

数学科における学習者の有する誤概念の修正方略の
検討：
中学校数学教師への自由記述法による調査から

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2016-06-06 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 宮下, 友樹, 石上, 靖芳 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.14945/00009446

数学科における学習者の有する誤概念の修正方略の検討

—中学校数学教師への自由記述法による調査から—

宮下友樹*, 石上靖芳**

A Study of Correction Strategy of Misconception with the Learners in Mathematics -Analysis of Free Response Data for Junior High School Mathematics Teachers-

Yuki MIYASHITA, Yasuyoshi ISHIGAMI

要旨

本研究では、学習者の有する誤概念の修正方略を中学校数学教師への自由記述法による調査から検討した。誤概念に関する研究は、誤概念の存在を検討する研究と誤概念の修正方略に関する仮説検証の研究が豊富である一方、現職教師がどのように学習者の誤概念を修正しているのかを実証的に検討した研究は十分とはいえない。中学校数学教師を対象とした誤概念の修正に関する自由記述法による調査から、中学校数学教師は学習者の有する誤概念の修正に関して、2つの方略が選択されていることを具体的に明らかにした。中学校数学教師は学習者の有する誤概念の修正方略として、「反証例の提示」「概念の拡張」を選択していることが示唆された。

キーワード： 誤概念 修正方略 反証例 概念の拡張 中学校数学教師

1. 問題の所在と研究の目的

学習者は、授業において構築すべき概念とは異なった概念を有することがある。たとえば、瀬尾 (2011) は教員養成系大学の大学生に対する調査により、「 x が増加すると y も増加する場合は比例であり、 x が増加すると y は減少する場合は反比例である」という概念が比例概念を学習した学習者の中には存在することを示している。工藤・白井 (1991) は小学校1年生から6年生に対して、図1に示すような等周長課題に関する調査から、「2つの図形の面積は等しい」という誤ルールが学習者に存在することを示し、等周長課題に関する誤ルールが小学生の面積学習に妨害的に作用していることを指摘した。先行研究において、学習者が有するこのような概念は「 π (ル・パー) (細谷, 1976), 前概念 (Clement, 1982), プリコンセプション (高垣, 1995), 日常知 (中山, 1998), 誤概念 (麻柄, 2001), 素朴概念 (吉野ほか, 2005) 等多様に呼称されている。これらの概念の多様な呼称の要因として、日常経験による概念の構築、学校教育による概念の構築等の構築過程の違いやこれらの概念は誤った概念となるのか、構築すべき概念の基盤となるか等の概念のとらえ方

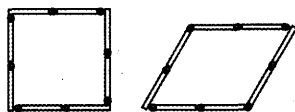


図1 マッチ棒を使用した
等周長課題

の違い等がある。授業において構築すべき概念とは異なったこれらの概念に関して、本研究では学習者の有する「誤概念 (misconception)」と呼ぶことにする。中野・岩崎 (2004) は、誤概念のデータベース構築に着手した結果、誤概念研究は理科、とりわけ物理学概念の研究に偏っていることを示し、十分に検討されていない分野について研究を進めていくことの必要性を指摘した。

誤概念に関する研究は、誤概念の存在を検討する研究のほかに誤概念の修正方略に関する研究がある。進藤ら (2006) は、仮説実験授業における誤概念の修正方略には反証例を用いる方略 (以下、反証例法) と反証例を用いない方略 (以下、迂回法) があることを示した。古くは細谷 (1976) がドヒャー型ストラテジーと呼称した方略が反証例法であり、じわじわ型ストラテジーと呼称した方略が迂回法であり、進藤ら (2006) は反証例法と迂回法を組み合わせた融合法の効果を検討した。具体的には、「真空は物を吸い寄せる力を持つ」という誤概念の修正に関して、国立大学の教員養成系の大学生を「反証例群」「迂回群」「融合群」に分け、反証例法、迂回法、融合法のいずれかの方略により誤概念の修正を図った。実験の結果、迂回法や反証法を単独で用いるよりも、それらを組み合わせた融合法の方が誤概念が修正されやすく、学習効果が高いことを明らかにした。

三木・白井 (2008) は、反証例法と迂回法を組み合わせた二重推理法の効果を検討した。二重推理法は、麻柄 (2001) が提案した誤概念の修正方略で、後続の問題の解決に必要な手がかりをあらかじめ学習させ、その問題

* 静岡大学大学院教育学研究科 (院生)

** 静岡大学大学院教育学研究科

に対して「直感で答えるとうなるか」「先に学習した手がかりに基づいて答えるとうなるか」の2種類の質問をする方法である。三木・臼井(2008)は、小学校理科「ものの溶け方」における「粉は温度が高いほどよく溶ける」という誤概念の修正に関して、二重推理法に基づき小学校5年理科「ものの溶け方(12時間)」の単元指導計画を作成し、授業を行った。実験の結果、二重推理法の中学生や小学生を対象の場合について、小学校5年生の理科の授業という場面での効果が確認されたことを明らかにした。

理科における誤概念の修正方略に関する先行研究では、誤概念の修正方略として反証例法と迂回法の有効性が検証され、近年では反証例法と迂回法を組み合わせた誤概念の修正方略が提案されている。

