

高等学校における数学的な見方・考え方を育む単元
開発：微分積分概念を用いる問題解決を通して

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2018-03-22 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 杉山, 貴志 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.14945/00024844

高等学校における数学的な見方・考え方を育む単元開発

——微分積分概念を用いる問題解決を通して——

杉山 貴志

Development of a High School Unit for Fostering Mathematical Ways
of Seeing and Thinking :

Using Concepts from Differential and Integral Calculus to Solve Problems

Takashi SUGIYAMA

1 問題の所在と研究の目的

社会の急速な変化の中で、中央教育審議会（2016）は、高等学校において育成すべき資質・能力を全ての生徒に育むことが強く求められているとしている。奈須（2017）は資質・能力を育成するに当たって、各教科の領域固有の知識を、単に量的にたくさん習得させるのではなく、生徒が明晰な自覚をもってその教科ならではの「見方・考え方」を身に付け、さらにその教科が主に扱う領域や対象を踏み越えて、それらを様々な問題解決に自在に駆使できるようになることが大切であると述べている。しかし、梅田・熊倉（2017）は多くの高等学校において、試験で点数を取らせるために「問題のパターン把握とその解法の習得」という形式的な操作の習熟に終始した授業が行われていることを指摘している。中央教育審議会（2016）は資質・能力育成のための授業改善の視点として「主体的・対話的で深い学びを実現するためのアクティブ・ラーニングの視点」を位置付けている。木村ら（2015）が全国の高等学校を対象に行った調査によると「教科として参加型学習に取り組んでいる教科がある」と回答した高等学校は全体の75.5%であった。この結果について木村ら（2015）は「残りの24.5%はアクティブ・ラーニングの視点に立った授業を行えていないと捉えることもでき、単純に肯定的に捉えることのできない結果」と述べている。

こうした現状を踏まえ、本研究では、数学的な見方・考え方を主体的に働かせながら問題解決に取り組むことで、数学的な見方・考え方を育む単元を開発することを目的とする。

2 研究の方法

本研究は、県立の工業系高等学校電子工学科3年生を対象に行った。研究対象の生徒とは、平成29年4月から授業見学等に関わってきた。

単元デザインの方針（表1）に基づき単元をデザインした。方針bの建設的相互作用とは、自分の考えを外に出して確認してみる「課題遂行」と、他の人のことばや活動を聞いたり見たりしながら、自分の考えと組み合わせてよりよい考えをつくる「モニタリング」の役割が交互に入れ替わりながら、各自の理解が深まっていく過程のことである（Miyake（1986）、三宅ら（2016））。方針cの可搬性とは、学習成果が将来必要となる場所と時間まで「もっていける」こと、活用可能性とは、学習成果が必要となった時にきちんと「使える」ことである（三宅・益川、2014）。

表1 単元デザインの方針

方針 a	働かせるべき数学的な見方・考え方は、授業の中で創発的に子ども自らが生成し、働かせていくべきものである（黒崎、2017）という知見から、主体的に数学的な見方・考え方を働かせることによって、効果的に解決することのできる学習活動を入れる。
------	--

方針 b 人の理解は社会的に構成されるという建設的相互作用 (Miyake, 1986) の知見から、多様な考えや表現の仕方が生まれる課題とそれを説明する時間が十分確保される学習活動を入れる。

方針 c 可搬性・活用可能性 (三宅・益川, 2014) を伴った数学的な見方・考え方の深い理解や、その評価のために、現実世界における問題解決を通じた学習活動を入れる。

単元における核となる学習課題として、東京大学 CoREF の知識構成型ジグソー法を位置付けた。ジグソー課題は、方針 c に基づき現実世界の事象を題材とした。実践の際、生徒の記述したワークシート、学習活動中の班ごとの発話データを収集した。これらのデータから事後分析を行い、結果を受けて次の単元をデザイン・実践し、事後分析を行った (図 1)。事後分析は、単元を通して数学的な見方・考え方を育むことができたのかをワークシートの記述をもとに分析した記述分析と、学習活動中における生徒の学習過程を調べる発話分析を行った (表 2)。最初の「導関数の応用」を単元①、次の「定積分」を単元②とする。

