

水銀柱の振動周期による空気の比熱比の測定

The Specific-Heat Ratio of Air Determined by
the Oscillation Period of Mercury Column

Kenji Masuda, Koichi Saeki

増田 健二, 佐伯 紘一 静岡大学教養部

Abstract

A new and simple measurement method of the specific-heat ratio of air by adopting a mercury column as an oscillating body is proposed. Its system consists of an U-shape glass tube containing liquid mercury, the one side of which has a cock. The specific-heat ratio of air is determined by the ratio of the oscillating periods with the opened cock to that with the closed cock.

Keywords : Specific-heat ratio of air, Mercury column, Oscillation period.

§1 はじめに

空気の比熱比の測定は、熱力学の基礎的な概念を理解させる実験として極めて重要なものであり、このため、各種の測定方法や装置が考案されている。学生実験に用いられる測定方法としては、クレマン-デゾルム (Clement-Desormes) の方法¹⁾ が一般的である。これは、断熱過程と定積過程を組み合わせ、準静的状態における圧力の変化から空気の比熱比を求める実験である。著者の一人 (増田) は、文献²⁾ において、このクレマン-デゾルムの方法を改良して断熱・定積過程における圧力と温度変化を定量的に測定する装置を製作した。この他、大型の注射器を用いて断熱膨張過程における圧力と体積変化から比熱比を測定する方法³⁾ も考案されている。

本研究においては、水銀柱により空気の断熱圧縮・断熱膨張を繰り返させ、その振動周期より空気の比熱比を求める。一般に振動周期より物理量を導く実験方法は、他の条件が整えば高い精度が期待される。このような振動周期より比熱比を求める方法は Ruchhardt⁴⁾ や Hunt⁵⁾ によりすでに提案されている。

前者は、気体をガラス管中に入れたボールにより断熱変化させている。後者においては、ボールのかわりに金属栓がつかわれている。両者ともガラス壁との摩擦のため大きく減衰する振動となる。振動周期より比熱比を求める利点を生かしながらガラスとの摩擦を軽減するために、ここでは水銀柱を用いた。

§2 原理

図1のように、U字管に水銀を入れ振動させると水銀柱は単振動する。次に図2のように、U字管の片方の口に栓をした状態で水銀柱を振動させると栓により閉じ込められた空気は、断熱膨張と断熱圧縮を繰り返しながら振動する。図1と図2の水銀柱の振動周期の比から空気の比熱比を求める。

栓を開いた状態 (図1) の振動周期 t_1 は、水銀の運動方程式より、

$$(\rho \ell S) \frac{d^2 x}{dt^2} = -\rho(2xS)g$$

$$t_1 = 2\pi\sqrt{\ell/2g} \quad (1)$$

となる。

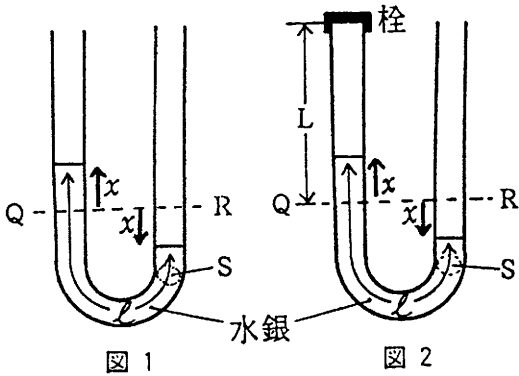


図 1

図 2

- S : 断面積 ρ : 水銀の密度
 l : 水銀柱の長さ g : 重力加速度
 Q R : つりあいの位置 L : 栓までの長さ
 x : 水銀柱の高さ

次に、大気圧の状態で栓を閉じ水銀柱を振動させる場合を考える。断熱的变化を仮定すると、ポアソンの式 $PV^\gamma = \text{一定}$ が成立するから、

$$\Delta P = -\gamma \frac{P}{V} \Delta V = \gamma \frac{P}{L} x \quad (2)$$

である。したがって、水銀の運動方程式

$$\begin{aligned} (\rho l S) \frac{d^2 x}{dt^2} &= -\rho(2xS)g - S\Delta P \\ &= -\rho Sg(2 + \gamma \frac{P}{\rho g L})x \\ &= -\rho Sg(2 + \gamma \frac{L_0}{L})x \end{aligned}$$

