

3端子櫛歯アクチュエータを用いた新規MEMSデバイスの開発

メタデータ	言語: ja 出版者: 静岡大学 公開日: 2016-12-14 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 鈴木, 雅人 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.14945/00009902

静岡大学 博士論文

3 端子櫛歯アクチュエータを用いた新規 MEMS
デバイスの開発

2016 年 9 月

大学院 自然科学系教育部

ナノビジョン工学専攻

鈴木 雅人

論文要旨

我々の研究室ではMEMS(Micro Electro Mechanical System)とエレクトレット膜(帯電膜)を組み合わせたデバイスの開発を行ってきた。MEMSの駆動方式として静電方式は構造がシンプルのため小型化に向くが、一方で発生力が小さく、大きく動かすには高電圧が必要であった。そのため小型であることが優位に働くモバイル機器向けなどの応用においてこのことは問題である。つまりバッテリーの電圧では大きな駆動が望めず昇圧する回路が必要となるが、そのためのスペースが必要であるためデバイス単体が小型であったとしてもそれが優位に働かない。これに対し、静電櫛歯アクチュエータにエレクトレット膜を形成すると低電圧でも大きな変位が期待できる。また、外部電源なしで静電櫛歯にバイアス電圧を印可できるため、省電力であり力を電気信号に変換するセンサに対し有効である。

これまではMEMSで製作した2端子櫛歯の静電アクチュエータとエレクトレット膜の組み合わせに対する研究を行ってきたが、本論文ではそれを3端子櫛歯に拡張した。3端子櫛歯とはデバイスの中央に電極を共通とした可動部があり、その両端に静電櫛歯が二組あるという構造をしている。まず、その動作に対する理解を深めるため電気機械結合系での3端子櫛歯の運動方程式を導出し、さらに本形態を用いた二つのデバイスについて評価を実施した。1つは『双安定アクチュエータ』であり、もう一つは『静電誘導変圧器(トランス)』である。両方とも理論式を用いてデバイスの特性について考察し、そして理論をもとに設計、製作されたデバイスを用いて評価を行った。また、後進の一助となるようにと式の展開はできる限り丁寧に示した。双安定アクチュエータは高周波向けの携帯機器のスイッチング素子として期待されている。その名前の通り二つの位置的な安定状態があり、外部から操作することで二つの安定状態を遷移する。また安定状態に位置するとき、電力消費なしでその状態を維持することができる。つまりフリップフロップ的な動作を行うことが可能である。近年のモバイル機器の軽薄短小化によりそれらに用いられる電子部品は小型で省電力であることが強く望まれている。本デバイスの特性はそれにマッチする。最初にひとつの安定状態から他方の安定状態までの遷移についてパルス電圧(もしくはステップ電圧)を入力したときの運動方程式を解き、変位の時間特性についてもとめ、スイッチングの特性について検討した。次に実際に製作したデバイスの製作結果とエレクトレット荷電処理の結果について説明した。製作したデバイスは12Vのパルス電圧を印可したところ $300\ \mu\text{sec}$ でスイッチングした。パルス電圧の条件を変え、そのスイッチング特性について検討を行った。また、ステップ電圧を印可したところ5V以下で双安定動作した。理論と実験の間のスイッチング特性の不一致についてフリンジ容量とハードスプリングの面から考察を行った。

静電誘導トランスは主たる応用として静電型振動発電素子の変圧を考えている。環境に存在する微小なエネルギーを電力として活用するエネルギーハーベスティング分野の研究は近年非常に盛んである。エネルギー源としては光(太陽光)、熱、電磁波、振動、磁歪などがあげられるが、このうち振動は環境に左右される因子が少ない(振動があれば場所を選ばない)ことから注目を集めている。さらに振動を用いた発電方式のなかでも静電型振動発電素子はサイズ効果から微小なデバイスサイズにおいて発電効率が良いため有力である。しかし、一方で出力インピーダンスが高いことから、出力される信号は電圧が大きく、電流が小さいという問題がある。そのためインピーダンスが低い、大きな容量性負荷を接続し充電することが難しい。そこで本デバイスを用いて電圧の比率を

下げ、電流の比率を上げる変圧を行う。導出した理論式から本デバイスはこの変換に適している。また、原理確認用にサンプルを製作し、変圧の実験を行った。その結果はよく理論式と一致した。この結果をもとに力係数を変化させた時と共振周波数を下げた場合の特性の予測をしさらに理想トランスの条件式を導いた。

本論文は、序論と結論を含む全5章で構成されている。1章は研究に関する序論を述べた。2章はエレクトレットと静電櫛歯の組み合わせの効果と運動方程式の導出、エレクトレット膜の形成方法について説明を行った。3章は双安定アクチュエータに関して、研究の背景から始まって理論式の導出、動作の解析、デバイスの製作・評価、結果・考察について述べた。4章は静電誘導トランスについて3章と同様に背景、理論、評価、考察について述べた。最後の5章では結論として本研究の主要な成果と今後の課題および将来の見通しに関してまとめた。

目次

第1章 序論	5
1.1 MEMS の発展の概略	5
1.2 MEMS の駆動方式	6
1.3 エレクトレットの形成手法	7
1.4 研究の目的	10
1.5 本論文の構成	11
第2章 エレクトレット膜を付与した静電櫛歯アクチュエータ	13
2.1 2端子櫛歯へのエレクトレット膜付与の効果と運動方程式	13
2.1.1 2端子櫛歯へのエレクトレット膜付与の効果	13
2.1.2 エレクトレット膜を付与した2端子櫛歯の運動方程式	15
2.2 3端子櫛歯へのエレクトレット膜付与の効果と運動方程式	19
2.2.1 3端子櫛歯へのエレクトレット膜付与の効果	19
2.2.2 エレクトレット膜を付与した3端子櫛歯の運動方程式	21
2.3 エレクトレット膜の製作方法	27
2.3.1 製膜処理	27
2.3.2 荷電処理 (BT 処理)	28
2.3.3 荷電量の測定	29
第3章 エレクトレットを用いた双安定静電櫛歯アクチュエータの開発	31
3.1 従来研究	31
3.2 双安定動作とデバイスデザインの概要	33
3.3 スイッチング動作と理論的なスイッチング特性	35
3.4 実験の結果と検討	40
3.4.1 デバイスデザインと製作	40
3.4.2 スイッチング特性の測定	42
3.4.3 フリンジ力の影響の考察	43
3.4.4 スイッチングエネルギー	45
3.5 結論	45
第4章 エレクトレットを用いた MEMS 静電誘導変圧器の開発	47
4.1 従来研究	47
4.2 実験方法	48
4.2.1 理論式の導出	48
4.2.2 設計とデバイスの製作	50
4.2.3 電力変換効率の評価方法	51
4.3 実験結果	54
4.4 考察	57
4.4.1 静電誘導変圧器の変換係数と電力変換効率	57
4.4.2 理想トランスの条件	58

4.5 結論	60
第5章 結論	61
5.1 本研究の成果	61
5.2 今後の課題	62
5.3 本研究の将来性	63
Appendix A バネ-マス-ダンパ系の運動方程式の解法	64
A.1 (1) 異なる2つの実解の場合	67
A.2 (2) 等しい解(重解)の場合	69
A.3 (3) 異なる2つの複素解の場合	71
A.4 (4) バネマスダンパ系の解	73
Appendix B 式(3.6) - 式(3.8) の導出	74
B.1 式(3.6) の導出	74
B.2 式(3.7)、式(3.8) の導出	81
Appendix C 式(3.13) の導出	83
C.1 式(3.13) の導出	83
Appendix D 共振時の静電誘導変圧器の各式の導出	89
D.1 共振時の静電誘導変圧器の各式の導出	89

第1章 序論

1.1 MEMSの発展の概略

MEMS(Micro Electro Mechanical System：マイクロ電気機械システム)とは半導体製造技術を用いて製作した、その名のとおりにマイクロメートルオーダーの構造体(機械要素部品)と電子回路を組み合わせた電子部品のことである(図 1.1)。機械要素部品と電子回路部はワンパッケージではない場合もある。

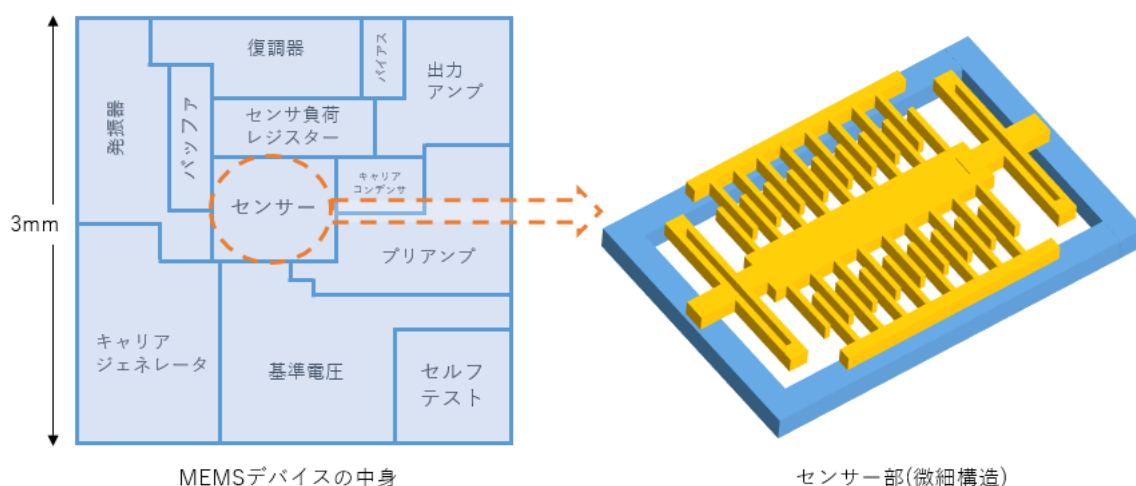


図 1.1: MEMS デバイスの例 (加速度センサ)

初期は、現在では当たり前のように使われている Bosch プロセスや DRIE (Deep Reactive Ion Etching) などの Si の深堀技術は開発されておらず、ウェットエッチングや陽極接合が主に使われていた。1960～1970 年代ごろには現在の MEMS デバイスの原型となる多くのものが開発された。Si の圧電効果を利用した圧力センサや加速度センサ、インクジェットプリンタ用ノズル、Westing house のメカニカル共振子、スイッチング素子、光デバイスなどである。1980 年代後半には世界各国の大学や研究機関からマイクロマシニングに関する発表がなされ、このあたりから MEMS に注目が集まり始めた [1]。さらに 1995 年に Bosch プロセスに基づいた DRIE 装置が販売されるようになると、その高速エッチング技術により研究開発のみならず製品化の実現性が高まった [2]。その後さまざまな種類のデバイスに関する研究がなされ、現在までにその一部は商品化されている。代表的なものとしてプリンターヘッド (インクジェット)、自動車やモバイル機器・ゲーム機などで使われる加速度センサ・ジャイロセンサ、マイクロホン、プロジェクタ用の DMD(Digital Mirror Device)、タイミングデバイス (Si 共振子)、光学用途 (光スキャナ、スイッチ、変調器)、さらに形状のみを利用した AFM(Atomic Force Microscopy) 用

カンチレバーやマイクロ流路などがあげられる [3]。なかでも MEMS マイクロホン (図 1.2(a)) は半田リフローの熱に耐えることからプリント基板に実装できるという利点があり、また小型省スペースが要望される携帯電話用として、その普及に伴って爆発的に大きな市場を形成した [4]。また、シリコン共振子 (図 1.2(b)) は水晶振動子に比べ安価で小型また衝撃に強いといった利点からシェアを伸ばしている [5]。

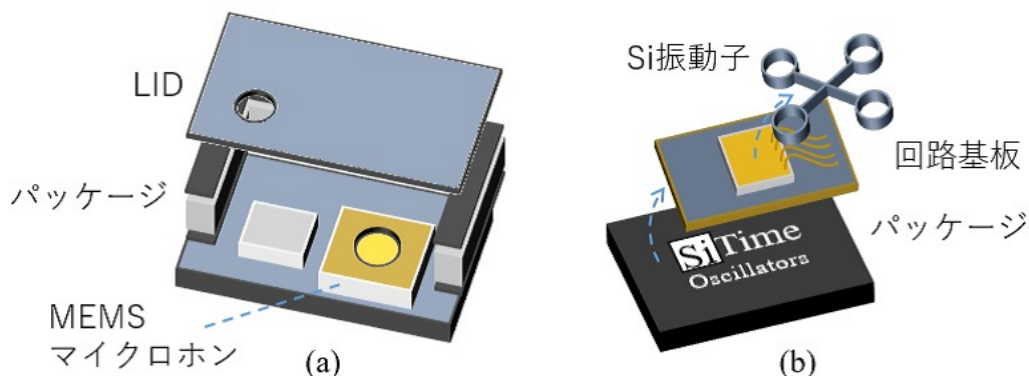


図 1.2: (a) MEMS マイクロホン、(b) Si 共振子 の概略図

さらに複数のセンサを組み合わせる複合 MEMS や新しい分野としてエネルギーハーベスティングの発電素子などが今後期待されている。後者については 3 章で詳しく説明する。

1.2 MEMS の駆動方式

MEMS を用いたアクチュエータの駆動方法は主に熱、電磁、圧電、静電の 4 種類ある。熱を用いたアクチュエータの一例を図 1.3(a) に示す。電源を ON すると電流が梁を通じて流れ、梁が熱せられることで生じる熱膨張により変位する。また、このほかにも熱膨張率の異なる二つの物質を張り合わせることで屈曲させる方法もある (熱バイモルフ)。製作が容易でありエネルギー密度も高い (消費電力も多い)。しかし、熱ドリフトが存在するため不安定である。変位も大きくは取れない。

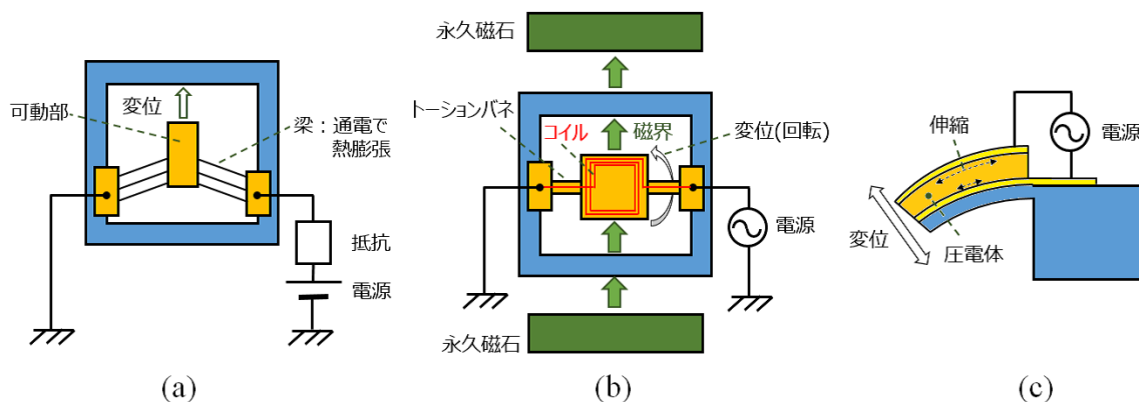


図 1.3: (a) 熱アクチュエータ、(b) 電磁型アクチュエータ、(c) 圧電型アクチュエータ

電磁型は図 1.3(b) に示すように永久磁石で磁界を作っておき、その中に設置したコイルに電流を流し磁力を発生させることで変位させるための力を発生させる。発生力は大きくできる。一方構成が複雑で大きく、また可動部上にコイルを製作することが難しい。さらにヒステリシスやドリフトも存在する。

圧電型は図 1.3(c) のように Si などの弾性体の上に圧電体を塗布し、圧電体に電圧を印可することで生じる応力により変位させる。発生する力は大きいに変位は多くは取れない [6]。

静電力を用いたものは図 1.4 (a), (b) に示すように平行平板型や櫛歯型がある。製作が容易であることから比較的によく使用される方式である。静電力は印可した電圧の二乗の関数である。他の方式に比べると発生力が小さい。また pull-in という電極同士がくっついてしまう不安定な現象もあり、例えば平行平板であると平板間のギャップの初期値の 1/3 以上変位すると発生する。構造がシンプルであるため小型化に向くが先述のとおり発生力が小さいため、大きな変位を行うためには数十 V 以上の高い電圧が必要となってくる。そのためモバイル機器などバッテリーで駆動するものでは昇圧回路が必要となりその分のスペースを余分に必要とするためデバイスが小型であるというメリットが薄くなってしまふ。これに対し、静電型アクチュエータの電極間にエレクトレット膜を形成

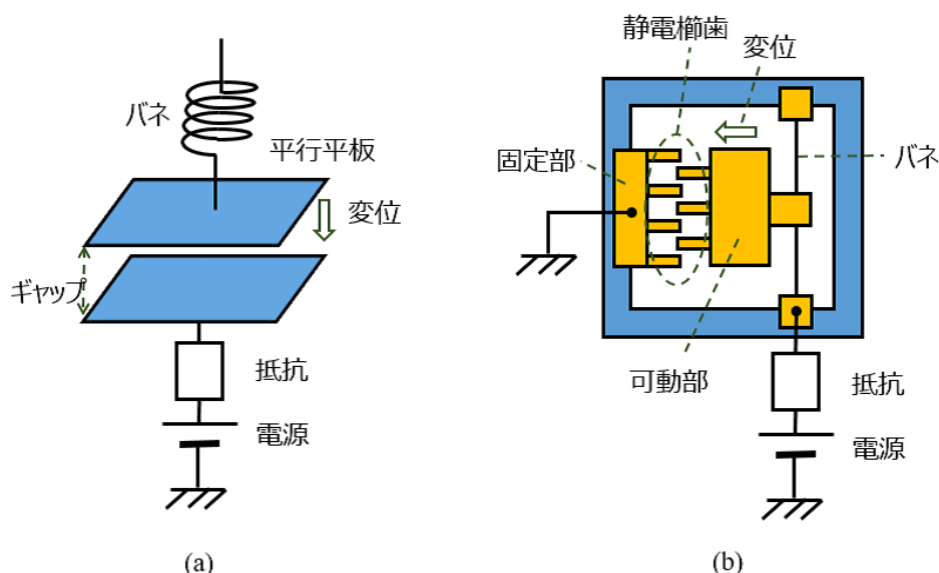


図 1.4: (a) 平行平板型静電アクチュエータ、(b) 櫛歯型静電アクチュエータ

成すると外部から電源を与えなくてもエレクトレット膜がもつポテンシャル (電位) により静電力が発生し変位する。先ほど述べたように静電力は電圧の二乗の関数であるため、0 V 付近で電圧を変動させるよりも高い電圧 (例えば 100 V) 電圧を変動させたほうが変位の変化量は大きくなる。これを用いることで先述の昇圧回路は不要とすることができる。

1.3 エレクトレットの形成手法

エレクトレット膜は半永久的に電荷を保持する膜である。その荷電子が電界を形成するため、エレクトレット膜は電位を持つ。エレクトレット膜を用いたデバイスとして有

名なのは ECM(Electro Condenser Microphone) である。従来、音をダイアフラムで受けその振動を電気信号に変換するには高いバイアス電圧が必要であった。その原理は図 1.5 のバイアス型のように振動膜 (ダイアフラム) の裏に金属膜などを形成して背局電極とで静電容量を形成し、そして静電容量に一定の大きさの高電圧を印可することで電荷をチャージしておく。この状態で振動膜が振動すると静電容量が変化するため電荷の移動が起こる。このようにして音の振動は電気信号に変換される。この高電圧の代わりに使用されるのがエレクトレット膜である。エレクトレット膜により形成される電位差により電荷がチャージされる [7]。

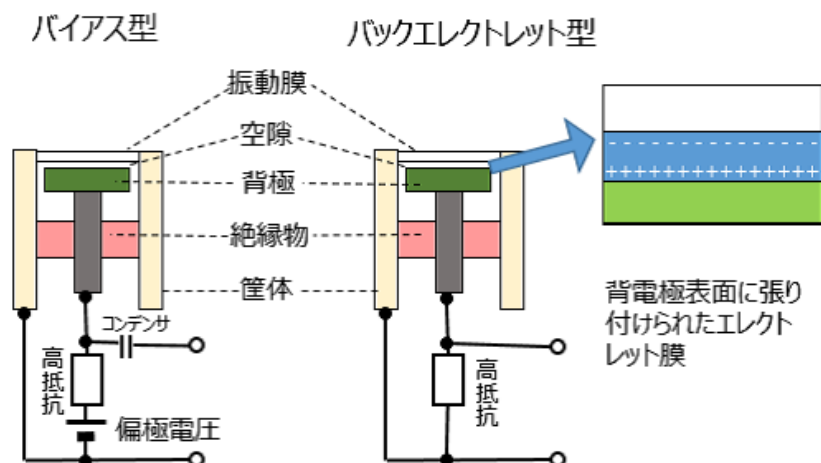


図 1.5: コンデンサマイクロホンの模式図

窒素 MEMS とエレクトレット膜を組み合わせた文献において、そのエレクトレット膜の荷電方法として (1) コロナ放電 [8]、(2) 電子ビーム [9]、(3) 光電離 (軟 X 線) [10] が報告されている。

コロナ放電装置の概略図を図 1.6 に示す。図のように針状の電極に高圧の直流電圧 (-8 kV) を印可し、コロナ放電でマイナスイオンを発生させる。放出されたイオンをエレクトレット膜となる誘電体表面に注入することでエレクトレット膜に荷電する。エレクトレット膜の表面電位とグリッド電源の電圧が釣り合ったら荷電は終了する。

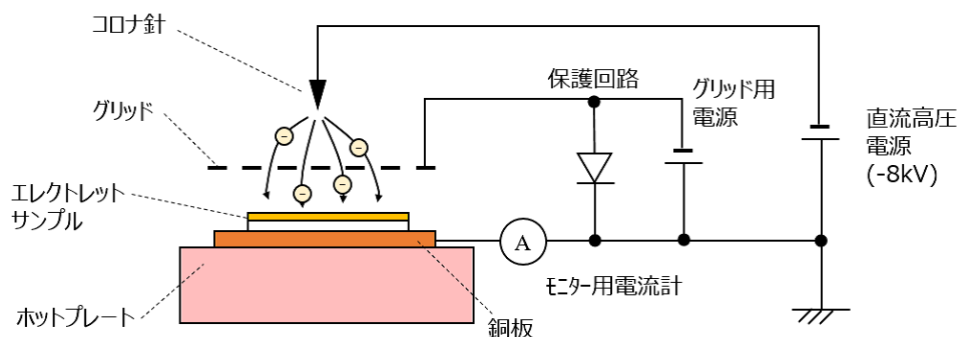


図 1.6: コロナ放電によるエレクトレット膜荷電

電子ビームによる荷電は以下の原理で行われる。He で満たし 0.5 Torr とした真空層内に UV 光源から紫外線を照射すると、高電子が放出され、その電子をサンプルに照射

するとエレクトレット膜は荷電される (図 1.7)。

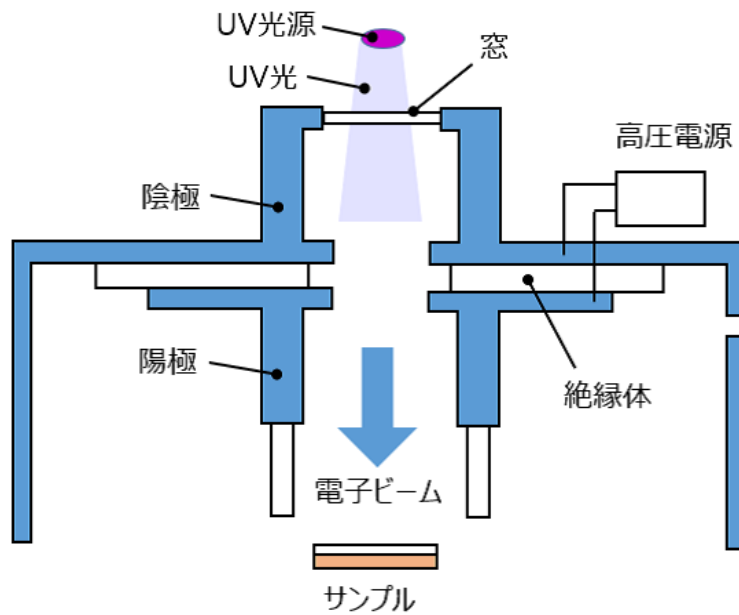


図 1.7: 電子ビームによるエレクトレット膜荷電

これら二つの方式は平板上に形成したエレクトレット膜に電荷を打ち込む方法である。コロナ放電による方法ではエレクトレット膜の電位をコントロールすることができるが、電子ビーム照射の場合コントロールすることはできない。また、これらの方法では、MEMS の静電櫛歯のような狭いギャップを持つトレンチ構造に形成されたエレクトレット膜への荷電は不可能である。

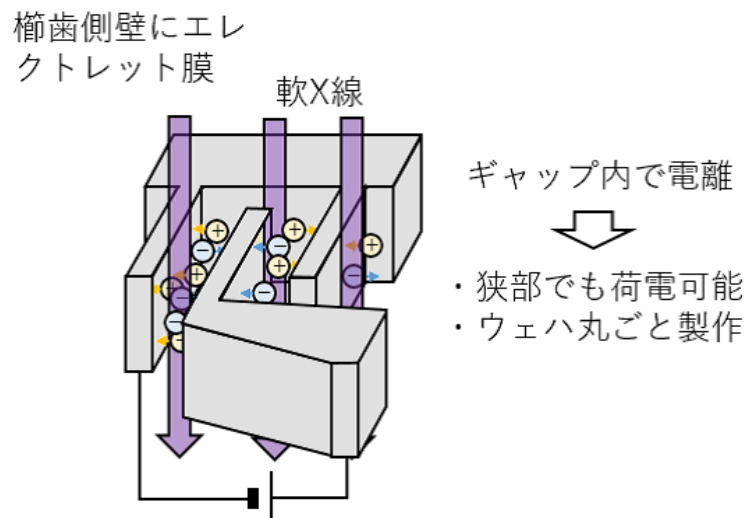


図 1.8: 光電離 (軟 X 線) による静電櫛歯への荷電

MEMS の狭ギャップ静電櫛歯へのエレクトレット膜形成の例として光電離 (軟 X 線) による荷電が Hagiwara らにより報告されている (図 1.8) [10]。彼らは軟 X 線によりイオンを生成し、それを膜中に入れることで荷電を行った。軟 X 線は物質を透過するので櫛

歯の表面から底まで均一な荷電ができるのではないかと予測していたが実験の結果、そうはならないことが確認された。70 μm の開口幅をサンプルに対し 100 V を印可したところ、表面の電位は 70 V であり、さらにそこから 10 μm ほど下方に行くと電位はほぼ 0 V となった。

これに対し我々の研究室では数 μm の狭ギャップを持つ静電歯構造に数百 V もの電位差を持たせる手法を開発した [11–13]。図 1.9 にその製作方法を示した。まず、wet 酸化の水を水酸化カリウムに置き換えた系において処理を行うことで Si でできたデバイス表面にカリウムを含んだ SiO_2 膜を形成する。こうすることで電位となる荷電子の基となるものを先に膜中に含ませる。次に BT(Bias Temperature) 処理、つまり電圧を印可しながら高温で処理を行うことでエレクトレット膜は電位を持つ。エレクトレット膜の発生する電位は帯電処理時に印可するバイアス電圧の向きと逆向きに生じる。そのため、静電歯アクチュエータの可動部の変位が初期位置まで戻った後に荷電処理を終了すれば、バイアス電圧と同じ大きさで逆向きの電位を持つエレクトレット膜を形成できる。その荷電のメカニズムは長い間明確になっていなかったが、近年になり BT 処理を行うことで、膜中の K イオンが放出され、そのあとに残った SiO^- が電界を形成していることが分かった [14]。

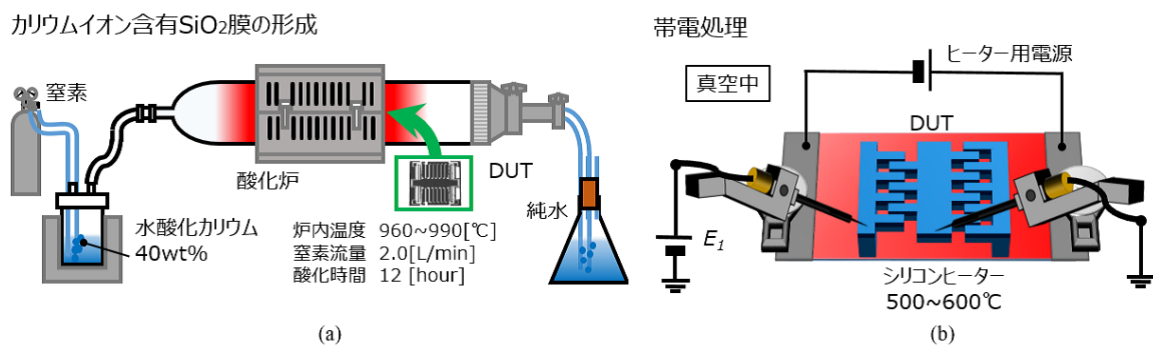


図 1.9: 狭ギャップ静電歯アクチュエータへのカリウムイオンを含んだエレクトレット膜の形成方法

静電歯とエレクトレット膜を組み合わせることで 1.2 節にて説明した歯アクチュエータの問題をクリアすることができた。つまりシンプルで小型化に適しそして (昇圧回路を必要とせず) 低い電圧で大きく変位する。この静電歯とエレクトレット膜の組み合わせは主に振動発電素子の応用としての研究を行ってきた (図 1.10)。

1.4 研究の目的

これまでに我々の研究室では数 μm もの狭ギャップを持つ静電歯の対抗面に任意の電位を持つエレクトレット膜を形成する方法を開発した。それはこれまで主に 2 端子歯に形成し振動発電素子の応用に用いられてきたが、さらにほかのアプリケーションの可能性を検討するべく、3 端子の静電歯とエレクトレット膜を組み合わせた。こうすることで初期位置から左右どちらにでも変位できるなどにより複雑なアクチュエーションが行えるようになり、また電気信号を振動子の運動に変換しさらに電気信号に戻すと

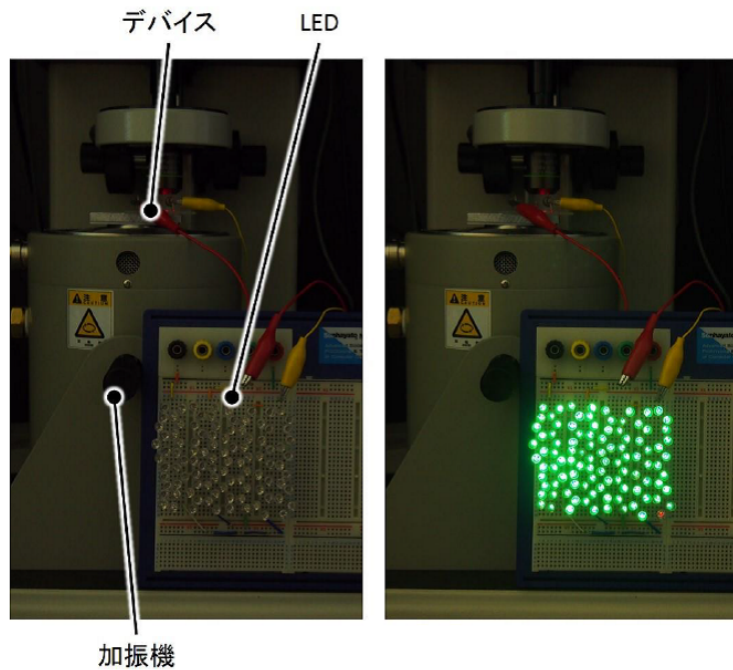


図 1.10: LED100 個点灯の様子

いったエネルギーの多段変換が行えるようになった。この構造の理論的な理解を深め、かつデバイスの考案および試作・評価を実施することを本論文の目的とした。

1.5 本論文の構成

1 章 序論

本論文の背景、従来研究、目的について述べる。

2 章 エレクトレット膜を付与した静電櫛歯アクチュエータ

静電櫛歯アクチュエータとエレクトレット膜の組み合わせの効果および運動方程式の導出を行った。さらにエレクトレット膜の形成方法について記した。

3 章 エレクトレットを用いた双安定静電櫛歯アクチュエータの開発

静電型双安定アクチュエータについて、背景から理論、デバイスの性能評価、解析まで一通り述べる。

4 章 エレクトレットを用いた MEMS 静電誘導変圧器の開発

MEMS 静電誘導変圧器について、背景から理論、デバイスの性能評価、解析まで一通り述べる。

5 章 結論

本論文のまとめと、今後の課題、将来の展望について述べる。

本論文は、MEMS で製作した 3 端子櫛歯構造とエレクトレット膜を組み合わせたときの理論的な特性の導出やその構造を利用したデバイスの評価について述べたものである。

1 章は MEMS とはどのようなものから始まり、MEMS の駆動方式やエレクトレット膜の形成方法などについてまとめた。2 章は静電櫛歯とエレクトレット膜の組み合わせの効果や、3 端子櫛歯の運動方程式について導出した。また、デバイスとして「静電型

双安定アクチュエータ」と「MEMS 静電誘導変圧器」の二つの開発について記述したがアプリケーションとしては関連がないためそれぞれの研究の背景や理論はそれぞれ専門の章(3、4章)を設けてそこだけを読んでも話が完結する構成とした。5章は全体のまとめについて述べた。また、さらに Appendix として導出の難しい式の展開についてまとめた。

第2章 エレクトレット膜を付与した静電櫛歯アクチュエータ

2.1 2端子櫛歯へのエレクトレット膜付与の効果と運動方程式

2.1.1 2端子櫛歯へのエレクトレット膜付与の効果

MEMS で製作した静電アクチュエータは図 2.1 のような形状をしている。バネでつられた可動部と固定部の間に静電櫛歯が作られている。固定電極、可動電極のどちらかをグラウンドに接続し、他方を直流電源に接続し電圧を印可すると静電引力が生じ可動部が固定電極のほうへ変位する。外部電源により印可した電圧 V_B に対する変位 x は図 2.1 右のグラフのように 2 次関数となる。