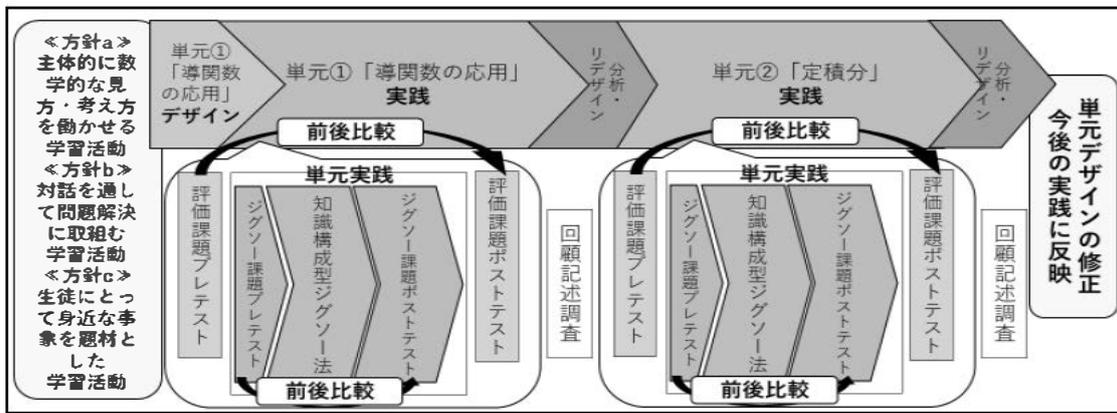


図 1 研究の流れ

表 2 事後分析の方法一覧

分析名称	分析方法
評価課題	単元前後で、現実の世界の問題に対して数学的な見方・考え方を働かせることができるようになったのか、記述中の要素を比較して分析する。
前後比較分析	
回顧記述調査	単元実施の2か月後に、学習内容をどれだけ覚えているかを、記述中に含まれる要素を調べ分析する。
分析	
ジグソー課題	知識構成型ジグソー法による学習活動前後で、ジグソー課題の問題解決にどれだけ数学的な見方・考え方を働かせることができるようになったか、記述中の要素を比較して分析する。
前後比較分析	
発話分析	答えを求めるだけでなくなぜそうなるのか理由まで吟味できていたかを調べるために、学習活動中になされた各発話がどのような目的でなされたのかをコーディングし分析した。
目的分析	カテゴリは、【理由】課題の解答に対して理由を吟味する表現、【答え】課題の解答

を特定しようとする、正誤を判断する表現、【分からない】エキスパート・ジグソー課題に疑問をもつ、不理解を示す表現、【資料】資料の形式に戸惑う、考える表現、【その他】その他、分類できない発話

内容分析

生徒が学習活動中にいかに数学的な見方・考え方を働かせていたのか調べるため、学習活動中になされた各発話の中に、どのような事象、数量、図形、概念が含まれていたのかをコーディングし、分析した。

カテゴリは、【分割】長方形などに図形を分割する、【極限】分割数などの極限を考える、【面積】積分以外の面積を計算する・考える、【関連】面積とマイコンカーの進んだ距離を関連させる、【積分】定積分によって面積を考える、【モデル】マイコンカーの位置や速度を数式でモデル化し考える、【計算】積分等の計算を行う、【総和】Σ計算などによって面積の総和を考える、【その他】その他分類できない発話

建設的相互作用分析

「課題遂行」と「モニタリング」が入れ替わりながら各自の理解深化が起きているとき、個人レベルの理解の状態を見てみると、「分かっている」状態と「分からない」状態が行き来している (Miyake, 1986)。各発話をコーディングして「分かる」と「分からない」に分類し、その行き来の頻度を調べることで、分析対象の班員の中で学習活動中にどれだけ建設的相互作用が起きていたのかを分析した。