一方、本研究において対象とする算数・数学科における誤概念の修正方略に関する先行研究では、高垣(1995)は、プリコンセプションの要因に働きかける方略を取り入れることが概念の変容に効果をもつか検討した。具体的には、図形の高さに関するプリコンセプションの中で「鉛直型」「内包型」のプリコンセプションをもつ公立小学校の5年生を2群に分け、一方には「図的表象」レベルの方略、他方には「日常的表象」レベルの方略によりプリコンセプションを意識化させ、概念の変容を図り、効果を検討した。実験の結果、高さのように日常的によく用いられる基本的概念の場合、概念の外延の範囲を数学的な事例だけではなく、日常生活の事例にまで広げ、プリコンセプションに働きかける方略が有効であることを明らかにした。吉野ら(2005)は、学習者が素朴概念の存在に気づくように支援する「メタ認知的支援」と素朴概念が顕在化する課題を提示して誤りを指摘する「素朴概念のフィードバック」を示し、素朴概念のフィードバックとメタ認知的支援が中学生の数学的素朴概念を修正できるか検討した。具体的には、「単調に増加するものは比例であり、単調に減少するものは反比例である」という素朴概念の修正に関して、公立中学校の3年生に対する関数に関する事前テストから平均点以上の生徒を成績上位群、平均点以下の生徒を実験群と統制群に分け、実験群にメタ認知的な支援を強調して素朴概念をフィードバックし、正しい知識を再教授する授業を行った。実験の結果、素朴概念のフィードバックとメタ認知的支援を中心とした方略の有効性と素朴概念の獲得過程を反省的にモニタリングさせることの必要性を明らかにした。

算数・数学科における誤概念の修正方略に関する先行研究では、誤概念の修正方略として学習者に誤概念を意識化させることの有効性が検証され、概念の外延の範囲を拡張する方略やメタ認知的支援により学習者に誤概念を意識化させる方略が提案されている。

誤概念に関する研究は、誤概念の存在を検討する研究と誤概念の修正方略に関する研究がある。誤概念の修正

方略に関する研究は誤概念の修正方略の有効性を検証する仮説検証研究の知見が豊富で、理科における反証例法と迂回法、算数・数学科における概念の拡張やメタ認知的支援による誤概念の意識化等の有効性が検討されている。一方、現職教員がどのような誤概念の修正方略を検討しているかを実証的に研究する探索的研究は、管見の限りではあるが確認することはできなかった。誤概念の修正方略に関する研究において、現職の中学校数学教師が暗黙的に選択している修正方略の構造を見出すことが、誤概念の有効な修正方略の確立の一助となると期待する。

本研究は、中学校数学教師を対象とした学習者が有する誤概念の修正方略に関する調査を分析することにより、中学校数学教師の誤概念の修正方略の構造を見出すことを目的とする。

2. 研究の方法

(1) 調査の概要

中学校数学教師を対象に学習者が有する誤概念の修正方略に関する自由記述法による調査を2015年9月から10月にかけて実施した。調査対象者は、縁故法によって抽出された政令指定都市の公立中学校数学教師20名とした。調査対象者の属性は、表1が示すように教職経験年数が1年から29年で、平均教職経験年数は13.2年である。

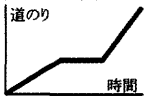
(2) 調査の内容

調査項目は、[1]回答者の属性に関する項目(2項目)、[2]学習者が有する誤概念の修正方略に関する項目(3項目)とした。表2のように、学習者が有する誤概念に関する項目は、中学生が誤概念を有することが多く、現職教員が授業において修正する機会が多い関数領域(2項目)と代数領域(1項目)に関する誤概念を事例とした。学習者が有する誤概念の修正方略に関する項目は自由記述式とし、複数の修正方略が想定されるため、回答数に制限を設けずに思いつく限り記述するように求めた。

表1 調査対象者の属性

項目	属性	人	割合
教職経験	5年未満	4	0.20
	5年以上10年未満	3	0.15
	10年以上15年未満	4	0.20
	15年以上20年未満	4	0.20
	20年以上25年未満	3	0.15
	25年以上30年未満	2	0.10
	30年以上	0	0
性別	男性	13	0.65
	女性	7	0.35

表2 誤概念の修正方略に関する調査項目

調査1 グラフの読み取りに関する誤概念(関数領域)	
誤概念: 右のグラフにおいて, グラフが 横軸と平行な部分は, 平らな 場所を進んでいる	
場面: 一次関数単元終了時(第2学年)	
調査2 比例と反比例の定義に関する誤概念(関数領域)	
誤概念: 比例は一方が増えればもう一方も増える関係, 反比例は一方が増えればもう一方は減る関係	
場面: 一次関数単元導入時(第2学年)	
調査3 式の値に関する誤概念(代数領域)	
誤概念: $-x$ は負の数	
場面: 文字と式単元終了時(第1学年)	

(3) 分析の方法

調査1から調査3を調査ごとに誤概念の修正方略を検討するために, 自由記述回答を川喜田が考案した KJ 法によりカテゴリー化して, 各調査における回答の傾向を探る。分析にあたっては, 現職教員の大学院生2名, 中学校での教職経験のある大学教員1名の計3名がカ

テゴリー化し, 分析した。

KJ 法の手順は, 図2のように大別して4ステップあり, ラベルづくり, グループ編成, A型図解化, B型叙述化の順を進めることを川喜田(1970, 1986)は示している。ラベルづくりは, 集めたデータからデータのエッセンスを記したラベルを作成することである。本調査では回答者ごとに誤概念の修正方略1件につき1ラベルを作成した。グループ編成は, 親近性を高いラベルを集めグループを編成し, グループごとに表題をつけることである。A型図解化は, グループの相互関係を考察した構図を作成(空間配置)し, グループの相互関係を記すこと(図解化)である。B型叙述化は, 図解化したことを文章に表すことである。

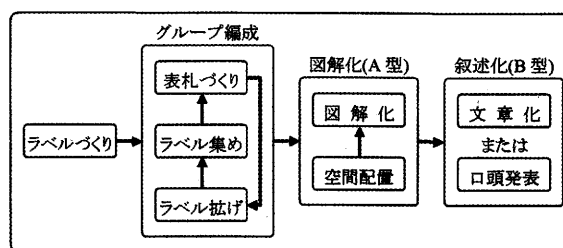


図2 KJ 法の手順(川喜田, 1986)