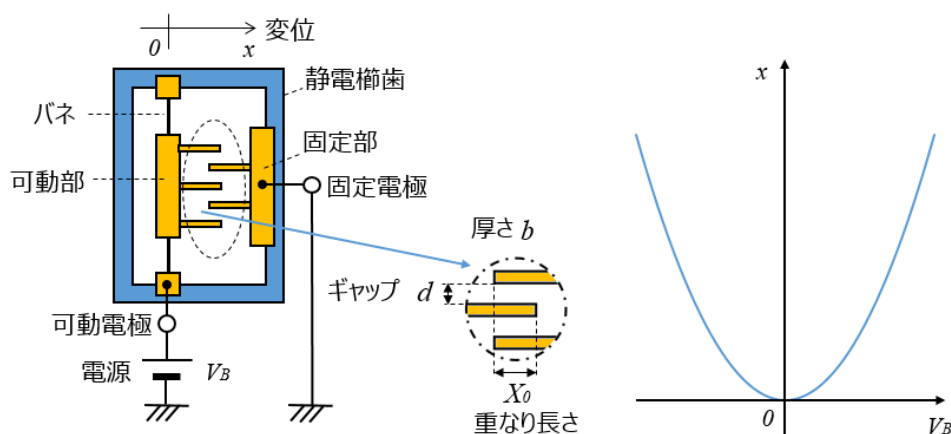


図 2.1: 2 端子の静電櫛歯

櫛歯の重なり長さを X_0 [m]、櫛歯電極間のギャップを d [m]、櫛歯の厚さを b [m]、櫛歯の本数を n 、真空の誘電率を ϵ_0 としたとき、櫛歯間に生じる静電容量 C_{2t} は

$$C_{2t}(x) = \frac{2n\epsilon_0 b(X_0 + x)}{d} \quad (2.1)$$

となる。なお、簡単化のため、櫛歯電極の頂点とその対抗面が作る静電容量およびフリンジ電界については無視した。さらに外部電源により電圧 V_B が印可されたとき櫛歯が蓄えるエネルギー E_{2t} は

$$E_{2t} = \frac{1}{2} C_{2t}(x) V_B^2 \quad (2.2)$$

となり、これから電極間に働く静電引力 F_{2t} は

$$F_{2t} = \frac{dE_{2t}}{dx} = \frac{V_B^2}{2} \frac{dC_{2t}(x)}{dx} = \frac{n\epsilon_0 b}{d} V_B^2 \quad (2.3)$$

で与えられる。変位 x と印可電圧 V_B の関係式はバネ定数を k [N/m] として力の釣り合いから

$$\begin{aligned} kx &= F_{2t} \\ x &= \frac{n\epsilon_0 b}{dk} V_B^2 \end{aligned} \quad (2.4)$$

と表すことができる。よって図 2.1 右のグラフは 2 次関数となる。

次に 2 端子櫛歯にエレクトレット膜を付与した場合を考える。図 2.2 のように櫛歯間に形成したエレクトレット膜により生じた電位が V_e [V] であるとする。印可電圧 V_B と変位 x の特性は同図のように水平にスライドする。エレクトレット電位差 V_e と印可電圧 V_B が同じ値であると変位は 0 (初期位置) となる。また、 $V_B = 0$ のでもエレクトレットの電位により変位が生じる。ここで小さい電圧 V_1 [V] を印可したとき、エレクトレットがない場合は白抜き青矢印が示すようにわずかしき変位しないが、エレクトレットがある場合は白抜き橙矢印が示すように大きく変位する。このように静電櫛歯にエレクトレットを付与すると低電圧で大きな変位が得られる。

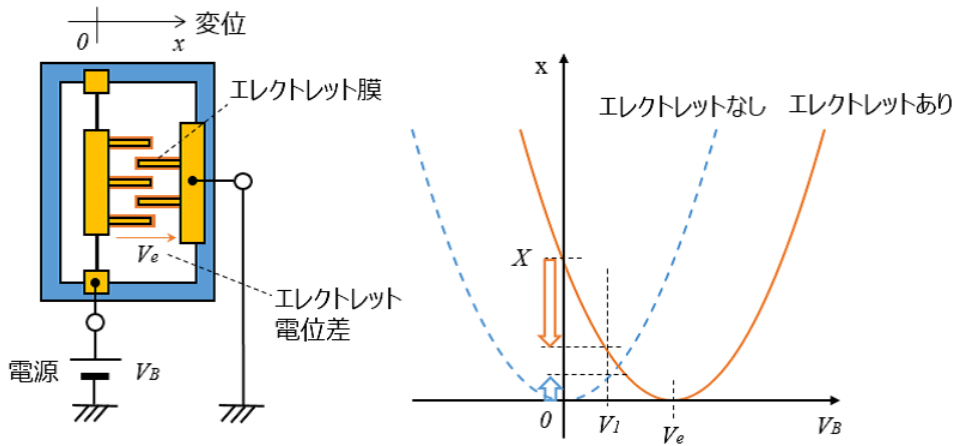


図 2.2: 2 端子静電櫛歯にエレクトレットを付与

エレクトレットの電位による変位を X とすると印可電圧 $V_B = 0$ のときの静電容量 C_{2te} は

$$C_{2te}(x) = \frac{2n\epsilon_0 b(X_0 + X + x)}{d} \quad (2.5)$$

となる。さらに変位 x と印可電圧 V_B の関係式は先の式 (2.4) と同様にして以下のよう
に表すことができる。

$$x = \frac{n\epsilon_0 b}{dk}(V_B - V_e)^2 \quad (2.6)$$

2.1.2 エレクトレット膜を付与した 2 端子櫛歯の運動方程式

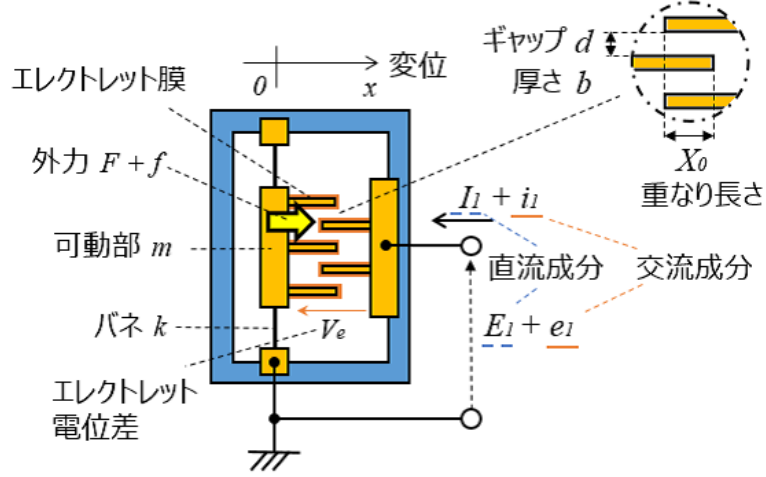


図 2.3: 2 端子静電櫛歯モデル

2 端子の櫛歯アクチュエータのモデリングを行う。具体的にはラグランジアンから運動
方程式を導き、さらに等価回路を導出する。まず、図 2.3 に示す 2 端子静電櫛歯の系を
考える。各パラメータの意味は表 2.1 に示した。櫛歯アクチュエータの静電容量は前節
でも示したように以下のように示すことができる。

$$C(x) = \frac{2n\epsilon_0 b}{d}(X_0 + X + x) \quad (2.7)$$

また、エレクトレット膜による電位 V_e が生じているので、櫛歯間にかかる直流電圧 E_1
を以下のように定義する。

$$E_1 \equiv V_B - V_e \quad (2.8)$$

ここで、 V_B は外部電源により印可した電圧である。

図 2.3 のラグランジアンは次の式のように書ける。

$$L = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}k(X + x)^2 - \frac{(Q_1 + q_1)^2}{2C} \quad (2.9)$$

ここで Q_1 、 Q_2 は直流電圧により C_1 、 C_2 にチャージされる電荷であり、 q_1 、 q_2 は同
じく交流電圧によりチャージされる電荷である。

表 2.1: 2 端子櫛歯アクチュエータモデルの各パラメータ

記号	パラメータの意味	単位
ϵ_0	真空の誘電率	[F/m]
x	可動部の微小変位	[m]
v	可動部の速度	[m/s]
X	直流電圧+エレクトレット電位による変位	[m]
F	外力 (静的)	[N]
f	外力 (周期的に変化)	[N]
m	可動部の重さ	[kg]
k	バネ定数	[N/m]
r_f	粘性抵抗	[N s/m]
b	構造の厚み	[m]
櫛歯アクチュエータ		
A	力係数	[arb. unit]
C	静電容量	[F]
n	櫛歯の本数	[本]
X_0	(初期) 櫛歯重なり長さ	[m]
d	櫛歯間のギャップ	[m]
E_1	櫛歯アクチュエータにかかる直流電圧	[V]
e_1	櫛歯アクチュエータにかかる交流電圧	[V]
I_1	櫛歯アクチュエータにかかる直流電流	[A]
i_1	櫛歯アクチュエータにかかる交流電流	[A]

また、散逸関数は

$$F_d = \frac{1}{2} r_f v^2 \quad (2.10)$$

となる。さらにラグランジュの運動方程式は

$$F + f = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial v} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial F_d}{\partial v} \quad (2.11)$$

$$E_1 + e_1 = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial i_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_1} + \frac{\partial F_d}{\partial i_1} \quad (2.12)$$

となる。これにラグランジアンと散逸関数を代入して計算すると

$$\begin{aligned}
 F + f &= \frac{d}{dt} (mv) + k(X + x) + \frac{(Q_1 + q_1)^2}{2} \frac{\partial}{\partial C} \frac{1}{C} \frac{\partial C}{\partial x} + r_f v \\
 &= \frac{d}{dt} (mv) + k(X + x) + r_f v - \frac{n\epsilon_0 b}{d} \frac{(Q_1 + q_1)^2}{C^2}
 \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$E_1 + e_1 = \frac{(Q_1 + q_1)}{C} \quad (2.14)$$

式 (2.14) を式 (2.13) に代入すると

$$F + f = \frac{d}{dt}(mv) + k(X + x) + r_f v - \frac{n\epsilon_0 b}{d}(E_1 + e_1)^2 \quad (2.15)$$

と書くことができる。次に静特性と線形動作方程式を得るために、マクローリン展開を行うと

$$\begin{aligned} F + f &= g_1(x, v, e_1) = g_1(0, 0, 0) + \left. \frac{\partial g_1}{\partial x} \right|_{x,v,e_1=0} x + \left. \frac{\partial g_1}{\partial v} \right|_0 v + \left. \frac{\partial g_1}{\partial e_1} \right|_0 e_1 \\ &= kX - \frac{n_1\epsilon_0 b}{d} E_1^2 + m \frac{dv}{dt} + kx + r_f v - \frac{2n\epsilon_0 b E_1}{d_1} e_1 \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} E_1 + e_1 &= g_2(x, q_1) = g_2(0, 0) + \left. \frac{\partial g_2}{\partial x} \right|_{x,q_1=0} x + \left. \frac{\partial g_2}{\partial q_1} \right|_0 q_1 \\ &= \frac{Q_1}{C_0} - \frac{Q_1}{C_0^2} \frac{2n_1\epsilon_0 b}{d_1} x + \frac{1}{C_0} q_1 \end{aligned} \quad (2.17)$$

となる。ここで C_0 は式 (2.7) に $x = 0$ を代入したものである。

$$C_0 \equiv C(0) = \frac{2n\epsilon_0 b}{d}(X_0 + X) \quad (2.18)$$

以上から静特性として、

$$F = kX - \frac{n\epsilon_0 b}{d} E_1^2 \quad (2.19)$$

$$E_1 = \frac{Q_1}{C_0} \quad (2.20)$$

を得る。さらに式 (2.16) および式 (2.17) より静的項を除去し、さらに残った線形の方程式に対しフェザーを適用することで以下のように書ける。

$$f = j\omega m + \frac{k}{j\omega} + r_f v - \frac{2n\epsilon_0 b E_1}{d} e_1 \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} e_1 &= -\frac{2n\epsilon_0 b E_1}{d} \frac{v}{j\omega C_0} + \frac{i_1}{j\omega C_0} \\ i_1 &= \frac{2n\epsilon_0 b E_1}{d} v + j\omega C_0 e_1 \end{aligned} \quad (2.22)$$

これをまとめることで動作行列が得られる。

$$\begin{bmatrix} f \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_m & -A \\ A & j\omega C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ e_1 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

ここで Z_m はバネ-マス-ダンパ系の機械的なインピーダンスであり、 A は力係数である。それぞれ

$$Z_m = r_f + j\omega m + \frac{k}{j\omega} \quad (2.24)$$

$$A = \frac{2n\epsilon_0 b E_1}{d} = \frac{C_0 E_1}{X_0 + X} \quad (2.25)$$

と書ける。

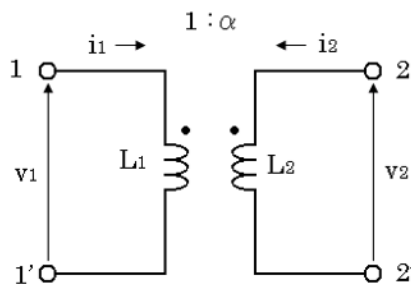


図 2.4: 理想トランス

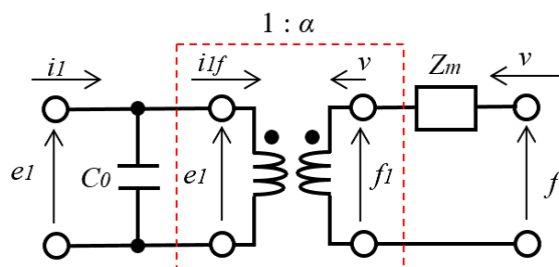


図 2.5: 2 端子楕歯アクチュエータの等価回路

次に式 (2.23) より等価回路を導く。まず、図 2.4 に示すような理想変圧器を考える。このとき、1 次側 (端子 1-1') と 2 次側 (端子 2-2') の電圧と電流には以下のような関係が成り立つ。

$$\begin{cases} i_1 = -\alpha i_2 \\ v_1 = \frac{v_2}{\alpha} \end{cases} \quad (2.26)$$

これを用い、また式 (2.23) の形から図 2.5 のような回路網を考える。この回路方程式はキルヒホッフの法則より

$$\begin{cases} f = Z_m v + f_1 \\ i_1 = j\omega C_0 e_1 + i_{1f} \end{cases} \quad (2.27)$$

となる。ここで前述のように f は力、 v は可動部の速度であるが式の双対性からここではそれぞれ電圧および電流と同等のものとして考えている。理想トランスであるので式 (2.26) を用いて式 (2.27) を書き換えると

$$\begin{cases} f = Z_m v + \alpha e_1 \\ i_1 = j\omega C_0 e_1 - \alpha v \end{cases} \quad (2.28)$$

となる。式 (2.23) と比較し、変圧率 α を以下のように定める。

$$\alpha = -A \quad (2.29)$$

上式が成り立つとき、図 2.5 は 2 櫛歯アクチュエータの等価回路となる。

なお、実際に解析を行う場合は SPICE などの回路シミュレータを用いると便利である。SPICE には従属電源という素子があるため、それを用いると図 2.6 のような回路となる。従属電源の係数は力係数 A を用いればよい。

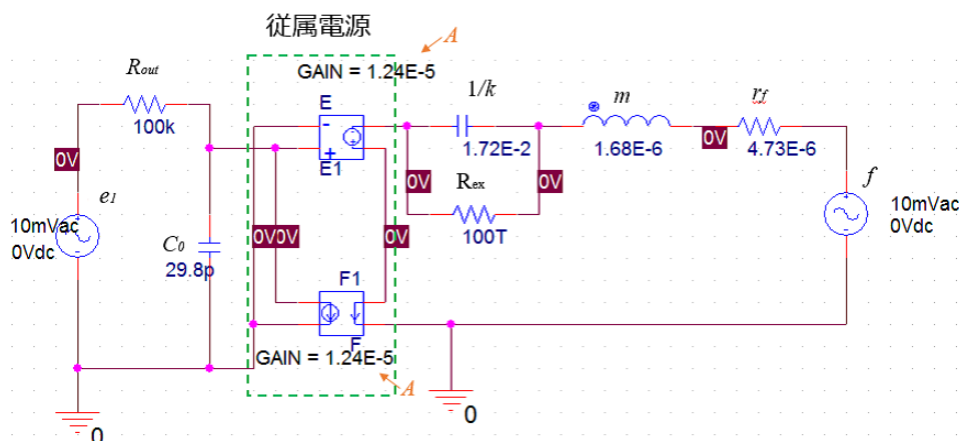


図 2.6: SPICE を用いた 2 端子櫛歯アクチュエータ等価回路

2.2 3 端子櫛歯へのエレクトレット膜付与の効果と運動方程式

2.2.1 3 端子櫛歯へのエレクトレット膜付与の効果

続いて 3 端子櫛歯の場合を考える。3 端子櫛歯は図 2.7 のような形状をしている。バネでつられた可動部の左右にそれぞれ静電櫛歯が設置されている。アクチュエータが左右にあるので可動部は左右どちらにも動くことができる。変位は右側を正とした。外部電源により静電櫛歯 1 に印可した電圧を V_{BL} 、静電櫛歯 2 に印可した電圧を V_{BR} としてどちらか片方のみ印可した場合の変位 x の特性を図 2.7 右のグラフに示した。先ほどと同じく印可電圧に対し 2 次の関数となる。なお、両方の電源を同時に ON した場合はそれぞれの櫛歯に生じる静電力の和 (差) とバネの反力とが釣り合う点に変位となる。

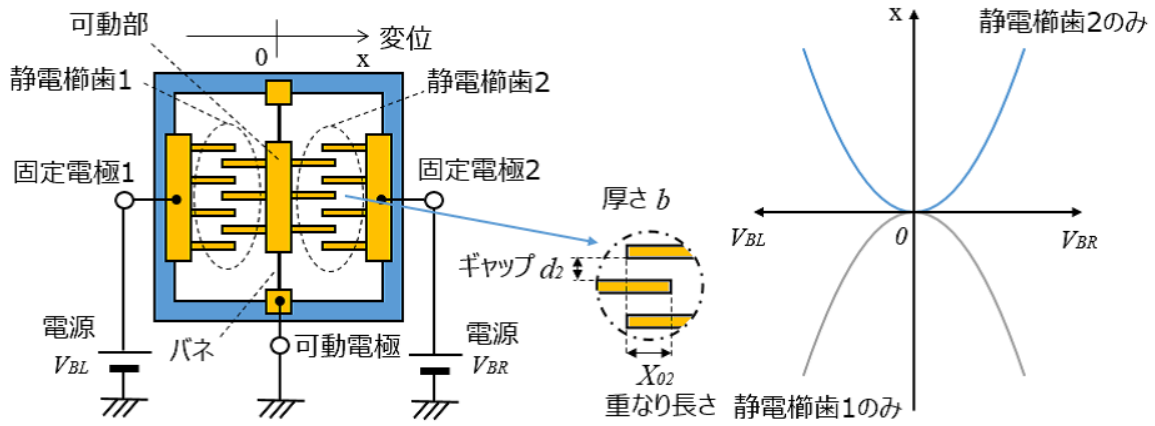


図 2.7: 3 端子の静電櫛歯

静電櫛歯 1 および静電櫛歯 2 に生じる静電容量 C_{3t-1} および C_{3t-2} は

$$\begin{cases} C_{3t-1}(x) = \frac{2n_1\epsilon_0b(X_{01} - x)}{d_1} \\ C_{3t-2}(x) = \frac{2n_2\epsilon_0b(X_{02} + x)}{d_2} \end{cases} \quad (2.30)$$

となる。ここでそれぞれの櫛歯において櫛歯の重なり長さを X_{01} 、 X_{02} [m]、櫛歯電極間のギャップを d_1 、 d_2 [m]、櫛歯の本数を n_1 、 n_2 とした。櫛歯の厚さ b [m] は同じとすることが多いため共通とした。もちろん別の値としてもよい。また、それぞれの静電櫛歯に生じる静電引力 F_{3t-1} 、 F_{3t-2} は先ほどと同様にして

$$\begin{cases} F_{3t-1} = \frac{V_{BL}^2}{2} \frac{dC_{3t-1}(x)}{dx} = -\frac{n_1\epsilon_0b}{d_1} V_{BL}^2 \\ F_{3t-2} = \frac{V_{BR}^2}{2} \frac{dC_{3t-2}(x)}{dx} = \frac{n_2\epsilon_0b}{d_2} V_{BR}^2 \end{cases} \quad (2.31)$$

と書ける。変位 x と各印可電圧 V_{BL} 、 V_{BR} の関係式はバネ定数を k [N/m] として力の釣り合いから

$$\begin{aligned} kx = F_{3t-1} + F_{3t-2} &= -\frac{n_1\epsilon_0b}{d_1} V_{BL}^2 + \frac{n_2\epsilon_0b}{d_2} V_{BR}^2 \\ x &= \frac{n_2\epsilon_0b}{d_2k} V_{BR}^2 - \frac{n_1\epsilon_0b}{d_1k} V_{BL}^2 \end{aligned} \quad (2.32)$$

と表すことができる。これは各静電櫛歯のみを考えたときの変位の和でもある。

次に 3 端子櫛歯にエレクトレット膜を付与した場合を考える。図 2.8 に示すように先ほどと同じく櫛歯間に形成したエレクトレット膜により生じた電位の分だけ水平にスライドしている。エレクトレット膜を付与することで小さい電圧で大きく変位するのは先

ほどと同様である。いま図 2.8 の右側のグラフのように静電櫛歯 1 および静電櫛歯 2 にそれぞれ V_{eL} 、 V_{eR} の電位がエレクトレットにより生じているとし、外部電圧 V_{BL} 、 V_{BR} がともに 0 のとき、静電力 F_{BL} が釣り合い可動部が原点にあるとする。外部電源、 V_{BR} により V_{1R} [V] 印可すると静電櫛歯 2 に生じる静電力が落ちるため、白抜き橙矢印の分原点から負の方向へ移動する。エレクトレット荷電がないときは V_{1R} [V] 印可しても白抜き青矢印の分しか動かない。このように 3 端子櫛歯にエレクトレット膜を付与すると低電圧で左右どちらにも大きな変位が得られる。

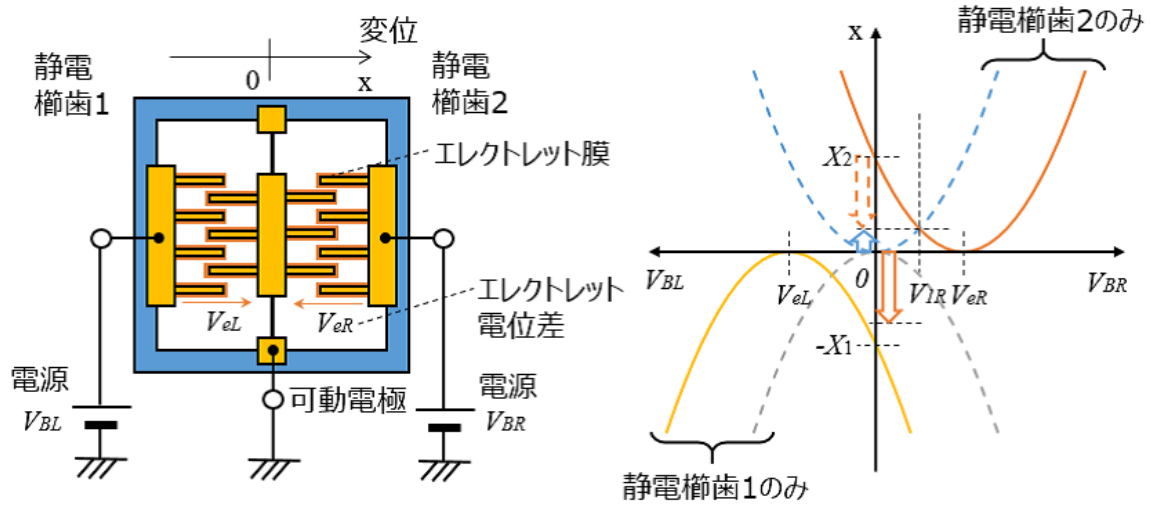


図 2.8: 3 端子静電櫛歯にエレクトレットを付与

それぞれの静電櫛歯のみを考えたとき、エレクトレットの電位による変位をそれぞれ X_1 、 X_2 とする。印可電圧 $V_{BL} = V_{BR} = 0$ の時の変位を X とすると $X = X_2 - X_1$ となる。またこのときの静電容量 C_{3te-1} 、 C_{3te-2} は

$$\begin{cases} C_{3te-1}(x) = \frac{2n_1\epsilon_0b(X_{01} - X - x)}{d_1} \\ C_{3te-2}(x) = \frac{2n_2\epsilon_0b(X_{02} + X + x)}{d_2} \end{cases} \quad (2.33)$$

となる。さらに変位 x と各印可電圧 V_{BL} 、 V_{BR} の関係式は先の式 (2.33) と同様にして以下のように示すことができる。

$$x = \frac{n_2\epsilon_0b}{d_2k}(V_{BR} - V_{eR})^2 - \frac{n_1\epsilon_0b}{d_1k}(V_{BL} - V_{eL})^2 \quad (2.34)$$

2.2.2 エレクトレット膜を付与した 3 端子櫛歯の運動方程式

今回開発に用いた 3 端子の櫛歯アクチュエータのモデリングを行う。手順としては 2 端子櫛歯の時と同じでラグランジアンから運動方程式を導き、等価回路を導出する。図 2.9 のような 3 端子櫛歯の系を考える。各パラメータの意味を表 2.2 に示した。3 端子櫛歯

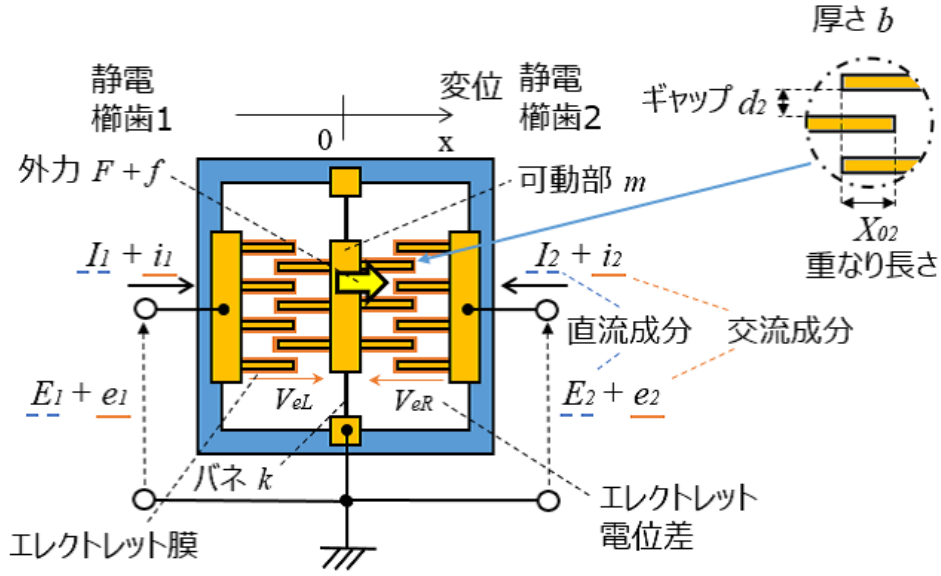


図 2.9: 3 端子櫛歯アクチュエータのモデル

アクチュエータは図のように可動部の両端に櫛歯アクチュエータが設置されているような形状をしている。各静電櫛歯アクチュエータの静電容量 $C_1(x)$ 、 $C_2(x)$ は前節でも示したように以下のように書くことができる。

$$\begin{cases} C_1(x) = \frac{2n_1\epsilon_0 b}{d_1}(X_{01} - X - x) \\ C_2(x) = \frac{2n_2\epsilon_0 b}{d_2}(X_{02} + X + x) \end{cases} \quad (2.35)$$

また、エレクトレット膜による電位がそれぞれの静電櫛歯で生じているので、各櫛歯間にかかる直流電圧 E_1 および E_2 を以下のように定義する。

$$\begin{cases} E_1 \equiv V_{BL} - V_{eL} \\ E_2 \equiv V_{BR} - V_{eR} \end{cases} \quad (2.36)$$

ここで V_{BL} 、 V_{BR} はそれぞれ静電櫛歯 1 および静電櫛歯 2 に外部電源により印可した電圧である。

図 2.9 のラグランジアンは次の式のように書ける。

$$L = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}k(X + x)^2 - \frac{(Q_1 + q_1)^2}{2C_1} - \frac{(Q_2 + q_2)^2}{2C_2} \quad (2.37)$$

ここで Q_1 、 Q_2 は直流電圧により C_1 、 C_2 にチャージされる電荷であり、 q_1 、 q_2 は同じく交流電圧によりチャージされる電荷である。

また、散逸関数は

$$F_d = \frac{1}{2}r_f v^2 \quad (2.38)$$

表 2.2: 3 端子櫛歯アクチュエータモデルの各パラメータ

記号	パラメータの意味	単位
ϵ_0	真空の誘電率	[F/m]
x	可動部の微小変位	[m]
v	可動部の速度	[m/s]
X	直流電圧+エレクトレット電位による変位	[m]
F	外力 (静的)	[N]
f	外力 (周期的に変化)	[N]
m	可動部の重さ	[kg]
k	バネ定数	[N/m]
r_f	粘性抵抗	[N s/m]
b	構造の厚み	[m]
櫛歯アクチュエータ 1		
A	力係数	[arb. unit]
C_1	静電容量	[F]
n_1	櫛歯の本数	[本]
X_{01}	(初期) 櫛歯重なり長さ	[m]
d_1	櫛歯間のギャップ	[m]
E_1	櫛歯アクチュエータにかかる直流電圧	[V]
e_1	櫛歯アクチュエータにかかる交流電圧	[V]
I_1	櫛歯アクチュエータにかかる直流電流	[A]
i_1	櫛歯アクチュエータにかかる交流電流	[A]
櫛歯アクチュエータ 2		
B	力係数	[arb. unit]
C_2	静電容量	[F]
n_2	櫛歯の本数	[本]
X_{02}	(初期) 櫛歯重なり長さ	[m]
d_2	櫛歯間のギャップ	[m]
E_2	櫛歯アクチュエータにかかる直流電圧	[V]
e_2	櫛歯アクチュエータにかかる交流電圧	[V]
I_2	櫛歯アクチュエータにかかる直流電流	[A]
i_2	櫛歯アクチュエータにかかる交流電流	[A]

となる。さらにラグランジュの運動方程式は

$$F + f = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial v} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial F_d}{\partial v} \quad (2.39)$$

$$E_1 + e_1 = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial i_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_1} + \frac{\partial F_d}{\partial i_1} \quad (2.40)$$

$$E_2 + e_2 = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial i_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_2} + \frac{\partial F_d}{\partial i_2} \quad (2.41)$$

となる。これにラグランジアンと散逸関数を代入して計算すると

$$\begin{aligned} F + f &= \frac{d}{dt}(mv) + k(X + x) + \frac{(Q_1 + q_1)^2}{2} \frac{\partial}{\partial C_1} \frac{1}{C_1} \frac{\partial C_1}{\partial x} + \frac{(Q_2 + q_2)^2}{2} \frac{\partial}{\partial C_2} \frac{1}{C_2} \frac{\partial C_2}{\partial x} + r_f v \\ &= \frac{d}{dt}(mv) + k(X + x) + r_f v - \frac{n_1 \epsilon_0 b}{d_1} \frac{(Q_1 + q_1)^2}{C_1^2} + \frac{n_2 \epsilon_0 b}{d_2} \frac{(Q_2 + q_2)^2}{C_2^2} \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$E_1 + e_1 = \frac{(Q_1 + q_1)}{C_1} \quad (2.43)$$

$$E_2 + e_2 = \frac{(Q_2 + q_2)}{C_2} \quad (2.44)$$

式 (2.43) および式 (2.45) を式 (2.42) に代入すると

$$F + f = \frac{d}{dt}(mv) + k(X + x) + r_f v - \frac{n_1 \epsilon_0 b}{d} (E_1 + e_1)^2 + \frac{n_2 \epsilon_0 b}{d} (E_2 + e_2)^2 \quad (2.45)$$

と書くことができる。次に静特性と線形動作方程式を得るために、マクローリン展開を行うと

$$\begin{aligned} F + f &= g_1(x, v, e_1, e_2) = g_1(0, 0, 0, 0) + \left. \frac{\partial g_1}{\partial x} \right|_{x,v,e_1,e_2=0} x + \left. \frac{\partial g_1}{\partial v} \right|_0 v + \left. \frac{\partial g_1}{\partial e_1} \right|_0 e_1 + \left. \frac{\partial g_1}{\partial e_2} \right|_0 e_2 \\ &= kX - \frac{n_1 \epsilon_0 b}{d_1} E_1^2 + \frac{n_2 \epsilon_0 b}{d_2} E_2^2 + m \frac{dv}{dt} + kx + r_f v - \frac{2n_1 \epsilon_0 b E_1}{d_1} e_1 + \frac{2n_2 \epsilon_0 b E_2}{d_2} e_2 \end{aligned} \quad (2.46)$$

$$\begin{aligned} E_1 + e_1 &= g_2(x, q_1) = g_2(0, 0) + \left. \frac{\partial g_2}{\partial x} \right|_{x,q_1=0} x + \left. \frac{\partial g_2}{\partial q_1} \right|_0 q_1 \\ &= \frac{Q_1}{C_{10}} - \frac{Q_1}{C_{10}^2} \frac{2n_1 \epsilon_0 b}{d_1} x + \frac{1}{C_{10}} q_1 \end{aligned} \quad (2.47)$$

$$\begin{aligned} E_2 + e_2 &= g_3(x, q_2) = g_3(0, 0) + \left. \frac{\partial g_3}{\partial x} \right|_{x,q_2=0} x + \left. \frac{\partial g_3}{\partial q_2} \right|_0 q_2 \\ &= \frac{Q_2}{C_{20}} + \frac{Q_2}{C_{20}^2} \frac{2n_2 \epsilon_0 b}{d_2} x + \frac{1}{C_{20}} q_2 \end{aligned} \quad (2.48)$$

となる。ここで C_{10} および C_{20} は式 (2.49) に $x = 0$ を代入したものである。

$$\begin{cases} C_{10} \equiv C_1(0) = \frac{2n_1 \epsilon_0 b}{d_1} (X_{01} - X) \\ C_{20} \equiv C_2(0) = \frac{2n_2 \epsilon_0 b}{d_2} (X_{02} + X) \end{cases} \quad (2.49)$$