3 実践の概要と分析結果

紙面の都合上、単元①の実践と事後分析については省略し、単元①の事後分析を踏まえたリデザインのポイントと、単元②の実践の概要、及び事後分析の結果を述べる。

3-1 単元①を踏まえたリデザインの主なポイント

エキスパート資料に生徒が戸惑っていたことから「このエキスパートでは何を説明できるようになればよいのか」を明記し、意識できるようにした。方針cからマイコンカーの走行をジグソー課題の題材にしたが、状況設定に不備があった。不備が無いようにジグソー課題を設定し、数量や図形についても関連・統合したくなるような課題にした。また、1つのジグソー班に同じエキスパートがおり、一人は対話に参加できていない班があったため、単元②は1つのジグソー班にエキスパートが複数いないようにした。「分からなければ対話に参加できない」や「自分が解答を作成しないと班の解答は出ない」という信念を抱いていることで対話に参加しない生徒が見られた。このことから、単元②では定期テストの点数が近い生徒同士でジグソー班を組んだ。(定期テストの順位が上から④班、①班、⑤班、②班、⑥班、③班とした。なお、実践当日は欠席者がいたことから、元々4人で組んでいた③班のS5が①班に移った。)

3-2 単元②「定積分」実践概要

現行学習指導要領では積分法は微分法の逆演算として定義される。しかし、本来積分法は区分求積法により構成される。この事を踏まえ、単元②は表3のようにデザインした。

表3 単元②デザイン

時間	授業内容
1	知識構成型ジグソー法

☆ジグソー課題：マイコンカーの時刻に対する速度を表す関数を積分すると、スタートしてから走行した距離が導けることを確かめる

- 2 《エキスパート A》等速直線運動における速度の関数の下部の長方形の面積は、その時間に進んだ距離であること、《エキスパート B》円の面積を分割と極限によって考えたことを踏まえ、分割して極限をとることで求めたい面積に近づけること、《エキスパート C》数列の和の計算と極限計算
- 3 定積分まとめ（レクチャー）

エキスパート A で長方形の面積と走行距離を結び付け、エキスパート B で円の面積は分割し分割数の極限を考えることで求めたことを復習し、エキスパート C で長方形に分割し面積を求めるための数列の和の計算と、分割数の極限を考えるための極限計算について理解することをねらった。これらの資料の内容を統合させることで区分求積法の考え方を構成することをねらった。

3-3 分析結果

3-3-1 単元のねらいを達成できたかの記述分析結果

単元のねらいを達成できたかの記述分析の内、評価課題前後比較とジグソー課題前後比較の、「期待する解答の要素」を表 4 に、結果が特徴的であった①班、④班、⑥班の結果を表 5 に示す（S1 等は生徒、1 は要素が含まれていること、0 は含まれていないことを示している。濃いセルは要素がプレテストからポストテストにかけて出現したことを示している）。

表 4 分析における期待する解答の要素一覧

	要素 a	面積の求められる長方形に分割する
ジグソー	要素 b	長方形の面積は縦×横＝速度×時間＝進んだ道のりを表している
課題前後	要素 c	分割数を増やしていくと求めたい図形の面積に近づいていく
比較	要素 d	積分によって面積を求めることができる
	要素 e	実際に積分計算ができています
評価課題 前後比較	要素 a	課題①が正答かつ面積が利益（損失）を表していることに触れている
	要素 b	課題②が正答かつ積分が累積量を表していることに触れている
	要素 c	課題③が正答かつガソリンの残量が 0 になる走行時間を求めたいということに言及している
	要素 d	課題④が正答かつ表面積の関数の最大値を求めればよいことに触れている