表4 グラフの読み取りに関する誤概念の修正方略

方略名	定義	具体的記述例																
1 グラフの読み取り (9 事例)	グラフを読み取りながら 場面を想見する修正方 略	・時間は経っているが道のりが変わっていないことをグラフを追いながら説明する。 ・道のりの値が変化していないので移動はしていない。時間だけが変化しているので、止まっている状態である。																
2 表の利用 (3 事例)	グラフを読み取り場面を 想見するために具体的 な数を用いた表を利用 する修正方略	・表をつくる。○に入る数字は？ ・表をつくるように助言する。道のりが その時間の中で同じ数になる、つま り止まっていることを示す。 <table><tr><td>x 時間</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr><tr><td>y km</td><td>0</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr></table>	x 時間	0	1	2	3	4	5	6	y km	0	4	8	12	○	○	○
x 時間	0	1	2	3	4	5	6											
y km	0	4	8	12	○	○	○											
3 場面をグラフに表す (4 事例)	場面を想見しながら グラフに表す修正方略	・教室の中を実際に歩いて、止まって、歩いてを示し、グラフとともに確認する。 ・教科書会社がつ作っているデジタル教材を用いて、その場面は移動していないことを視 覚的にとらえさせる。ケーブルカーや電車などの動き。																
4 誤概念をグラフに 表す (2 事例)	誤概念(坂道や平らな 場所を進む)をグラフに 表す修正方略	・平らな部分を進んだ場合のグラフをかいてみる。 ・2 年の野外活動で登山したことを思い 出させながら、山を登るときの様子をイメージして 考える。																
5 表記の確認 (3 事例)	グラフに表記された 道のりの意味を確認 する修正方略	・「道のり」とは何か再確認し、高さとは無関係であることを確認する。 ・「道のりを直線距離と同じである」と生徒が捉えているならば、道のりの意味を説明する。																
6 反証例の示唆 (3 事例)	学習者に反証例を 示唆する修正方略	・授業の中で、「ここは平らな場所を進んでいるんだ」と全体に聞こえるように投げかけ る。なので、説明させ、全体で練り合う。 ・「へは正しいだろうか」という、判断課題を与えることで予想→たしかめにつなげ、正し い見方を判断させる。																
7 傾きの意味 (2 事例)	グラフの傾きの意味を 考察した後、傾きが横 軸と平行なグラフの意 味を考察する修正方略	・A と B の違いを考えさせる。その後、平行な部分 について、どんな場合か求めさせる。速さが 0 とい うことがわかってもらえれば、進んでいるとはなら ない。 ・速さのちがいが直線の傾きのちがいであり、地面 の傾斜は関係ないことを教える。地面が急→速さ はおそくなる(同じ速さを進んだら)。																

3. 研究の結果と考察

(1) 調査1—グラフの読み取りに関する誤概念—

① 誤概念

グラフが横軸と平行な部分は平らな場所を進んでいる

② 方略の概要

KJ法によるグループ編成の手続きの結果、表4のように「1 グラフの読み取り」「2 表の利用」「3 場面をグラフに表す」「4 誤概念をグラフに表す」「5 表記の確認」「6 反証例の示唆」「7 傾きの意味」の7修正方略に分類された。

方略名「1 グラフの読み取り」は、「時間は経っているが道のりが変わっていないことをグラフを追いながら説明する」の記述のように、グラフを読み取りながら場面を想見する修正方略と定義した。

方略名「2 表の利用」は、「表をつくるように助言する。道のりがその時間の中で同じ数になる、つまり止まっているということを示す」の記述のように、グラフを読み取り場面を想見するために具体的な数を用いた表を利用する修正方略と定義した。

方略名「3 場面をグラフに表す」は、「教室の中を実際に歩いて、止まって、歩いてを示し、グラフとともに確認する」の記述のように、場面を想見しながらグラフに表す修正方略と定義した。

方略名「4 誤概念をグラフに表す」は、「平らな部分を進んだ場合のグラフをかいてみる」の記述のように、誤概念（坂道や平らな場所を進む）をグラフに表す修正方略と定義した。

方略名「5 表記の確認」は、「『道のり』とは何か再確認し、高さとは無関係であることを確認する」の記述のように、グラフに表記された道のりの意味を確認する修正方略と定義した。

方略名「6 反証例の示唆」は、「『ここは平らな場所を進んでいるんだ』と全体に聞こえるように投げかける」「いろいろな問題にふれる」の記述のように、学習者に反証例の存在を示唆する修正方略と定義した。

方略名「7 傾きの意味」は、「AとBの違いを考えさせる。その後、平行な部分について、どんな場合か求めさせる」の記述のように、グラフの傾きの意味を考察した後、傾きが横軸と平行なグラフの意味を考察する修正方略と定義した。

③ 修正方略のカテゴリー化の概要

グループ編成により作成された7修正方略は親近性の高い修正方略同士により、表5のようにカテゴリー「A 反証例の提示」「B 概念の拡張」とサブカテゴリー「a グラフの読み取りで反証例を示す」「b グラフに表して反証例を示す」「c 表記の確認」「d 反証例の示唆」に分類された。

④ カテゴリーの図解化

分類されたカテゴリーは、カテゴリーの相互関係を考察した構図を作成する空間配置とカテゴリーの相互関

表5 カテゴリーと構成する修正方略

カテゴリー	サブカテゴリー	方略名
A 反証例の提示	a グラフの読み取りで反証例を示す	1 グラフの読み取り 2 表の利用
	b グラフに表して反証例を示す	3 場面をグラフに表す 4 誤概念をグラフに表す
	c 表記の確認	5 表記の確認
	d 反証例の示唆	6 反証例の示唆
B 概念の拡張		7 傾きの意味

係を記す図解化の手続きにより、図3のように図解化された。

本誤概念の修正方略として中核となる方略であるカテゴリー「A 反証例の提示」は、誤概念とは一致しない表、グラフ、場面、表記等の反証例を示すことにより、誤概念の修正を図る方略である。場面とグラフを結びつける修正方略は、大別するとサブカテゴリー「a グラフの読み取りで反証例を示す」「b グラフに表して反証例を示す」のように2つの数量関係に関する反証例を示す修正方略、サブカテゴリー「c 傾きの意味」のように表記に関する反証例を示す修正方略、サブカテゴリー「d 反証例の示唆」のように反証例を示唆する修正方略に整理された。