以上から静特性として、

$$F_0 = kX - \frac{n_1\epsilon_0 b}{d_1}E_1^2 + \frac{n_2\epsilon_0 b}{d_2}E_2^2 \quad (2.50)$$

$$E_1 = \frac{Q_1}{C_{10}} \quad (2.51)$$

$$E_2 = \frac{Q_2}{C_{20}} \quad (2.52)$$

を得る。さらに式 (2.46)、式 (2.47) および式 (2.48) より静的項を除去し、さらに残った線形の方程式に対しフェザーを適用することで以下のように書ける。

$$f = j\omega m + \frac{k}{j\omega} + r_f v - \frac{2n_1\epsilon_0 b E_1}{d_1}e_1 + \frac{2n_2\epsilon_0 b E_2}{d_2}e_2 \quad (2.53)$$

$$i_1 = \frac{2n_1\epsilon_0 b E_1}{d_1}v + j\omega C_{10}e_1 \quad (2.54)$$

$$i_2 = -\frac{2n_2\epsilon_0 b E_2}{d_2}v + j\omega C_{20}e_2 \quad (2.55)$$

これをまとめることで動作行列が得られる。

$$\begin{bmatrix} f \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_m & -A & B \\ A & j\omega C_1 & 0 \\ -B & 0 & j\omega C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

ここで Z_m はバネ-マス-ダンパ系の機械的なインピーダンスであり、 A 、 B はそれぞれ静電櫛歯 1 および静電櫛歯 2 の力係数である。それぞれ

$$Z_m = r_f + j\omega m + \frac{k}{j\omega} \quad (2.57)$$

$$A = \frac{2n_1\epsilon_0 b E_1}{d_1} = \frac{C_{10}E_1}{X_{01} - X} \quad (2.58)$$

$$B = \frac{2n_2\epsilon_0 b E_2}{d_2} = \frac{C_{20}E_2}{X_{02} - X} \quad (2.59)$$

と書ける。

次に式 (2.56) より等価回路を導く。まず、2 端子櫛歯の時と同様に図 2.10 に示すような理想変圧器を考える。このとき、1 次側 (端子 1-1') と 2 次側 (端子 2-2') の電圧と電流には以下のような関係が成り立つ。

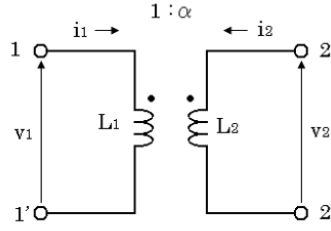


図 2.10: 理想トランス

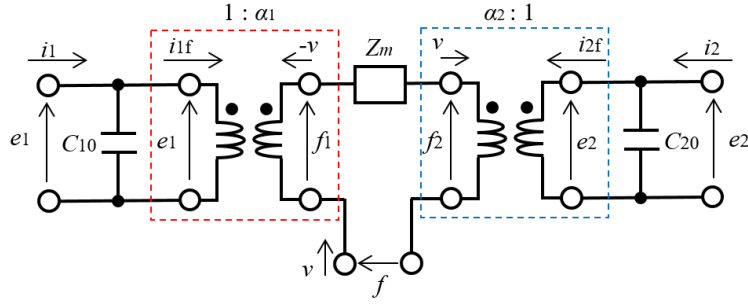


図 2.11: 3 端子櫛歯アクチュエータの等価回路

$$\begin{cases} i_1 = -\alpha i_2 \\ v_1 = \frac{v_2}{\alpha} \end{cases} \quad (2.60)$$

これを用い、また式 (2.56) の形から図 2.11 のような回路網を考える。この回路方程式はキルヒホッフの法則より

$$\begin{cases} f = Z_m v - f_1 + f_2 \\ i_1 = j\omega C_{10} e_1 + i_{1f} \\ i_2 = j\omega C_{20} e_2 + i_{2f} \end{cases} \quad (2.61)$$

となる。ここで前述のように f は力、 v は可動部の速度であるが式の双対性からここではそれぞれ電圧および電流と同等のものとして考えている。理想トランスであるので式 (2.60) を用いて式 (2.61) を書き換えると

$$\begin{cases} f = Z_m v - \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 \\ i_1 = j\omega C_{10} e_1 + \alpha_1 v \\ i_2 = j\omega C_{20} e_2 - \alpha_2 v \end{cases} \quad (2.62)$$

となる。式 (2.56) と比較し、変圧率 α_1 、 α_2 を以下のように定める。

$$\begin{cases} \alpha_1 = A \\ \alpha_2 = B \end{cases} \quad (2.63)$$

上記が成り立つとき、図 2.11 は 3 端子櫛歯アクチュエータの等価回路となる。

なお、実際に解析を行う場合は SPICE などの回路シミュレータを用いると便利である。SPICE には従属電源という素子があるため、それを用いると図 2.12 のような回路となる。従属電源の係数は力係数 A および B を用いればよい。

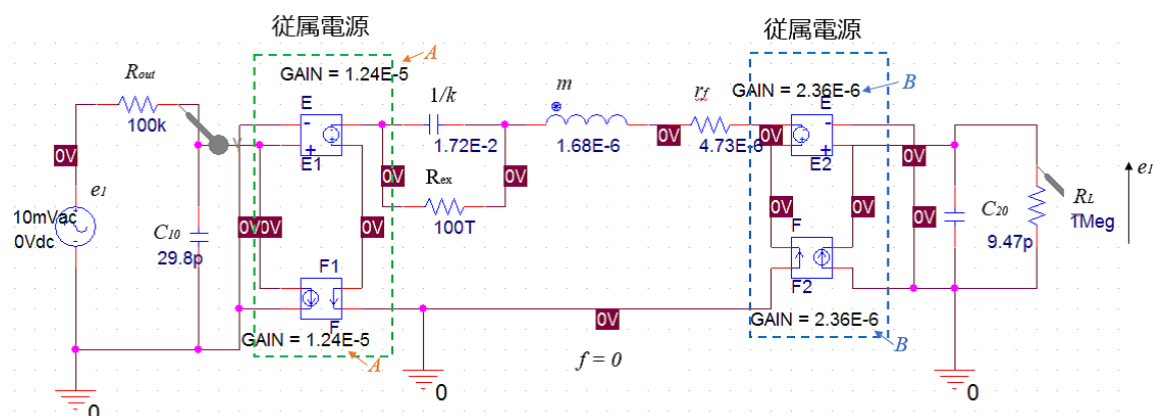


図 2.12: SPICE による解析：静電誘導変圧器

2.3 エレクトレット膜の製作方法

ここでは狭ギャップをもつ 3 端子櫛歯にエレクトレット膜を形成する手法について説明する。

2.3.1 製膜処理

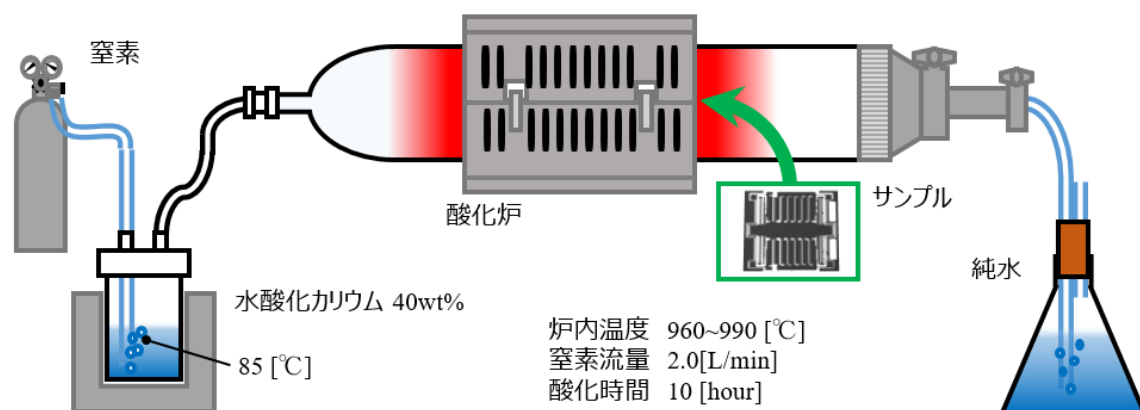


図 2.13: エレクトレット膜の製膜処理

まず、シリコンもしくは SOI (Silicon on Insulator) で製作された 3 端子櫛歯構造 (サンプル) にエレクトレット膜となるカリウムイオンを含んだ SiO_2 膜を形成する。製膜処理系を図 2.13 に示す。炉の中にサンプルを設置し、 $1,000^\circ\text{C}$ 近くまで温度を上げたあと、ホットバスまたはマントルヒーターなどで 85°C に加熱された 40 wt% の水酸化

カリウム水溶液に窒素ガスを 2 l/min で流し込み、バブリングすることでその蒸気を炉内に導入する。導入した蒸気は炉内を通過したのち純水を經由して排出される。いわゆる wet 酸化系の純水を水酸化カリウムに置き換えた形となっており、この処理を行うことでカリウムイオンを含んだ SiO_2 膜がサンプル表面に形成される。これは狭ギャップのトレンチ構造の壁面にも均一な厚さとなる。1 μm の厚さの SiO_2 膜を形成するのにおよそ 10 Hr 処理を行う必要がある。なお、負荷回路と接続するボンディングパッド部など SiO_2 膜を形成したくない箇所にはあらかじめシリコン窒化膜 (Si_3N_4) を形成しておくといよい。エレクトレット膜の製膜処理が終わった後エッチング装置などで Si_3N_4 膜を除去することで Si 表面が露出される。

2.3.2 荷電処理 (BT 処理)

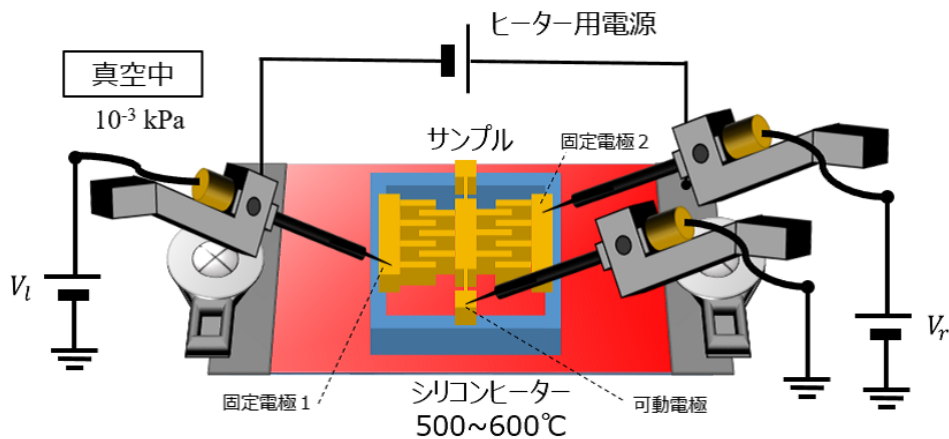


図 2.14: 荷電処理 (BT 処理)

続いて荷電処理 (BT 処理) を行う (図 2.14)。真空槽内でシリコン片に直流電流 (約 5 A) を流し 500 °C ~ 600 °C まで加熱する (シリコンヒーター)。そのヒーターの上にサンプルを設置し、プローバを用いて可動電極をグラウンドに接続し、残りの固定電極 2 つをそれぞれ直流電源に接続する。加熱した状態で 10 分ほど電圧を印可したのちヒーターの電源を切り、サンプルを冷却すると印可した電圧と同じ大きさで向きが反対なエレクトレット電位を形成することができる。このような BT 処理を行うことでカリウムイオン (K^+) が SiO_2 膜から放出され、膜中に SiO^- が残ることで荷電される [14]。

3 端子櫛歯の具体的な荷電手順を図 2.15 に示す。まず加熱した状態で静電櫛歯 1 に電圧 (V_l) を印可する (図 2.15(a))。静電櫛歯 2 はグラウンドに接続する。電圧 (V_l) を印可した時点ではエレクトレット膜は荷電されていないので可動部が図中左側に移動する。荷電が進みエレクトレット膜が電位を持つようになると印可された電圧を打ち消していくため可動部は徐々に初期位置に戻っていく (赤矢印)。可動部が初期位置まで戻ったのち (印可した電圧とエレクトレット電位が釣り合ったのち) 冷却することでまず静電櫛歯 1 に任意の電位 (V_l) をもつエレクトレット膜が形成される (図 2.15(b))。

次に静電櫛歯 2 を荷電する。手順は静電櫛歯 1 の時と同様である (図 2.15(c) - 図 2.15(d))。この荷電処理の加熱開始から冷却までの間、静電櫛歯 1 に先ほどと同じ電圧

(V_l) を印可し、静電櫛歯 1 に生じる電界を打ち消した状態とする。これは高温で荷電子が移動することにより静電櫛歯 1 に形成した電位が減少することを防ぐためである。以上のような手順を行うことで両方の静電櫛歯に任意の電位差を形成するエレクトレット膜を形成することができる。

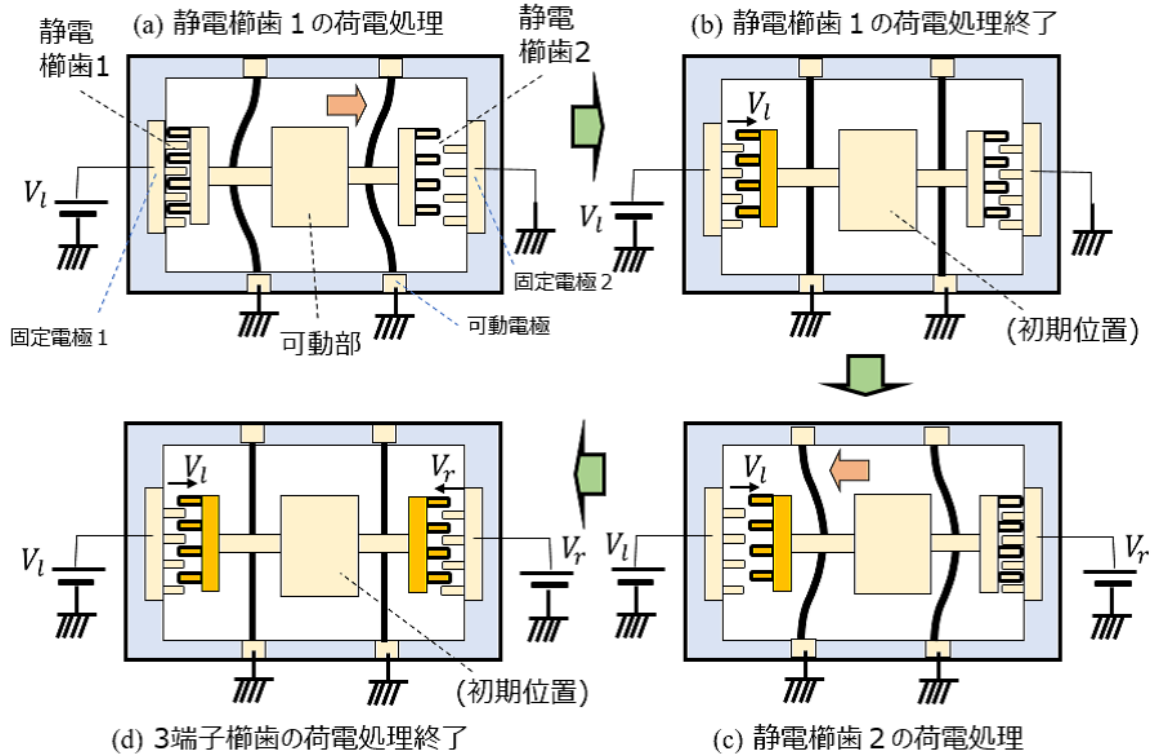


図 2.15: 3 端子櫛歯の荷電処理手順

2.3.3 荷電量の測定

処理が終了したら狙い通りの荷電量が得られたか測定を行う。測定は図 2.16 に示す系で行う。3 端子櫛歯は静電櫛歯が二組あるためまず非測定側 (図では静電櫛歯 2) に外部から電圧を印可し、エレクトレット膜が形成する電界を打ち消す。測定側の静電櫛歯 (静電櫛歯 1) に外部電源により電圧を印可し、その値をだんだん大きくしていく。そうすると初期はエレクトレットによる電界 (静電引力) を打ち消す方向に働くため可動部は荷電前の初期位置に戻っていく。電界を完全に打ち消したとき可動部は初期位置になり、さらに電圧を印可していくと再び静電引力が生じ強まっていく。この動作による静電容量の変化を直流電源に重畳して印可した交流電源から流れる電流量でモニタする。この電流量は nA ~ fA レベルであるため電流量の測定には高い入力インピーダンスを持つ OP-AMP による I-V 変換回路を用いるか、ロックインアンプなどのノイズに強い装置を用いる。

図 2.16 は静電櫛歯 1 を測定する状態となっている。静電櫛歯 2 の測定を行うときは回路を逆にして行う。また、実際には測定開始の状態では静電櫛歯の荷電量が両方とも不明であるため、非測定側のエレクトレット膜による電界を完全に打ち消すことができ

ない。そのため初回の測定は直流電源の値を荷電時と同じにして測定を行う。次にその測定値により先ほど測定した側の電界を打ち消し、他方の荷電量を測定する。これを何度か繰り返すことで正確な荷電量を測定することができる。

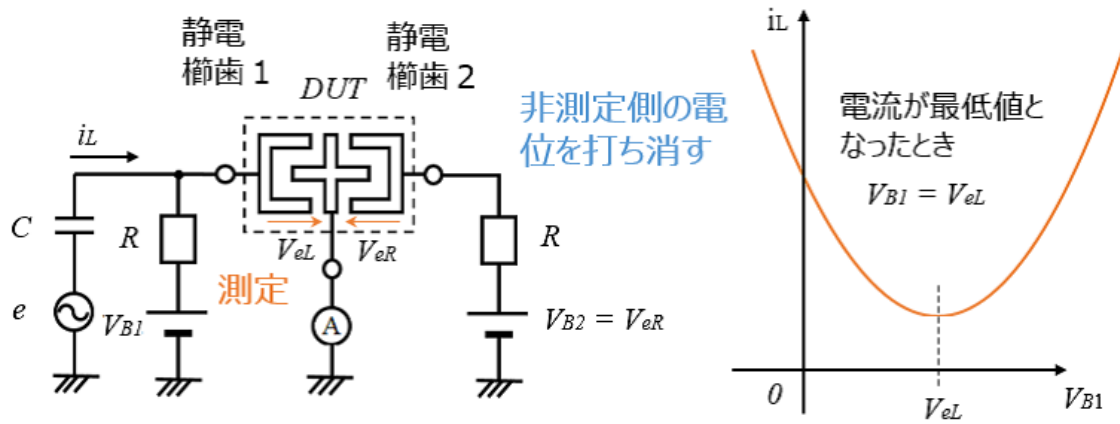


図 2.16: 荷電量の測定

第3章 エレクトレットを用いた双安定 静電櫛歯アクチュエータの開発

この章では3端子櫛歯アクチュエータとカリウムイオンエレクトレットの組み合わせにより機能する新しい双安定静電櫛歯アクチュエータについて説明する。まず、パルス電圧またはステップ電圧を印可したときの双安定櫛歯アクチュエータのスイッチング動作について理論的に解析する。次に製作したデバイスの評価結果について説明する。その結果、試作デバイスの動作はON時電圧 12 V、パルス幅 300 μ s のパルス電圧でスイッチング動作することを実証した。また、ステップ電圧の場合 5 V 以下でスイッチング動作した。実験結果に対し理論を用いた検証を行い、理論と合わなかった部分はフリンジ電界やハードスプリング効果などモデル化する際に考慮に入れてなかった現象を用いて説明することができた。

3.1 従来研究

これまで多くの研究者がマイクロリレー [15–17] や RF スイッチ [18–21] などの MEMS アプリケーションを実現するため、双安定動作をするアクチュエータの研究を行ってきた。まず、双安定動作とはどのようなものかを従来の双安定リレー（ラッチングリレー）を用いて説明する。その模式図を図 3.1 に示す。そのメカニズムは以下のようなものである。コイル A に電流が流れると電磁石が磁化され、鉄片が鉄心に吸着されることで接点 (a) が ON する（図 3.1(b)）。この状態でコイル A の電源を off しても鉄心が反硬質磁性材料の残留磁束により鉄片は鉄心に吸着した状態を維持する（図 3.1(c)）。接点 (b) を ON するときはコイル A とは逆向きにまかれたコイル B に電流を流す。そうすると残留磁束が減り吸引力が弱くなるため、復帰ばねにより接点 (b) が ON する（図 3.1(d)）。接点 (b) は復帰ばねのばね力により状態が維持される（図 3.1(a)）。このように状態の変化の時のみエネルギーを必要とするのが双安定リレーである [22]。状態の維持にエネルギーを使わないのでそうでないスイッチに比べ省電力である。[23]

近年のモバイル機器における低電力デバイスの需要の増加は双安定機械デバイスの重要性を推進しているため、双安定デバイスは商業フェイズに近づいている [24] [25]。双安定機能を持つ MEMS 小型アクチュエータの研究は 1990 年代から報告されている。B. Hälg は静電力により二つの安定状態の間を切り替えることができる座屈した微小ブリッジ構造を用いた双安定機能を示した [26]。座屈した梁の使用は多くの論文でフォローされた。H. Matoba らはバイモルフ熱アクチュエータと座屈カンチレバーを組み合わせで双安定機能を実現した [27]。M. Saif は座屈梁の第 1 モードベースした横方向の力を分析し、与えられた力に対する横方向力と梁の変位の間の閉関数を導出した [?]。M. Sulfridge らは理論的に座屈梁の非線形ダイナミクスの研究を行い、そしてレーザー光の放射圧に

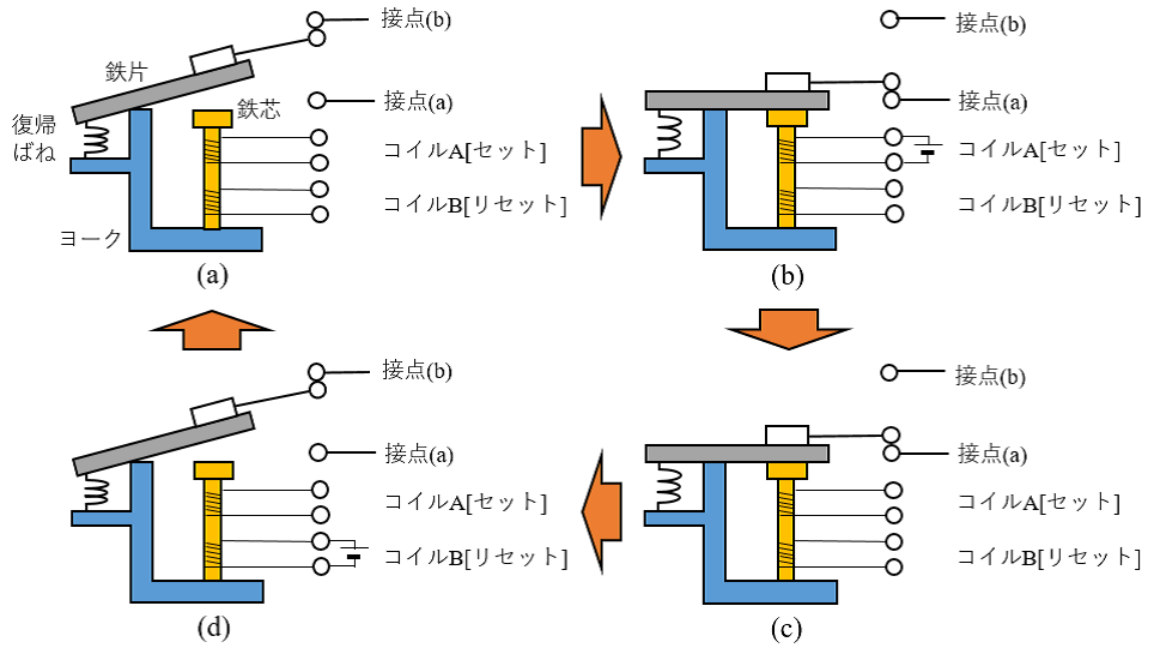


図 3.1: 従来の双安定 (ラッチング) リレーの例。動作の原理について

よる座屈梁の双安定スイッチングにおいて観察される異常現象を説明した [29]。さらに最近、湾曲したマイクロメートルオーダーの梁と静電駆動を組み合わせた双安定 MEMS スイッチが開発された。K. Das と R. C. Batra はそのデバイスのプルインとスナップスルー (飛び移り) の不安定性についての詳細を報告し [30]、S. Krylov らは湾曲したマイクロ梁を用いて双安定機能を示した [31]。また同じ (S. Krylov らの) 研究グループは過渡現象の非線形性を強調し、湾曲した梁構造の特性についての報告に成功した [22]。L. Ruzziconi らは駆動周波数の関数として湾曲した構造のジャンプとプルインの動力学を計算した [32]。H. -W. Huang と Y. -J. Yang は曲がった座屈梁でのプッシュオン-プッシュオフの機構による新しい双安定デバイスを報告した [33]。よく MEMS で用いられる他の双安定の原理は機械的なラッチを採用することである。M. Sterner らはコントロールされた二つの静電アクチュエータで動作する二つのマイクロフック構造により連結及び開放を行う双安定平面スイッチを示した [34]。S. Mao らは安定位置にいるために二つのカンチレバーが互いにフックするスナップタイプの双安定デバイスを報告した [35]。また、W. -M. Zhang により双安定マイクロシステムの包括的なレビューが報告された [36]。

この論文では、1980 年代の終わりにから広く使われるようになった 3 端子櫛歯アクチュエータ [37] を用いたシンプルな双安定静電アクチュエータについて述べる。バネとして 2 重に保持された梁を用い水平方向に動作する。この非線形梁はエネルギーハーベスティングの応用で、高すぎる Q 値を下げ、広帯域化するために用いられている [38,39]。エレクトレットを用いた双安定構成の考え方は、1979 の US Patent(4,163,162) に既に記載されており、そこでは平行平板型のアクチュエータによる構成が示されている [40]。我々は今回の双安定アクチュエータの開発のため、2.3 節にて示した 3 端子櫛歯への荷電方法を開発した [11–13]。エレクトレット膜は wet 酸化法を応用し、カリウムイオンを含んだ SiO_2 膜をシリコン表面に形成した。そして荷電処理により数 μm のギャップを持

つ静電櫛歯間に電位差を形成した。

3.2 双安定動作とデバイスデザインの概要

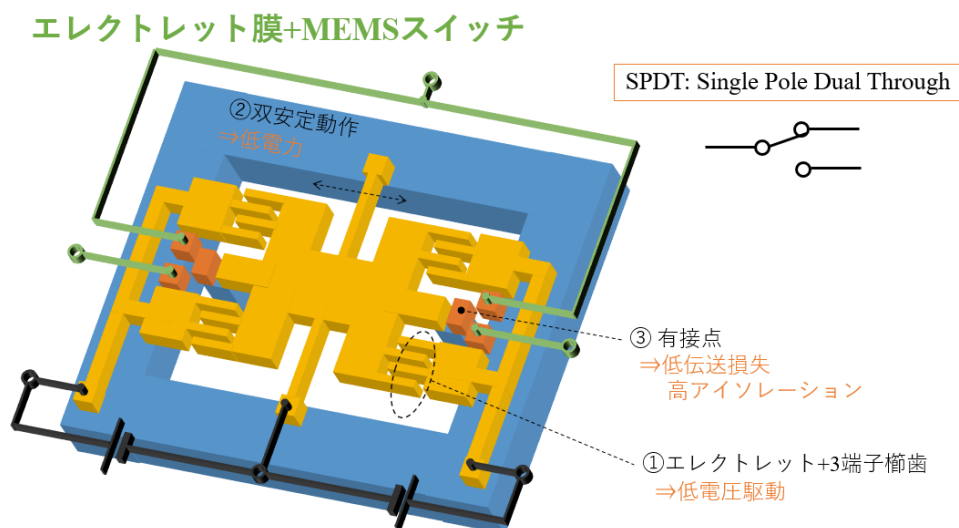


図 3.2: 目標とする MEMS 双安定スイッチング素子の模式図

目標とする MEMS 双安定スイッチング素子の形態を図 3.2 に示した。いわゆる SPDT (Single Pole Dual Through) のスイッチである。2 章で説明したようにエレクトレット膜と 3 端子静電櫛歯を組み合わせることで低い電圧で大きく動かすことが可能である。また、他の RF-MEMS でも見られるように有接点とすることで低伝送損失および高アイソレーションを実現する。さらにこの形状により双安定動作を実現することで低電力素子とする。本形態による双安定動作のメカニズムはこの後で説明する。将来的にこのようなスイッチング素子の開発を目指し、双安定動作にのみフォーカスして評価を実施した。

エレクトレットを付与した 3 端子櫛歯を用いた双安定動作のメカニズムについて説明する。2 つの静電櫛歯は全く同じ形状をしており、またエレクトレット膜により生じる電位差も同じであるとする。エレクトレット電位を持つ櫛歯アクチュエータは印可電圧なしで静的な変位を持ち、可動部はデバイスの右または左のどちらかに引き寄せられる。図 3.3(a) に示すように右側に変位した場合を考える。このとき、左側の静電櫛歯 (静電櫛歯 1) は外れるようにデザインされており、エレクトレットの電位により生じる静電力は極端に小さくなるため無視できる。そのため可動部の変位は右側の静電櫛歯 (静電櫛歯 1) のエレクトレット電位 $-V_E$ により生じる静電力とバネの反力とで決まる (安定点 1)。この状態は外部からのエネルギーなしで保持される。そのためこの状態が安定状態 1 となる。安定状態 1 にあるとき、右側の静電櫛歯に外部から電圧 $V_{BR} = V_E$ を印可すると、エレクトレット電位 $-V_E$ により生じていた静電力がキャンセルされるため、ばねの反力により可動部は左に向かって移動する (図 3.3(b))。ある程度まで移動すると左側の静電櫛歯の櫛歯がかみ合い、左向きの静電力が生じる。右側の静電櫛歯の静電力はキャンセルされているため、可動部は左側の静電櫛歯に生じる静電引力とバネの反力で決まる安定点 2 に移動する (図 3.3(c))。このとき、右側の静電櫛歯は外れており、さき

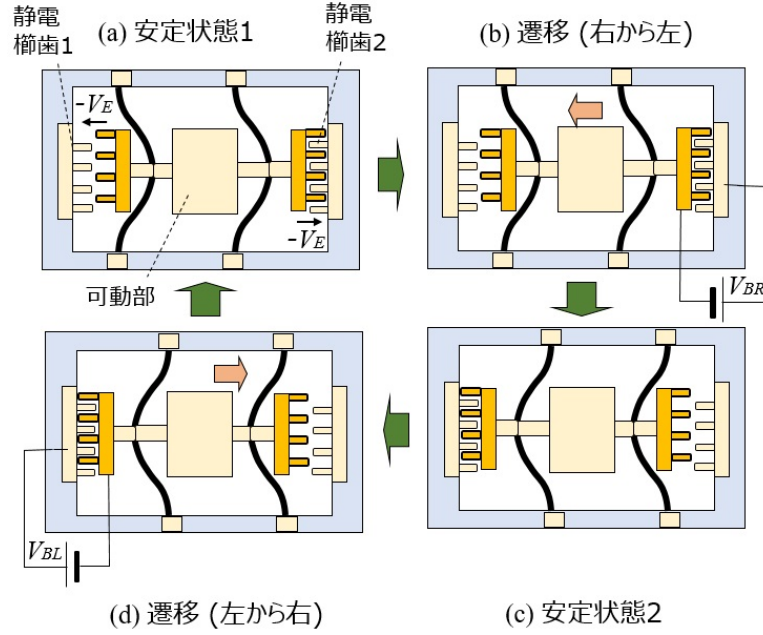


図 3.3: エレクトレット電位を持つ3端子櫛歯アクチュエータを用いた双安定動作の概要

ほどと同様の理由で外部からのエネルギーなしで状態を維持する (安定状態 2)。可動部を左から右へ移動するときは先ほどと同様に左側の静電櫛歯に外部から電圧 $V_{BL} = V_E$ を印可すればよい (図 3.3(d))。このようにしてエレクトレットを付与した3端子櫛歯を双安定動作させることができる。

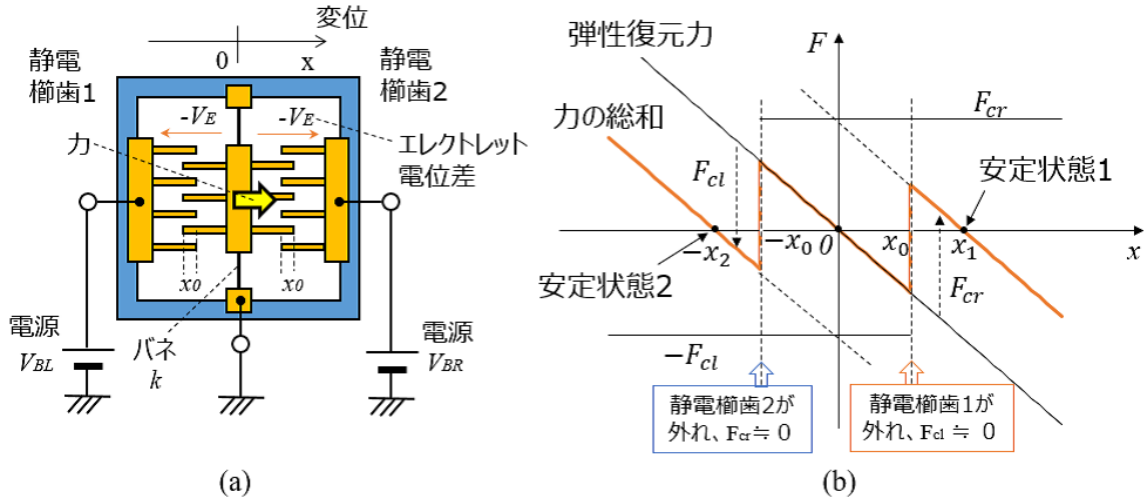


図 3.4: (a) 双安定静電櫛歯のモデル、(b) 可動部の変位 x の関数としての力の図

次にこの双安定動作を力の釣り合いから解析する。双安定静電櫛歯を図 3.4(a) に示すようにモデリングする。先述のとおり、左右の静電櫛歯は同じ形状をしており、エレクトレット膜により生じる電位も $-V_E$ で同じである。このとき、静電櫛歯 1 および 2 で生じる静電力 F_{cl} および F_{cr} は

$$F_{cl} = F_{cr} = \frac{n\epsilon b}{d} V_E^2 \quad (3.1)$$

となる。ここで $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m は真空の誘電率である。また、 n は櫛歯の本数、 b は櫛歯構造の厚さ、そして d は櫛歯間のギャップである (左右の静電櫛歯で同じ)。なお、力の向きは反対である (図中右向きを正とする)。また、基本的に変位 x によらず一定である。しかし、櫛歯の重なり長さは x_0 であるため、変位 x を図のように右向きを正としてとると、 $x \geq x_0$ のとき静電櫛歯 1 の櫛歯が外れるため $F_{cl} \approx 0$ となる。また、 $x \leq -x_0$ のとき静電櫛歯 2 の櫛歯が外れるため $F_{cr} \approx 0$ となるとする。静電力 F_{cr} 、 F_{cl} およびバネの反力 $F_k = -kx$ の変位 x に対する特性を描画すると図 3.4(b) となる。すべての力の総和は図中橙太線で示した。静電櫛歯 2 の静電力 F_{cr} とバネの反力とで決まる安定位置 1 $x = x_1$ と静電櫛歯 1 の静電力 $-F_{cl}$ とバネの反力とで決まる安定位置 2 $x = -x_2$ は以下で与えられる。

$$\begin{cases} F_{cr} - kx_1 = 0, & x_1 = \frac{F_{cr}}{k} \\ -F_{cl} - k(-x_2) = 0, & x_2 = \frac{F_{cl}}{k} \end{cases} \quad (3.2)$$

