合だけでなく、純粋公共財、公的供給される私的財を政府が供給する場合まで拡張できることを示したことが本稿（Part II）の収穫であろう。

一方、政府の支出政策として均一移転支出がとられる場合には、もう少し追加的な情報が必要な課税ルールに従うことも示された。均一移転支出の場合には、課税ルールは変更されるのである。この課税ルール（「課税ルール4」）を適用するためには、実際の所得分布から能力分布関数の形状と家計の総支出に占める若年期・老年期消費支出へのシェアを逆算しなければならない。しかし、この作業は、効用関数をコブ・ダグラス型に仮定すれば、比較的容易に行うことができる。また、均一移転支出の水準が最適であるためのルール（「課税ルール5」）も、「課税ルール4」に必要な情報と税収関数の移転支出に関する弾力性を用いて表現された。

政府が供給する財の水準の最適性も含めたルールである「課税ルール7、9」も、家計の効用に占める公共財のウェイトさえ知ることができれば、「市場で観測可能なデータで語るルール」である。

以上のような成果が得られたが、Part I、Part II で得た課税ルールを実際の日本のデータを用いて、労働所得税、資本所得税、政府支出水準の最適性を検証を行うにはまだまだ越えなければならない障害が数多く存在する。

まず、ひとつめの障害は、最適課税の考察の際に分析対象を定常状態に限定していることが挙げられる。したがって、以上で得られた課税ルールは、実際のデータが定常状態にあるものと見なされるときのみしか適用できない。しかし、現実の経済が定常状態にあるかどうかを検証することはそれほど容易なことではない。

もうひとつの障害は、モデルの設定に伴うものである。我々のモデルでは、線形の労働所得税と線形の労働所得税しか想定していない。したがって、Part I、II の課税ルールはあくまでも政府が線形の労働所得税、資本所得税を行うときの課税ルールである。しかし、実際には、資本所得は基本的に一律20%の源泉分離課税が行われているので、線形性を仮定することはさほど問題はないが⁴、労働所得に対しては超過累進税率構造をもつ累進税(非線形の労働所得税)が行われている。このようなモデルの設定とまったく異なる租税制度の下で生じてきた実際のデータを用いて、線形の労働所得税、資本所得税の最適性の検証を行うことは問題があると言わざるをえない。実際の租税政策の側面から要求されているものは、少なくとも労働所得税は超過累進税率構造をもつ課税体系に関する知識である。したがって、モデルの設定もそれに対応するものになっていなければならない。その方向へのモデルの拡張は、今後の課題として残されている。

さらに、Part I、II の分析から、非常に簡素なルールである「課税ルール1」の適用範囲が非常に広いことが示されたが、この結果は、効用関数の分離可能性に大きく依存している。分離可能性が存在しているため、課税の水準が変更され、政府支出の水準が変化しても、家計の消費や余暇の決定の限界条件が影響を受けず、結果として、経済の所得分配の状態が変化しないために代表的家計ケースで得られた「課税ルール1」が適用可能となったのである。当然、分離可能性が存在しなければ、もっと複雑な情報(例えば、能力分布の形状)を必要とする課税ルールとなるであろう。加えて、我々は、家計に能力の差異が存在する経済では、分離可能性をもつ効用関数の場合しか分析していない。したがって、実際のデータで効用関数の分離可能性に反する事象が観測されれば、頼るべき「課税ルール」をまったくもたないことになる。この意味でも Part I、II の課税ルールには大きな限界がある。

Part I、II は、単に次善(second best)の世界での効率と公正のトレードオフ関係の具体例

⁴ 申告納税で、他の所得と合算し、超過累進税率を適用することも可能であり、かつ、資本所得は非課税のものも多いのでこの主張は当てはまらないとも言える。

を示すのみで、実際にどのように課税されなければならないかについての議論を避けてきた既存の最適課税分析の限界を打破しようとの思いから始めた試みであるが、真の「最適課税論の実用化」の道のりはまだ遠い。少なくとも上に挙げた障害を克服しなければならないであろう。その意味で、我々の考察が実際の労働所得税、資本所得税の政策論議に貢献できたかについては、はなはだ自信がない。しかしながら、以上の分析を最適課税論のもうひとつのあり方を探る試論的な第一歩としたい。

補論 1：能力の異なる家計の消費者選択の関係

ここでは、能力 m の家計の消費者選択 (c_1^m, c_2^m, h^m) と能力 n の家計の消費者選択 (c_1^n, c_2^n, h^n) の関係(3)、及び、所得の限界効用の関係(4)、さらに、能力 n の家計の余暇(5)を示す。

まず、任意の能力 n の家計の予算集合を

$$B_n \stackrel{\text{def}}{=} \{(c_1, c_2, h) | c_1 + qc_2 + \omega nh = \omega nT + y\}$$

と表す。この B_n の定義より、任意の $(c_1, c_2, h) \in B_n$ は、

$$c_1 + qc_2 + \omega nh = \omega nT + y \quad (\text{A.1})$$

を満たす。ここで、 $\xi \stackrel{\text{def}}{=} (\omega mT + y)/(\omega nT + y)$ と定義して、(A.1) の両辺に ξ をかけると、

$$\xi c_1 + q\xi c_2 + \omega m\xi \frac{n}{m} h = \omega mT + y \quad (\text{A.2})$$