より、振動周期 t_2 は、

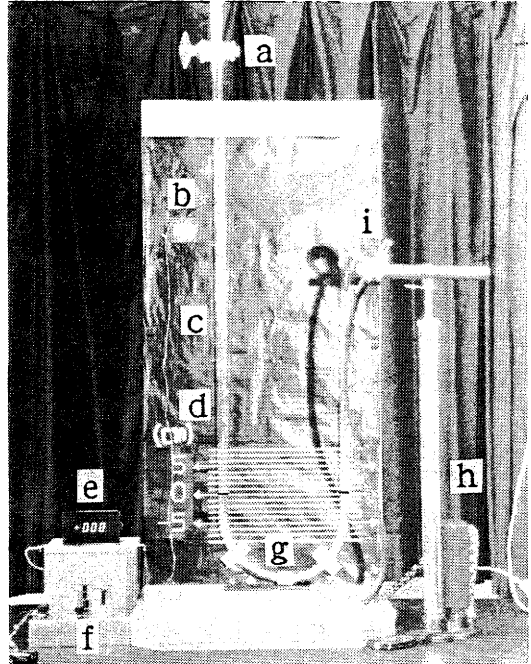
$$t_2 = 2\pi \sqrt{\left(\frac{l}{g}\right) / \left(2 + \gamma \frac{L_0}{L}\right)} \quad (3)$$

となる。ここで L_0 [cmHg] は、実験時の大気圧である。

(1)式(3)式より比熱比 γ は、

$$\gamma = 2 \frac{L}{L_0} \left\{ \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 - 1 \right\} \quad (4)$$

となる。



- a) 栓 b) 熱電対 c) U字管 d) 目盛板
 e) デジタル電圧計 f) フォロワ型増幅器
 g) 水銀 h) ポンプ i) 三方コック

図3 実験装置の概要

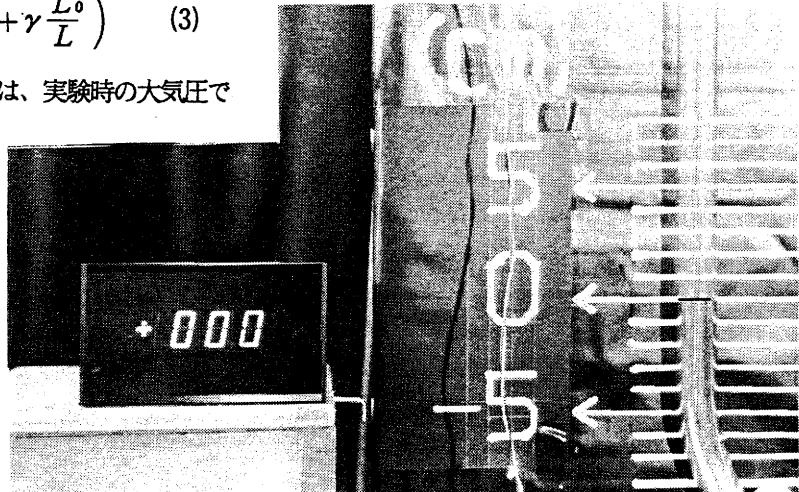


図4 目盛板と電圧計部分の拡大

§ 3 実験装置及び方法

実験装置の概要を図3に示す。内径13.5mm、長さ1.5mのガラス管を滑らかに曲げて大型のU字管をつくり、その一方の口に栓（ガラスコック）を溶接する。次にU字管を垂直に立て水銀を目盛板の零の位置まで入れる。目盛板の零（水銀柱のつりあい）の位置から、栓までの長さ L は、76.0cmとし、1気圧の時に実験を行った。そしてもう一方の口から自転車用ポンプで圧力をかけて水銀柱を振動させる。

振動周期の測定は、ビデオカメラを用いて、シャッター速度を1/1000秒にして1/30秒間隔でコマ撮りする。栓を開けた状態と閉じた状態の双方につき測定する。さらに、振動している際の温度変化を直径0.025mmのクロメル-アルメル熱電対を用い、测温接点をU字管内に入れ基準接点を室温にとって、その温度差から求める。クロメル-アルメル熱電対の起電力を25倍程度に増幅すると1°Cにつき1mVを生じる。したがって10 μ Vの感度の電圧計を用いると0.01°Cの精度で測定できる。デジタル電圧計は、応答時間が1/15秒という高速のものを使用した。