そして、このアクチュエータでは 3 つ力の平衡ポイント ($x = x_1$ 、 $x = -x_2$ 、 $x = 0$) がある。しかし、実際の双安定スイッチングは非安定平衡点である $x = 0$ ではとどまらず、 x_1 と $-x_2$ の間で行われる。この理由については次の節で説明する。

3.3 スイッチング動作と理論的なスイッチング特性

前節で説明したように、2 つの安定状態の遷移は、グラウンド (共通電位) に対し負の電位を形成するエレクトレット膜を付与した静電櫛歯の (固定) 電極に正の直流電圧を印可することで生じる。この直流電圧は印可した側の静電櫛歯に生じる静電引力を低減させる。これによりスイッチング動作が発生する。この節ではスイッチング動作についてより詳細な解析を行う。まず、スイッチング動作の間エレクトレット電位と同じ大きさの直流電圧を印可し、安定点 1 ($x = x_1$) から安定点 2 ($x = -x_2$) に遷移する場合について検討する。このとき、エレクトレットにより生じていた電位は完全にキャンセルされる。

このときの運動方程式を考える。図 3.5(a) および図 3.5(b) は、可動部へ印加される力と変位の特性および印加した電圧のタイムチャートをそれぞれ示した。時間 $t = 0$ で直流電圧が印可されると可動部に働いていた静電力がなくなるためバネの反力により安定点 1 ($x = x_1$) から左に向かって動き始める。変位 $x = x_0$ に到達すると静電櫛歯 1 がかみ合い、左向き (右向きを正としているので負の向き) の力が生じる。よって可動部の運動方程式は変位によって場合分けされ、

$$\begin{aligned} 0 &= m \frac{d^2x}{dt^2} + r_f \frac{dx}{dt} + kx, & x_1 \leq x < x_0 \\ -\frac{n\epsilon h}{d} V_E^2 &= m \frac{d^2x}{dt^2} + r_f \frac{dx}{dt} + kx, & x_0 \leq x < -x_2 \end{aligned} \quad (3.3)$$

と書ける。さらに以下によって定義される単位ステップ関数を用いると

$$u(t - t_a) = \begin{cases} 0 & (t < t_a) \\ 1 & (t \geq t_a) \end{cases} \quad (3.4)$$

運動方程式は以下のように一つの式で記述される。

$$-\frac{n\epsilon h}{d}V_E^2 u(t - t_1) = m \frac{d^2 x}{dt^2} + r_f \frac{dx}{dt} + kx \quad (3.5)$$

ここで m および r_f はそれぞれ重さおよび粘性抵抗 (ダンピング因子)、 t_1 は安定点 1 ($x = x_1$) から x_0 に到達するまでの時間を示す。図 3.5(a) の青色部分は可動部へ与えられる機械的な仕事を表す。またそれは可動部を加速させるエネルギーでもある。よって可動部の速度は遷移の間中に増加し続ける。式 (3.5) はラプラス変換を用いることにより簡単に解くことができる。そして変位 x は時間 t の関数として得られる。

$$\begin{aligned} x(t) = & x_1 \exp\left(-\frac{\omega_0}{2Q}t\right) \left(\cos \omega_0 t + \frac{1}{2Q} \sin \omega_0 t\right) \\ & - x_2 u(t - t_1) + x_2 \exp\left(-\frac{\omega_0}{2Q}(t - t_1)\right) \\ & \cdot \left[\cos \omega_0(t - t_1) + \frac{1}{2Q} \sin \omega_0(t - t_1)\right] u(t - t_1) \end{aligned} \quad (3.6)$$

ここで ω_0 は共振角速度、 Q は共振時のクオリティファクターである。静電櫛歯アクチュエータは空気中においてさえ比較的大きな Q 値を持つため、共振周波数は減衰係数の影響を受けないと仮定する。さらに、 Q が $1/(2Q) \approx 0$ したがって $\exp\{-\omega_0/(2Q)\} \approx 1$ を満たすのに十分に大きいとすると、式 (3.6) は以下のように単純になる。

$$x(t) = x_1 \cos \omega_0 t - x_2 [1 - \cos \omega_0(t - t_1)] u(t - t_1). \quad (3.7)$$

この式は t_1 において以下のように二つの式に分けることができる。

$$x(t) = \begin{cases} x_1 \cos \omega_0 t, & 0 \leq t < t_1 \\ -x_2 + x_{vir} \sin(\omega_0 t + \theta), & t_1 \leq t \end{cases} \quad (3.8)$$

ここで

$$\begin{aligned} x_{vir} &= \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + 2x_0x_2} \\ \theta &= \tan^{-1} \frac{x_1^2 + x_2x_0}{x_2\sqrt{x_1^2 - x_0^2}} \end{aligned}$$

である。

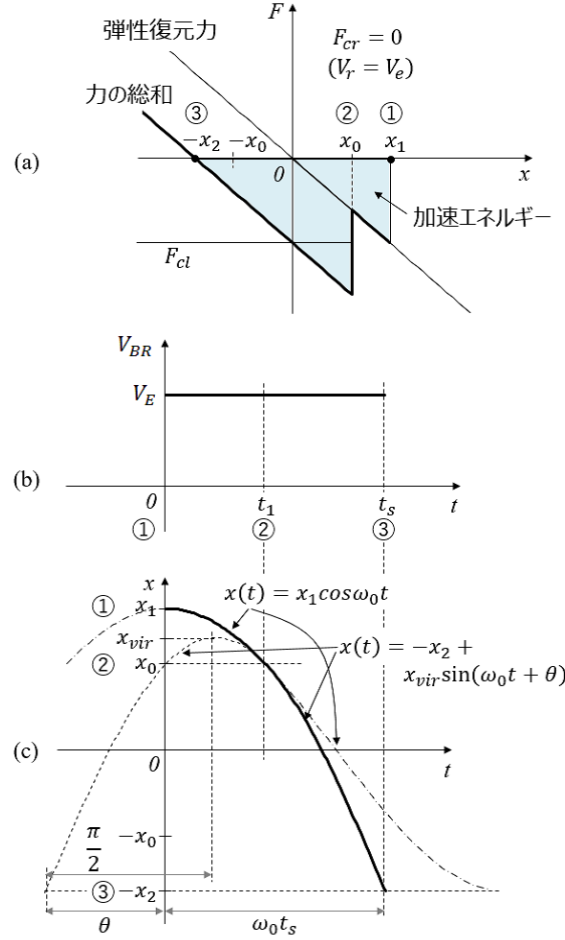


図 3.5: エレクトレット電位と同じ値の電圧を与えたときの双安定アクチュエータのスイッチングイベントの図 (a) 可動部へ与えられる力の図、(b) 印可電圧のタイムチャート、(c) 可動部の軌跡

関数 $x(t)$ は可動部の軌跡であり、図 3.6(c) において太線で示した。可動部が $-x_2$ に到達すると、小さな高調波発信を残し遷移は完了する。次にスイッチング時間 t_s は図 3.6(c) より

$$\omega_0 t_s + \theta = \pi, \quad t_s = \frac{\pi}{\omega_0} - \frac{\theta}{\omega_0} = \frac{1}{2f_0} - \frac{\theta}{2\pi f_0} \quad (3.9)$$

とできる。ここで f_0 は橢歯アクチュエータの共振周波数である。 $t \geq t_1$ において仮想的な振幅である x_{vir} は x_1 と x_2 の和よりも小さくならないので、 θ は必然的に $\pi/2$ よりも小さい値をとる。従って、スイッチング時間は $1/(4f_0)$ より大きくなる。また $1/(4f_0)$ は双安定アクチュエータのスイッチング時間の最短である。なぜならこのとき、 $x_0 = x_1$ となり、図 3.6(a) において青色で示した加速エネルギーを最大化する。

次に、双安定構造の最小スイッチング電圧を解析する。先ほどと同様に減衰効果は無視する。図 3.6 を用いて思考実験を行う。図 3.6(c) に示すように、いま幅 t_1 (t_1 は安定点 1 ($x = x_1$) から x_0 に到達するまでの時間) のパルス電圧を静電橢歯 2 に印加する。これは電圧源から供給されるエネルギーを最小化する。パルスの振幅は以下に示す力の

釣り合いを満足する。

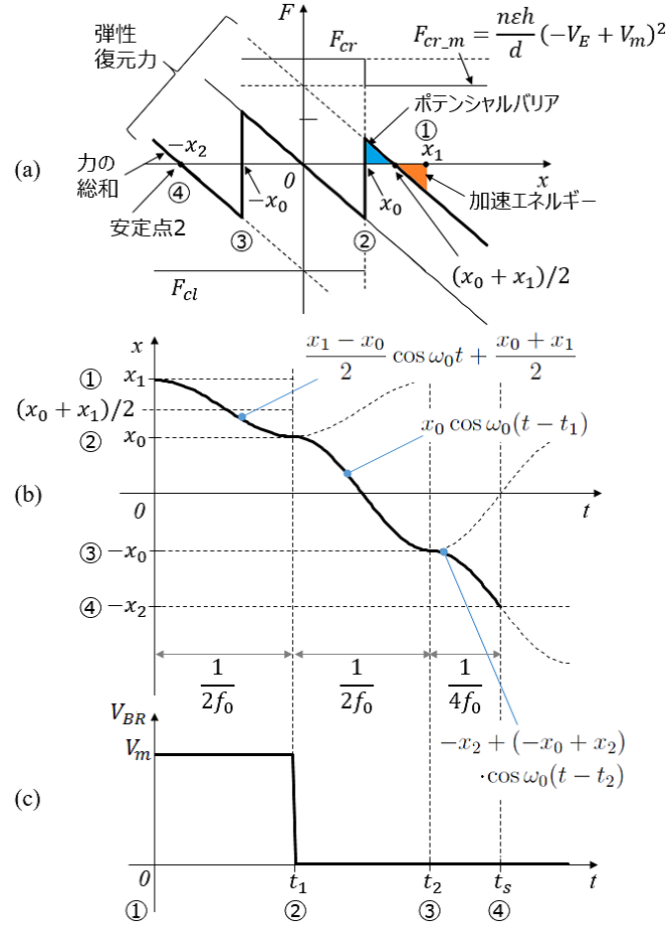


図 3.6: パルス波電圧をインプットした双安定アクチュエータのスイッチングイベントの図 (a) 可動部に働く力の図、(b) 時間の関数としての可動部の軌跡、(c) 入力パルス電圧の波形

$$k \frac{x_0 + x_1}{2} = \frac{n\epsilon h}{d} (-V_E + V_m)^2 \quad (3.10)$$

この操作により、可動部は図 3.6(a) の橙色の領域の加速エネルギーを得る。そのため可動部は左方向に向かって加速されるが、 $(x_0 + x_1)/2$ から x_0 にかけて発生する弾性復元力 (バネの反力) によってすぐに減速される。図 3.6(a) における青色の領域は変位 x_0 を超えないようにポテンシャルバリアとして働く。この動作は $(x_0 + x_1)/2$ を中心とし振幅が $(x_0 + x_1)/2$ である単振動と同じである。従って 変位 $x = x_1$ から x_0 への可動部の軌跡はコサインカーブで表される。そして位置 x_1 から x_0 への移動に $1/(2f_0)$ ($= t_1$) にかかる。ここで f_0 は共振周波数である。この操作において、可動部の速度は x_0 において一度ゼロになる。しかし加速エネルギーが障壁よりも少しでも大きいならば、可動部は反対の双安定点に向かって再び加速される。

x_0 点を通過した後の動きは、再び振幅 x_0 をもつ単振動を開始する。そして可動部は図 3.6(b) に図示する通り、 x_0 から $1/(2f_0)$ の時間をかけて $-x_0$ に到達する。その

後、可動部は再び加速され、 $-x_0$ と $-x_2$ の間の領域において、中心を $-x_2$ とし、振幅 $(x_2 - x_0)$ を持つ単振動になる。それは図 3.6(b) に示すように $-x_0$ から $-x_2$ へ動くのに $1/(4f_0)$ の時間がかかる。従って、安定状態 1 から状態 2 への遷移のトータル時間はこの操作において $5/(4f_0)$ である。

もしパルスの印加電圧が式 (3.10) により決まる値よりも小さい場合、またはその幅が $t_1 = 1/(2f_0)$ よりも小さい場合、加速エネルギーはポテンシャルバリアよりも小さくなるため、可動部は x_1 から x_0 へ到達できない。従って、このパルス波はこの双安定アクチュエータを動作させるための最小のスウィッチング電圧と持続時間を与える。なお、この図中青色で示したポテンシャルバリアを超えた後で得られる加速エネルギーとポテンシャルバリアは現在の設計において同じ大きさである。よって青色で示したポテンシャルバリアを超えた時点で可動部は $x = 0$ を通過し $-x_2$ に至る。パルス電圧ではなくステップ電圧を与えたときも同様に通り過ぎる。このため $x = 0$ は安定点にならない。

ここで検証のため最小スウィッチング電圧となるときの変位の関数を運動方程式から導く。可動部の運動方程式は変位によって 3 つに場合分けされる。

$$\begin{aligned} \frac{n\epsilon h}{d}(-V_E + V_m)^2 &= m \frac{d^2 x}{dt^2} + r_f \frac{dx}{dt} + kx, & x_1 \leq x < x_0 \\ 0 &= m \frac{d^2 x}{dt^2} + r_f \frac{dx}{dt} + kx, & x_0 \leq x < -x_0 \\ -\frac{n\epsilon h}{d}V_E^2 &= m \frac{d^2 x}{dt^2} + r_f \frac{dx}{dt} + kx, & -x_0 \leq x < x_0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

同様に式 (3.4) で定義した単位ステップ関数を用いることで運動方程式は 1 つの式で記述できる。

$$\frac{n\epsilon h}{d}(-V_E + V_m)^2 \{u(t) - u(t - t_1)\} - \frac{n\epsilon h}{d}V_E^2 u(t - t_2) = m \frac{d^2 x}{dt^2} + r_f \frac{dx}{dt} + kx \quad (3.12)$$

ここで t_1 は安定点 1 ($x = x_1$) から x_0 に到達するまでの時間であり、 t_2 は x_0 から $-x_0$ に到達するまでの時間である。式 (3.12) を解くことで時間に対する変位 x の関数が得られる。

$$\begin{aligned} x(t) = & \left\{ \frac{x_1 - x_0}{2} \cos \omega_0 t + \frac{x_0 + x_1}{2} \right\} \{u(t) - u(t - t_1)\} \\ & + \{x_0 \cos \omega_0(t - t_1)\} \{u(t - t_1) - u(t - t_2)\} \\ & + \{-x_2 + (-x_0 + x_2) \cos \omega_0(t - t_2)\} u(t - t_2) \end{aligned} \quad (3.13)$$

従って、数式面からも先述の内容について検証することができた。

また、可動部に負の電位を印加しても同じ動作が得られる。負の直流電圧を印加している間、両側の櫛歯櫛歯において静電力が低下するが、可動部が x_0 から $-x_2$ の間では電位差が零になるので、結局図 3.6 に示した特性とほぼ同じ特性が得られる。左右の櫛歯アクチュエータの特性が等しければ、push-on、push-off 動作が得られる。

なお、繰り返しになるがここまでの解析は、境界のポテンシャルバリアの特性は対向する櫛歯が解除される (櫛歯が外れる) $x = x_0$ の点で非常にシャープであることを前提とした。しかし実際のデバイスでは、境界におけるポテンシャルバリアの特性はフリンジ電界により丸みを帯びる。フリンジ電界の影響については次の節で詳しく検討する。

3.4 実験の結果と検討

3.4.1 デバイスデザインと製作

機械的なスイッチにとって重要な設計パラメータはスイッチング時間と電圧である。前のセクションで説明したように、前者 (スイッチング時間) は可動部の共振周波数に強く関係し、後者 (電圧) は初期の櫛歯重なり x_0 とエレクトレットの荷電電圧によって作られる初期変位 x_1 に関連する。図に示すように、理論的な最小スイッチング電圧 V_m は x_0 と x_1 が接近するようにデザインするとき小さくなる。しかしながら、それはポテンシャル障壁を低減し、平衡点の安定性が低下する。3 端子櫛歯アクチュエータの設計パラメータは表 3.1 にリストした。

表 3.1: 製作した双安定 3 端子櫛歯アクチュエータのデザインパラメータ

初期重なり長さ	x_0	5	μm
櫛歯本数	n	360	pair
厚さ	h	25	μm
櫛歯間のギャップ	d	2	μm
バネ定数	k	40.9	N/m
おもり	m	3.11×10^{-7}	kg
共振周波数	f_0	1.82	kHz
荷電電圧	V_e	135	V
初期変位	x_1	14	μm
最小スイッチング電圧	V_m	16	V
最小パルス幅	t_1	274	μs

前節に示した式を用いると、パルス電圧を印可したときの理論的なスイッチング時間と最低スイッチング電圧は $687 \mu\text{s}$ および 16 V となる。大きな変位を確保することとバネのハードスプリング効果を避けるため、2 重の折り返し梁で可動部を吊った。

デバイスは $25 \mu\text{m}$ の活性層、 $1 \mu\text{m}$ の BOX 層、 $500 \mu\text{m}$ のハンドル層を持つ SOI (Silicon On Insulator) ウェハを用いて製作した。最初に、 100 nm 厚さの SiN (Silicon Nitride) 膜を LP-CVD (Low Pressure Chemical Vapor Deposition) によりウェハ上に堆積した。そして電極パッドエリアにパターニングした。SiN パターンはエレクトレット膜を形成する際の熱酸化に対抗するマスクとして用いた。その後、デバイスは従来の MEMS 製造プロセスにより形成された。3 端子静電櫛歯へのエレクトレット膜の製膜と荷電処理は

2.3 節に示した方法で実施した。エレクトレット膜の製膜処理により $3 \times 10^{-17}/\text{cm}^3$ 以上のカリウムイオンが SiO_2 膜中へ導入された。その後、荷電処理を行った。両方の静電櫛歯へ 135 V を印可した。

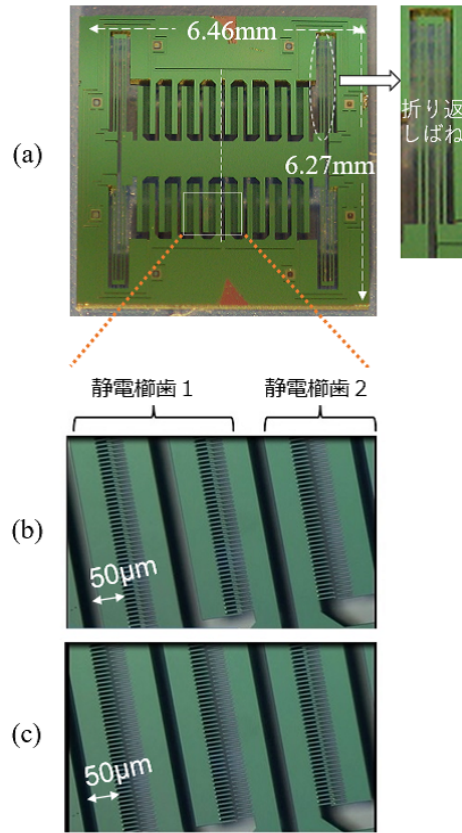


図 3.7: (a) 製作したデバイス (b) 安定状態 1 の写真 (c) 安定状態 2 の写真

図 3.7(a) は製作した双安定アクチュエータの写真を示す。図 3.7(b) において可動部は安定点 1 に位置している。一方、図 3.7(c) は安定点 2 である。3.2 節で説明したように直流電圧を印可することにより遷移が行われる。スイッチング距離は約 $28 \mu\text{m}$ であった。図 3.8 は製作した双安定アクチュエータの荷電電圧の測定結果を示す。3 端子静電櫛歯の荷電電圧測定の方法は 2.3.3 に示した。静電容量の変化をモニタするため、20 kHz、 $0.1 V_{\text{pp}}$ の信号を用いた。信号の周波数は櫛歯アクチュエータの共振周波数より非常に大きいため、AC 信号はデバイスの動作に影響を与えない。図 3.8 に示すように、両方の静電櫛歯において荷電処理時に印可した電圧と同じ大きさの 135 V の荷電が得られた。

図 3.9 は静電櫛歯 1 のアドミタンスカーブを示す。静電櫛歯 2 の引力をキャンセルするために、エレクトレット膜の荷電電位 (135 V) と同じ電圧を外部電源により印可した。アドミタンスカーブの最大のピークは 1.64 kHz で見られた。これは振動方向 (x) の共振周波数である。表 3.1 に示した設計値 (1.82 kHz) よりも小さくなっているが、これはプロセス時にバネ構造に小さなアンダーエッジが生じたためであると考えられる。測定した共振周波数を用いると、最低スイッチング電圧操作時のスイッチング時間は計算から $762 \mu\text{s}$ となる。1.69 kHz に見られる小さな共振ピークは、シミュレーションによる解析の結果 z 方向の回転共振ピークであると考えられる。表 3.1 のパラメータを用いた構造体の有限要素解析によると、面内 x 方向モードの周波数が 1.71 kHz に、 z 方向の

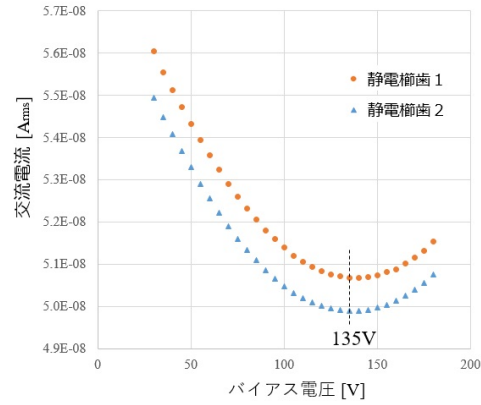


図 3.8: 荷電電圧測定結果

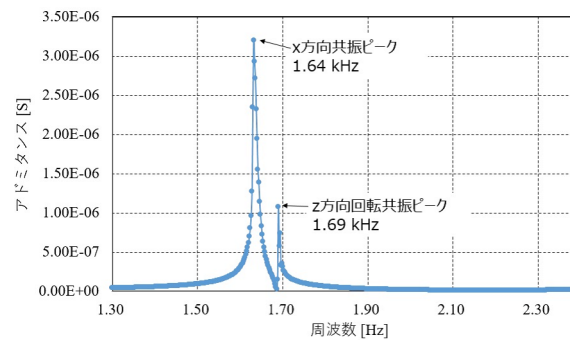


図 3.9: 静電櫛歯 1 のアドミタンスカーブ

回転共振モードの周波数は 1.84 kHz に現れた。

3.4.2 スイッチング特性の測定

スイッチング時間を測定するために、図 3.10 に示す実験系を組んだ。デバイスを左の安定点にある状態にし、パルスまたはステップ電圧を左側の静電櫛歯に印可し、スイッチング動作前後の右側の静電容量の変化を観察した。この観察のため、右側の静電櫛歯には固定電極から交流電流が流れるようにしてあり、その電流を I-V コンバータで電圧に変換しオシロスコープに入力した。静電容量が大きくなると、オシロスコープで観察される波形も大きくなる。交流電源は 70 kHz、0.2 V_{pp} とした。測定の時間分解能はこの信号の周期 (=周波数) に依存するため、I-V コンバータの性能限界付近の周波数を用いた。I-V コンバータの変換係数は 10^{-6} A / V とした。可動部が左の安定点から右の安定点に移動すると右側の静電櫛歯の容量が上がり振幅が上がる。このオシロスコープの波形からスイッチング時間 t_s を測定した。なお、左側の櫛歯アクチュエータに印可したスイッチング電圧はオシロスコープのトリガーとしても利用した。

まず、パルス電圧を印可したときのスイッチング時間を調べた。図 3.6(c) によると、双安定アクチュエータを動作させるために要求される最小パルス幅は $1/(2f_0)$ であった。測定した共振周波数を用いると 約 300 μ s である。図 3.11 は、パルス幅 200 μ s、250 μ s、300 μ s のワンショットパルスを印可したときに測定されたスイッチング時間を示す。パルス電圧を大きくしたとき、スイッチング時間は短くなった。図 3.6 (a) に示す

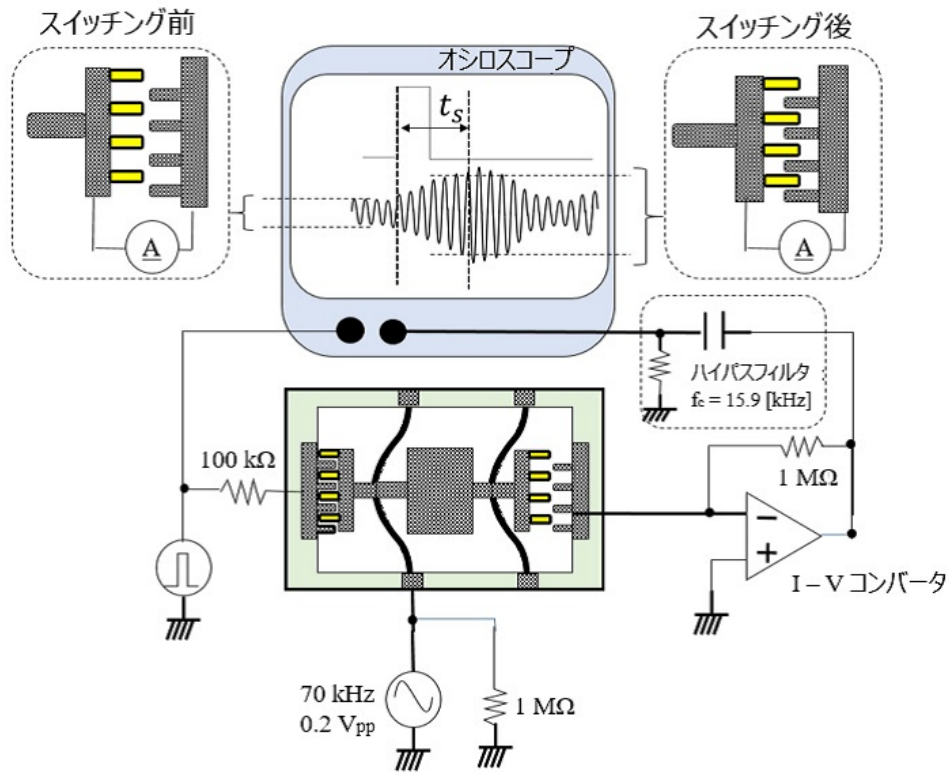


図 3.10: スイッチング時間の測定系

ように、大きなパルス電圧を与えることで大きな加速エネルギーが得られ、そのためスイッチング時間が短くなる。測定された共振周波数から算出される最大スイッチング時間は $762 \mu\text{s}$ であり、図 3.11 中に示した。しかし、実験ではそれよりも長いスイッチング時間も見られた。それはパルス電圧 12 V 、パルス幅 $250 \mu\text{s}$ の場合と、パルス電圧 14 V 、パルス幅 $250 \mu\text{s}$ の場合であった。パルス電圧 12 V 以下ではスイッチング動作は起きなかった。実験結果は前節において解析した理論とよく一致した。携帯電話の RF スイッチなどの応用においては早いスイッチング時間が要求される。これまでも述べたように共振周波数 f_0 を大きくすることでスイッチング時間を短くすることは可能である。しかし、それは変位量とトレードオフであり、共振周波数を置きくするとスイッチ素子で重要な特性であるアイソレーションが下がってしまう。Medina らは約 60 kHz の共振周波数の曲がった梁を使用した $100 \mu\text{s}$ 以下のスイッチングタイムを持つ双安定アクチュエータについて最近報告した。これはよい参照となる。

次に、ステップ電圧を印加したときのスイッチング時間を測定した。その結果を図 3.12 に示す。スイッチング動作は 5 V 以下のステップ電圧で観察された。スイッチングのための最小電圧は式 (3.10) から 16 V になると計算された。この差は楕歯電極のフリンジ電界の影響であると考えられる。次の 3.4.3 にて詳細を説明する。

3.4.3 フリンジ力およびハードスプリングの影響の考察

3.3 節において、対抗する楕歯電極がお互いに重なり合うときのみ静電引力が作用するものと仮定した。しかし、実際の楕歯電極はフリンジ電界のため、電極が重なり合っ

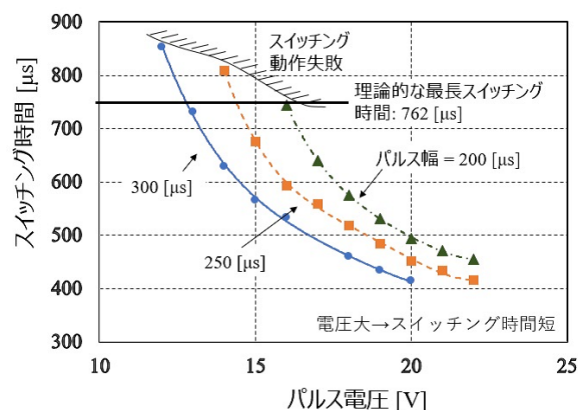


図 3.11: パルス電圧印可時のスイッチング時間の評価結果

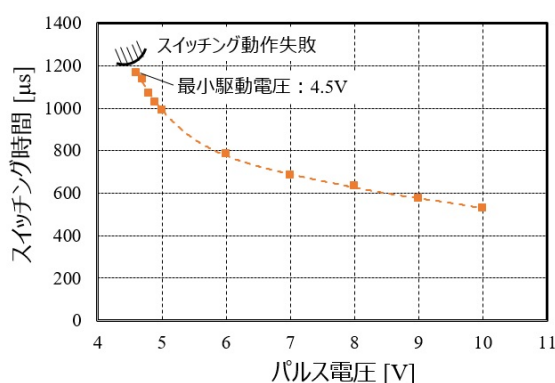


図 3.12: ステップ電圧印可時のスイッチング時間の評価結果

ていないときでも静電引力は生じる。フリンジ力は対向する電極との距離が離れるにつれて小さくなる。そして静電引力もまた互いの距離に反比例する。図 3.13 に可動部に作用する力の変位特性に対し、フリンジ力の影響を考慮した場合とバネの非線形性（ハードスプリング効果）の影響を考慮した場合の図を示す。両方の場合に対し、ポテンシャルバリアの減少および安定点のわずかな移動も見られる。両者の決定的な違いは安定点における力の傾きである。フリンジ効果の影響がある場合、元の傾きよりも傾きが小さくなる。バネの非線形効果の影響がある場合は逆に傾きが大きくなる。つまり安定点において、フリンジ効果の影響がある場合はこのソフトスプリング効果により共振周波数が小さくなり、バネの非線形効果の影響がある場合はハードスプリング効果により共振周波数が大きくなる。実験の結果、右側安定点にあるときデバイスの共振周波数は 1.24 kHz であり初期の共振周波数値よりも小さくなった。これからフリンジ効果の影響が大きいといえる。この周波数を用いて最長スイッチング時間 ($5/(4f_0)$) を計算すると約 1 ms となる。これは図 3.12 の 小さい電圧でのスイッチング時間とよく一致する。このようにフリンジ効果の影響を評価するために、スイッチング動作後の共振周波数の変化（減少）を観察することはよい参照となる。

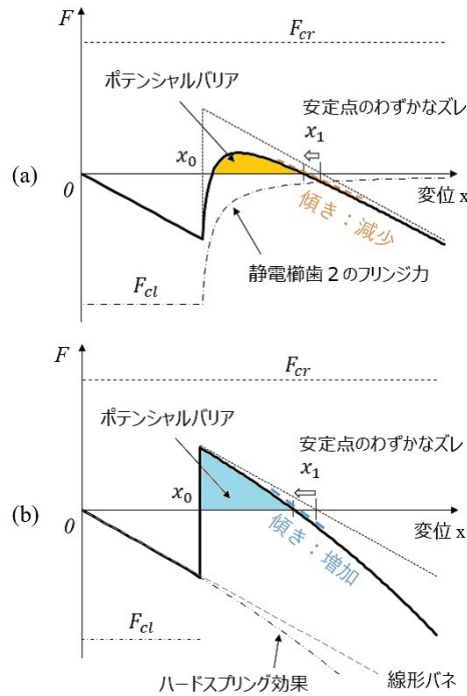


図 3.13: 可動部に作用する力の変位特性に対する、(a) フリンジ力の影響、(b) バネの非線形効果の影響

3.4.4 スイッチングエネルギー

モバイル機器の応用を考えた場合、スイッチングエネルギーはできるだけ小さいほうが望ましい。3端子櫛歯を用いた双安定静電アクチュエータの場合、スイッチングエネルギーは主にどちらか一つの安定位置においてバネ構造に蓄えられた運動エネルギーに依存する。変位の座屈を用いた双安定素子の場合、比較的大きな変位が用いられスイッチング動作にも大きなエネルギーが必要となる。そのため、大電流を流し熱膨張により動作する素子を使用される。例えば Nordquist らは熱アクチュエータの操作に、電源から 5 V、35 A を 500 μ s 印可し 8.75×10^{-5} J のエネルギーを用いた [20]。一方、3端子櫛歯を用いた双安定静電アクチュエータでは、線形ばねの範囲でスイッチング動作するように設計されている。そのため、最小スイッチングエネルギーは図 3.6(a) の青色部分で示したポテンシャルバリアのエネルギーから計算して、 4.14×10^{-10} J となる。寄生容量を充電するのに必要な余分な電力を考慮したとしても、3端子櫛歯を用いた双安定静電アクチュエータのスイッチングエネルギーは小さく、省電力の点で有益である。