カテゴリー「A 反証例の提示」では、サブカテゴリー「a グラフの読み取りで反証例を示す」が示すようにグラフから場面へのアプローチ、サブカテゴリー「b グラフに表して反証例を示す」が示すように場面からグラフへのアプローチがある。場面とグラフを結びつける場合、グラフから場面を結びつける、場面からグラフを結びつけるという修正方略に整理された。

サブカテゴリー「a グラフの読み取りで反証例を示す」において、「1 グラフの読み取り」は、グラフから場面へのアプローチであり、具体的な数量を示さずにグラフの形からグラフの読み取りをしている。「2 表の利用」は、グラフの形からグラフを読み取るのではなく、具体的な数量を用いて表を作成し、表を利用してグラフの読み取りをしている。グラフから場面へのアプローチでは、グラフから場面への直接のアプローチ、グラフから場面への表を中継したアプローチがあることを示している。グラフから場面へアプローチをする修正方略において、授業者は表を効果的に活用している。

カテゴリー「B 概念の拡張」は、具体的記述「AとBの違い（2つの傾きの違い）を考えさせる。その後、平行な部分について、どんな場合か求めさせる。速さが0ということがわかってもらえれば、進んでいるとはならない」が示すように、2つの数量関係をグラフから読み

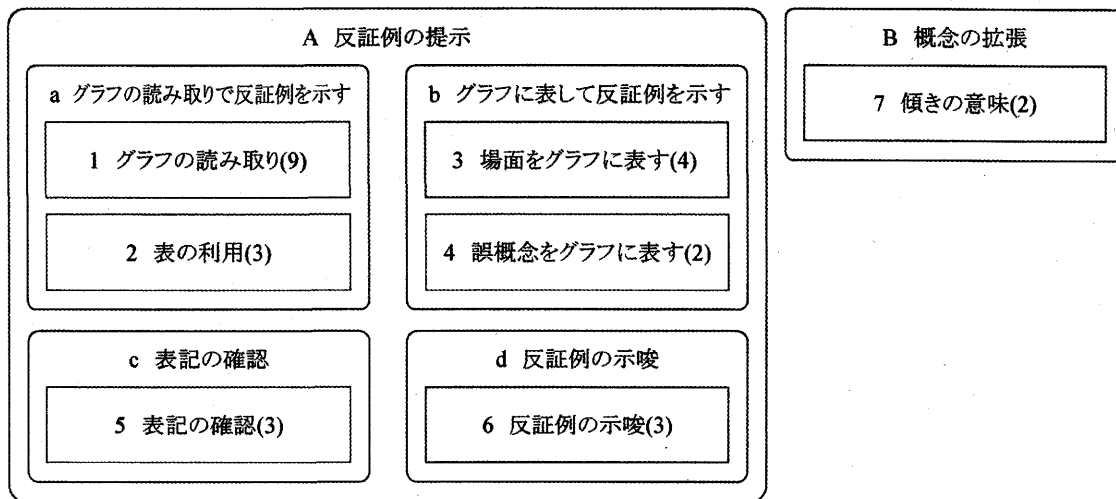


図3 グラフの読み取りに関する誤概念の修正方略の図解化

取りに留まらず、傾きの度合いの表す意味、一定の意味等誤概念の周辺まで概念が拡張していることがわかる。授業者は、学習者が有している誤概念が関数領域の系統性のどこに位置付けられているのかとらえ、関数領域全体の概念の構築を図っていると考えられる。

KJ法による調査1の検討から、グラフの読み取りに関する誤概念の修正方略は「A 反証例の提示」「B 概念の拡張」に整理され、[1]反証例を示すことにより、学習者が誤概念の存在を意識化する修正方略が選択されていること、[2]関数領域の系統性のどこに位置付けられているのかをとらえ、概念の範囲を拡張させて誤概念の修正を図る方略が選択されていることが見出された。

「A 反証例の提示」では、表やグラフと現実場面を結びつけた修正方略、反証例の示唆等の誤概念の修正方略が選択されている。「B 概念の拡張」では、概念をグラフの読み取りから傾きの意味まで拡張させた誤概念の修正方略が選択されている。事例数の割合は「A 反証例の提示」が「B 概念の拡張」に比べ非常に高く、「A 反証例の提示」がグラフの読み取りに関する誤概念の中心的な修正方略であることが明らかになった。

(2) 調査2—比例と反比例の定義に関する誤概念—

① 誤概念

比例は一方が増えればもう一方も増える関係、反比例は一方が増えればもう一方は減る関係

② 方略の概要

KJ法によるグループ編成の手続きの結果、表6のように「1表を示す」「2グラフを示す」「3場面を示す」「4定義を示す」「5反証例を示す」「6反証例の示唆」「7概念の拡張」の7修正方略に分類された。

方略名「1表を示す」は、「比例、反比例ともに小学校

の学習を振り返らせ、『一方が2倍、3倍…になると他方も2倍、3倍…になるのが比例』『一方が2倍、3倍…になると他方が1/2倍、1/3倍…になるのが反比例』であることを対応表を例にあげて説明する」の記述のように、表を利用して反証例を示す修正方略と定義した。

方略名「2グラフを示す」は、「比例定数が負の数である比例のグラフをかき、右へいくほどグラフがどうなっているかを確認する」の記述のように、グラフを利用して反証例を示す修正方略と定義した。

方略名「3場面を示す」は、「具体的な事象をあげて減る場合もあることを示す（導入の最初の問題で使い印象に残るようにする）。例：水槽の掃除のために水を抜く」の記述のように、場面を想見して反証例を示す修正方略と定義した。

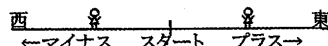
方略名「4定義を示す」に関する定義と具体的記述を示したものである。「定義を示す」は、「比例、反比例の定義をもう一度復習し、どのような関係だったか確認する」の記述のように、比例、反比例の定義を示す修正方略と定義した。