となる。したがって、 $(c_1, c_2, h) \in B_n$ に対して、 $(\xi c_1, \xi c_2, \xi(m/n)h) \in B_m$ となる。

能力 m の家計の効用最大化問題の解を (c_1^m, c_2^m, h^m) とすれば、 $(\xi c_1, \xi c_2, \xi(m/n)h) \in B_m$ より、

$$\begin{aligned} U_1(c_1^m, c_2^m, h^m) &\geq U_1(\xi c_1, \xi c_2, \xi(m/n)h) \\ &= \xi \left[\frac{m}{n} \right]^{\nu-1} U_1(c_1, c_2) U_2(h) \text{ for } \forall (c_1, c_2, h) \in B_n \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

となる。ただし、2行目の等式は U_1 の ν 次同次、 U_2 の $1-\nu$ 次同次性による。一方、 $U_1(c_1, c_2)$ が ν 次同次、 $U_2(h)$ が $1-\nu$ 次同次であるので、

$$U_1(c_1^m, c_2^m) U_2(h^m) = \xi \left[\frac{m}{n} \right]^{\nu-1} U_1\left(\frac{1}{\xi} c_1^m, \frac{1}{\xi} c_2^m\right) U_2\left(\frac{1}{\xi} \frac{m}{n} h^m\right) \quad (\text{A.4})$$

が成立する。

上の (A.3)(A.4) より、

$$U_1\left(\frac{1}{\xi} c_1^m, \frac{1}{\xi} c_2^m\right) U_2\left(\frac{1}{\xi} \frac{m}{n} h^m\right) \geq U_1(c_1, c_2) U_2(h) \text{ for } \forall (c_1, c_2, h) \in B_n \quad (\text{A.5})$$

となる。ところが、 $((1/\xi)c_1, (1/\xi)c_2, (1/\xi)(m/n)h) \in B_n$ であるので、(A.5) より能力 n の家計の効用最大化問題の解 (c_1^n, c_2^n, h^n) は、

$$(c_1^n, c_2^n, h) = (\frac{1}{\xi} c_1^m, \frac{1}{\xi} c_2^m, \frac{1}{\xi} \frac{m}{n} h^m)$$

と表現される。以上によって、本文の(3)の関係が示せた。

次に、能力 n の家計の効用最大化問題

$$\begin{aligned} \max \quad & U_1(c_1, c_2) U_2(h) \\ \text{sub.to} \quad & c_1 + q c_2 + \omega n h = \omega n T + y \end{aligned}$$

の一階の条件をラグランジュ乗数法を用いて導出すると、

$$\frac{\partial U_1}{\partial c_1}(c_1, c_2) U_2(h) = \alpha^n \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{\partial U_1}{\partial c_2}(c_1, c_2) U_2(h) = \alpha^n q \quad (\text{A.7})$$

$$U_1(c_1, c_2) \frac{dU_2}{dh}(h) = \alpha^n \omega n \quad (\text{A.8})$$

となる。

ここで、能力 m の家計の効用最大化問題の解を (c_1^m, c_2^m, h^m) とすると能力 n の家計の効用最大化問題の解は $((1/\xi)c_1, (1/\xi)c_2, (1/\xi)(m/n)h)$ で表せることが分かっているので、効用最大化の一階の条件 (A.8) について、

$$U_1(\frac{1}{\xi} c_1^m, \frac{1}{\xi} c_2^m) \frac{dU_2}{dh}(\frac{1}{\xi} \frac{m}{n} h^m) = \alpha^n \omega n \quad (\text{A.9})$$

$$U_1(c_1^m, c_2^m) \frac{dU_2}{dh}(h^m) = \alpha^m \omega m \quad (\text{A.10})$$

が成立する。 $U_1(\cdot)$ は ν 次同次、 dU_2/dh は $-\nu$ 次同次なので、(A.9) は、

$$\left[\frac{m}{n}\right]^{-\nu} U_1(c_1^m, c_2^m) \frac{dU_2}{dh}(h^m) = \alpha^n \omega n \quad (\text{A.11})$$

と書き換えることができる。(A.11) を (A.10) で割ることによって、

$$\frac{\alpha^n}{\alpha^m} = \left[\frac{m}{n}\right]^{1-\nu}$$

が得られる。これが本文の(4)である。

最後に、任意の能力 n の家計の余暇需要が(5)のように表せることを示そう。

効用関数 $U_1(c_1, c_2) U_2(h)$ は一次同次関数であるので、オイラーの定理より、

$$\frac{\partial U_1}{\partial c_1}(c_1, c_2) U_2(h) c_1 + \frac{\partial U_1}{\partial c_2}(c_1, c_2) U_2(h) c_2 + U_1(c_1, c_2) \frac{dU_2}{dh}(h) = U_1(c_1, c_2) U_2(h) \quad (\text{A.12})$$