3.5 結論

我々はシリコンで作られた 3 端子静電櫛歯アクチュエータを用いて、双安定機能を開発した。エレクトレット膜としてカリウムイオンをドーブした SiO_2 膜を用い、3 端子櫛歯の二つの静電櫛歯に対し任意の電位差を与えるプロセスを得た。二つの安定状態間の遷移によるスイッチング動作は理論的に解析し、最小スイッチング時間および最小スイッチング電圧の式を導出した。そして、我々は理論を基に双安定櫛歯アクチュエータ

をデザイン、製作し、パルス電圧およびステップ電圧を印可したときのスイッチング時間を計測した。パルス電圧を印可した場合の最小スイッチング電圧は 12 V (パルス幅 300 μs) であり、このときのスイッチング時間は約 850 μs であった。この結果はスイッチング動作の理論的な解析結果とよく一致した。ただし、このスイッチング時間は決して早くなく、携帯電話のスイッチング回路に用いられている RF スイッチなどの用途を考えた場合スイッチング時間の短縮が必要となる。しかし、スイッチング時間を短縮するため共振周波数を大きくすると、トレードオフで変位が小さくなりアイソレーション特性が下がってしまう。Medina らは約 60 kHz の共振周波数で 100 μs 以下のスイッチング時間のをもつ双安定アクチュエータについて報告した。このスイッチング時間はよいリファレンスになる。ステップ電圧を印可したとき、5V 以下でスイッチング動作した。この値はポータブル機器のバッテリーで駆動する。櫛歯電極間に作用するフリンジ電界は、スイッチング特性に影響を与えているので双安定櫛歯アクチュエータの高精度設計理論を確立する必要がある。

第4章 エレクトレットを用いたMEMS 静電誘導変圧器の開発

この章では3端子櫛歯アクチュエータとカリウムイオンエレクトレットの組み合わせにより機能する新しいもう一つのデバイスとしてMEMS 静電誘導変圧器について報告する。デバイスの共振周波数をもつ交流信号が入力側の櫛歯電極に印可されたとき、可動部は共振振動子、出力側の櫛歯電極に静電誘導電荷を生成する。誘導された電荷は出力電流となる。適切に入力側および出力側櫛歯の力係数の値と比率をデザインすることで、デバイスは最適負荷条件で 90 % 以上の高効率電流増幅の変圧器として動作する。

4.1 従来研究

現代の生活において変圧器は重要な役割を持っている。それらは(送電線による)電力伝送から電子デバイスへの電力供給など幅広い応用において用いられている [41,42]。近年のポータブル機器の広がりに伴い、電子回路における小型化、省電力化が促進されており [43–45]、任意のレベルへ電池の出力電圧を変換することができ、小型、軽量、高効率の変圧器の必要性が増大している。

1年あたり1億以上ものネットワークへ接続するセンサーを消費するトリリオンセンサ社会やIOT(Internet of Thing: モノのインターネット)などの [46–49] の最近の技術的な議論において、そのようなセンサネットワーク素子への電力供給は重要度を増しており、そのため環境振動や廃熱などの無視されていたエネルギー源から電力を取得するエナジーハーベスティングデバイスの研究開発が加速している [50–52]。

静電誘導による振動発電素子は機械的に振動するバネ-マス系から電力を生成する。振動から電力を生み出すいくつかの原理において有望である。[53]。一方で容量性電子デバイスの性質のために、それを用いた発電機は一般的には大きな出力インピーダンスを持ち、出力電圧は数十Vと大きく、電流は数 μ A と小さい。[54,55]。発電した電力を活用するためには、高い(エネルギー変換)効率で電圧を数Vレベルへ落とし、電流レベルを増加させる必要がある。しかし、パワースpekトル的に多くの環境振動が存在する 100 Hz 以下 [54–57] というとても低い周波数において、容量性デバイスに対する大きなインピーダンスミスマッチングのために電磁誘導タイプの変圧は適合しない。

このような状況の視点から、我々は、静電誘導型のエナジーハーベスターに対し使用できるMEMS 変圧器の開発を開始した。幾人かの研究者が報告した単純な静電型変圧器とは異なり [58–62]、我々は櫛歯駆動機構と新しく開発した高密度エレクトレット(誘電体膜に永続的に電荷を保持するもの)を組み合わせるにより変換性能を強化した。MEMS プロセスにより製作した電極上にカリウムイオンを混入したSiO₂膜を熱成長させた。それは対向する櫛歯ペアのエアギャップを横切って電氣的に分極する素材とする

ことができた。我々の研究室では構造の寸法とカリウムのドーピング濃度により電極間の電位差を自由にデザインすることに成功した。そして 380 V もの高いエレクトレット膜電位を形成した [13]。

従来の MEMS 変圧器において、外部バイアス電圧は対向電極に電荷を誘導するために必要であった。我々のデバイスでは、バイアス電圧はエレクトレットが形成する電位差により等価的に置き換えることができ、そのため外部に直流電圧を必要としない。線形等価回路理論により [63]、3 端子静電櫛歯は理想的な 3 ポート変圧器として動作することが明らかになった。入力インピーダンスを大きく設計することができるため、開発した静電型変圧器は静電型振動エネルギーハーベスターの負荷として好適である。そして静電誘導変圧器は高効率で（高電流変換係数、低電圧変換係数の）降圧ができるため、エネルギーハーベスターの出力インピーダンスを低下させる。

この論文において、3 端子静電櫛歯とエレクトレット膜を組み合わせた MEMS 静電変圧器の分析モデルについて報告する。電力変換効率および電圧・電流変換係数を理論的に解析した。分析的モデルの理論的な性能予測の精度を評価するため、デバイスの評価の結果と照らし合わせた。そして、静電エネルギーハーベスター向けの高効率変圧器のデザインのガイドラインを示した。

4.2 実験方法

4.2.1 理論式の導出

図 4.1 は変圧器として動作する 3 端子櫛歯アクチュエータの分析用モデルの上面図を示す。櫛歯アクチュエータは共通電極に接続されているバネ構造で吊られた可動部（おもり）の両端に位置する。変圧器として動作させる場合、AC 信号を左側の櫛歯アクチュエータの固定電極に印可し、そして出力信号を右側の櫛歯電極の固定電極から読み取る。共通電極はグラウンドに接続する。小さな AC 信号を印可したとき、このモデルの線形運動方程式は 2 章 式 (2.56) に示したように以下のように書ける [11, 14, 64]。

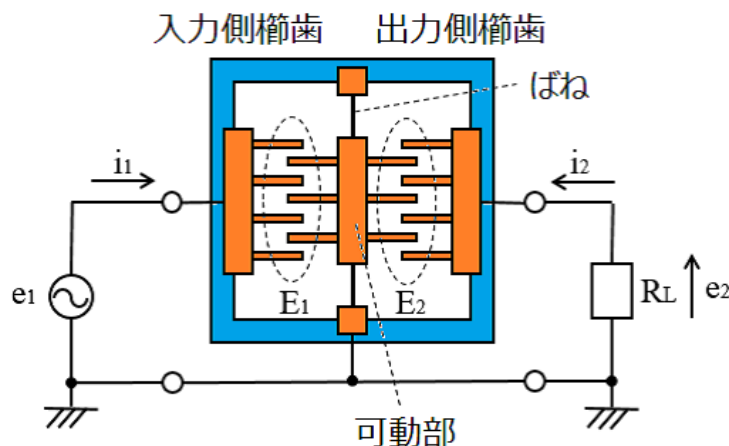


図 4.1: 3 端子静電櫛歯を用いた変圧器の分析モデル

$$\begin{bmatrix} f \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_m & -A & B \\ A & j\omega C_1 & 0 \\ -B & 0 & j\omega C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$Z_m = r_f + j\omega m + \frac{k}{j\omega}, \quad A = \frac{C_1 E_1}{X_1}, \quad B = \frac{C_2 E_2}{X_2}$$

ここで f は可動部に印可される外力、 Z_m は可動部の機械的なインピーダンスである。 A および B はそれぞれ左および右の橈歯アクチュエータの力係数である。電圧 e_1 および e_2 は入力/出力される AC 電圧、 i_1 および i_2 は入力/出力される AC 電流、 C_1 および C_2 は初期状態での入力側/出力側の橈歯アクチュエータの静電容量である。さらに r_f は粘性抵抗、 m は共振子の有効質量、 k はバネ定数である。 E_1 および E_2 は入力側/出力側の橈歯アクチュエータにおいて対向する橈歯電極間に生じる電位差である。 X_1 および X_2 は入力側/出力側の対向する橈歯の歯のオーバーラップしている長さである。図 4.1 に示すように電流及び電圧の基準位相方向を定めると、出力電圧 e_2 は以下のように書ける。

$$e_2 = -R_L i_2 \quad (4.2)$$

ここで R_L は負荷抵抗である。

外力が存在しないと ($f = 0$) であり、入力される信号が共振周波数であると仮定する ($Z_m = r_f$) と電圧変換係数 G_v と電流変換係数 G_i は式 (4.2) を式 (4.1) に代入することで得られ、

$$G_v = \frac{|e_2|}{|e_1|} = \frac{A}{B} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{r_f}{R_L B^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega C_2 r_f}{B^2}\right)^2}} \quad (4.3)$$

$$G_i = \frac{|i_2|}{|i_1|} = \frac{B}{A} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2 C_1 C_2 R_L r_f}{A^2}\right)^2 + \left\{\omega C_2 R_L + \frac{\omega C_1}{A^2} (r_f + B^2 R_L)\right\}^2}} \quad (4.4)$$

と書ける。一方、有効電力の変換効率 η_e は入力有効電力 P_i と出力有効電力 P_o の比として定義され、

$$\begin{aligned} \eta_e &= \frac{P_o}{P_i} \times 100 = \frac{B^2 R_L}{r_f + B^2 R_L + \omega^2 C_2^2 R_L^2 r_f} \times 100 \\ &= \frac{1}{1 + \frac{r_f}{B^2} \left(\frac{1}{R_L} + \omega^2 C_2^2 R_L\right)} \times 100 \end{aligned} \quad (4.5)$$

と書ける。さらに以下の条件式

$$1 \gg \frac{r_f}{B^2} \left(\frac{1}{R_L} + \omega^2 C_2^2 R_L \right) \quad (4.6)$$

が成り立つとき、電力効率はほぼ 100 % に達する。ここで式 (4.6) を注意してみると、出力側櫛歯電極の力係数である B の二乗の逆数が含まれているが、一方入力側の櫛歯アクチュエータの力係数 A は含まれていない。昇圧する場合は、 B は A よりも小さい必要がある。一方、降圧する場合は B は A よりも大きい必要がある。さらに、降圧は式 (4.6) から有効電力変換効率を大きくすることに適していることがいえる。

r_f の値は振動子の Q 値と依存し、真空にすると小さくなる。一般的には 10^{-4} オーダーかそれ以下である。式 (4.6) の括弧で囲まれた項において、最初の R_L の逆数の項が支配的である。そのため高効率の電力変換のため、 B の二乗の値は $r_f R_L$ よりも大きくなるように設計するべきである。これ以降、静電型振動発電機の用途を想定し降圧の変換にフォーカスして説明する。

4.2.2 設計とデバイスの製作

電圧・電流の変換係数および電力の変換効率の評価を行うために、3 端子櫛歯アクチュエータを設計し、そしてシリコンのマイクロファブリケーションプロセスにより製作した。図 4.2(a) には製作した静電型変圧器の写真を示す。図 4.2(b) と図 4.2(c) はそれぞれ、バネと櫛歯の SEM(Scanning Electron Microscope) の画像である。SOI(Silicon On Insulator) 基板としてデバイス層 $50 \mu\text{m}$ 、中間酸化膜層 $2 \mu\text{m}$ のウェハを用いた。各設計寸法やパラメータは表 4.1 に記載した。降圧変換向けのこのデザインにおいて、Com A は入力側の静電櫛歯であり、そしてその力係数 A は出力側静電櫛歯の力係数 B よりも小さい。したがって、図 4.2(a) に示すように Com A は Comb B のエリアよりも小さくした。電流変換の比率と変換効率は最適な条件 (共振状態、真空下、最適負荷抵抗) においてそれぞれ 4.8 および 96 % となる計算である。

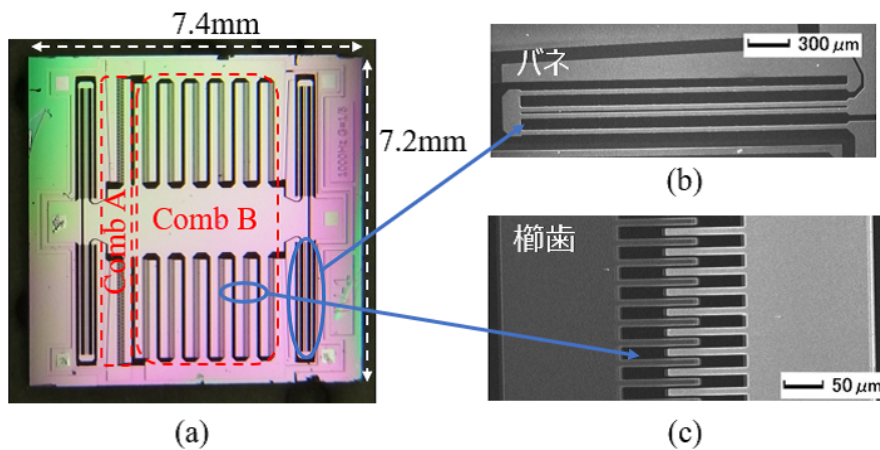


図 4.2: (a) 製作した静電型変圧器の写真。(b) バネ、(c) 櫛歯の拡大 SEM イメージ

3 端子櫛歯へのカリウムイオンエレクトレットの製作方法の詳細は 2.3 節に示した。そのためここでは本静電型変圧器のエレクトレット膜の形成方法を短く述べる。ディープ

表 4.1: 設計値とパラメータのリスト

Item	Value	Unit
サイズ	$7.2 \times 7.4 \times 0.4$	mm
共振周波数	1.00	kHz
バネ定数	66.4	N/m
重さ (可動部)	1.68×10^{-6}	kg
Comb A		
力係数	2.36×10^{-6}	Coulomb/m
エレクトレット電位	200	V
櫛歯間容量	4.72×10^{-13}	F
櫛歯の重なり長さ	40.0×10^{-6}	m
Comb B		
力係数	1.18×10^{-5}	Coulomb/m
エレクトレット電位	40.0	V
櫛歯間容量	1.18×10^{-11}	F
櫛歯の重なり長さ s	40.0×10^{-6}	m

シリコンエッチング方法を用いて SOI 基板のデバイス層へデバイスの構造を形成した後、K を含んだ約 $1 \mu\text{m}$ の厚さの SiO_2 膜をデバイスの表面に形成した。このプロセスにおいて、図 4.3 示すようにデバイスを 960°C の炉の中に設置し、 N_2 キャリアガスを 2 l/min で 80°C 、40 重量% の KOH 水溶液の中を通過させ、炉の中に導入した。

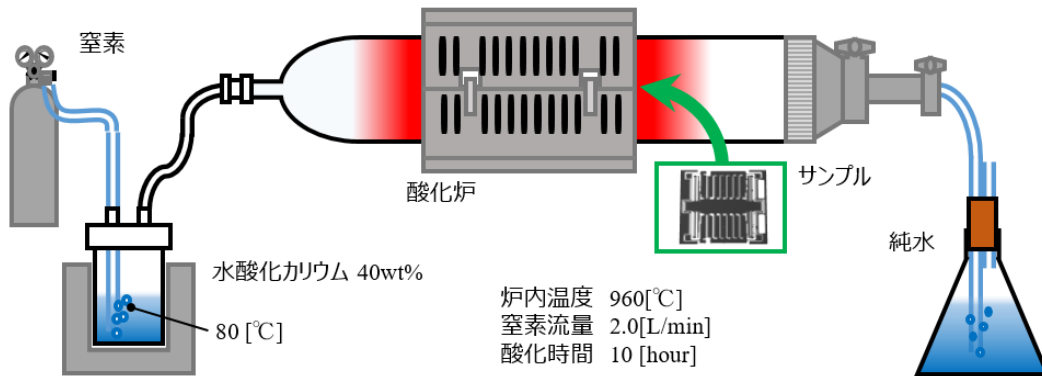


図 4.3: KOH 溶液のバブリング蒸気を用いた酸化処理系

酸化処理の後、図 4.4 に示す系を用いて分極処理を実施した。デバイスはおおよそ 520°C に加熱され、そして表 4.1 においてデザインされた通り、Com A の固定電極へバイアス電圧 200 V を印可し、10 分間処理した。その後、Com A への 200 V を維持したままさらに 10 分間 Com B の固定電極へ 40 V を印可した。それらののち、デバイスの各櫛歯へ印可した直流電圧 200 V および 40 V を維持したまま室温になるまで冷やし、その後電源を off した。こうすることでエレクトレット膜により各静電櫛歯は外部電源なしでも電位を持つ、そしてその電位は各櫛歯アクチュエータの力係数を決定する DC バイアスとして働く。荷電メカニズムについては既にほかの場所で報告した [14]。

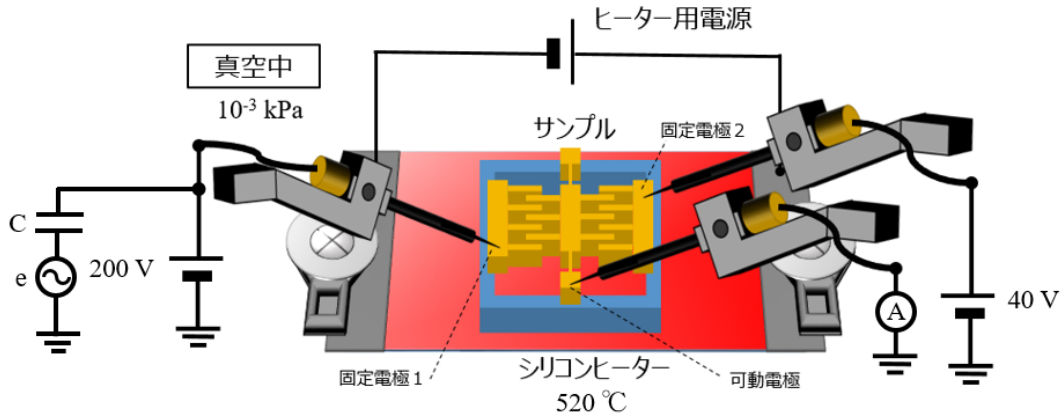


図 4.4: エレクトレット荷電処理の実験系

4.2.3 電力変換効率の評価方法

式 (4.5) に示すように、有効電力の変換効率は有効入力電力と有効出力電力の比であると定義した。電力変換効率の測定は、有効電力を測定できるように図 4.5 に示す系により実施した。出力側において、負荷抵抗 R_L の両端に現れる電圧 V_2 は、入力インピーダンス $30 \text{ G}\Omega$ 以上のボルテージフォロアを用いて測定された。出力電力は R_L により消費される電力であり、皮相電力も有効電力も同じ値となる。測定値を用いて以下のように計算した。

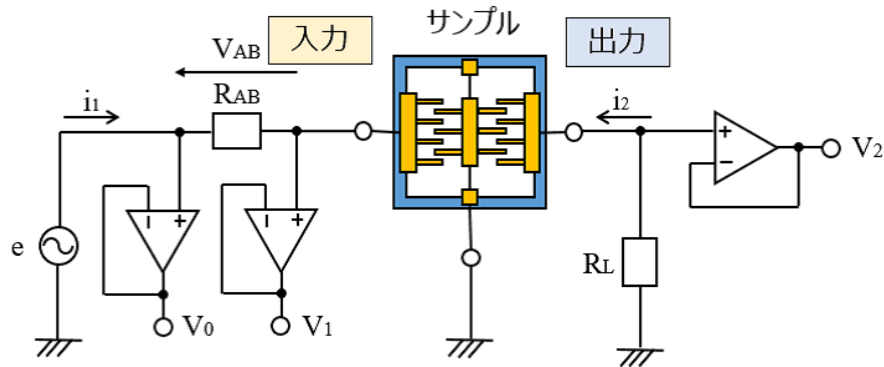


図 4.5: 有効電力変換係数測定の実験系

$$P_o = \frac{V_2^2}{R_L} \quad (4.7)$$

入力側の有効電力を得るためには入力電圧と電流の間の位相差を測定する必要がある。そのため既知の小さな抵抗 R_{AB} を電源と入力側楕歯電極の間に組み込んだ。 R_{AB} にかかる電圧の絶対値 $|V_{AB}|$ と入力電圧に対する位相のズレ θ_{AB} はロックインアンプを用いて測定した。電圧 V_0 の絶対値 $|V_0|$ は AC 電源の出力信号であり既知である。入力電流 i_1 の絶対値は以下の式で得られる。

$$|i_1| = \frac{|V_{AB}|}{R_{AB}} \quad (4.8)$$

入力側橢歯アクチュエータへ印可される実効電圧は V_1 である。 V_1 に対する位相差 ϕ_i を用いて、有効入力電力 P_i は以下の式により得られる。

$$P_i = |V_1| |i_1| \cos \phi_i \quad (4.9)$$

図 4.6 は電圧 V_1 、 V_{AB} そして V_0 のベクトル図である。この図から以下の関係がある。

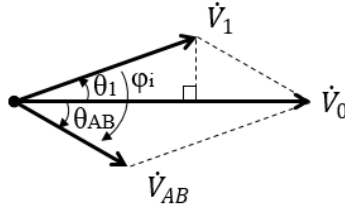


図 4.6: 測定系 (図 4.5) における V_1 、 V_{AB} 、 V_0 のベクトル図

$$|V_1| = \sqrt{|V_0|^2 + |V_{AB}|^2 - |V_{AB}| |V_0| \cos \theta_{AB}} \quad (4.10)$$

$$\phi_i = \theta_{AB} - \theta_1 \quad (4.11)$$

ここで θ_1 は以下の式を満足する。

$$\begin{aligned} \cos \theta_1 &= \frac{|V_0| - |V_{AB}| \cos \theta_{AB}}{\sqrt{|V_0|^2 + |V_{AB}|^2 - |V_{AB}| |V_0| \cos \theta_{AB}}} \\ \sin \theta_1 &= \frac{-|V_{AB}| \sin \theta_{AB}}{\sqrt{|V_0|^2 + |V_{AB}|^2 - |V_{AB}| |V_0| \cos \theta_{AB}}} \end{aligned} \quad (4.12)$$

さらに、ロックインアンプにより $|V_{AB}|$ と θ_{AB} の値が得られ、 $|V_1|$ および ϕ_i を計算し、式 (4.9) を用いて入力有効電力 P_i を導くことができる。

4.3 実験結果

最初に、我々は両方の橢歯の荷電電位を評価した。エレクトレット電位は可動部に対し静電引力を引き起こす。そのため、初期のオフセット変位を可動部に与える。この引力は外部電源を橢歯アクチュエータへ与えることでキャンセルできる。対抗する橢歯間の静電容量値はおおよそ距離に比例するため、容量を通過する AC 電流は橢歯の相互の

位置を反映する。外部電圧とエレクトレット電位が釣り合ったとき、交流電流は最小値になり、そのときの外部電圧の値をエレクトレット電位とした。図 4.7 に測定の結果を示す。図 4.7(a) に示すように Com A で 200 V のエレクトレット電位が、図 4.7(b) に示すように Com B で 42 V の電位がみられた。エレクトレット膜の形成する電位は荷電処理時に印可した電圧 (Com A = 200 V 印可、Com A = 40 V 印可) とおおよそ同じであった。

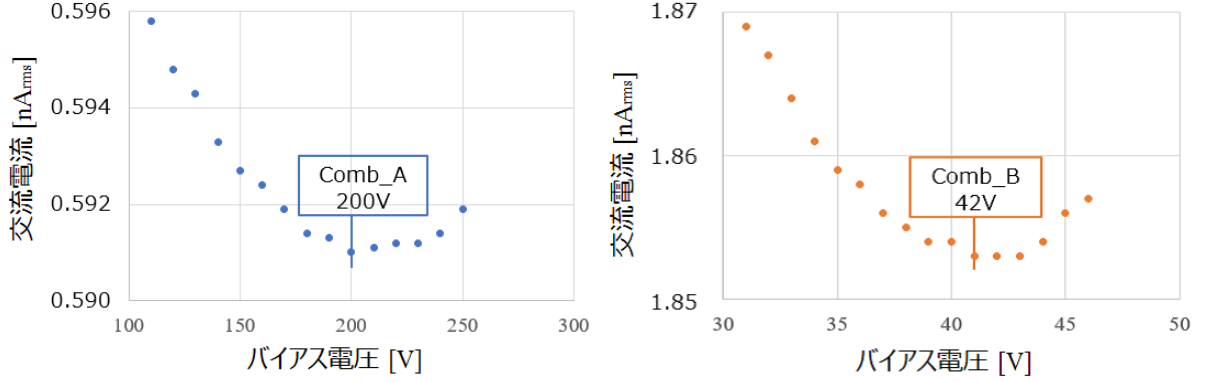


図 4.7: 荷電された電位差の測定 (a) Comb A、(b) Comb B

デバイスは変圧器として動作する。粘性抵抗を低減させるため、測定は 3.5×10^{-6} Torr 以下に真空引きされた真空チャンバー内で行った。図 4.8 は製作したデバイスから得られたアドミタンス特性を示す。Comb B を通過する交流電流の周波数特性をロックインアンプを用いて測定した。図 4.8 の横軸はアドミタンスの実部であり、縦軸は虚部である。測定時の周波数ステップは 0.2 Hz であった。それぞれ、位相 45° 、 0° 、 -45° に相当する ω_1 、 ω_2 、 ω_3 とおいた角周波数から真空下でのデバイスのクオリティファクター Q は以下の式で知ることができる。

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{940.0 \times 2\pi}{(940.8 - 939.5) \times 2\pi} \approx 723 \quad (4.13)$$

可動部の重りは設計値と同じであると仮定すると、実際の粘性抵抗は以下の値と予測することができる。

$$r_f = \frac{\omega_0 m}{Q} = \frac{5906 \times (1.68 \times 10^{-6})}{723} \approx 1.37 \times 10^{-5} \quad (4.14)$$

測定したアドミタンスカーブから、Comb B の電極間に生じる静電容量 C_2 の値も得ることができる。これらの値を用いて、 G_v 、 G_i 、 η の理論的な負荷抵抗 (R_L) 特性はそれぞれ、式 (4.3)、式 (4.4)、式 (4.5) を用いて算出することができる。

まず、信号昇圧の実験を行った。昇圧のため入力交流信号を Comb B に印可し、出力信号を Comb A からとった。図 4.5 に示す実験系を用いてテストした。負荷抵抗 100 M Ω を出力電極に接続し、共振周波数における出力と入力信号の波形を図 4.9 に示す。入力信号が 10 mV_{rms} としたとき、出力信号の実行値はおおよそ 50 mV_{rms} となった。電圧変換係数 $G_v \approx 5$ というこの結果は Comb B の力係数と Comb A の力係数の比と一致する。

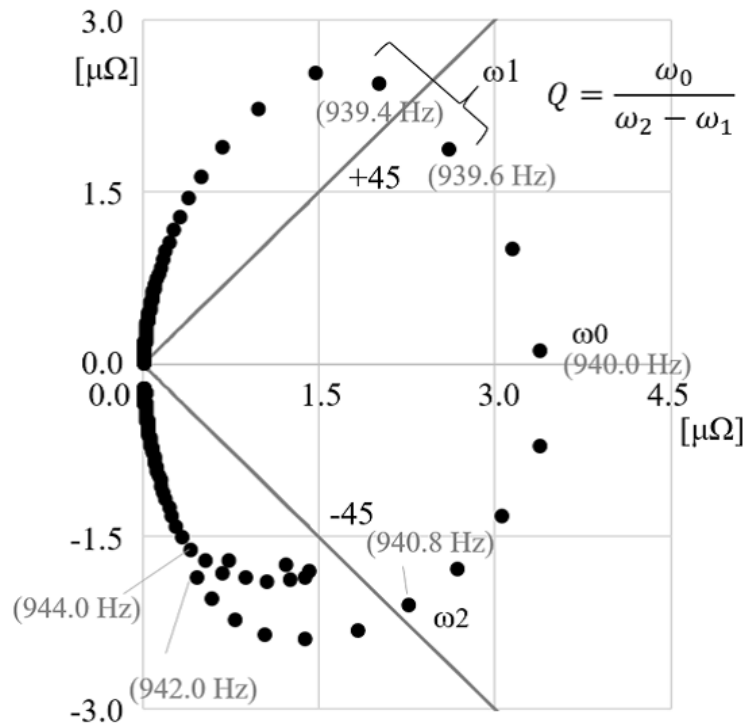


図 4.8: 製作したデバイスのアドミタンス特性

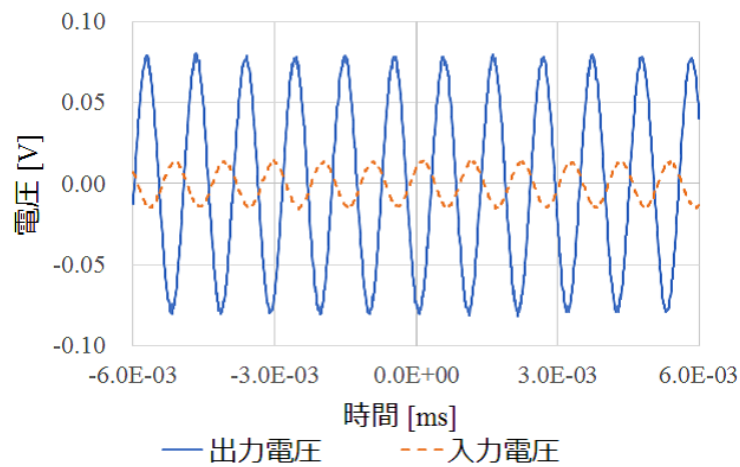


図 4.9: 昇圧変換実験の結果

次に降圧実験を行った。入力交流信号を Comb A に印可し、Comb B から出力信号を読み取った。電圧・電流変換係数 G_v および G_i は、負荷抵抗の関数として図 4.10 にプロットした。理論カーブもまた図中に重ねて描いた。測定された電流及び電圧変換係数は理論カーブとよく一致し、電流変換係数は 4.8 を示した。

図 11 は実験値から 4.2.3 節の式を用いて皮相および有効電力変換係数 η_a および η_e を算出しプロットした。この研究において、二つの電力変換係数の間には次の等式による関係がある。

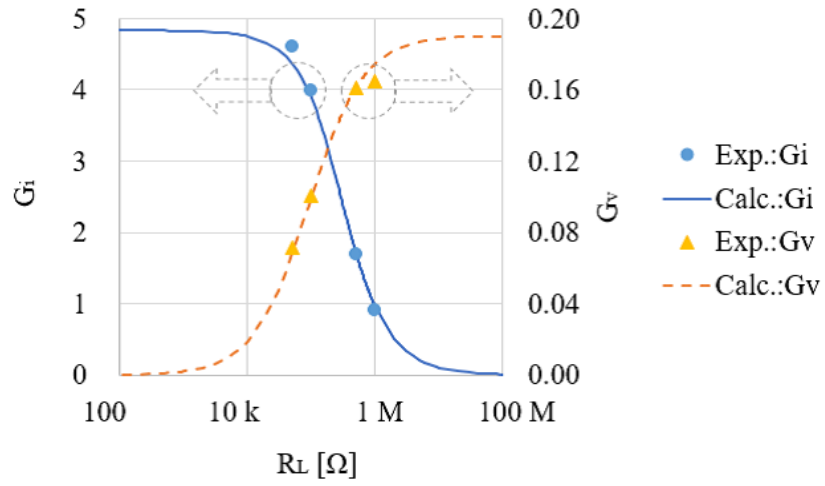


図 4.10: 降圧実験における電圧及び電流変換係数

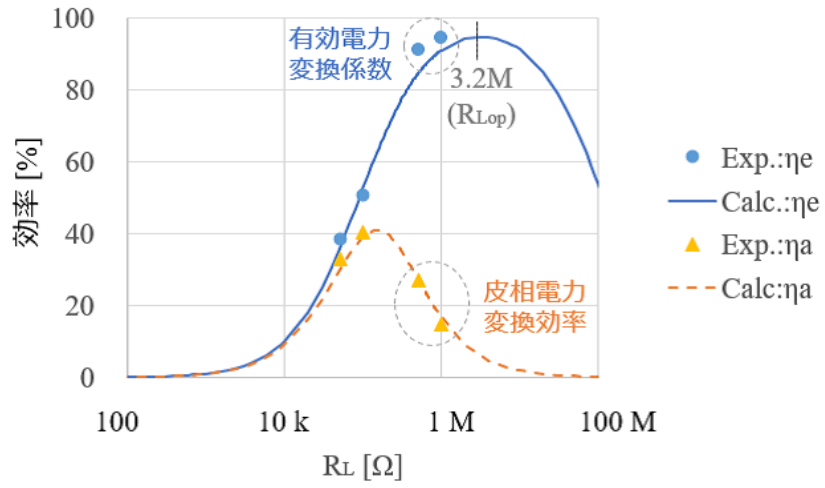


図 4.11: 有効および皮相電力変換効率の負荷抵抗特性

$$\eta_a = \frac{|e_2| |i_2|}{|e_1| |i_1|} \times 100 \quad (4.15)$$

$$\eta_e = \eta_a \times \frac{1}{\cos \phi_i} \quad (4.16)$$

図に示すように、有効電力変換効率は負荷抵抗 $R_L \approx 1M\Omega$ において 100 % 近くまで達する。一方、皮相電力変換効率は 100 k Ω においておよそ 50 % 以下となった。

4.4 考察

4.4.1 静電誘導変圧器の変換係数と電力変換効率

図 4.11 に示すように、測定した有効電力変換効率は $1 \text{ M}\Omega$ あたりで最大値をとった。変換効率を最大化する最適負荷抵抗 R_{LOP} は、理論的に R_L により式 (4.5) を微分しその結果をイコール 0 とすることで導出することができ、以下のように書ける。

$$R_{Lop} = \frac{1}{\omega C_2} \quad (4.17)$$

これは、負荷抵抗と変圧器の出力インピーダンスがインピーダンスマッチングした状態に相当する。測定した出力側櫛歯アクチュエータの静電容量値は約 51 pF であったため、最適負荷は共振周波数 950 Hz において $3.2 \text{ M}\Omega$ であると予測され、実験結果とよく一致する。 R_{LOP} での有効電力変換効率はおおよそ 100% である。しかし、その負荷抵抗において電流変換係数は 1 以下であり、そして電圧変換係数もまた $1/5$ 程度のオーダーである。これは $\cos \phi_i$ の値が、式 (4.15)、(4.16) に示す電圧変換係数とほぼ同じであるためである。ほぼ 100% の電力変換効率であるにも関わらず、この負荷抵抗において高い電流変換係数は成立しない。式 (4.3) および式 (4.4) は、出力側櫛歯アクチュエータの力係数 B は電圧変換係数に強い影響を持ち、一方入力側櫛歯アクチュエータの力係数 A は電流変換係数に強い影響を持つことを示す。そのため、 B/A の比率を保ちながら両方の力係数を 10 倍にしたという条件で、電力変換効率と電圧・電流変換係数を計算式を用いて予測した。図 4.12 は計算の結果を示す。期待通り、図 4.12(a)、図 4.12(b) に示すように電力変換効率が 100% 付近になる $30 \text{ k}\Omega$ 周辺の負荷において電流は理論限界付近まで増大し、一方電圧はその逆数で減少することが分かった。図 4.12(b) に示すように、 $30 \text{ k}\Omega$ 以下の負荷抵抗において有効および皮相の効率は互いに一致する。