方略名「5反証例を示す」は、「 $y = -3x$ 、 $y = -6/x$ など生徒の誤った概念にそぐわない事例を提示し、気づかせる」の記述のように、示し方が明示されていない反証例を示す修正方略と定義した。

方略名「6反証例の示唆」は、「『A君は比例のグラフについて、一方が増えれば、もう一方も増えると考えているが正しいだろうか』という判断課題を提示し、予想からたしかめにつなげる」の記述のように、学習者に反証例の存在を示唆する修正方略と定義した。

方略名「7概念の拡張」は、「中学校と小学校の比例と反比例の違いを確認させ、負の数を含めて表をつくる。比例、反比例、一次関数になる表を提示して、1年時の

表6 比例と反比例の定義に関する誤概念の修正方略

方略名	定義	具体的記述例																										
1 表を示す (9 事例)	表を利用して反証例を示す修正方略	・比例、反比例ともに小学校の学習を振り返らせ、「一方が2倍、3倍…になると他方も2倍、3倍…になるのが比例」「一方が2倍、3倍…になると他方が1/2倍、1/3倍…になるのが反比例」であることを対応表を例にあげて説明する。 ・比例 $y = ax$ という式で表される式 $y = -2x$ の場合 <table border="1"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>…</td></tr> <tr><td>y</td><td>0</td><td>-2</td><td>-4</td><td>-6</td><td>…</td></tr> </table> 反比例 $y = a/x$ という式で表される式 $y = -8/x$ の場合 <table border="1"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>…</td></tr> <tr><td>y</td><td>×</td><td>-8</td><td>-4</td><td>-8/3</td><td>-2</td><td>…</td></tr> </table> ・比例でも一方が増えても一方が減っていくこともある。反比例でも一方が増えれば、一方は減っていくこともある。	x	0	1	2	3	…	y	0	-2	-4	-6	…	x	0	1	2	3	4	…	y	×	-8	-4	-8/3	-2	…
x	0	1	2	3	…																							
y	0	-2	-4	-6	…																							
x	0	1	2	3	4	…																						
y	×	-8	-4	-8/3	-2	…																						
2 グラフを示す (7 事例)	グラフを利用して反証例を示す修正方略	・比例定数が負の数である比例のグラフをかき、右へいくほどグラフがどうなっているかを確認する。 ・様々なグラフを見せることで比例と反比例がそうなるわけではないことを理解させる。 																										
3 場面を示す (2 事例)	場面を想見して反証例を示す修正方略	・具体的な事象をあげて減る場合もあることを示す(導入の最初の問題で使い印象に残るようにする)。 例1 水槽の掃除のために水を抜く (一次関数にならないように紹介ぐらいに) 例2 (方向に正負をつけて)  ・それぞれの具体例(日常生活)を思い出させ、発表し、イメージさせる。																										
4 定義を示す (4 事例)	比例、反比例の定義を確認する修正方略	・比例、反比例の定義をもう一度復習し、どのような関係だったか確認する。 ・もういちど、比例、反比例の定義の確認。																										
5 反証例を示す (4 事例)	示し方が明示されていない反証例を示す修正方略	・$y = -3x$, $y = -6/x$ など生徒の誤った概念にそぐわない事例を提示し、気づかせる。 ・反例を示す。																										
6 反証例の示唆 (2 事例)	学習者に反証例の存在を示唆する修正方略	・「A 君は比例のグラフについて、一方が増えれば、もう一方も増えると考えているが正しいだろうか」という判断課題を提示し、予想からたしかめにつなげる。 ・「必ずそうなんだね」と全体に投げかけて「そうではない」という発言を引き出して練り合う。																										
7 概念の拡張 (2 事例)	小学校と中学校において学習する関数の特徴を比較し、関数概念の拡張をする修正方略	・中学校と小学校の比例と反比例の違いを確認させ、負の数を含めて表をつくる。比例、反比例、一次関数になる表を提示して、1年時の復習を行い、一次関数につなげる。 ・比例定数が負の数まで拡大されることに言及する。																										

復習を行い、一次関数につなげる」の記述のように、小学校と中学校において学習する関数の特徴を比較し、関数概念の拡張をする修正方略と定義した。

③ 修正方略のカテゴリー化

グループ編成により作成された7修正方略は親近性の高い修正方略同士により、表7のようにカテゴリー「A 反証例の提示」「B 概念の拡張」に分類された。

表7 カテゴリーと構成する修正方略

カテゴリー	方略名
A 反証例の提示	1 表を示す 2 グラフを示す 3 場面を示す 4 定義を示す 5 反証例を示す 6 反証例の示唆
B 概念の拡張	7 概念の拡張

④ カテゴリーの図解化

分類されたカテゴリーは、カテゴリーの相互関係を考察した構図を作成する空間配置とカテゴリーの相互関係を記す図解化の手続きにより、図4のように図解化された。

カテゴリー「A 反証例の提示」は、誤概念とは一致しない表、グラフ、場面、定義等の反証例を示すことにより、概念修正を図る方略である。「1 表を示す」は、具体的記述『一方が2倍、3倍…になると他方も2倍、3倍…になるのが比例』『一方が2倍、3倍…になると他方が1/2倍、1/3倍…になるのが反比例』であることを対応表を例にあげて説明する」「対応表を書き、どのような関係だったか確認する」が示すように、比例定数が負の数の場合の反例を表により示した後に比例、反比例の定義を確認していることから、「1 表を示す」を経て「4 定義を示す」に至る。