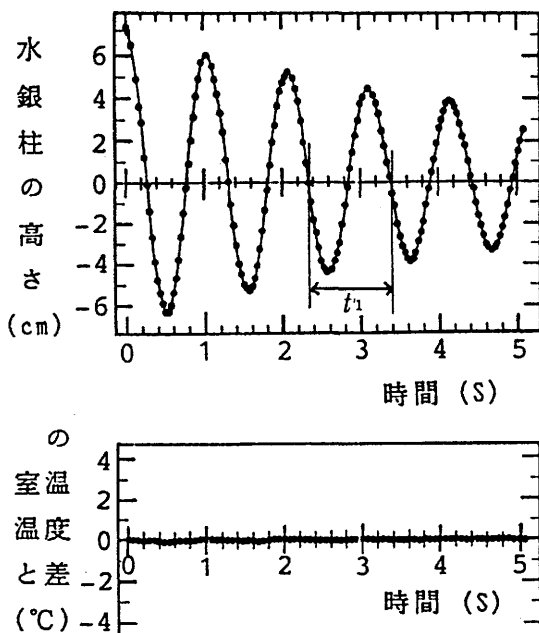


図5 栓を開けた状態における水銀柱の高さと温度変化

測定に際しては、図4に示すようにU字管の目盛板と熱電対用デジタル電圧計の部分拡大して撮影する。

§ 4 実験結果

図5に栓を開けた状態における実験結果を示す。横軸に時間、縦軸には水銀柱の高さと室温との温度差をとった。栓を開けた状態では、熱電対により測定した温度はほとんど変化せず、水銀柱のみ単振動する。この時の振動周期 t_1 は、1.037秒となった。

次に大気圧の乾燥空気を入れたまま栓を閉じ、もう一方の口からポンプで圧力をかけ振動させた場合の実験結果を図6に示す。栓を閉じた状態では、水銀柱の振動に伴って温度も変化する。2・3周期目以

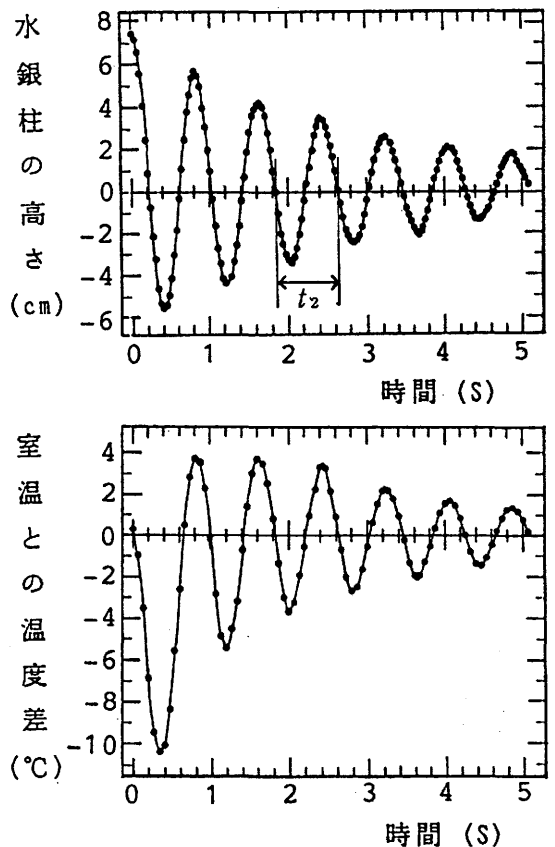


図6 栓を閉じた状態における水銀柱の高さと温度変化

降の温度変化をみると、水銀柱が高くなるのに伴って温度も上昇するが、振動開始時においては、熱が逃げ室温付近まで下がっている。これはポンプで圧力をかけ、しばらく時間をおいてから振動を始めたためである。

この測定では、水銀柱は大気圧でのつりあいの位置、温度は室温を中心として振動することが必要であるので3周期目以降の測定結果をもとに値を求めた。この時の振動周期 t_2 は、0.804秒となった。

振動周期の測定は、それぞれ5回づつ行い、その平均と平均2乗誤差を表1に示す。測定より求めた振動周期 t_1, t_2 を(4)式に代入して、空気の比熱比 γ を求めた(表2)。測定より求めた空気の比熱比は1.33と定数表の値⁹⁾よりやや小さくなった。

栓を開けた状態における振動周期 t_1	1.037 ± 0.001 [s]
栓を閉じた状態における振動周期 t_2	0.804 ± 0.003 [s]