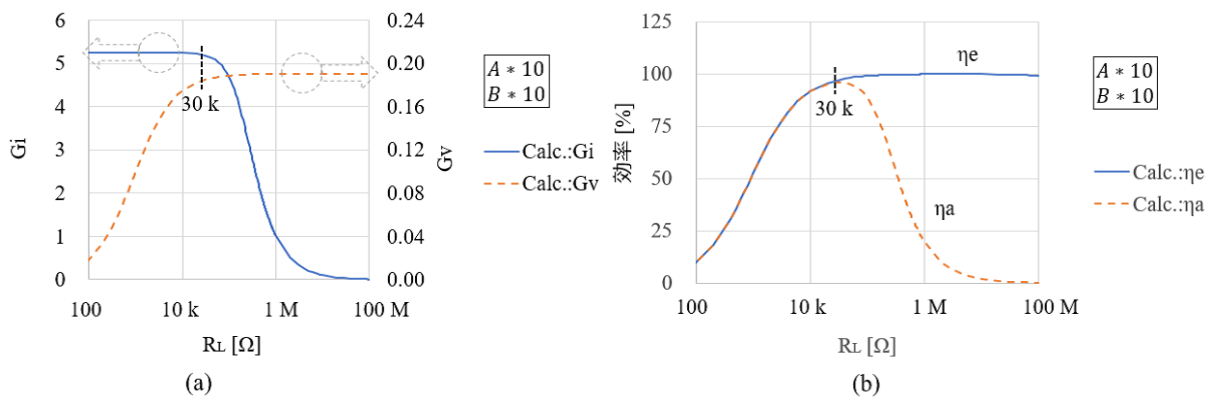


図 4.12: B/A の比率を保ったまま両方の力係数を製作したデバイスの 10 倍にした時の (a) 電圧および電流変換係数、(b) 有効および皮相電力変換効率 の計算。

これに加え、環境振動下でのデバイスのふるまいを推測するため、変圧器の共振周波数が非常に小さな値となる場合を検討した。図 4.13 は、力係数の値を製作したデバイスの 10 倍の大きさを維持しながら、可動部の共振を 50 Hz とした場合の計算の結果を示す。図 4.13(a) に示すように、電圧および電流変換係数は、 $30 \text{ k}\Omega$ から $700 \text{ k}\Omega$ の負

荷抵抗レンジにおいて理想的に入力および出力側静電櫛歯の力係数の比のみで決まる。同じレンジにおいて、図 4.13(b) に示すように有効および皮相電力変換効率はおよそ 100 % である。

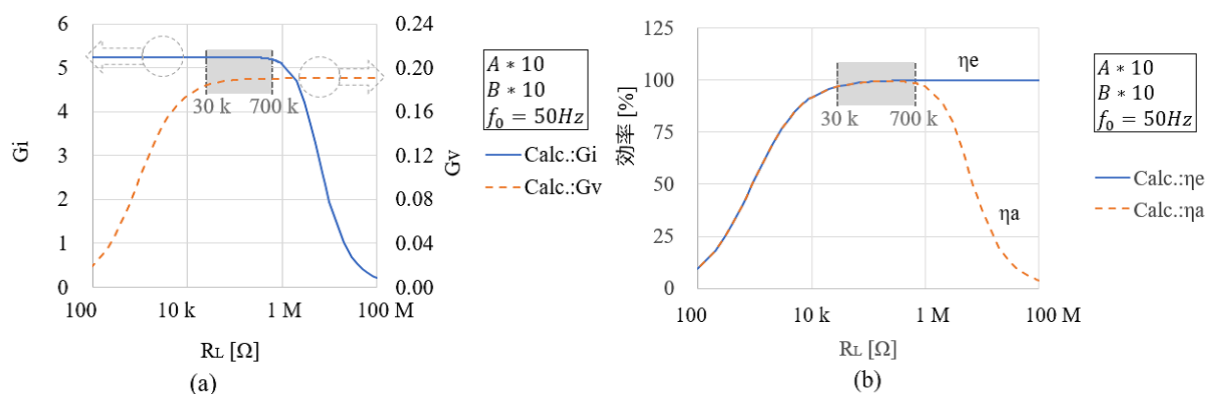


図 4.13: 力係数 $\times 10$ 、共振周波数が 50 Hz とした場合の (a) 電圧および電流変換係数、(b) 有効および皮相電力変換効率

4.4.2 理想トランスの条件

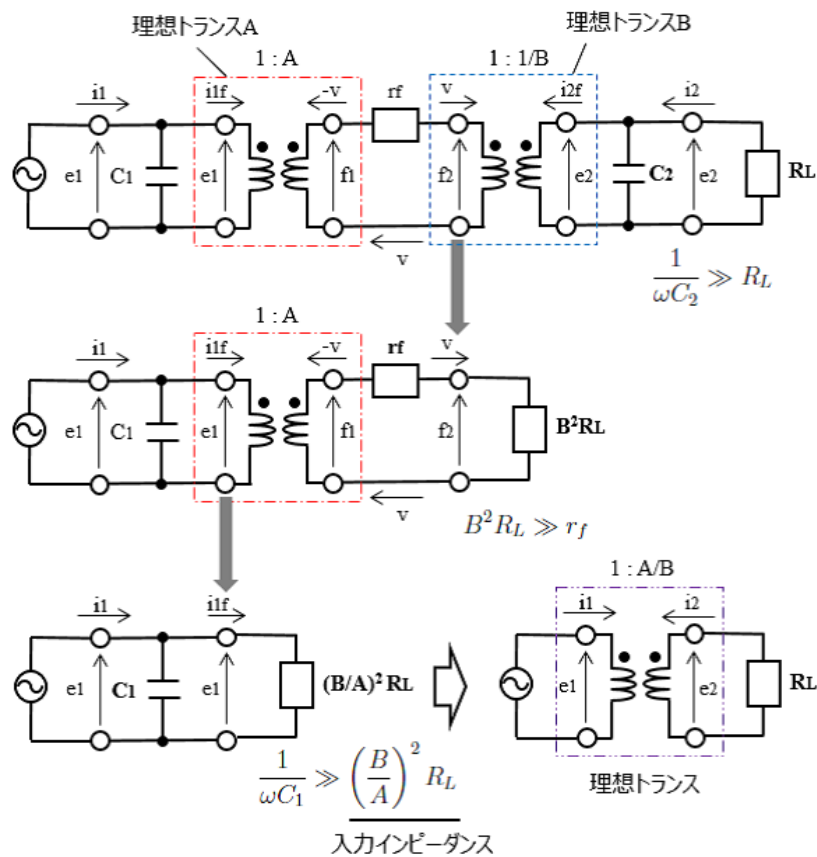


図 4.14: 静電誘導変圧器の等価回路と理想トランス

理想的な変圧器を実現する最適設計を確立するため、設計パラメータによる条件を導く。いま、図 4.14 に 3 端子櫛歯をもちいた静電誘導変圧器の等価回路を示す [63,65,66]。図 4.14(a) に示すように理想変圧器 2 つを介して 3 つの回路が接続されている。両端の二つの回路がそれぞれ電氣的な入力部、出力部を表し、真ん中の回路が振動子の動作を表す。電気から機械的な運動への伝達、またはその逆は理想変圧器の変圧比を力係数とすることで表現することができる。真ん中の回路において、振動子に印可される力 f は電圧として、振動子の速度 v は電流として扱う。共振の条件下では、機械的なインピーダンス Z_m は粘性抵抗 r_f でのみ表すことができる。ここで、出力側の静電櫛歯 Comb B のインピーダンスが負荷抵抗より非常に大きく、

$$\frac{1}{\omega C_2} \gg R_L \quad (4.18)$$

を満たすとする。このとき、理想トランス B の出力側電流 i_{2f} のほとんどは出力側の静電容量 C_2 を流れず、負荷抵抗 R_L を流れる。この式 (4.18) は理想トランスを実現するために必要な条件の一つである。この条件が成り立つとして、等価回路は図 4.14(b) に変換することができる。このとき、理想トランス A の出力側電圧 f_1 は粘性抵抗 r_f と負荷抵抗 $B^2 R_L$ で分圧される。内部損失を小さくするため、負荷抵抗 $B^2 R_L$ より粘性抵抗 r_f が十分小さい、つまり

$$B^2 R_L \gg r_f \quad (4.19)$$

であるとする。これ (式 (4.19)) は理想トランスの 2 つ目の条件となる。これにより、出力側電圧 (力) f_1 のほとんどは負荷抵抗 $B^2 R_L$ に印可される。このとき、等価回路は図 4.14(c) に変換することができる。そして

$$\frac{1}{\omega C_1} \gg \left(\frac{B}{A}\right)^2 R_L \quad (4.20)$$

が成り立つとすると、入力電流 i_1 のほとんどは負荷抵抗 $(B/A)^2 R_L$ に流れる。この条件 (式 (4.20)) が成り立つとき、3 端子静電櫛歯を用いた静電誘導変圧器の等価回路は、 A/B の変圧比を持つ理想トランス (図 4.14(d)) に変換することができる。

4.2.1 節にて 3 端子静電櫛歯を用いた静電誘導変圧器の電圧及び電流変換係数および電力変換効率の式を導出した。ここで理想トランスの 3 つの条件式 (式 (4.18)、(4.19)、(4.20)) が成り立つとすると、式 (4.3) および式 (4.4) の分母のルート関数は 1 となり、電圧及び電流変換係数は力係数の比となり、また互いが互いの逆数となる。また、図 4.14(a) の等価回路において入力回路には抵抗素子が存在しないことから、電源から与えられる有効電力のすべては可動部を動かすエネルギーに変換される。このことが (有効) 電力変換効率の式において、入力側櫛歯の力係数 A が出てこず、出力側櫛歯の力係数 B のみの関数である理由である。

理想変圧器の条件を満たすためには、静電誘導変圧器は低共振周波数で設計し、粘性抵抗 r_f の小さい高真空環境下で動作させる必要がある。環境振動のパワースペクトルは一般的に 10 ~ 100 Hz の低い周波数帯でみられるため、静電誘導変圧器はエネルギーハーベスティングの応用において有利である。

4.5 結論

3端子静電櫛歯アクチュエータとカリウムイオンエレクトレットを組み合わせ、MEMS 静電誘導型変圧器を開発した。まず、共振周波数において電圧、電流変換係数および電力変換効率の理論式を導出した。効率は出力側の力係数 B の関数となった。製作したデバイスでの測定の結果、高い効率または理論式で求まる電流変換係数での変圧が可能であることを示した。さらに、共振周波数を下げること、両方の静電櫛歯の力係数を高くすること、粘性抵抗を小さくすることで広い負荷抵抗範囲において理想的な変圧器として働くことを示した。このような特性により、本デバイスは使用される振動数の小さいエナジーハーベスティングの応用に対し有利である。この研究の延長上に、振動発電機と静電誘導変圧器をモノリシックに集積した振動エネルギーハーベスターの開発を予定している。

第5章 結論

5.1 本研究の成果

本研究では3端子橢円アクチュエータを用いた2つの新しいデバイスについて理論を交えながらその特性の評価を実施した。1つは少ないエネルギーで位置状態(スイッチ)の切り替えを行うことができる静電型双安定アクチュエータであり、もう一つは高い入力インピーダンスを持ち降圧(電流増)の変圧を行うことができるMEMS静電誘導変圧器である。以下に本研究で得られた新しい知見および実験結果についてまとめる。

3章では静電型双安定アクチュエータのスイッチング動作について理論式を導き、エネルギーとスイッチング時間の観点から検討を行い、製作したデバイスの評価と照らし合わせた。その実験結果と理論との違いの原因についても考察した。

(1) 3.4 節

運動方程式を用いてある安定状態から他方の安定状態へ遷移するときの変位 x の時間 t に対する関数を導いた。さらに本デバイスにおける最速スイッチング時間 $1/(4f_0)$ とその条件が $x_0 \approx x_1$ であることを明らかにした。 f_0 はデバイスの固有振動数である。最小スイッチング電圧(=エネルギー)が最小となる条件の検討を行った。その条件が電圧を印可したとき加速エネルギーとポテンシャルバリアのエネルギーが等しくなることを明らかにし、条件式(式(3.9))を導いた。さらにそのときのスイッチング時間が $5/(4f_0)$ となることを明確にした。

(2) 3.5.2

デバイスを製作し、双安定動作が可能であることを示した。そしてパルス電圧を印可したときのスイッチング時間の実験結果を得た。パルス電圧はその大きさとパルス幅(時間)を変化させて測定を行った。その結果は理論による予測とよく一致した。また、ステップ電圧を印可したときのスイッチング時間も明らかにした。最小のスイッチング時間は5V以下程度であり予測されていた値(16V)よりも小さいことが明らかになった。

(4) 3.5.3

スイッチング時間が低下した原因についてフリンジ力とハードスプリングの影響について考察し、今回の原因がフリンジ力によるポテンシャルバリアの減少が理論とのずれの原因であることを明らかにした。

(5) 3.5.4

スイッチングに必要なエネルギーについて他の文献の報告と比較検討した。文献の熱膨張アクチュエータ型の双安定システムと本研究の双安定システムでは原理的に我々のデバイスのほうが小さくなることを示した。なお、絶縁特性などの特性が異なるため直接的な比較は難しいが、文献のデバイスのスイッチングに必要なエネルギーは 87.5×10^{-6} J だが我々のデバイスでは 4.14×10^{-10} J であった。

4章ではMEMS 静電誘導変圧器の電圧および電流変換係数 (G_v 、 G_i) および電力変換効率の理論式を導き、その特性の検討を行った。また、デバイスを製作しその特性と理論予測とを比較したところとてもよく一致した。この結果を受けさらに性能を向上させるためにはどのような設計であるべきか、静電型エナジーハーベスター向けの変圧器としての適性などの検討を行った。

(1) 4.2.1

3端子櫛歯アクチュエータのモデルとした動作行列から電圧および電流の変換係数、さらに電力変換効率を導いた。さらに式から、昇圧変換時は出力側力係数 $B <$ 入力側力係数 A である必要があること、逆に降圧時は $A < B$ である必要があることを示した。さらに効率が出力側力係数 B に強い依存を持っていること (入力側の力係数 A の項が入っていないこと)、高効率の条件として $B^2 > r_f R_L$ である必要があることを明らかにした。

(2) 4.2.3

有効電力変換係数の評価を行う上で入力側の電流とその位相を計測する方法が問題となった。それは電流が小さいためロックインアンプもしくは I-V 変換を用いた測定が必要であること、3端子構成のため共通端子 (可動部が接続されている端子) に流れる電流は i_1 と i_2 の合成となってしまうことによるものであった。そこで、3電圧計法とロックインアンプを用いて本デバイスの電力変換係数の測定方法を提示した。具体的には既知の抵抗 R_{AB} の両端にかかる電圧と位相を測定し、そこから実際にデバイスにかかる電圧と電流およびその位相をベクトルの的に算出する方法であった。

(3) 4.3 節

デバイスを製作し、変圧 (昇圧) ができることをまず示した。さらに、降圧 (電流の上昇変換) の実験を行い、測定結果から R_L の関数として電圧及び電流の変換係数と有効電力、皮相電力の変換効率を算出した。電流変換係数は最大 4.8、有効電力変換効率は最大 95% 程度であった。ただし両者は同一の負荷抵抗で実現していない。さらに荷電電圧の測定結果や Q 値の測定結果を反映し、4.2.1 にて算出した理論式を用いて特性カーブを描いたところ実験結果と非常によく一致した。

(4) 4.4 節

力係数の比率 B/A を一定にしながらその値を 10 倍にしたときの特性計算の結果を示した。そうすることで高い電力変換効率と高い電流変換係数が同時に成立することを明らかにした。また、静電型エナジーハーベスターの変圧を行うことを想定し、共振周波数を 50 Hz としたときの特性計算を行ったが、共振周波数は低いほど変圧器としての性能が向上することが明らかになった。環境振動 (自然に存在する振動) の周波数は 100 Hz 以下とされており、電流の上昇変換に適していることと併せて本デバイスは静電型エナジーハーベスターの変圧器に非常に向いていることを明らかにした。

5.2 今後の課題

今後の課題として以下の項目を挙げる。

1. 静電型双安定アクチュエータ

(1) スイッチング特性の測定

今回はスイッチングイベントの特性の解析がメインであった。次の段階としてアクチュエータに電極を設けスイッチとして製作する。そしてスイッチとしての種々の特性について評価を実施する。

2. MEMS 静電誘導変圧器

(1) 静電型振動発電素子との組み合わせた性能の評価

市販されている振動発電素子 (ex 小西安製作所の振動発電素子) の特性に合わせ、静電誘導変圧器をデザインし期待された性能が得られるかどうかを評価する。また、振動発電素子と静電誘導変圧器を 1 チップ化しより効率的な変圧が可能となるか評価する。

(2) モジュールの試作

さらにセンサーと組み合わせ、振動発電モジュールを製作しその評価を行う。

5.3 本研究の将来性

双安定のスイッチング素子はスイッチングイベント時のみに電力を必要とするという点で省電力であり携帯機器向けなどにかつてから大きく期待されている。さらに双安定システムを達成するいくつかの方法の中において本デバイスは原理的にスイッチングに必要なエネルギーが小さい。そのため我々の開発した静電型双安定アクチュエータはアドバンテージがあると考えられ、商品化までできれば大きな社会貢献ができる。

静電誘導変圧器は静電型エナジーハーベスターの降圧に適しているといえる。近年、環境発電を用いたセンサネットワーク関連の分野は非常に研究が盛んである。また振動発電は環境発電のエネルギー源の中でも場所や時間を選ばないという点で期待が大きい。静電型の振動発電素子はサイズあたりの発電量が大きい、電流と電圧の比率が大きく偏っているため使いづらかったが本研究によりそれが改善されればより実用化に近くなる。

よって両者とも非常に意義のある研究であり、今後とも精力的に開発を進めていきたい。

付 録 A バネ-マス-ダンパ系の運動方程式の解法

3 端子櫛歯アクチュエータの動作や特性の解析を行うとき、定常状態の式は式 (2.56) より得られた。また、等価回路を用いることで定常状態および過渡状態のシミュレーションも実施可能である。しかし、それから得られるのは数値的な結果のみであり理論的な意味合いを考える上では運動方程式を解き、過渡解を得る必要がある。3 章では双安定アクチュエータのスイッチングイベントの解析のため変位の過渡解から解析を行っている。静電櫛歯アクチュエータの動作の基本はバネ-マス-ダンパ系の運動であるため、ここではその過渡解の導出方法について示した。

図 A.1 のようなバネ・マス・ダンパ系に対し時間 $t = 0$ で一定の力 F が入力したときのマスの変位 x の時間変化 (過渡応答) を算出する。バネ-マス-ダンパ系は式の相似性から等価回路が LCR 回路となる。この回路方程式を解くことでバネ-マス-ダンパ系の解析を行う。図 A.2 の RLC 直列回路で $t = 0$ でスイッチを ON にしたときの $t \geq 0$ でのコンデンサ C にかかる電圧 $v_c(t)$ 及び回路に流れる電流 $i(t)$ の過渡応答を解析する。ここで $t = 0$ のとき $i(t) = 0$ とする。スイッチを閉じたとき、 $t \geq 0$ で流れる電流 $i(t)$ はキルヒホッフの法則から回路方程式が

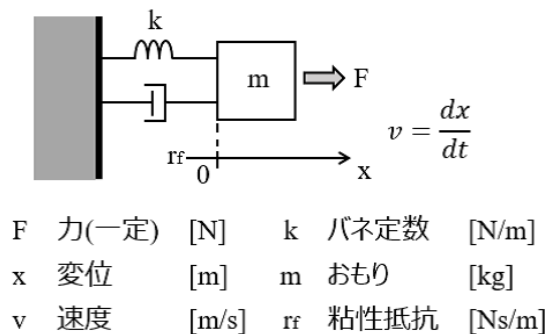


図 A.1: バネ-マス-ダンパ系

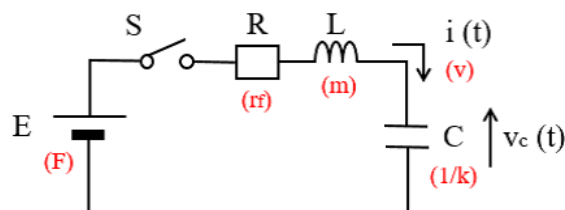


図 A.2: LCR 共振回路

$$Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + V_C(t) = E \quad (\text{A.1})$$

となる。また、コンデンサの電圧 $v_c(t)$ と電流 $i(t)$ には

$$i(t) = C\frac{dv_C(t)}{dt} \quad (\text{A.2})$$

という関係があるので式 (A.2) を式 (A.1) に代入することにより

$$RC\frac{dv_C(t)}{dt} + LC\frac{d^2v_C(t)}{dt^2} + v_C(t) = E \quad (\text{A.3})$$

というコンデンサの電圧 $v_c(t)$ に関する 2 階の微分方程式となる。このとき過渡解 $v_1(t)$ は

$$LC\frac{d^2v_C(t)}{dt^2} + RC\frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t) = 0 \quad (\text{A.4})$$

の解として得られ、定常解 $v_2(t)$ は

$$LC\frac{d^2v_C(t)}{dt^2} + RC\frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t) = E \quad (\text{A.5})$$

の解として求められる。過渡解は指数関数が候補であり、未定係数 k 、 s を用いて

$$v_1(t) = ke^{st} \quad (\text{A.6})$$

であるとする。式 (A.6) を式 (A.4) に代入すると

$$\begin{aligned} LC\frac{d^2}{dt^2}(ke^{st}) + RC\frac{d}{dt}(ke^{st}) + ke^{st} &= 0 \\ LCks^2e^{st} + RCkse^{st} + ke^{st} &= 0 \\ LCs^2 + RCs + 1 &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

となる。式 (A.7) の解は 2 次方程式の解の公式より

$$s = \frac{-RC \pm \sqrt{(RC)^2 - 4LC}}{2LC} = \frac{1}{2L} \left(-R \pm \sqrt{R^2 - \frac{4L}{C}} \right) \quad (\text{A.8})$$

となる。この式は R 、 L 、 C の値により次の 3 つの場合に分けられる。

(1) 異なる2つの実数解

$$R^2 - \frac{4L}{C} > 0 \quad (\text{A.9})$$

(2) 等しい解 (重解)

$$R^2 - \frac{4L}{C} = 0 \quad (\text{A.10})$$

(3) 異なる2つの複素解

$$R^2 - \frac{4L}{C} < 0 \quad (\text{A.11})$$

A.1 (1) 異なる2つの実解の場合

定常解 (特解) $v_2(t)$ は一定値が候補であり、定数 V (未定係数) を用いて

$$v_2(t) = V \quad (\text{A.12})$$

とすると式 (A.5) に代入して

$$\begin{aligned} LC \frac{d^2}{dt^2}(V) + RC \frac{d}{dt}(V) + V &= E \\ v_2(t) &= V = E \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

となる。また、

$$\begin{cases} a = -\frac{R}{2L} \\ b = \frac{1}{2L} \sqrt{R^2 - \frac{4L}{C}} \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

とすると異なる2つの実数解 α_1 、 α_2 は、

$$\begin{cases} \alpha_1 = a + b \\ \alpha_2 = a - b \end{cases} \quad (\text{A.15})$$

とできる。よって過渡解 v_1 は未定係数 k_1 、 k_2 を使って

$$v_1(t) = k_1 e^{(a+b)t} + k_2 e^{(a-b)t} \quad (\text{A.16})$$

となる。微分方程式の解 $v_C(t)$ は過渡解 v_1 と定常解 v_2 の和であるから式 (A.13)、(A.16) より

$$v_C(t) = k_1 e^{(a+b)t} + k_2 e^{(a-b)t} + E \quad (\text{A.17})$$

となる。続いて式 (A.17) の未定係数 k_1 、 k_2 を初期値を使って導く。 $t = 0$ のとき $v_C = 0$ であるので

$$v_C(0) = k_1 e^0 + k_2 e^0 + E = k_1 + k_2 + E = 0 \quad (\text{A.18})$$

また、式 (A.2) より

$$\begin{aligned} i(t) &= C \frac{d}{dt} \{ k_1 e^{(a+b)t} + k_2 e^{(a-b)t} + E \} \\ &= C k_1 (a+b) e^{(a+b)t} + C k_2 (a-b) e^{(a-b)t} \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

となる。 $t = 0$ のとき $i = 0$ であるため

$$i(0) = Ck_1(a+b) + Ck_2(a-b) = 0 \quad (\text{A.20})$$

式 (A.18)、(A.20) を用いて k_1 、 k_2 を導出

$$\begin{aligned} k_1 &= -k_2 - E \\ C\{(-k_2 - E)(a+b) + k_2(a-b)\} &= 0 \\ -k_2a - k_2b + k_2a - k_2b &= (a+b)E \\ \left\{ \begin{aligned} k_2 &= -\frac{a+b}{2b}E \\ k_1 &= \frac{a+b}{2b}E - E = \frac{a-b}{2b}E \end{aligned} \right. \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

よって微分方程式の解 v_C は

$$\begin{aligned} v_C(t) &= \frac{a-b}{2b}Ee^{(a+b)t} - \frac{a+b}{2b}Ee^{(a-b)t} + E \\ &= E + \frac{Ee^{at}}{2b}\{(a-b)e^{bt} - (a+b)e^{-bt}\} \\ &= E + \frac{Ee^{at}}{2b}(ae^{bt} - ae^{-bt} - be^{bt} - be^{-bt}) \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

以上より (1) のときの微分方程式の解 v_C は

$$v_C(t) = E + \frac{Ee^{at}}{2b}\{a(e^{bt} - e^{-bt}) - b(e^{bt} + e^{-bt})\} \quad (\text{A.23})$$

となる。 a 、 b は式 (A.14) の通りである。さらに曲線正弦関数 ($\sinh$)、曲線余弦関数 ($\cosh$) が

$$\left\{ \begin{aligned} \sinh \theta &= \frac{e^\theta - e^{-\theta}}{2} \\ \cosh \theta &= \frac{e^\theta + e^{-\theta}}{2} \end{aligned} \right. \quad (\text{A.24})$$

であることを用いると

$$v_C(t) = E + \frac{Ee^{at}}{b}\{a \sinh(bt) - b \cosh(bt)\} \quad (\text{A.25})$$

とも書ける。また電流 $i(t)$ は式 (A.19) より

$$\begin{aligned}
i(t) &= C \left(\frac{a-b}{2b} E \right) (a+b) e^{(a+b)t} + C \left(-\frac{a+b}{2b} E \right) (a-b) e^{(a-b)t} \\
&= \frac{CE}{2b} (a^2 - b^2) e^{at} (e^{bt} - e^{-bt})
\end{aligned} \tag{A.26}$$

となり、同様に $\sinh$ を用いることで

$$i(t) = \frac{CE}{b} (a^2 - b^2) e^{at} \sinh(bt) \tag{A.27}$$

とも書ける。

A.2 (2) 等しい解 (重解) の場合

定常解 $v_2(t)$ は式 (A.13) と同様に

$$v_2(t) = E \tag{A.28}$$

である。また

$$a = -\frac{R}{2L} \tag{A.29}$$

と置く。ここでもう一つの過渡解を

$$v_1(t) = \phi(t) e^{at} \tag{A.30}$$

とおく。これを式 (A.4) に代入する

$$\begin{aligned}
LC \frac{d^2}{dt^2} \{\phi(t) e^{at}\} + RC \frac{d}{dt} \{\phi(t) e^{at}\} + \phi(t) e^{at} &= 0 \\
LC \frac{d}{dt} \{\phi' e^{at} + a\phi(t) e^{at}\} + RC \{\phi' e^{at} + a\phi(t) e^{at}\} + \phi(t) e^{at} &= 0 \\
LC \{\phi'' e^{at} + a\phi' e^{at} + a\phi' e^{at} + a^2\phi(t) e^{at}\} + RC \phi' e^{at} + aRC\phi(t) e^{at} + \phi(t) e^{at} &= 0 \\
LC e^{at} \phi'' + 2aLC e^{at} \phi' + a^2LC e^{at} \phi(t) + RC e^{at} \phi' + aRC e^{at} \phi(t) + e^{at} \phi(t) &= 0 \\
e^{at} \{LC \phi'' + (2aLC + RC) \phi' + (a^2LC + aRC + 1) \phi(t)\} &= 0 \tag{A.31}
\end{aligned}$$

式 (A.31) の第2項 (= A とする)、第3項 (= B とする) を展開する。式 (A.29) から

$$A = 2aLC + RC = 2\left(-\frac{R}{2L}\right)LC + RC = -RC + RC = 0 \tag{A.32}$$

$$\begin{aligned}
B &= a^2LC + aRC + 1 = \frac{R^2}{4L^2}LC - \frac{R}{2L}RC + 1 \\
&= \frac{R^2C}{4L} - \frac{R^2C}{2L} + 1 = -\frac{R^2C}{4L} + 1
\end{aligned}$$

ここで重解であるので式 (A.10) を代入して

$$B = -\frac{4L}{C} \frac{C}{4L} + 1 = -1 + 1 = 0 \quad (\text{A.33})$$

A、B とともに 0 となる。式 (A.31) に代入することで

$$\begin{aligned}
e^{at}LC\phi'' &= 0 \\
\phi'' &= 0
\end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

k_2 、 k_1 を積分定数とし、式 (A.34) を不定積分すると

$$\phi' = \int \phi'' dt = k_2 \quad (\text{A.35})$$

$$\phi(t) = \int \phi' dt = k_2 t + k_1 \quad (\text{A.36})$$

となる。これを式 (A.30) に代入することで

$$v_1(t) = k_1 e^{at} + k_2 t e^{at} \quad (\text{A.37})$$

となり、微分方程式の解 v_C は定常解 v_2 と過渡解 v_1 の和から

$$v_C(t) = k_1 e^{at} + k_2 t e^{at} + E \quad (\text{A.38})$$

となる。続いて式 (A.38) の未定係数 k_1 、 k_2 を初期値を用いて導く。 $t = 0$ のとき、 $v_C(0) = 0$ であるので式 (A.38) より

$$\begin{aligned}
v_C(0) &= k_1 e^0 + k_2 \cdot 0 \cdot e^0 + E = 0 \\
k_1 &= -E
\end{aligned} \quad (\text{A.39})$$

また、式 (A.2) より

$$\begin{aligned}
i(t) &= C \frac{d}{dt} (-E e^{at} + k_2 t e^{at} + E) \\
&= C (-a E e^{at} + k_2 e^{at} + a k_2 t e^{at})
\end{aligned} \quad (\text{A.40})$$

$t = 0$ のとき $i(0) = 0$ であるため

$$\begin{aligned} i(0) &= C(-aEe^0 + k_2e^0 + ak_2 \cdot 0 \cdot e^0) \\ &= C(-aE + k_2) = 0 \\ k_2 &= aE \end{aligned} \tag{A.41}$$

よって式 (A.39)、式 (A.41) を 式 (A.38) に代入することで

$$v_C(t) = -Ee^{at} + aEte^{at} + E \tag{A.42}$$

を得る。また、式 (A.40) に代入することで

$$\begin{aligned} i(t) &= C(-aEe^{at} + aEe^{at} + a^2Ete^{at}) \\ &= a^2CEte^{at} \end{aligned} \tag{A.43}$$

となる。ここで a は式 (A.29) を参照のこと。

A.3 (3) 異なる 2 つの複素解の場合

定常解 $v_2(t)$ は式 (A.13) と同様に

$$v_2(t) = E \tag{A.44}$$

である。また

$$\begin{cases} a = -\frac{R}{2L} \\ b' = jb = \frac{1}{2L}\sqrt{-R^2 + \frac{4L}{C}} \end{cases} \tag{A.45}$$

とすると異なる 2 つの複素解 α_1 、 α_2 は

$$\begin{cases} \alpha_1 = a + jb' \\ \alpha_2 = a - jb' \end{cases} \tag{A.46}$$

とできる。よって過渡解 $v_1(t)$ は未定係数 k_1 、 k_2 とオイラーの公式を用いると

$$\begin{aligned} v_1(t) &= k_1e^{(a+jb')t} + k_2e^{(a-jb')t} \\ &= e^{at}(k_1e^{jb't} + k_2e^{-jb't}) \\ &= e^{at}\{k_1(\cos b't + j \sin b't) + k_2(\cos b't - j \sin b't)\} \\ &= e^{at}\{(k_1 + k_2) \cos b't + j(k_1 - k_2) \sin b't\} \end{aligned} \tag{A.47}$$

となる。微分方程式の解 $v_C(t)$ は過渡解 v_1 と定常解 v_2 の和であるから式 (A.44)、(A.47) より

$$v_C(t) = e^{at}\{(k_1 + k_2) \cos b't + j(k_1 - k_2) \sin b't\} + E \quad (\text{A.48})$$

となる。続いて式 (A.48) の未定係数 k_1 、 k_2 を初期値を使って導く。 $t = 0$ のとき $v_C = 0$ であるので

$$\begin{aligned} v_C(0) &= e^0\{(k_1 + k_2) \cos 0 + j(k_1 - k_2) \sin 0\} + E = 0 \\ k_1 + k_2 &= -E \end{aligned} \quad (\text{A.49})$$

となる。さらに式 (A.2) から

$$\begin{aligned} i(t) &= C \frac{d}{dt} [e^{at}\{(k_1 + k_2) \cos b't + j(k_1 - k_2) \sin b't\} + E] \\ &= C \frac{d}{dt} \{k_1 e^{(a+jb')t} + k_2 e^{(a-jb')t} + E\} \\ &= C \{k_1(a + jb')e^{(a+jb')t} + k_2(a - jb')e^{(a-jb')t}\} \\ &= C e^{at} \{k_1 a e^{jb't} + k_2 a e^{-jb't} + j k_1 b' e^{jb't} - j k_2 b' e^{-jb't}\} \\ &= C e^{at} \{a(k_1 e^{jb't} + k_2 e^{-jb't}) + j b' (k_1 e^{jb't} - j k_2 e^{-jb't})\} \end{aligned} \quad (\text{A.50})$$