カテゴリー「B 概念の拡張」は、具体的記述「中学校と小学校の比例と反比例の違いを確認させ(中略)一次関数につなげる」「比例定数が負の数まで拡大される」

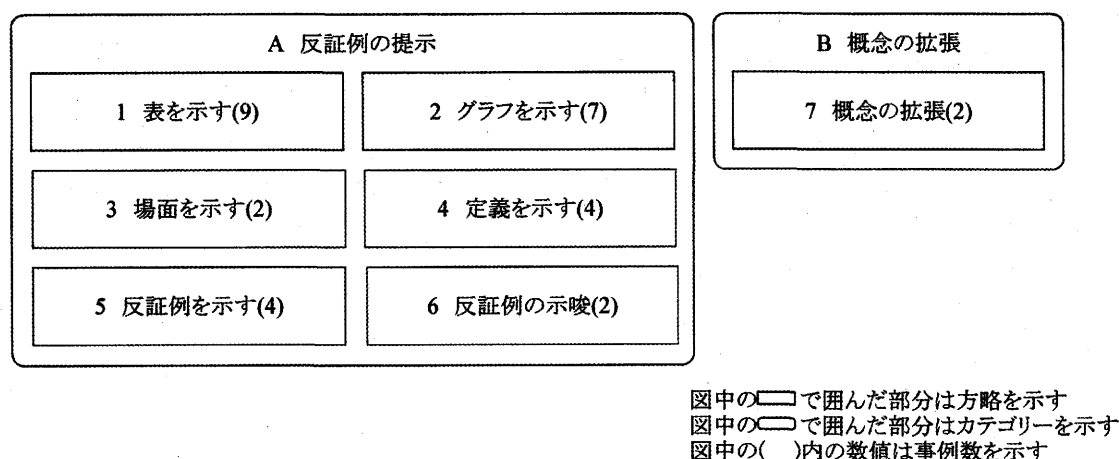


図4 比例と反比例の定義に関する誤概念の修正方略の図解化

が示すように、数の拡張、小学校と中学校における比例、反比例の学習内容の差異や一次関数へのつながりという誤概念の周辺まで概念が拡張していることを示している。授業者は、学習者が有している誤概念が関数領域の系統性のどこに位置付けられているのかとらえ、関数領域全体の概念の構築を図っていると考えられる。

KJ法による調査2の検討から、比例と反比例の定義に関する誤概念の修正方略は「A 反証例の提示」「B 概念の拡張」に整理され、[1]反証例を示すことにより、学習者が誤概念の存在を意識化する修正方略が選択されていること、[2]関数領域の系統性のどこに位置付けられているのかをとらえ、概念の範囲を拡張させて誤概念の修正を図る方略が選択されていることが見出された。「A 反証例の提示」では、比例・反比例の定義を表・グラフ・現実場面によって多面的にとらえた誤概念の修正方略、反証例の示唆等の誤概念の修正方略が選択されて

いる。「B 概念の拡張」では、小学校における比例・反比例の概念と中学校における比例・反比例の概念の拡張部分を考察することにより、関数の系統性を重視した誤概念の修正方略が選択されている。事例数の割合は「A 反証例の提示」が「B 概念の拡張」に比べ非常に高く、「A 反証例の提示」が比例と反比例の定義に関する誤概念の中心的な修正方略であることが明らかになった。

(3) 調査3—式の値に関する誤概念—

① 誤概念

$-x$ は負の数

② 方略の概要

KJ法によるグループ編成の手続きの結果、表8のように「1文字に多様な数を代入」「2文字に関する誤概念」「3式に関する誤概念」「4一般性の考察」「5反証例の示唆」の5修正方略に分類された。

表8 式の値に関する誤概念の修正方略

概念名	定義	具体的記述例
1 文字に多様な数を代入 (6事例)	x に多様な数を代入する修正方略	・文字 x に数を具体的にあてはめて、常に成り立つか確認させる。 ・ x に正、負の数を代入して確認する。
2 文字に関する誤概念 (5事例)	文字 x は変数であることを示し、 x に多様な数を代入する修正方略	・ x は数何でも入るポケットである。だから、いろいろな数を入れてみる。 ・ x にはさまざまな値があてはまることを確認し、実際に代入させてみる。
3 式に関する誤概念 (5事例)	式 $-x$ は $-1 \times x$ を表していることを示し、 x に負の数を代入する修正方略	・ $-x = -1 \times x$ であることを確認して、 x に負の数を代入すると正の数になることをおさえる。 ・「 $-x$ は何の略か」を全体で考えさせる。($-1 \times x$)
4 反証例の示唆 (2事例)	学習者に反証例を示唆する修正方略	・話し合いの中で解決をさせていく(4人組程度のグループ学習)。 ・他にも同じ考えを持っている可能性を考えて、クラス全体で共有(確認)する。
5 一般性の考察 (3事例)	x に多様な数を代入し、一般性を考察する修正方略	・ x の入れ物の中にはあらゆる数が入る。正の数が入れば $-x$ は負の数、負の数が入れば $-x$ は正の数になることを具体例をあげながら確認していく。 ・ $-x$ の x にいろいろな数を代入させる。いつも負の数にはならないことを理解させる。逆に $x > 0$ であれば、 $-x$ は負の数であることが言えることを理解させる。

方略名「1 文字に多様な数を代入」は、「文字 x に数を具体的にあてはめて、常に成り立つか確認させる」の記述のように、 x に多様な数を代入する修正方略と定義した。

方略名「2 文字に関する誤概念」は、「 x は数は何でも入るポケットである。だから、いろいろな数を入れてみる」の記述のように、文字 x は変数であることを示し、 x に多様な数を代入する修正方略と定義した。

方略名「3 式に関する誤概念」は、「 $-x = -1 \times x$ であることを確認して、 x に負の数を代入すると正の数になることをおさえる」の記述のように、式 $-x$ は $-1 \times x$ を表していることを示し、 x に負の数を代入する修正方略と定義した。

方略名「4 反証例の示唆」は、「話し合いの中で解決をさせていく（4人組程度のグループ学習）」「クラス全体で共有（確認）する」の記述のように、学習者の話し合いを促すために授業者が反証例を課題として示すことが十分考えられることから、学習者に反証例を示唆する修正方略と定義した。

方略名「5 一般性の考察」は、「 x の入れ物の中にはあらゆる数が入る。正の数が入れば $-x$ は負の数、負の数が入れば $-x$ は正の数になることを具体例をあげながら確認していく」の記述のように、 x に多様な数を代入し、一般性を考察する修正方略と定義した。