表 5 記述分析結果

ジグソー課題変化	①班						④班						⑥班					
	S1		S5		S19		S8		S12		S17		S9		S13		S15	
	プレ	ポスト	プレ	ポスト	プレ	ポスト	プレ	ポスト	プレ	ポスト	プレ	ポスト	プレ	ポスト	プレ	ポスト	プレ	ポスト
要素 a	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
要素 b	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
要素 c	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
要素 d	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
要素 e	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0
評価課題変化	①班						④班						⑥班					
	S1		S5		S19		S8		S12		S17		S9		S13		S15	
	プレ	ポスト	プレ	ポスト	プレ	ポスト	プレ	ポスト	プレ	ポスト	プレ	ポスト	プレ	ポスト	プレ	ポスト	プレ	ポスト
要素 a	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
要素 b	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
要素 c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
要素 d	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

①班は、ジグソー課題前後比較分析（以下ジグソー分析）から要素 e を除いてほとんどの要素が出現したことが分かった。しかし、評価課題前後比較分析（以下評価課題分析）から S5 の要素 b と S19 の要素 e のみ出現し、ほとんど要素が出現しなかった。④班は、ジグソー分析からほとんどすべての要素が出現した。評価課題分析では S12 の記述中の要素が 2 つ出現したが、単元のねらいが達成できたとは言えない。⑥班は、ジグソー分析からまったく要素が出現しなかった。しかし、評価課題分析では S13 の記述中の要素が 2 つ出現しており、ジグソー分析の結果と比較してよい成果だと言える一方で、S9 と S15 は要素が全く出現しなかった。

3-3-2 生徒が数学的な見方・考え方を働かせることができていたのかの発話分析結果

目的分析の結果を図 2 に示す。上から①班、④班、⑥班である。縦軸は上から【理由】【答え】

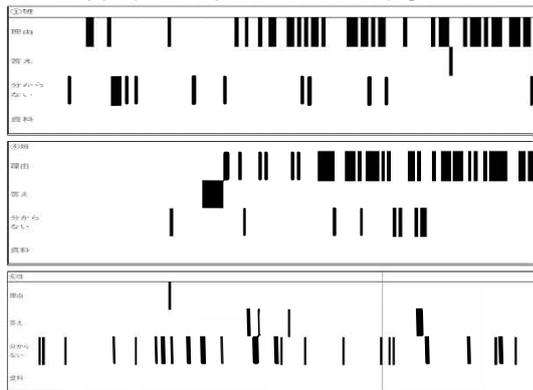


図 2 目的分析視覚化

【分からない】【資料】であり、横軸は発話数を示している。ジグソー分析において多くの要素が出現した①班と④班は学習活動を通して【理由】についてよく吟味していたことが分かる。また【分からない】についてもある程度発話がなされていたことが分かる。一方で、⑥班は【分からない】が一貫して多く話されていたが、その【分からない】に対してほとんど【理由】【答え】が返ってきていないことが分かる。具体的な発話場面を見てみると、⑥班の生徒は数学に対して自信がなく、課題の解決を諦めていることが分かった。

内容分析の結果を図 3 に示す。上から①班、④班、⑥班である。縦軸は上から【分割】【極限】

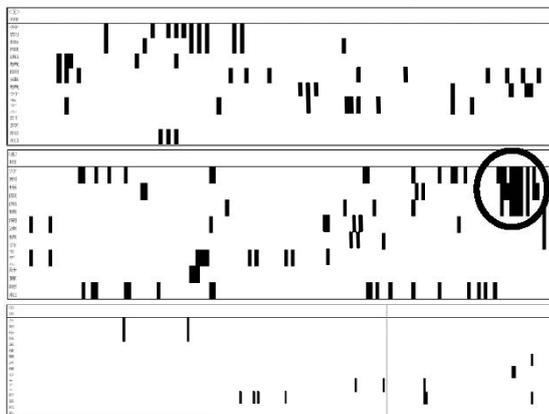


図 3 内容分析視覚化

【面積】【関連】【積分】【モデル】【計算】【総和】であり、横軸は発話数を示している。①班は全ての要素について発話がなされていたことが分かる。④班も全ての要素について発話がなされており、かつ楕円で囲んだ場面で区分求積法の考え方を主体的に構成していたことが分かる（表 6）。④班は、数学的な見方・考え方を働かせながら課題解決を通して学習内容を深く学ぶことができていたと言える。⑥班は、目的分析の結果から課題の解決に向けての発話がほとんどなされていなかったことから分かるように、内容分析における要素もほとんど見られなかった。