$t = 0$ のとき $i(0) = 0$ であるので、

$$\begin{aligned} i(0) &= C e^0 \{a(k_1 e^0 + k_2 e^0) + j b' (k_1 e^0 - j k_2 e^0)\} \\ &= a(k_1 + k_2) + j b' (k_1 - k_2) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.51})$$

ここで 式 (A.49) より $k_1 + k_2 = -E$ であるので、

$$\begin{aligned} -aE + j b' (k_1 - k_2) &= 0 \\ (k_1 - k_2) &= \frac{aE}{j b'} = -\frac{j a E}{b'} \end{aligned} \quad (\text{A.52})$$

k_1 、 k_2 を個別に出す必要性はないが、式 (A.49)、式 (A.52) から

$$\begin{cases} k_1 = -\frac{E}{2} - j \frac{aE}{2b'} \\ k_2 = -\frac{E}{2} + j \frac{aE}{2b'} \end{cases}$$

である。式 (A.49)、式 (A.52) を 式 (A.48) に代入することで

$$\begin{aligned} v_C(t) &= e^{at} \left\{ (-E) \cos b't + j \left(\frac{aE}{j b'} \right) \sin b't \right\} + E \\ &= E - E e^{at} \left\{ \cos b't - \frac{a}{b'} \sin b't \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.53})$$

を得る。又、式 (A.2) より

$$\begin{aligned}
i(t) &= C \frac{dv_C(t)}{dt} = C \frac{d}{dt} \left\{ E - E e^{at} (\cos b't - \frac{a}{b'} \sin b't) \right\} \\
&= CE \left(0 - a e^{at} \cos b't + b' e^{at} \sin b't + \frac{a^2}{b'} e^{at} \sin b't + \frac{a}{b'} e^{at} b' \cos b't \right) \\
&= CE \left(b' e^{at} \sin b't + \frac{a^2}{b'} e^{at} \sin b't \right) \\
&= CE e^{at} \frac{a^2 + b'^2}{b'} \sin b't
\end{aligned} \tag{A.54}$$

ここで a 、 b' は式 (A.45) を参照のこと。

A.4 (4) バネマスダンパ系の解

以上をふまえ、バネ・マス・ダンパ系に戻す (対応表を元に変換する)。

(1) 微分方程式の解が異なる 2 つの実数解のとき
速度 v は式 (A.27) より

$$v(t) = \frac{F}{k} \frac{a^2 - b^2}{2b} \{ e^{(a+b)t} - e^{(a-b)t} \} \tag{A.55}$$

となる。ここで

$$\begin{cases} a = -\frac{r_f}{2m} \\ b = \frac{1}{2m} \sqrt{r_f^2 - 4mk} \end{cases} \tag{A.56}$$

である。また変位 x は

$$\begin{aligned}
x(t) &= \int v(t) dt = \frac{F}{k} \frac{a^2 - b^2}{2b} \int \{ e^{(a+b)t} - e^{(a-b)t} \} dt \\
&= \frac{F}{k} \frac{a^2 - b^2}{2b} \left\{ \frac{1}{a+b} e^{(a+b)t} - \frac{1}{a-b} e^{(a-b)t} \right\} + C' \\
&= \frac{F}{k} \left\{ \frac{a-b}{2b} e^{(a+b)t} - \frac{a+b}{2b} e^{(a-b)t} \right\} + C'
\end{aligned} \tag{A.57}$$

となり、 $t=0$ のとき $x=0$ であることを用いると

$$\begin{aligned}
x(0) &= \frac{F}{k} \left(\frac{a-b}{2b} e^0 - \frac{a+b}{2b} e^0 \right) + C' = 0 \\
\frac{F}{k} \left(\frac{a-b}{2b} - \frac{a+b}{2b} \right) + C' &= 0 \\
C' &= \frac{F}{k}
\end{aligned} \tag{A.58}$$

よって

$$x(t) = \frac{F}{k} \left\{ \frac{a-b}{2b} e^{(a+b)t} - \frac{a+b}{2b} e^{(a-b)t} \right\} + \frac{F}{k} \quad (\text{A.59})$$

となる。さらに加速度 a_C は

$$a_C(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{F}{k} \frac{a^2 - b^2}{2b} \{ (a+b)e^{(a+b)t} - (a-b)e^{(a-b)t} \} \quad (\text{A.60})$$

となる。

(2) 等しい解 (重解) の場合

速度 v は式 (A.43) より

$$v(t) = \frac{F}{k} a^2 t e^{at} \quad (\text{A.61})$$

となる。ここで

$$a = -\frac{r_f}{2m} \quad (\text{A.62})$$

である。また変位 x は部分積分の公式

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx \quad (\text{A.63})$$

を用いて

$$\begin{aligned} x(t) &= \int v(t)dt = \frac{F}{k} a^2 \int t e^{at} dt \\ &= \frac{F}{k} a^2 \left(t \frac{1}{a} e^{at} - \int 1 \cdot \frac{1}{a} e^{at} dt \right) \\ &= \frac{F}{k} a^2 \left(\frac{1}{a} t e^{at} - \frac{1}{a^2} e^{at} + C' \right) \\ &= \frac{F}{k} \left(a t e^{at} - e^{at} + C'' \right) \end{aligned} \quad (\text{A.64})$$

となる。ここで $t = 0$ のとき $x = 0$ であることを用いると

$$\begin{aligned} x(0) &= \frac{F}{k} (a \cdot 0 \cdot e^0 - e^0 + C'') = 0 \\ \frac{F}{k} (-1 + C'') &= 0 \\ C'' &= 1 \end{aligned} \quad (\text{A.65})$$

よって

$$x(t) = \frac{F}{k}(ate^{at} - e^{at} + 1) \quad (\text{A.66})$$

となる。さらに加速度 a_C は

$$\begin{aligned} a_C(t) &= \frac{dv(t)}{dt} = \frac{F}{k}a^2(e^{at} + tae^{at}) \\ &= \frac{F}{k}(a^2e^{at} + ta^3e^{at}) \end{aligned} \quad (\text{A.67})$$

となる。

(3) 異なる2つの複素解の場合

速度 v は式 (A.54) より

$$v(t) = \frac{F}{k} \frac{a^2 + b'^2}{b'} e^{at} \sin b't \quad (\text{A.68})$$

となる。ここで

$$\begin{cases} a = -\frac{r_f}{2m} \\ b' = \frac{1}{2m} \sqrt{4mk - r_f^2} \end{cases} \quad (\text{A.69})$$

である。また、変位 x は

$$\begin{aligned} x(t) &= \int v(t)dt = \frac{F}{k} \frac{a^2 + b'^2}{b'} \int e^{at} \sin b't dt \\ &= \frac{F}{k} \frac{a^2 + b'^2}{b'} \left[\frac{e^{at}(a \sin b't - b' \cos b't)}{a^2 + b'^2} + C' \right] \\ &= \frac{F}{k} \frac{e^{at}}{b'} (a \sin b't - b' \cos b't) + C'' \end{aligned} \quad (\text{A.70})$$

となる。ここで $t=0$ のとき $x=0$ であることを用いて

$$\begin{aligned} x(0) &= \frac{F}{k} \frac{e^0}{b'} (a \sin 0 - b' \cos 0) + C'' = 0 \\ C'' &= \frac{F}{k} \end{aligned} \quad (\text{A.71})$$

よって

$$x(t) = \frac{F}{k} \frac{e^{at}}{b'} (a \sin b't - b' \cos b't) + \frac{F}{k} \quad (\text{A.72})$$

さらに加速度 a_C は

$$\begin{aligned} a_C(t) &= \frac{dv(t)}{dt} = \frac{F}{k} \frac{a^2 + b'^2}{b'} \frac{d}{dt}(e^{at} \sin b't) \\ &= \frac{F}{k} \frac{a^2 + b'^2}{b'} (ae^{at} \sin b't - b'e^{at} \cos b't) \end{aligned} \quad (\text{A.73})$$

となる。

以上のようにバネ-マス-ダンパ系の微分方程式の解は式 (A.8) により 3 つ場合に分かれる。一般的な MEMS においては粘性抵抗 r_f は小さく、また Q 値は大きい。そのため 2 次方程式 (A.8) の解 s の値は (3) 異なる 2 つの複素解 になることが多い。3 章で行った双安定アクチュエータの解析においても複素解として評価を行った。

付 録 B 式 (3.6) - 式 (3.8) の解法

B.1 式 (3.6) の導出

まず、式 (3.5) から式 (3.6) をラプラス変換を用いて導く。式 (3.5) は式 (3.3) のように場合分けされる。式 (3.3) をもう一度書くと

$$0 = m \frac{d^2 x}{dt^2} + r_f \frac{dx}{dt} + kx, \quad x_1 \leq x < x_0 \quad (\text{B.1})$$

$$-\frac{n\epsilon h}{d} V_E^2 = m \frac{d^2 x}{dt^2} + r_f \frac{dx}{dt} + kx, \quad x_0 \leq x < -x_2$$

となる。まず、最初の式について解く。さらに速度 $v = dx/dt$ を用いて書き換えると

$$0 = m \frac{dv}{dt} + r_f v + k \int v dt \quad (\text{B.2})$$

この式 (B.2) をラプラス変換する。速度 $v(t)$ をラプラス変換したものを $V(s)$ として

$$0 = m \{sV(s) - v(0)\} + r_f V(s) + k \left(\frac{V(s)}{s} + \frac{x(0)}{s} \right) \quad (\text{B.3})$$

となる。ここで、 $t = 0$ で $v = 0$ 、 $x = x_1$ であるので

$$\begin{aligned} 0 &= msV(s) + r_f V(s) + \left(\frac{kV(s)}{s} + \frac{kx_1}{s} \right) \\ V(s) \left\{ ms + r_f + \frac{k}{s} \right\} &= -\frac{kx_1}{s} \\ V(s) &= -\frac{kx_1}{\{ms^2 + r_f s + k\}} \\ V(s) &= -\frac{kx_1}{m \left\{ \left(s + \frac{r_f}{2m} \right)^2 + \left(\frac{k}{m} \right) - \left(\frac{r_f}{2m} \right)^2 \right\}} \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

となる。ここで、式 (B.4) の分母の s に対する 2 次式の解によって場合分けが生じる。Appendix A にも書いたように一般的な MEMS において粘性抵抗 r_f は小さく Q 値は大きい。そのため、2 次方程式の解 s は異なる 2 つの複素解になることが多い。つまり

$$r_f^2 - 4mk < 0 \quad (\text{B.5})$$

はリーズナブルな値である。ここで

$$\begin{cases} a = -\frac{r_f}{2m} \\ b = \frac{1}{2m}\sqrt{4mk - r_f^2} = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{r_f}{2m}\right)^2} \end{cases} \quad (\text{B.6})$$

とおく。式 (B.6) を用いて式 (B.4) を書き直すと

$$\begin{aligned} V(s) &= -\frac{kx_1}{m \left\{ \left(s + \frac{r_f}{2m}\right)^2 + \left(\frac{k}{m} - \left(\frac{r_f}{2m}\right)^2\right) \right\}} \\ &= -\frac{kx_1}{m \{(s-a)^2 + b^2\}} \\ &= -\frac{kx_1}{bm} \frac{b}{\{(s-a)^2 + b^2\}} \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

$V(s)$ を逆変換する。ラプラス変換の s 推移法則を用いて

$$\begin{aligned} v(t) &= \mathcal{L}^{-1}\{V(s)\} = -\frac{kx_1}{bm} \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{b}{(s-a)^2 + b^2}\right\} \\ &= -\frac{kx_1}{bm} e^{at} \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{b}{s^2 + b^2}\right\} \\ &= -\frac{kx_1}{bm} e^{at} \sin bt \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

ここで

$$a^2 + b^2 = \left(\frac{r_f}{2m}\right)^2 + \frac{k}{m} - \left(\frac{r_f}{2m}\right)^2 = \frac{k}{m} \quad (\text{B.9})$$

を用いると最終的に速度 v は

$$v(t) = -x_1 \frac{a^2 + b^2}{b} e^{at} \sin bt \quad (\text{B.10})$$

となる。さらに変位 x は

$$\begin{aligned} x(t) &= \int v(t) dt = -x_1 \frac{a^2 + b^2}{b} \int e^{at} \sin bt dt \\ &= -x_1 \frac{a^2 + b^2}{b} \left\{ \frac{e^{at}(a \sin bt - b \cos bt)}{a^2 + b^2} + C' \right\} \\ &= -x_1 \frac{e^{at}}{b} (a \sin bt - b \cos bt) + C'' \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

ここで $t = 0$ のとき、 $x(0) = x_1$ であることをもちいて

$$\begin{aligned} x(0) &= -x_1 \frac{e^{at}}{b} (a \sin 0 - b \cos 0) + C''' = x_1 \\ C''' &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

となる。よって最終的に変位 x は

$$x(t) = -x_1 \frac{e^{at}}{b} (a \sin bt - b \cos bt) \quad (\text{B.13})$$

となる。さらに加速度 a_c は

$$\begin{aligned} a_c &= \frac{dv(t)}{dt} = -x_1 \frac{a^2 + b^2}{b} \frac{d}{dt} (e^{at} \sin bt) \\ &= -x_1 \frac{a^2 + b^2}{b} e^{at} (a \sin bt + b \cos bt) \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

となる。さらに

$$Q = \frac{\omega_0 m}{r_f} \quad (\text{B.15})$$

である。また共振周波数 f_0 は減衰係数の影響を受けないとすると

$$4mk \gg r_f^2 \quad (\text{B.16})$$

であるといえる。式 (B.15)、式 (B.16) を用いて係数を書き換えると

$$\begin{cases} a = -\frac{r_f}{2m} = -\frac{\omega_0}{2Q} \\ b = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{r_f}{2m}\right)^2} = \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_0 \end{cases} \quad (\text{B.17})$$

となる。さらにこれを用いて変位 x の式を書き換えると

$$x(t) = x_1 \exp\left(-\frac{\omega_0}{2Q}t\right) \left(\cos \omega_0 t + \frac{1}{2Q} \sin \omega_0 t\right) \quad (\text{B.18})$$

となり、これは式 (3.6) の第 1 項に相当する。

次に式 (B.1) の下の式の展開を行う。 $t = t_1$ のとき $x = x_0$ に到達したとする。ここで $t' = t - t_1$ とおき、 $t' = 0$ より生じた運動と考えるとこれは Appendix A で解いたのと同じ形になる。式の線形性によりその運動方程式を解き、後で式 (B.1) の上の式の解に足し合わせてやればよい。

よって式 (A.68) より速度 $v_{cl}(t)$ は

$$v_{cl}(t') = \frac{-F_{cl}}{k} \frac{a^2 + b^2}{b} e^{at'} \sin bt' \quad (\text{B.19})$$

となる。ここで

$$\begin{cases} a = -\frac{r_f}{2m} \\ b = \frac{1}{2m} \sqrt{4mk - r_f^2} \end{cases} \quad (\text{B.20})$$

である。また、変位 x_{cl} は

$$\begin{aligned} x_{cl}(t') &= \int v_{cl}(t') dt = \frac{-F_{cl}}{k} \frac{a^2 + b^2}{b} \int e^{at'} \sin bt' dt \\ &= \frac{-F_{cl}}{k} \frac{a^2 + b^2}{b} \left[\frac{e^{at'} (a \sin bt' - b \cos bt')}{a^2 + b^2} + C' \right] \\ &= \frac{-F_{cl}}{k} \frac{e^{at'}}{b} (a \sin bt' - b' \cos bt') + C'' \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

となる。ここで $-F_{cl}/k = -x_2$ であり、また $t' = 0$ のとき $x_{cl}(0) = 0$ であることを用いて

$$\begin{aligned} x_{cl}(0) &= \frac{-F_{cl}}{k} \frac{e^0}{b'} (a \sin 0 - b' \cos 0) + C'' = 0 \\ C'' &= -\frac{F_{cl}}{k} = -x_2 \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

よって

$$x_{cl}(t') = -x_2 \frac{e^{at'}}{b} (a \sin bt' - b \cos bt') - x_2 \quad (\text{B.23})$$

となる。さらに式 (B.17) を適用し、さらに t' を元に戻すと

$$x_{cl}(t) = x_2 \exp\left(-\frac{\omega_0}{2Q}(t - t_1)\right) \left[\cos \omega_0(t - t_1) + \frac{1}{2Q} \sin \omega_0(t - t_1) \right] - x_2 \quad (\text{B.24})$$

となり、これは式 (3.6) の第 2 項、第 3 項に相当する。よってステップ関数を用いて式 (B.18) および式 (B.24) を合わせることで式 (3.6) を導くことができる。

$$\begin{aligned} x(t) &= x_1 \exp\left(-\frac{\omega_0}{2Q}t\right) \left(\cos \omega_0 t + \frac{1}{2Q} \sin \omega_0 t \right) - x_2 u(t - t_1) + x_2 \exp\left(-\frac{\omega_0}{2Q}(t - t_1)\right) \\ &\quad \cdot \left[\cos \omega_0(t - t_1) + \frac{1}{2Q} \sin \omega_0(t - t_1) \right] u(t - t_1) \end{aligned} \quad (\text{B.25})$$

B.2 式(3.7)、式(3.8)の導出

Q が十分大きく、 $1/(2Q) \approx 0$ したがって $\exp\{-\omega_0/(2Q)\} \approx 1$ が成り立つとすると式(B.25)は

$$\begin{aligned} x(t) &= x_1 \cdot 1 \cdot (\cos \omega_0 t + 0 \cdot \sin \omega_0 t) - x_2 u(t - t_1) + x_2 \cdot 1 \\ &\quad \cdot [\cos \omega_0(t - t_1) + 0 \cdot \sin \omega_0(t - t_1)] u(t - t_1) \\ &= x_1 \cos \omega_0 t - x_2 [1 - \cos \omega_0(t - t_1)] u(t - t_1) \end{aligned} \quad (\text{B.26})$$

となり、式(3.7)と一致する。さらに、この式(B.26)において、 $0 \leq t < t_1$ のとき、変位 x は

$$x(t) = x_1 \cos \omega_0 t, \quad 0 \leq t < t_1 \quad (\text{B.27})$$

となる。次に $t_1 \leq t$ のときは

$$x(t) = -x_2 + x_1 \cos \omega_0 t + x_2 \cos(\omega_0 t - \omega_0 t_1), \quad t_1 \leq t \quad (\text{B.28})$$

となる。さらに三角関数の公式を用いて展開していく。まず、加法定理より

$$\cos(\omega_0 t - \omega_0 t_1) = \cos \omega_0 t \cos \omega_0 t_1 + \sin \omega_0 t \sin \omega_0 t_1 \quad (\text{B.29})$$

となる。ここで、 $t = t_1$ のとき $x = x_0$ であるため、式(B.27)において $t = t_1$ に限りなく近いとすれば

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow t_1} x(t) &= x_1 \cos \omega_0 t_1 = x_0 \\ \cos \omega_0 t_1 &= \frac{x_0}{x_1} \end{aligned} \quad (\text{B.30})$$

$$\sin \omega_0 t_1 = \sqrt{1 - \left(\frac{x_0}{x_1}\right)^2} = \frac{\sqrt{x_1^2 - x_0^2}}{x_1} \quad (\text{B.31})$$

となる。式(B.30)、式(B.31)を用いると式(B.29)は以下のように書き換えることができる。

$$\cos(\omega_0 t - \omega_0 t_1) = \frac{x_0}{x_1} \cos \omega_0 t + \frac{\sqrt{x_1^2 - x_0^2}}{x_1} \sin \omega_0 t \quad (\text{B.32})$$

よって、式(B.28)の第2項と第3項は式(B.32)と三角関数の合成を用いて

$$\begin{aligned}
& x_1 \cos \omega_0 t + x_2 \cos (\omega_0 t - \omega_0 t_1) \\
&= x_1 \cos \omega_0 t + \frac{x_0 x_2}{x_1} \cos \omega_0 t + \frac{x_2 \sqrt{x_1^2 - x_0^2}}{x_1} \sin \omega_0 t \\
&= \frac{x_1^2 + x_0 x_2}{x_1} \cos \omega_0 t + \frac{x_2 \sqrt{x_1^2 - x_0^2}}{x_1} \sin \omega_0 t \\
&= \sqrt{\left(\frac{x_1^2 + x_0 x_2}{x_1} \right)^2 + \left(\frac{x_2 \sqrt{x_1^2 - x_0^2}}{x_1} \right)^2} \sin \omega_0 t + \theta \\
&= \sqrt{\frac{x_1^4 + 2x_1^2 x_0 x_2 + x_0^2 x_2^2 + x_2^2 x_1^2 - x_2^2 x_0^2}{x_1^2}} \sin(\omega_0 t + \theta) \\
&= \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + 2x_0 x_2} \sin(\omega_0 t + \theta)
\end{aligned} \tag{B.33}$$

とできる。ここで θ は以下を満たすものである。

$$\tan \theta = \frac{x_1^2 + x_0 x_2}{x_2 \sqrt{x_1^2 - x_0^2}} \tag{B.34}$$

よって以下のように代数を定めると

$$\begin{cases} x_{vir} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + 2x_0 x_2} \\ \theta = \tan^{-1} \frac{x_1^2 + x_0 x_2}{x_2 \sqrt{x_1^2 - x_0^2}} \end{cases} \tag{B.35}$$

式 (B.33) と式 (B.35) を用いて式 (B.28) は以下のように書ける。

$$x(t) = -x_2 + x_{vir} \sin(\omega_0 t + \theta), \quad t_1 \leq t \tag{B.36}$$

式 (B.27) と式 (B.36) は式 (3.8) に相当する。

付録C 式(3.13)の解法

C.1 式(3.13)の導出

式(3.11)から式(3.13)を導く。式(3.11)をもう一度書くと、

$$\begin{aligned} \frac{n\epsilon h}{d}(-V_E + V_m)^2 &= m \frac{d^2 x}{dt^2} + r_f \frac{dx}{dt} + kx, & x_1 \leq x < x_0 (0 \leq t < t_1) \\ 0 &= m \frac{d^2 x}{dt^2} + r_f \frac{dx}{dt} + kx, & x_0 \leq x < -x_0 (t_1 \leq t < t_2) \\ -\frac{n\epsilon h}{d}V_E^2 &= m \frac{d^2 x}{dt^2} + r_f \frac{dx}{dt} + kx, & -x_0 \leq x < x_0 (t_2 \leq t) \end{aligned} \quad (C.1)$$

となる。あとは、各時間の範囲において微分方程式を解けばよいのだが、定義から $0 \leq t < t_1$ および $t_1 \leq t < t_2$ の範囲では得た加速エネルギーとポテンシャルバリアが釣り合っているため、得たエネルギーはそれぞれの境界のところで使い果たされており、可動部の速度も0となる。よって前段の運動は後段の運動に影響を及ぼさない。そのため、各微分方程式をそのまま解けばよい。

まず、 $0 \leq t < t_1$ ($x_1 \leq x < x_0$) の運動方程式、

$$\frac{n\epsilon h}{d}(-V_E + V_m)^2 = m \frac{d^2 x}{dt^2} + r_f \frac{dx}{dt} + kx \quad (C.2)$$

を解く。 $t = 0$ において変位 $x(0) = x_1$ である。Appendix A に示した方法と同様に行えばよい。式(C.2)の左辺を

$$F'_{cr} \equiv \frac{n\epsilon h}{d}(-V_E + V_m)^2 \quad (C.3)$$

とおく。このとき式(A.48)は

$$v_C(t) = e^{at} \{ (k_1 + k_2) \cos b't + j(k_1 - k_2) \sin b't \} + F'_{cr} \quad (C.4)$$

と書ける。式(C.4)の未定係数 k_1 、 k_2 を初期値を用いて導く。 $t = 0$ のとき等価回路におけるコンデンサにかかる電圧 $v_C = F_{cr} = \frac{n\epsilon h}{d}V_E^2$ であるので

$$\begin{aligned}
v_C(0) &= e^0 \{ (k_1 + k_2) \cos 0 + j(k_1 + k_2) \sin 0 \} + F'_{cr} = F_{cr} \\
k_1 + k_2 &= F_{cr} - F'_{cr}
\end{aligned} \tag{C.5}$$

となる。さらに $t = 0$ のとき $i(0) = 0$ であるので式 (A.50) を用いて

$$\begin{aligned}
i(0) &= C e^0 \{ a(k_1 e^0 + k_2 e^0) + j b' (k_1 e^0 - j k_2 e^0) = 0 \} \\
&= a(k_1 + k_2) + j b' (k_1 - k_2) \\
&= a(F_{cr} - F'_{cr}) + j b' (k_1 - k_2)
\end{aligned} \tag{C.6}$$

$$k_1 - k_2 = -\frac{a(F_{cr} - F'_{cr})}{j b'} \tag{C.7}$$

となる。式 (C.4) に式 (C.5) および式 (C.7) を代入して

$$\begin{aligned}
v_C(t) &= e^{at} \left[(F_{cr} - F'_{cr}) \cos b't + j \left\{ -\frac{a(F_{cr} - F'_{cr})}{j b'} \right\} \sin b't \right] + F'_{cr} \\
&= e^{at} \left\{ (F_{cr} - F'_{cr}) \cos b't - \frac{a}{b'} (F_{cr} - F'_{cr}) \sin b't \right\} + F'_{cr} \\
&= e^{at} \left\{ (F_{cr} - F'_{cr}) \left(\cos b't - \frac{a}{b'} \sin b't \right) \right\} + F'_{cr}
\end{aligned} \tag{C.8}$$

を得る。また、等価回路に流れる電流 $i(t)$ は式 (A.54) と同様に行って

$$\begin{aligned}
i(t) &= C \frac{v_C(t)}{dt} = C \frac{d}{dt} \left[e^{at} \left\{ (F_{cr} - F'_{cr}) \cos b't - \frac{a}{b'} (F_{cr} - F'_{cr}) \sin b't \right\} + F'_{cr} \right] \\
&= -C(F_{cr} - F'_{cr}) e^{at} \frac{a^2 + b'^2}{b'} \sin b't
\end{aligned} \tag{C.9}$$

を得る。そしてバネ・マス・ダンパ系に戻す。速度 v は式 (C.9) より

$$v(t) = -\frac{(F_{cr} - F'_{cr})}{k} \frac{a^2 + b'^2}{b'} e^{at} \sin b't \tag{C.10}$$

となる。ここで

$$\begin{cases} a = -\frac{r_f}{2m} \\ b' = \frac{1}{2m} \sqrt{4mk - r_f^2} \end{cases} \tag{C.11}$$

である。また、変位 x は

$$\begin{aligned}
x(t) &= \int v(t)dt = -\frac{(F_{cr} - F'_{cr})}{k} \frac{a^2 + b'^2}{b'} \int e^{at} \sin b't dt \\
&= -\frac{(F_{cr} - F'_{cr})}{k} \frac{a^2 + b'^2}{b'} \left[\frac{e^{at}(a \sin b't - b' \cos b't)}{a^2 + b'^2} + C' \right] \\
&= -\frac{(F_{cr} - F'_{cr})}{k} \frac{e^{at}}{b'} (a \sin b't - b' \cos b't) + C''
\end{aligned} \tag{C.12}$$

となる。ここで $t = 0$ のとき $x = x_1$ であることを用いて

$$\begin{aligned}
x(0) &= -\frac{(F_{cr} - F'_{cr})}{k} \frac{e^0}{b'} (a \sin 0 - b' \cos 0) + C'' = x_1 \\
C'' &= x_1 - \frac{(F_{cr} - F'_{cr})}{k}
\end{aligned} \tag{C.13}$$

ここで式 (3.2) と式 (3.10) から

$$\begin{aligned}
\frac{F_{cr}}{k} &= x_1 \\
\frac{F'_{cr}}{k} &= \frac{x_0 + x_1}{2}
\end{aligned} \tag{C.14}$$

である。よって

$$x(t) = \frac{x_0 - x_1}{2} \frac{e^{at}}{b'} (a \sin b't - b' \cos b't) + \frac{x_0 + x_1}{2} \tag{C.15}$$

となる。また共振周波数 f_0 は減衰係数の影響を受けないとすると

$$4mk \gg r_f^2 \tag{C.16}$$

であるといえる。式 (B.15)、式 (B.16) を用いて係数を書き換えると

$$\begin{cases} a = -\frac{r_f}{2m} = -\frac{\omega_0}{2Q} \\ b = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{r_f}{2m}\right)^2} = \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_0 \end{cases} \tag{C.17}$$

となる。これを用いて変位 x の式を書き換えると

$$x(t) = -\frac{x_0 - x_1}{2} \exp\left(-\frac{\omega_0}{2Q}t\right) \left(\cos \omega_0 t + \frac{1}{2Q} \sin \omega_0 t\right) + \frac{x_0 + x_1}{2} \tag{C.18}$$

となる。さらに、 Q が十分大きく、 $1/(2Q) \approx 0$ したがって $\exp\{-\omega_0/(2Q)\} \approx 1$ が成り立つとすると式 (C.18) は

$$x(t) = \frac{x_1 - x_0}{2} \cos \omega_0 t + \frac{x_0 + x_1}{2} \quad (\text{C.19})$$

となる。これは式 (3.13) の第 1 項に相当する。

続いて、 $t_1 \leq t < t_2$ ($x_0 \leq x < -x_0$) の運動方程式、

$$0 = m \frac{d^2 x}{dt^2} + r_f \frac{dx}{dt} + kx \quad (\text{C.20})$$

を解く。ここで

$$t' \equiv t - t_1 \quad (\text{C.21})$$

と置くと、これは Chapter B の式 (B.1) の最初の式と同様にして解ける。 $t' = 0$ のとき $x = x_0$ であることに留意すれば、その変位は

$$x(t') = x_0 \cos \omega_0 t', \quad 0 \leq t' < t_2 - t_1 \quad (\text{C.22})$$

となる。ここで $t' = t - t_1$ を t の式に戻すと

$$x(t) = x_0 \cos \omega_0 (t - t_1), \quad t_1 \leq t < t_2 \quad (\text{C.23})$$

となる。これは式 (3.13) の第 2 項に相当する。

最後に、 $t_2 \leq t$ ($-x_0 \leq x < -x_2$) の運動方程式、

$$-\frac{n\epsilon h}{d} V_E^2 = m \frac{d^2 x}{dt^2} + r_f \frac{dx}{dt} + kx \quad (\text{C.24})$$

を解く。ここで

$$t'' \equiv t - t_2 \quad (\text{C.25})$$

と置くと、Chapter A で解いた式と同じ形になる。よって A.3 (3) から進めると定常解 $v_2(t)$ は式 (3.1) を用いて

$$v_2(t'') = -\frac{n\epsilon h}{d} V_E^2 = -F_d \quad (\text{C.26})$$

となる。微分方程式の解 $v_C(t'')$ は

$$v_C(t'') = e^{at''} \{ (k_1 + k_2) \cos b't'' + j(k_1 - k_2) \sin b't'' \} - F_d \quad (\text{C.27})$$

となる。続いて式 (C.27) の未定係数 k_1 、 k_2 を初期値を使って導く。 $t'' = 0$ のとき $v_C(0) = -kx_0$ であるので $-F_{cl} = -kx_2$ であることを用いて

$$\begin{aligned} v_C(0) &= e^0 \{(k_1 + k_2) \cos 0 + j(k_1 - k_2) \sin 0\} - F_{cl} = -kx_0 \\ k_1 + k_2 &= -k(x_0 - x_2) \end{aligned} \quad (C.28)$$

を得る。さらに $t'' = 0$ のとき $i(0) = 0$ であるので、

$$\begin{aligned} i(0) &= Ce^0 \{a(k_1 e^0 + k_2 e^0) + jb'(k_1 e^0 - jk_2 e^0)\} \\ &= a(k_1 + k_2) + jb'(k_1 - k_2) = 0 \\ -ak(x_0 - x_2) + jb'(k_1 - k_2) &= 0 \\ (k_1 - k_2) &= \frac{ak(x_0 - x_2)}{jb'} = -\frac{jak(x_0 - x_2)}{b'} \end{aligned} \quad (C.29)$$

式 (C.28)、式 (C.29) を式 (C.27) に代入することで

$$\begin{aligned} v_C(t'') &= e^{at''} \left\{ -k(x_0 - x_2) \cos b't'' + j \left(\frac{ak(x_0 - x_2)}{jb'} \right) \sin b't'' \right\} - kx_2 \\ &= -kx_2 - k(x_0 - x_2)e^{at''} \left\{ \cos b't'' - \frac{a}{b'} \sin b't'' \right\} \end{aligned} \quad (C.30)$$

を得る。又、式 (A.2) より

$$\begin{aligned} i(t'') &= C \frac{dv_C(t'')}{dt''} = C \frac{d}{dt''} \left[-kx_2 - k(x_0 - x_2)e^{at''} \left\{ \cos b't'' - \frac{a}{b'} \sin b't'' \right\} \right] \\ &= Ck(x_0 - x_2) \left(-ae^{at''} \cos b't'' + b'e^{at''} \sin b't'' + \frac{a^2}{b'} e^{at''} \sin b't'' + ae^{at''} \cos b't'' \right) \\ &= Ck(x_0 - x_2) \left(b'e^{at''} \sin b't'' + \frac{a^2}{b'} e^{at''} \sin b't'' \right) \\ &= Ck(x_0 - x_2)e^{at''} \frac{a^2 + b'^2}{b'} \sin b't'' \end{aligned} \quad (C.31)$$

ここで、等価回路の記号をバネ・マス・ダンパ系に戻す。速度 v は式 (C.31) より

$$v(t'') = (x_0 - x_2) \frac{a^2 + b'^2}{b'} e^{at''} \sin b't'' \quad (C.32)$$

となる。変位 x は

$$\begin{aligned} x(t) &= \int v(t'') dt'' = (x_0 - x_2) \frac{a^2 + b'^2}{b'} \int e^{at''} \sin b't'' dt'' \\ &= (x_0 - x_2) \frac{a^2 + b'^2}{b'} \left[\frac{e^{at''} (a \sin b't'' - b' \cos b't'')}{a^2 + b'^2} + C' \right] \\ &= (x_0 - x_2) \frac{e^{at''}}{b'} (a \sin b't'' - b' \cos b't'') + C'' \end{aligned} \quad (C.33)$$