③ 修正方略のカテゴリ化

グループ編成により作成された 5 修正方略は親近性の高い修正方略同士により、表 9 のように「A 反証例の提示」「B 一般性の考察」とサブカテゴリー「a 文字に多様な数を代入」「b 誤概念の要因の見立て」「c 反証例の示唆」に分類された。

表 9 カテゴリーと構成する修正方略

カテゴリー	サブカテゴリー	方略名
A 反証例の提示	a 文字に多様な数を代入	1 文字に多様な数を代入
	b 文字式に関する概念の確認	2 文字に関する概念 3 式に関する概念
	c 反証例の示唆	4 反証例の示唆
B 概念の拡張		5 一般性の考察

④ カテゴリーの図解化

分類されたカテゴリーは、カテゴリーの相互関係を考察した構図を作成する空間配置とカテゴリーの相互関係を記す図解化の手続きにより、図 5 のように図解化された。

カテゴリー「A 反証例の提示」は、文字に多様な数を代入することにより反証例を示す修正方略である。代入により反証例を示す修正方略は、サブカテゴリー「a 文字に多様な数を代入」を中核とした修正方略である。「b

文字式に関する概念の確認」は、「a 文字に多様な数を代入」の前に文字式に関する概念の確認をし、反証例を提示する段階を経て学習者の誤概念の修正を図っていることを示している。

サブカテゴリー「b 文字式に関する概念の確認」において、「2 文字に関する概念」は、具体的記述「 x は変数であり、様々な数になりえる」「様々な数が正の数だけではない」が示すように、文字 x に関して、文字は変数であり、多様な数が代入されることを確認している。「3 式に関する概念」は、具体的記述「 $-x = -1 \times x$ であることを確認」「 $-x$ は何の略か」全体で確認」が示すように、式 $-x$ に関して、 $-x$ は数ではなく $-1 \times x$ という式であることを確認している。授業者は、式の値に関する誤概念を文字に関する誤概念と式に関する誤概念に細分化して誤概念の修正方略を選択していることを示している。

カテゴリー「B 一般性の検討」は、具体的記述「正の数が入れば $-x$ は負の数、負の数が入れば $-x$ は正の数になることを具体例をあげながら確認していく」が示すように、「a 文字に多様な数を代入」により学習者の有する誤概念の修正に留まらず、学習者の有する誤概念を基に、新たな課題として対象とする文字式の式の値の一般性を検討し、反証例を示すことを通して誤概念を含む周辺の概念の構築をする方略であることがわかる。授業者は、学習者が有している誤概念が代数領域の系統性のどこに位置付けられているのかとらえ、概念の拡張を図っていることを示している。

KJ 法による調査 3 の検討から、式の値に関する誤概念の修正方略は「A 反証例の提示」「B 概念の拡張」に整理され、[1]反証例を示すことにより、学習者が誤概念の存在を意識化する修正方略が選択されていること、[2]代数領域の系統性のどこに位置付けられているのかをとらえ、概念の範囲を拡張させて誤概念の修正を図る方略が選択されていることが見出された。「A 反証例の提示」では、式の値に関する誤概念を文字に関する誤概念と式に関する誤概念に細分化した誤概念の修正方略、反証例の示唆等の誤概念の修正方略が選択されている。

「B 概念の拡張」では、概念を式の値から文字式の一般性まで拡張させた誤概念の修正方略が選択されている。事例数の割合は「A 反証例の提示」が「B 概念の拡張」に比べ非常に高く、「A 反証例の提示」が式の値に関する誤概念の中心的な修正方略であることが明らかになった。

4. 研究のまとめと今後の課題

本研究は、中学校数学教師を対象とした学習者が有する誤概念の修正方略に関する調査を分析することにより、中学校数学教師の誤概念の修正方略を包括的にとらえ、明らかにすることを目的とした。調査 1 から調査 3 の誤概念の修正方略を KJ 法により分類すると、表 10 の

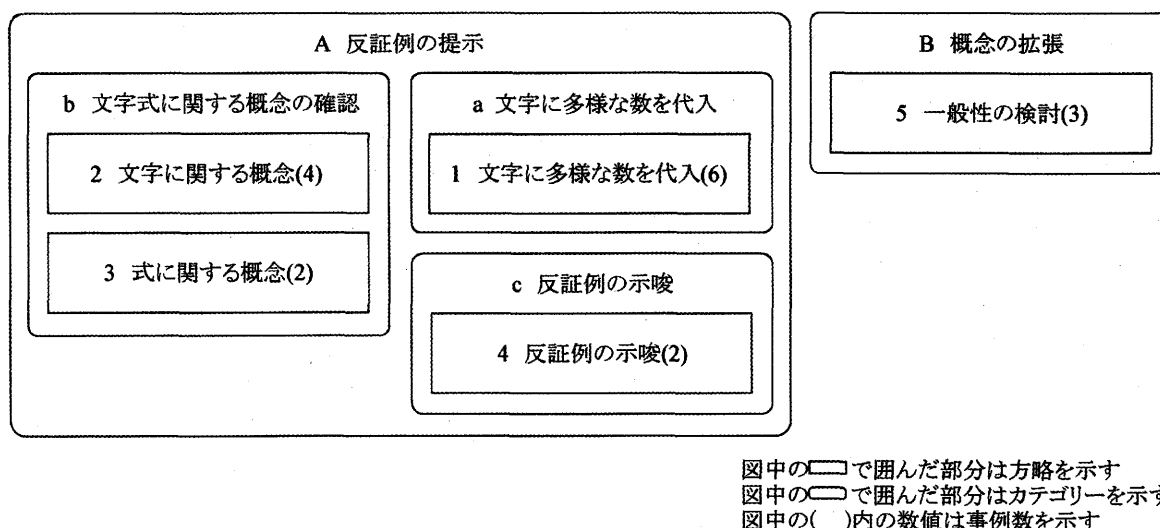


図5 式の値に関する誤概念の修正方略の図解化

ように中学校数学教師による誤概念の修正方略は「A 反証例の提示」「B 概念の拡張」に整理され、[1]反証例を示すことにより、学習者が誤概念の存在を意識化する修正方略が選択されていること、[2]誤概念が関数領域および代数領域の系統性のどこに位置付けられているのかをとらえ、概念の範囲を拡張させて誤概念の修正を図る方略が選択されていることが見出された。事例数の割合は「A 反証例の提示」が「B 概念の拡張」に比べ非常に高く、「A 反証例の提示」が学習者の有する誤概念の中心的な修正方略であることが明らかになった。