が成立する。これに、家計の効用最大化問題の一階の条件 (A.6)(A.7)(A.8) を代入することによって、

$$c_1 + q c_2 + \omega n h = \frac{U_1(c_1, c_2) U_2(h)}{\alpha^n} \quad (\text{A.13})$$

となる。効用最大化問題の解は効用関数が狭義単調増加としているので、生涯予算制約式(1)を満たす。生涯予算制約式と (A.13) より、

$$\omega n T + y = \frac{U_1(c_1, c_2) U_2(h)}{\alpha^n} \quad (\text{A.14})$$

が成立する。この式に効用最大化の一階の条件 (A.8) を考慮すると、

$$\omega n T + y = \frac{U_2(h) \omega n}{dU_2/dh} \quad (\text{A.15})$$

となる。さらに、 $U_2(\cdot)$ が $1-\nu$ 次同次関数であるから、オイラーの定理より、

$$\frac{dU_2}{dh} h = (1-\nu) U_2(h) \quad (\text{A.16})$$

が成り立つ。(12)(13)より dU_2/dh を消去すれば、

$$\omega n T + y = \frac{\omega n h}{1-\nu}$$

となり、この式を h について解けば、本文の(5)が得られる。

補論 2 : (43)の関係の導出

まず始めに、純粹公共財が存在する場合の家計の効用最大化の一階の条件を導出しておく。能力 n の家計の効用最大化問題は、

$$\max_{c_1, c_2, h} U_1(c_1, c_2) U_2(h) U_3(G)$$

$$\text{sub.to } c_1 + q c_2 + \omega n h = \omega n T$$

であるので、ラグランジュ乗数を α^n とすれば、効用最大化の一階の条件は、

$$\frac{\partial U_1}{\partial c_1}(c_1, c_2) U_2(h) U_3(G) = \alpha^n \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{\partial U_1}{\partial c_2}(c_1, c_2) U_2(h) U_3(G) = \alpha^n \quad (\text{B.2})$$

$$U_1(c_1, c_2) \frac{dU_2}{dh} U_3(G) = \alpha^n \omega n \quad (\text{B.3})$$

となる。

家計の効用関数 $U_1(c_1^n, c_2^n) U_2(h^n) U_3(G)$ に関して、 $U_1(c_1, c_2) U_2(h)$ は一次同次を仮定するので、オイラーの定理より、

$$U_1(c_1^n, c_2^n) U_2(h^n) = \frac{\partial U_1}{\partial c_1}(c_1^n, c_2^n) U_2(h^n) c_1^n + \frac{\partial U_1}{\partial c_2}(c_1^n, c_2^n) U_2(h^n) c_2^n + U_1(c_1^n, c_2^n) \frac{dU_2}{dh}(h^n) h^n \quad (\text{B.4})$$

が成立する。この式に効用最大化の一階の条件 (B.1)(B.2)(B.3) を考慮すれば、

$$U_1(c_1^n, c_2^n) U_2(h^n) = \frac{\alpha^n}{U_3}(c_1^n + q c_2^n + \omega n h^n)$$

となり、さらに、生涯予算制約式 (効用最大化問題の制約) より、

$$U_1(c_1^n, c_2^n) U_2(h^n) = \frac{\alpha^n \omega n T}{U_3} \quad (\text{B.5})$$

と変形することができる。

一方、 $U_3(G)$ は μ 次同次関数なので、オイラーの定理から、

$$\frac{dU_3}{dG} = \frac{\mu U_3}{G} \quad (\text{B.6})$$

が得られる。

上の (B.5)(B.6) より、

$$U_1(c_1^n, c_2^n) U_2(h^n) \frac{dU_3}{dG} = \alpha^n \omega n T \frac{\mu}{G}$$

となる。これは、本文の(43)である。

参考文献

- Atkinson, A.B. and A. Sandmo (1980), "Welfare implications of the taxation of savings," *Economic Journal* **90**, 525-549.
- Hamada, K.(1972), "Lifetime equity and dynamic efficiency on the balanced growth path," *Journal of Public Economics* **1**, 379-396.
- Ihori, T. (1981), "The golden rule and Ramsey rule at a second best solution," *Economic Letters* **8**, 89-93.
- King, M.A.(1980), "Savings and taxation," in G.Hughes and G.Heal (ed.), *Public Policy and the Tax Systems*, Allen & Unwin, London.
- Park, N.H.(1991), "Steady-state solutions of optimal tax mixes in and overlapping-generations model," *Journal of Public Economics* **46**, 227-246.
- Samuelson, P.A.(1954), "The Pure Theory of Public Expenditure," *Review of Economics and Statics* **36**, 387-389.
- Yoshida, M.(1995), "Optimal income taxation, dynamic efficiency, and the social cost of public expenditure," *Japanese Economic Review* **46**, 383-397.
- 入谷純 (1986)『租税の最適理論』東洋経済新報社.
- 駿河輝和 (1982)「所得分布の関数型：『家計調査年報』年間収入の場合」『季刊理論経済学』第33巻, 79-85.
- 宮川敏治 (1999)「労働所得と資本所得の最適課税ルール」『産研論集 (関西学院大学)』第26号.