より得られる。ここで $t'' = 0$ のとき $x = -x_0$ であることを用いて

$$\begin{aligned} x(0) &= (x_0 - x_2) \frac{e^0}{b'} (a \sin 0 - b' \cos 0) + C'' = -x_0 \\ C'' &= -x_2 \end{aligned} \quad (\text{C.34})$$

よって

$$x(t'') = (x_0 - x_2) \frac{e^{at''}}{b'} (a \sin b' t'' - b' \cos b' t'') - x_2 \quad (\text{C.35})$$

となる。さらに

$$\begin{cases} a = -\frac{r_f}{2m} = -\frac{\omega_0}{2Q} \\ b = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{r_f}{2m}\right)^2} = \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_0 \end{cases} \quad (\text{C.36})$$

を用いて式 (C.35) を書き直すと

$$x(t'') = (x_0 - x_2) e^{-\frac{\omega_0}{2Q} t''} \left(-\frac{1}{2Q} \sin \omega_0 t'' - \cos \omega_0 t'' \right) - x_2 \quad (\text{C.37})$$

となる。ここで Q が十分大きく、 $1/(2Q) \approx 0$ したがって $\exp\{-\omega_0/(2Q)\} \approx 1$ が成り立つとしさらに $t'' = t - t_2$ を t の式に戻すと

$$x(t) = (x_2 - x_0) \cos \omega_0(t - t_2) - x_2 \quad (\text{C.38})$$

となる。これは式 (3.13) の第3項に相当する。よって式 (C.19)、式 (C.23)、式 (C.38) とステップ関数を用いることで

$$\begin{aligned} x(t) &= \left\{ \frac{x_1 - x_0}{2} \cos \omega_0 t + \frac{x_0 + x_1}{2} \right\} \{u(t) - u(t - t_1)\} \\ &\quad + \{x_0 \cos \omega_0(t - t_1)\} \{u(t - t_1) - u(t - t_2)\} \\ &\quad + \{-x_2 + (-x_0 + x_2) \cos \omega_0(t - t_2)\} u(t - t_2) \end{aligned} \quad (\text{C.39})$$

が得られ、これは式 (3.13) に相当する。

付 録 D 共振時の静電誘導変圧器の各式の導出

D.1 共振時の静電誘導変圧器の各式の導出

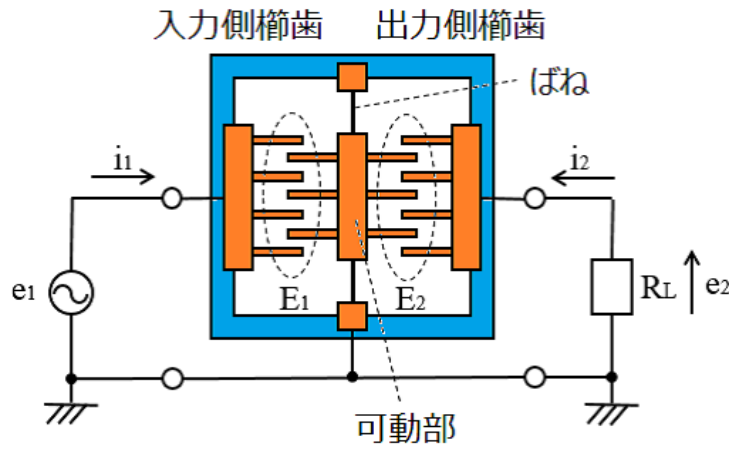


図 D.1: 3 端子静電櫛歯を用いた変圧器の分析モデル

4.2 節で示した式 (4.3) - 式 (4.5) およびそのほか静電変圧器の特性を検討するうえで必要な項目の式の導出を行う。3 端子櫛歯のモデルは上図 D.1(図 4.1 と同じ図) に示したとおりである。このモデルの線形運動方程式は式 (2.56)、式 (4.1) に示すように [11, 14, 64]

$$\begin{bmatrix} f \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_m & -A & B \\ A & j\omega C_1 & 0 \\ -B & 0 & j\omega C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} \quad (\text{D.1})$$

となる。ここで

$$\begin{cases} Z_m = r_f + j\omega m + \frac{k}{j\omega} \\ A = \frac{2n_1\epsilon_0 b E_1}{d_1} = \frac{C_1 E_1}{X_{01} - X} \\ B = \frac{2n_2\epsilon_0 b E_2}{d_2} = \frac{C_2 E_2}{X_{02} - X} \end{cases} \quad (\text{D.2})$$

であり、また

$$\begin{cases} C_1(x) = \frac{2n_1\epsilon_0 b}{d_1}(X_{01} - X) \\ C_2(x) = \frac{2n_2\epsilon_0 b}{d_2}(X_{02} + X) \end{cases} \quad (\text{D.3})$$

である。各パラメータの意味は 表 D.1 に示した。

表 D.1: 3 端子櫛歯アクチュエータモデルの各パラメータ

記号	パラメータの意味	単位
ϵ_0	真空の誘電率	[F/m]
x	可動部の微小変位	[m]
v	可動部の速度	[m/s]
X	直流電圧+エレクトレット電位による変位	[m]
F	外力 (静的)	[N]
f	外力 (周期的に変化)	[N]
m	可動部の重さ	[kg]
k	バネ定数	[N/m]
r_f	粘性抵抗	[N s/m]
b	構造の厚み	[m]
櫛歯アクチュエータ 1		
A	力係数	[arb. unit]
C_1	静電容量 (エレクトレット電位による変位後)	[F]
n_1	櫛歯の本数	[本]
X_{01}	(初期) 櫛歯重なり長さ	[m]
d_1	櫛歯間のギャップ	[m]
E_1	櫛歯アクチュエータにかかる直流電圧	[V]
e_1	櫛歯アクチュエータにかかる交流電圧	[V]
I_1	櫛歯アクチュエータにかかる直流電流	[A]
i_1	櫛歯アクチュエータにかかる交流電流	[A]
櫛歯アクチュエータ 2		
B	力係数	[arb. unit]
C_2	静電容量 (エレクトレット電位による変位後)	[F]
n_2	櫛歯の本数	[本]
X_{02}	(初期) 櫛歯重なり長さ	[m]
d_2	櫛歯間のギャップ	[m]
E_2	櫛歯アクチュエータにかかる直流電圧	[V]
e_2	櫛歯アクチュエータにかかる交流電圧	[V]
I_2	櫛歯アクチュエータにかかる直流電流	[A]
i_2	櫛歯アクチュエータにかかる交流電流	[A]

また、出力側の負荷回路から

$$e_2 = -R_L i_2 \quad (\text{D.4})$$

である。ここで信号源から出力される信号の周波数が共振周波数であるとして、 $Z_m = r_f$ とする。また外力は受けない ($f = 0$) ものとする、式 (D.1) および式 (D.4) は

$$\begin{cases} 0 = r_f v - A e_1 + B e_2 \\ i_1 = A v + j\omega C_1 e_1 \\ i_2 = -B v + j\omega C_2 e_2 \\ e_2 = -i_2 R_L \end{cases} \quad (\text{D.5})$$

となる。式 (D.5) の連立方程式を変形、整理していく。

$$\begin{aligned} -\frac{e_2}{R_L} &= -B v + j\omega C_2 e_2 \\ e_2 &= \frac{B R_L}{1 + j\omega C_2 R_L} v \\ 0 &= r_f v - A e_1 + B \frac{B R_L}{1 + j\omega C_2 R_L} v \\ v &= \frac{A + j\omega C_2 R_L A}{r_f + B^2 R_L + j\omega C_2 R_L r_f} e_1 \end{aligned} \quad (\text{D.6})$$

式 (D.6) は可動部の速度 v を表す式である。速度の大きさ $|v|$ は

$$|v| = \frac{\sqrt{A^2 + \omega^2 C_2^2 R_L^2 A^2}}{\sqrt{(r_f + B^2 R_L)^2 + \omega^2 C_2^2 R_L^2 r_f^2}} e_1 \quad (\text{D.7})$$

より得られる。さらに、式 (D.6) を積分することで変位 x の式を得る。

$$x = \int v dt = \frac{v}{j\omega} = \frac{A + j\omega C_2 R_L A}{-\omega^2 C_2 R_L r_f + j\omega(r_f + B^2 R_L)} e_1 \quad (\text{D.8})$$

変位の大きさ $|x|$ は

$$|x| = \frac{\sqrt{A^2 + \omega^2 C_2^2 R_L^2 A^2}}{\sqrt{\omega^4 C_2^2 R_L^2 r_f^2 + \omega^2(r_f + B^2 R_L)^2}} e_1 \quad (\text{D.9})$$

より得られる。さらに、式 (D.6) を式 (D.5) に代入することで入力電流 i_1 、出力電圧 e_2 、出力電流 i_2 の式を得る。

$$\begin{aligned} i_1 &= A \frac{A + j\omega C_2 R_L A}{r_f + B^2 R_L + j\omega C_2 R_L r_f} e_1 + j\omega C_1 e_1 \\ &= \frac{A^2 - \omega^2 C_1 C_2 R_L r_f + j\omega(C_2 R_L A^2 + C_1 r_f + C_1 B^2 R_L)}{r_f + B^2 R_L + j\omega C_2 R_L r_f} e_1 \end{aligned} \quad (\text{D.10})$$

$$\begin{aligned}
e_2 &= \frac{BR_L}{1 + j\omega C_2 R_L} \cdot \frac{A(1 + j\omega C_2 R_L)}{r_f + B^2 R_L + j\omega C_2 R_L r_f} e_1 \\
&= \frac{ABR_L}{r_f + B^2 R_L + j\omega C_2 R_L r_f} e_1
\end{aligned} \tag{D.11}$$

$$i_2 = -\frac{e_2}{R_L} = \frac{AB}{r_f + B^2 R_L + j\omega C_2 R_L r_f} e_1 \tag{D.12}$$

よって入力電流の大きさ $|i_1|$ 、出力電圧の大きさ $|e_2|$ 、出力電流の大きさ $|i_2|$ はそれぞれ

$$|i_1| = \frac{\sqrt{(A^2 - \omega^2 C_1 C_2 R_L r_f)^2 + \omega^2 (C_2 R_L A^2 + C_1 r_f + C_1 B^2 R_L)^2}}{\sqrt{(r_f + B^2 R_L)^2 + \omega^2 C_2^2 R_L^2 r_f^2}} e_1 \tag{D.13}$$

$$|e_2| = \frac{ABR_L}{\sqrt{(r_f + B^2 R_L)^2 + \omega^2 C_2^2 R_L^2 r_f^2}} e_1 \tag{D.14}$$

$$|i_2| = \frac{AB}{\sqrt{(r_f + B^2 R_L)^2 + \omega^2 C_2^2 R_L^2 r_f^2}} e_1 \tag{D.15}$$

電圧変換係数 G_v と電流変換係数 G_i は式 (D.13)～式 (D.15) を用いて

$$\begin{aligned}
G_v &= \frac{|e_2|}{|e_1|} = \frac{ABR_L}{\sqrt{(r_f + B^2 R_L)^2 + \omega^2 C_2^2 R_L^2 r_f^2}} \\
&= \frac{A}{B} \cdot \frac{ABR_L}{\sqrt{\left(1 + \frac{r_f}{R_L B^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega C_2 r_f}{B^2}\right)^2}} \\
&= \frac{A}{B} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{r_f}{R_L B^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega C_2 r_f}{B^2}\right)^2}}
\end{aligned} \tag{D.16}$$

$$\begin{aligned}
G_i &= \frac{|i_2|}{|i_1|} = \frac{\frac{AB}{\sqrt{(r_f + B^2 R_L)^2 + \omega^2 C_2^2 R_L^2 r_f^2}} e_1}{\frac{\sqrt{(A^2 - \omega^2 C_1 C_2 R_L r_f)^2 + \omega^2 (C_2 R_L A^2 + C_1 r_f + C_1 B^2 R_L)^2}}{\sqrt{(r_f + B^2 R_L)^2 + \omega^2 C_2^2 R_L^2 r_f^2}} e_1} \\
&= \frac{AB}{\sqrt{(A^2 - \omega^2 C_1 C_2 R_L r_f)^2 + (\omega C_2 R_L A^2 + \omega C_1 r_f + \omega C_1 B^2 R_L)^2}} \\
&= \frac{B}{A} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2 C_1 C_2 R_L r_f}{A^2}\right)^2 + \left\{\omega C_2 R_L + \frac{\omega C_1}{A^2} (r_f + \omega B^2 R_L)\right\}^2}}
\end{aligned} \tag{D.17}$$

となる。式 (D.16)、式 (D.17) はそれぞれ式 (4.3)、式 (4.4) に相当する。

次にこの変圧器の効率を考える。変圧器の効率は入力した有効電力に対する出力された有効電力の比により決まる。ここではそれを有効電力変換効率 η_e とする。それとは別に皮相電力同士の比である皮相電力変換効率 η_a の式も導出する。まず、入力皮相(複素)電力 P_{ina} は入力電圧 (e_1) および入力電流 (i_1) がともに実効値表記されているとして

$$P_{ina} = e_1 \bar{i}_1 = \frac{A^2 - \omega^2 C_1 C_2 R_L r_f - j\omega(C_2 R_L A^2 + C_1 r_f + C_1 B^2 R_L)}{r_f + B^2 R_L - j\omega C_2 R_L r_f} e_1^2 \quad (D.18)$$

となる。入力皮相電力の大きさ $|P_{ina}|$ は

$$|P_{ina}| = \frac{\sqrt{(A^2 - \omega^2 C_1 C_2 R_L r_f)^2 + \{\omega(C_2 R_L A^2 + C_1 r_f + C_1 B^2 R_L)\}^2}}{\sqrt{(r_f + B^2 R_L)^2 + (\omega C_2 R_L r_f)^2}} e_1^2 \quad (D.19)$$

より得られる。次に有効電力は複素表記された皮相電力の実数部分であるため、式 (D.18) の分母に共益の複素数を掛け合わせて展開する

$$P_{ina} = \frac{\{A^2 - \omega^2 C_1 C_2 R_L r_f - j\omega(C_2 R_L A^2 + C_1 r_f + C_1 B^2 R_L)\}(r_f + B^2 R_L + j\omega C_2 R_L r_f)}{(r_f + B^2 R_L - j\omega C_2 R_L r_f)(r_f + B^2 R_L + j\omega C_2 R_L r_f)} e_1^2 \quad (D.20)$$

式が煩雑となるため分子、分母それぞれ展開する。

$$\begin{aligned} & \{A^2 - \omega^2 C_1 C_2 R_L r_f - j\omega(C_2 R_L A^2 + C_1 r_f + C_1 B^2 R_L)\}(r_f + B^2 R_L + j\omega C_2 R_L r_f) \\ &= (r_f A^2 + A^2 B^2 R_L + \omega^2 C_2^2 R_L^2 A^2 r_f) \\ & \quad - j\omega(\omega^2 C_1 C_2 R_L^2 r_f^2 + C_1 r_f^2 + 2B^2 C_1 R_L r_f + A^2 B^2 C_2 R_L^2 + B^4 C_1 R_L^2) \end{aligned} \quad (D.21)$$

$$\begin{aligned} & (r_f + B^2 R_L - j\omega C_2 R_L r_f)(r_f + B^2 R_L + j\omega C_2 R_L r_f) \\ &= (r_f + B^2 R_L)^2 + (\omega C_2 R_L r_f)^2 \end{aligned} \quad (D.22)$$

式 (D.21)、式 (D.22) を式 (D.20) に代入することで

$$\begin{aligned} P_{ina} &= \frac{(r_f A^2 + A^2 B^2 R_L + \omega^2 C_2^2 R_L^2 A^2 r_f)}{(r_f + B^2 R_L)^2 + (\omega C_2 R_L r_f)^2} e_1^2 \\ & \quad - j \frac{\omega(\omega^2 C_1 C_2 R_L^2 r_f^2 + C_1 r_f^2 + 2B^2 C_1 R_L r_f + A^2 B^2 C_2 R_L^2 + B^4 C_1 R_L^2)}{(r_f + B^2 R_L)^2 + (\omega C_2 R_L r_f)^2} e_1^2 \end{aligned} \quad (D.23)$$

となる。先述のように複素表記された入力皮相電力の実数部分が入力有効電力 P_{ine} であるため

$$P_{ine} = \frac{r_f A^2 + A^2 B^2 R_L + \omega^2 C_2^2 R_L^2 A^2 r_f}{(r_f + B^2 R_L)^2 + (\omega C_2 R_L r_f)^2} e_1^2 \quad (D.24)$$

となる。また、出力複素電力 P_{out} は式 (D.11) および式 (D.12) を用いて

$$\begin{aligned} P_{out} &= e_2 \bar{e}_2 = \frac{ABR_L}{r_f + B^2 R_L + j\omega C_2 R_L r_f} e_1 \cdot \frac{AB}{r_f + B^2 R_L - j\omega C_2 R_L r_f} e_1 \\ &= \frac{A^2 B^2 R_L}{(r_f + B^2 R_L)^2 + \omega^2 C_2^2 R_L^2 r_f^2} e_1^2 \end{aligned} \quad (D.25)$$

となる。なお、負荷抵抗 R_L で消費される電力であるため、出力側は皮相電力と有効電力は一致する。式 (D.24) と式 (D.25) より有効電力変換効率 η_e は

$$\begin{aligned} \eta_e &= \frac{P_{out}}{P_{ine}} \times 100 = \frac{\frac{A^2 B^2 R_L}{(r_f + B^2 R_L)^2 + \omega^2 C_2^2 R_L^2 r_f^2} e_1^2}{\frac{r_f A^2 + A^2 B^2 R_L + \omega^2 C_2^2 R_L^2 A^2 r_f}{(r_f + B^2 R_L)^2 + (\omega C_2 R_L r_f)^2} e_1^2} \times 100 \\ &= \frac{B^2 R_L}{r_f + B^2 R_L + \omega^2 C_2^2 R_L^2 r_f} \times 100 \\ &= \frac{1}{1 + \frac{r_f}{B^2} \left(\frac{1}{R_L + \omega^2 C_2^2 R_L} \right)} \times 100 \end{aligned} \quad (D.26)$$

より得られる。これは式 (4.5) に相当する。さらに式 (D.18) と式 (D.25) より皮相電力変換効率 η_a は

$$\begin{aligned} \eta_a &= \frac{P_{out}}{P_{ina}} \times 100 = \frac{\frac{A^2 B^2 R_L}{(r_f + B^2 R_L)^2 + \omega^2 C_2^2 R_L^2 r_f^2} e_1^2}{\frac{(A^2 - \omega^2 C_1 C_2 R_L r_f)^2 + \{\omega(C_2 R_L A^2 + C_1 r_f + C_1 B^2 R_L)\}^2}{(r_f + B^2 R_L)^2 + \omega^2 C_2^2 R_L^2 r_f^2} e_1^2} \times 100 \\ &= \frac{A^2 B^2 R_L}{(A^2 - \omega^2 C_1 C_2 R_L r_f)^2 + \{\omega(C_2 R_L A^2 + C_1 r_f + C_1 B^2 R_L)\}^2} \times 100 \end{aligned} \quad (D.27)$$

となる。

謝辞

本研究は非常に多くの方の協力のもと実施することができました。この場を借りて感謝の意を示させていただきます。

本分野の研究において何も知らなかった私に対し、博士課程入学以前より非常に長期にわたりご指導、ご鞭撻いただきました静岡大学 電子工学研究所 橋口 原教授に心から感謝いたします。

国家プロジェクトのとりまとめから論文投稿など多岐にわたり多大なご協力を賜りました東京大学先端科学技術研究センター 年吉 洋教授に深く感謝します。また、論文の製作に対しご協力いただきました東京大学 安宅 学教授、鷺宮製作所 三屋 裕幸様、芦澤 久幸様、石橋 和徳様、古賀 英明様に感謝いたします。

また、博士論文製作の指導をしていただきました静岡大学 三村 秀典教授、岩田 太教授に深く感謝いたします。

静岡大学での研究全般に対しご協力いただきました杉山 達彦客員准教授、芝田 泰客員准教授、川合 圭子研究補佐員に感謝いたします。

サンプルの設計、製作、評価などご協力いただき、またともに学びました森山 喬史様、藤田 康秀様、および学生各位に感謝を示します。

最後に、諸事情により本博士号の取得の取り組みは非常に困難の多いものになりました。それに対し協力および応援をしていただきました、谷 俊秀様、綾野 賢治郎様並びに友人、家族に深く感謝致します。

参考文献

- [1] 田中 秀治、江刺 正喜, "MEMS 技術" 大阪工研協会発行 科学と工業, 85, 2, 2010 p. 49-56
- [2] 神永 晋, "開発秘話: MEMS 用シリコン負ア彫りエッチング装置の開発" SEMI News 2006 年 3-4 月号, 2006, p. 20-21
- [3] MEMS CORE 社代表的な MEMS デバイス (<http://www.mems-core.com/service/mems.html>)
- [4] マイクに見る MEMS デバイス実装技術 (1) (<http://techon.nikkeibp.co.jp/article/FEATURE/20130225/267758/>)
- [5] シリコン発振器 (<http://techon.nikkeibp.co.jp/article/COLUMN/20130410/275944/>)
- [6] マイクロアクチュエータの基礎 (<http://www.toyota-ti.ac.jp/mems/マイクロアクチュエータの基礎sasakiWeb版.pdf>)
- [7] 小野測器 コンデンサマイクロホンの構造 (https://www.onosokki.co.jp/HP-WK/products/category/sound_relate2.htm)
- [8] K. Kashiwagi and Y. Suzuki, "Nano cluster enhanced high performance perfluoro polymer electrets for micro power generation," Journal of Micromechanics and Microengineering, vol. 21(12), p. 125016, 2011.
- [9] G. F. Kirkman and M. A. Gundersen, "Low pressure, light initiated, glow discharge switch for high power applications," Applied Physics Letters, vol. 49, pp. 494—495, 1986.
- [10] K. Hagiwara and T. Tajima, "Soft x-ray charging method for a silicon electret condenser microphone," Appl. Phys. Express, vol. 3, p. 91502, 2010.
- [11] T. Sugiyama, M. Aoyama, Y. Shibata, M. Suzuki, T. Konno, M. Ataka, H. Fujita, and G. Hashiguchi, "SiO₂ electret generated by potassium ions on a comb-drive actuator," Applied Physics Express, vol. 4, p. 114103, 2011.
- [12] T. Sugiyama, M. Aoyama, Y. Shibata, M. Suzuki, T. Konno, M. Ataka, H. Fujita, and G. Hashiguchi, "Sio₂ electret induced by potassium ions on a comb-drive actuator," in Micro Electro Mechanical Systems (MEMS), 2012 IEEE 25th International Conference on, 2012, pp. 1281—1284.

- [13] Y. Shibata, T. Sugiyama, H. Mimura, and G. Hashiguchi, “In situ measurement of charging process in electret-based comb-drive actuator and high voltage charging,” *Journal of Microelectromechanical Systems*, vol. 24(4), p. 1052, 2015.
- [14] G. Hashiguchi, D. Nakasone, T. Sugiyama, M. Ataka, and H. Toshiyoshi, “Charging mechanism of electret film made of potassium-ion-doped sio₂,” *AIP advances*, vol. 6, no. 3, p. 035004, 2016.
- [15] M. Ruan, J. Shen, and C. B. Wheeler, “Latching micromagnetic relays,” *Microelectromechanical Systems, Journal of*, vol. 10, no. 4, pp. 511—517, 2001.
- [16] S. Fu, G. Ding, H. Wang, Z. Yang, and J. Feng, “Design and fabrication of a magnetic bi-stable electromagnetic mems relay,” *Microelectronics Journal*, vol. 38, no. 4, pp. 556—563, 2007.
- [17] M. Ruan, J. Shen, and C. Wheeler, “Latching microelectromagnetic relays,” *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 91, no. 3, pp. 346—350, 2001.
- [18] J. J. Yao, “Rf mems from a device perspective,” *Journal of micromechanics and microengineering*, vol. 10, no. 4, p. R9, 2000.
- [19] Y.-h. Zhang, G. Ding, X. Shun, D. Gu, B. Cai, and Z. Lai, “Preparing of a high speed bistable electromagnetic rf mems switch,” *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 134, no. 2, pp. 532—537, 2007.
- [20] C. D. Nordquist, M. S. Baker, G. M. Kraus, D. A. Czaplewski, and G. A. Patrizi, “Poly-silicon based latching rf mems switch,” *Microwave and Wireless Components Letters, IEEE*, vol. 19, no. 6, pp. 380—382, 2009.
- [21] R. Mahameed, N. Sinha, M. B. Pisani, and G. Piazza, “Dual-beam actuation of piezoelectric aln rf mems switches monolithically integrated with aln contour-mode resonators,” *Journal of Micromechanics and Microengineering*, vol. 18, no. 10, p. 105011, 2008.
- [22] L. Medina, R. Gilatb, and S. Krylova, “Bouncing and dynamic trapping of a bistable curved micro beam actuated by a suddenly applied electrostatic force,” *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.*, vol. 36, pp. 273—284, 2016.
- [23] G. Hashiguchi, “Electromechanical theory of microelectromechanical devices,” *IEICE Electronics Express*, vol. 11(18), pp. 1—15, 2014.
- [24] K. Niayesh, L. Niemeyer, and J. Fabian, “Matrix combination of elementary switches: general considerations and application to mems relays,” *Electrical Engineering*, vol. 90, no. 1, pp. 19—31, 2007.
- [25] M. Staab and H. Schlaak, “Novel electrothermally actuated magnetostatic bistable microrelay for telecommunication applications,” in *Micro Electro Mechanical Systems (MEMS), 2011 IEEE 24th International Conference on*, 2011, pp. 1261—1264.

- [26] B. Halg, “On a nonvolatile memory cell based on micro-electro-mechanics,” in *Micro Electro Mechanical Systems, 1990. Proceedings, An Investigation of Micro Structures, Sensors, Actuators, Machines and Robots. IEEE, 1990*, pp. 172—176.
- [27] H. Matoba, T. Ishikawa, C.-J. Kim, and R. Muller, “A bistable snapping microactuator,” in *Micro Electro Mechanical Systems, 1994, MEMS '94, Proceedings, IEEE Workshop on, 1994*, pp. 45—50.
- [28] M. Saif, “On a tunable bistable MEMS-theory and experiment,” *Journal of Microelectromechanical Systems*, vol. 9, no. 2, pp. 157—170, 2000.
- [29] M. Sulfridge, T. Saif, N. Miller, and M. Meinhart, “Nonlinear dynamic study of a bistable MEMS: model and experiment,” *Journal of Microelec-97 tromechanical Systems*, vol. 13, no. 5, pp. 725—731, 2004.
- [30] K. Das and R. C. Batra, “Pull-in and snap-through instabilities in transient deformations of microelectromechanical systems,” *J. Micromech. Microeng.*, vol. 19, p. 035008, 2009.
- [31] S. Krylov, B. R. Ilic, D. Schreiber, S. Seretensky, and H. Craighead, “The pullin behavior of electrostatically actuated bistable microstructures,” *Journal of Micromechanics and Microengineering*, vol. 18(5), p. 055026, 2008.
- [32] L. Ruzziconi, S. Lenci, and M. I. Younis, “Jump and pull-in dynamics of an electrically actuated bistable mems device,” *MATEC Web of Conferences*, vol. 16, p. 04001, 2014.
- [33] H.-W. Huang and Y.-J. Yang, “A MEMS bistable device with push-on—push-off capability,” *Journal of Microelectromechanical Systems*, vol. 22, no. 1, pp. 7—9, 2013.
- [34] M. Sterner, N. Roxhed, G. Stemme, and J. Oberhammer, “Mechanically bi-stable in-plane switch with dual-stiffness actuators,” in *Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems Conference, 2007. TRANSDUCERS 2007. International, 2007*, pp. 1401—1404.
- [35] S. Mao, H. Wang, Y. Wu, J. Tang, and G. Ding, “A latching bistable microswitch using dual-beam electrothermal actuation,” in *Nano/Micro Engineered and Molecular Systems (NEMS), 2010 5th IEEE International Conference on, 2010*, pp. 732—735.
- [36] W.-M. Zhang, H. Yan, Z.-K. Peng, and G. Meng, “Electrostatic pull-in instability in mems/nems: A review,” *Sens. Actuators, A*, vol. 214, pp. 187—218, 2014.
- [37] W. C. Tang, T.-C. H, and R. T. Howe, “Laterally driven polysilicon resonant microstructures,” *Proceedings IEEE Micro Electro Mechanical Systems*, pp. 53—59, 1989.

- [38] S. D. Nguyen and E. Halvorsen, “Nonlinear springs for bandwidth-tolerant vibration energy harvesting,” *Journal of Microelectromechanical Systems*, vol. 20(6), pp. 1225—1227, 2011.
- [39] C. P. Le and E. Halvorsen, “Wide tuning-range resonant-frequency control by combining electromechanical softening and hardening springs,” in *2013 Transducers & Eurosensors XXVII: The 17th International Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems (TRANSDUCERS & EUROSENSORS XXVII)*, 2013. 98
- [40] F. Micheron, “Bistable electret system,” Patent US 4,163,162, 1977.
- [41] A. Baghini, “Power transformers energy efficiency programs: A critical review,” *Environment and Electrical Engineering (EEEIC)*, 2015 IEEE 15th International Conference on, pp. 1961 — 1965, 2015.
- [42] S. Kawashima, O. Ohnishi, H. Hakamata, S. Tagami, A. Fukuoka, T. Inoue, and S. Hirose, “Third order longitudinal mode piezoelectric ceramic transformer and its application to high-voltage power inverter,” *Proc. IEEE Ultra Sonic Symp.*, pp. 525—530, 1994.
- [43] Y. Neuvo, “Cellular phones as embedded systems,” *Solid-State Circuits Conference, 2004. Digest of Technical Papers. ISSCC. 2004 IEEE International*, vol. 1, pp. 32 — 37, 2004.
- [44] H. Meier, T. Baier, and G. Riha, “Miniaturization and advanced functionalities of saw devices,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 49(4), pp. 743 — 748, 2001.
- [45] A. K. Skrivervik, J. F. Zurcher, O. Staub, and J. R. Mosig, “Pcs antenna design: the challenge of miniaturization,” *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 43(4), pp. 12 — 27, 2001.
- [46] A. D. Joseph, “Energy harvesting projects,” *IEEE Pervasive Comput.*, vol. 4(1), pp. 69 — 71, 2005.
- [47] A. Robin, D. Sadarnac, F. Lanzetta, D. Marquet, and T. Rivera, “Breakthrough in energy generation for mobile or portable devices,” *Proc. 29th Int. Telecommun. Energy Conf.*, pp. 460 — 466, 2007.
- [48] A. Yakovlev, “Energy-modulated computing,” *Proc. Design, Autom. Test Eur. Conf. Exhibit.*, pp. 1 — 6, 2011.
- [49] R. Sankar, P. K. J. Althaf, and S. Sreevas, “Low cost electrification using solar energy-a field work,” *Proc. IEEE Global Humanitarian Technol. Conf.*, pp. 299 — 303, 2012.

- [50] E. M. Yeatman, “Energy scavenging for wireless sensor nodes,” Proc. 2nd Int. Workshop Adv. Sensors Inter., pp. 1 — 4, 2007.
- [51] S. M. Jung and K. S. Yun, “Energy-harvesting device with mechanical frequency up conversion mechanism for increased power efficiency and wideband operation,” Applied Physics Letters, vol. 96(11), p. 111906, 2010.
- [52] S. F. Ali, M. Friswell, and S. Sdhikari, “Analysis of energy harvesters for highway bridges,” J. Intell. Mater. Syst., vol. 22(16), pp. 1929 — 1938, 2011.
- [53] S. P. Beeby, M. J. Tudor, and N. M. White, “Energy harvesting vibration sources for microsystems applications,” Measurement science and technology, vol. 17(12), p. R175, 2006.
- [54] T. Tsutsumino, Y. Suzuki, N. Kasagi, and Y. Tsurumi, “High-performance polymer electret for micromicro seismic generator,” Proceedings of Power MEMS 2005, pp. 9 — 12, 2005.
- [55] J. Boland, “Micro electret power generator,” Proc. 16th IEEE Int. Conf. MEMS, pp. 538 — 541, 2003.
- [56] Y. Tada, “Theoretical characteristics of generalized electret generator, using polymer film electrets,” IEEE Trans. Electrical Insulation, vol. 21, pp. 457 — 464, 1986.
- [57] H. W. Lo and Y. C. Tai, “Parylene-based electret power generators,” Journal of Micromechanics and Microengineering, vol. 18(10), p. 104006, 2008.
- [58] R. Glesson, M. Kraft, and N. M. White, “Design and analysis of soi mems voltage step up converters,” Proceedings of Power MEMS 2012, pp. 311 — 314, 2012.
- [59] C. H. Haas and M. Kraft, “Modelling and analysis of a mems approach to dc voltage step-up conversion,” Journal of Micromechanics and Microengineering, vol. 14(9), p. 114, 2004.
- [60] M. Hill and C. O. Mahony, “Modelling and performance evaluation of a mems dc/dc converter,” J. Micromech Microeng., vol. 16, p. 149, 2006.
- [61] S. Ghandour, G. Depesse, and S. Basrour, “Theoretical analysis of a new mems approach to build a high efficiency fully integrated dc-dc converter.” MME 2009 Conference Paper, pp. 302 — 305, 2009.
- [62] L. Li, M. Begbie, and D. Uttamahandani, “Single-input, dual-output mems dc/dc converter,” Electronics Letters, vol. 43(15), pp. 809 — 910, 2007.
- [63] H. A. C. Tilmans, “Equivalent circuit representation of electromechanical transducers: I. lumped-parameter systems,” Journal of Micromechanics and Microengineering, vol. 6, p. 157, 1996.

- [64] Y. Nishimori, H. Ooiso, S. Mochizuki, N. Fujiwara, T. Tsuchiya, and G. Hashiguchi, “Electrostatic actuator with electret,” *Japanese Journal of Applied Physics*, vol. 48, p. 124504, 2009.
- [65] K. Ayano, K. Suzuki, G. Hashiguchi, and H. Fujita, “Electromechanical analysis of a micromachined comb-drive actuator by admittance measurement,” *IEEJ Transactions on Sensors and Micromachines*, vol. 126(7), pp. 281 — 285, 2006.
- [66] N. Fujiwara, K. Asami, Y. Iriye, T. Koike, T. Tsuchiya, and G. Hashiguchi, “Development and experimental validation of automatic conversion procedure from mechanical to electrical connection for mems equivalent circuit,” *IEEJ Trans. Electr. Electron. Eng.*, vol. 4(3), p. 352, 2009.