表10 中学校数学教師による誤概念の修正方略

A 反証例の提示	反証例を示すことにより、学習者が誤概念の存在を意識化する修正方略
B 概念の拡張	誤概念が関数領域および代数領域の系統性のどこに位置付けられているのかをとらえ、概念の範囲を拡張させて誤概念の修正を図る方略

「A 反証例の提示」では、表やグラフと現実場面を結びつけた修正方略、比例・反比例の定義を表・グラフ・現実場面によって多面的にとらえた誤概念の修正方略、式の値に関する誤概念を文字に関する誤概念と式に関する誤概念に細分化した誤概念の修正方略、反証例の示唆等の誤概念の修正方略が選択されている。先行研究において反証例法による誤概念の修正方略の有効性が検討されているが、現職の中学校数学教師が誤概念の修正方略として反証例法を高い割合で選択していることが明らかになった。

「B 概念の拡張」では、概念をグラフの読み取りから傾きの意味まで拡張させた誤概念の修正方略、小学校における比例・反比例の概念と中学校における比例・反比例の概念の拡張部分を考察することにより、関数の系統性を重視した誤概念の修正方略、概念を式の値から文字式の一般性まで拡張させた誤概念の修正方略等が選択されている。先行研究において概念の拡張による誤概念の修正方略の有効性が検討されているが、現職の中学校数学教師が誤概念の修正方略として系統性の重視による概念を拡張させた方略を反証例法に比べて割合は低い選択していることが明らかになった。

中学校数学教師は、学習者の有する誤概念に対して「A 反証例の提示」を修正方略の中核に選択し、次いで「B 概念の拡張」が修正方略として選択している構造が見出された。

誤概念の修正方略に関する研究は、研究者による仮説検証的研究による知見が多い一方、現職教員がどのような方略を選択しているかを実証的に研究する探索的研究は十分とはいえなかった。本研究において、学習者が有する誤概念に対する中学校数学教師の修正方略の構造を見出すことができた。「どのような反証例を提示するのか」「どのように概念は拡張されるのか」という問いに授業者は答えながら、学習者の有する誤概念の修正方略を選択していることが示唆される。

「反証例法」「概念の拡張」を融合的に選択することが学習者の有する誤概念の修正方略として高い効果が期待されると考えられるが、本研究は限られた事例に関する誤概念の修正方略の検討であるため、数多くの誤概念に対する事例を実証的に検討していくことにより現職の中学校数学教師の誤概念の修正方略を明らかにしていくことが今後の課題となる。

謝辞

本研究を進めるにあたり調査に御協力いただいた中学校数学科の先生方に厚く御礼申し上げます。また、本論文の執筆にあたり、御助言を賜りました長崎栄三先生（前静岡大学教授）に心より感謝申し上げます。

参考文献

- Clement.J (1982) "Students' Preconceptions in Introductory Mechanics", *American Journal of Physics* 50(1), pp.66-71.
- 細谷純 (1976)「課題解決のストラテジー」, 藤永保編『思考心理学』, 大日本図書.
- 川喜田二郎 (1967)『発想法—創造性開発のために—』, 中公新書.
- 川喜田二郎 (1970)『統・発想法—KJ法の展開と応用—』, 中公新書.
- 川喜田二郎 (1986)『KJ法—渾沌をして語らしめる—』, 中央公論社.
- 高垣マユミ (2001)「高さのプリコンセプションを変容させる教授ストラテジーの研究」, 『教育心理学研究』 49(3), pp.274-284, 日本教育心理学会.
- 工藤与志文・白井秀明 (1991)「小学生の面積学習に及ぼす誤ルールの影響」, 『教育心理学研究』 39, pp.21-30, 日本教育心理学会.
- 麻柄啓一 (2001)「二重推理法による誤概念の修正」, 『科学教育研究』 25(2), pp.128-136, 日本科学教育学会.
- 三木直輝・白井博 (2008)「小学生の理科に関する素朴概念の修正が学習意識に及ぼす影響」, 『北海道教育大学紀要教育科学編』 58(2), pp.159-173, 北海道教育大学.
- 中野亮治・岩崎信 (2004)「素朴概念研究の収集 その1」, 『教育情報学研究』 2, pp.143-149, 東北大学大学院教育情報学研究部・教育部.
- 中山迅 (1998)「学校知と日常知の隔たり」, 湯澤正通編『認知心理学から理科学習への提言—開かれた学びをめざして—』, 北大路書房.
- 瀬尾美紀子 (2011)「比例概念の理解と素朴概念—『増えると比例, 減ると反比例?』—」, 『日本教育心理学会総会発表論文集』 53, p.358, 日本教育心理学会.
- 進藤聡彦 (1995)「誤法則を明確化する先行課題が法則の修正に及ぼす効果」, 『日本教育心理学研究』 43(3), pp.266-276, 日本教育心理学会.
- 進藤聡彦・麻柄啓一・伏見陽児 (2006)「誤概念の修正に有効な反証事例の使用方略—融合法』の効果—」, 『日本教育心理学研究』 54, pp.162-173, 日本教育心理学会.
- 吉野巖・川端健裕・河村麗衣・長内晋子 (2005)「素朴概念の修正におけるフィードバックとメタ認知的支援の効果—中学校数学科授業における実践的研究—」, 『北海道教育大学紀要教育科学編』 55(2), pp.1-11, 北海道教育大学.