表 6 ④班発話データ（区分求積法の考え方を構成している場面）

番号	発話者	発話	カテゴリ
148	S17	超細かくすると...	【分割】【極限】
149	S12	無限だから...	【極限】
150	S17	誤差が	【分割】【極限】【面積】

151	S12	そう、誤差が	
152	S17	少なくなるから	
153	K*	面積が求められるしょ？	
154	S17	ん？	【その他】
155	K*	面積が求められるしょ？	【分割】【極限】【面積】
156	S17	でしょ？	【その他】

(※Kは、普段違う数学のクラスにいるが授業者の授業を見学したいとのことで見学した生徒である。)

建設的相互作用分析の結果を表7に示す。④班は比較的「分かる」「分からない」の行き来が多

表7 建設的相互作用分析結果

ジグソー班	班員はキースポット	分かる	分からない	その他	総発話数	行き来数	1分あたり	
ジグソー ①班	S1(A)	23	9	11	43	5回	0.3回	
	S5(C)	28	15	6	49	8回	0.4回	
	S19(B)	32	6	5	43	4回	0.2回	
ジグソー ④班	S8(B)	21	4	32	57	4回	0.2回	
	S12(C)	21	5	17	43	4回	0.2回	
	S17(A)	26	9	25	60	6回	0.3回	
ジグソー ⑥班	S9(A)	5	9	50	64	3回	0.2回	
	S13(B)	13	22	64	99	9回	0.5回	
	S15(C)	4	2	59	65	1回	0.1回	
	上の内、0秒~13分21秒まで							
	S9(A)	4	5	36	45	2回	0.1回	
S13(B)	11	16	43	70	8回	0.6回		
S15(C)	4	2	41	47	1回	0.1回		

くなかった。しかし、具体的な発話を追っていくと要所で「分からない」発言が対話につながり理解を深めていく過程を見ることができた。S13は評価課題の要素の出現が⑥班の中で最も多かったが、ジグソー活動中1分あたり0.5回「分かる」「分からない」を行き来しており、建設的相互作用がよく起きていたことが分かる。⑥班には、ジグソー活動開始から19分10秒後に授業者から介入を行った。その際「分からないところを班としてまとめておくように」と指示を出した。

結果として、⑥班は介入以降【分からない】の出し合いになり、ジグソー課題の解決に向けた対話がなされなかった。生徒の対話的な学びを促す介入の仕方について今後の課題である。

4 考察

杉能(2017)は数学における「深い学び」について、「見方・考え方」を働かせ、知識を相互に関連付けることで新たな「見方・考え方」を創造していくことを挙げている。④班のように、数学的な見方・考え方を働かせながら区分求積法の考え方を構成できたことは本実践の成果と言える。しかし一方で、④班は定期テストの点数において対象生徒の最上位であったため、元々学力が高いと捉えることもできる。生徒自身が意識している学力差によって対話が進まないことを解消するという意図があったものの、単元デザインの効果によるとは一概には言い切れない結果となってしまった。学力差に関わらず生徒一人ひとりなりに数学的な見方・考え方を働かせることのできる単元のデザインは今後の課題である。ジグソー課題に対して数学的な見方・考え方を働かせることができていた①班、④班だが、評価課題では要素があまり出現しなかった。様々な問題解決に数学的な見方・考え方を自在に駆使できるようになることが大切である(奈須, 2017)が、ある状況に対して数学的な見方・考え方を働かせることができて、他の状況に対して働かせることは限らない。長期的な視点で、生徒一人ひとりがあらゆる場面で数学的な見方・考え方を働かせる経験を通して、数学的な見方・考え方を涵養していく必要がある。

《主要参考文献》奈須正裕(2017)『「資質・能力」と学びのメカニズム』東洋館出版社