表1 振動周期の平均及び平均2乗誤差

測定より求めた空気の比熱比 γ	1.33 ± 0.03
定数表(20°C)の空気の比熱比 γ	1.403

表2 空気の比熱比の測定値と定数値⁹⁾の比較

§5 検討

測定より求めた空気の比熱比が定数表に書かれた値より小さくなった原因について検討する。比熱比が小さくなる原因としては、栓によって閉じ込められた空気の断熱性が十分に保たれていないためであると考えられる。栓を閉じた状態における振動(図6)の3周期目について、閉じ込められた空気の温度 T と体積 V の変化をもとにして、断熱性について考察してみる。

3周期目における栓により閉じ込められた空気の

温度 T と体積 V の変化を両対数グラフにプロットしたのが図7である。測定点につけた番号は、時間経過の順番をあらわす。断熱性が十分に保たれていなくて加えた仕事のうち、内部エネルギーの増大に使われる割合が α である場合を考えると、温度 T と体積 V の関係は、

$$TV^{\alpha(\gamma-1)} = \text{一定}$$

とあらわされる。故に、

$$T = \left(V/V_0 \right)^{\alpha(\gamma-1)} T_0 \tag{5}$$

ここで T_0, V_0 は、平衡状態における温度と体積である。

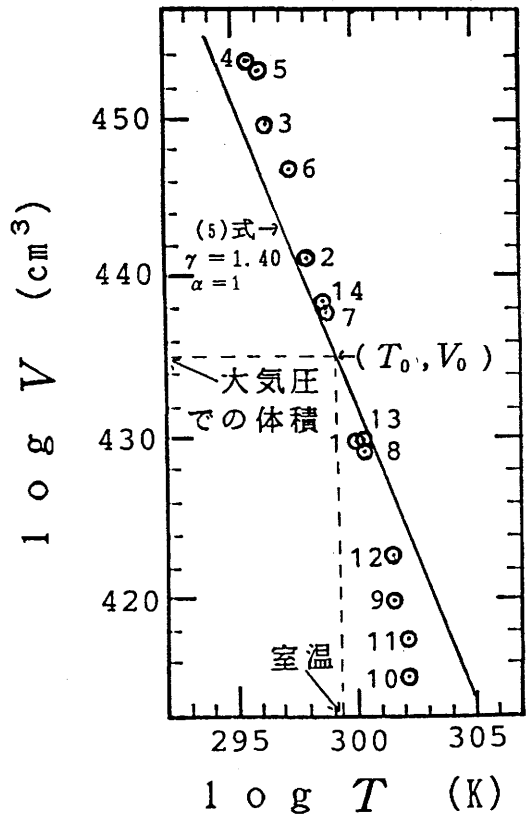


図7 栓により閉じ込められた空気の温度と体積の変化

(5)式において、完全に断熱的 ($\alpha=1$) で、ポアソンの式が成立し、 γ が1.40となる場合の曲線と測定点を比較してみた。室温との温度差が大きい所ほど熱の逃げが大きく曲線からずれる。この時 (5)式を用いると、 $\alpha=0.83$ であり、約17%のエネルギーが熱となって外に逃げていることになる。

§ 6 まとめ

この報告では、U字管に水銀を入れるだけの簡単な装置を用い、その振動周期から空気の比熱比を求めることができることを示した。

測定より求めた空気の比熱比は1.33であり、定数値1.403 に比べてやや小さくなった。これは、ポアソンの式との比較から、断熱性に問題があることが分かった。断熱性をよくするためには、振動周期をできるだけ速くし、表面積に比して体積のより大きな容器を用いることや、水銀表面に油をたらすことにより熱の逃げを防ぐこと、などの方法を考案する必要がある。

最後に、実験に際して貴重な助言を頂きました長島弘幸教授、U字管の製作にあたって、ガラス工作の技術協力を頂きました電子工学研究所の百瀬与志美技官に厚くお礼を申し上げます。

参考文献

- 1) 例えば吉田卯三郎他：六訂物理学実験，三省堂 (1984) 335
- 2) 増田健二，鈴木三男：物理教育36-2 (1988) 111 .
- 3) 荒川 紘：物理教育23-2 (1975) 13
- 4) E. Ruchardt : Phys. Z. 30 (1929) 58
- 5) J. L. Hunt : Am. J. Phys. 53 (1985) 696
- 6) 理科年表，丸善 (1991) 474