算数科における空間図形の学習指導の改善 ： 小学校6年生の立方体の見取図の理解

著者	竹内 淳，熊倉 啓之，國宗 進，藤田 太郎，近藤 裕
雑誌名	静岡大学教育実践総合センター紀要
巻	31
ページ	127-136
発行年	2021-03-25
出版者	静岡大学教育学部附属教育実践総合センター
URL	http://doi.org/10.14945/00027911

論文

算数科における空間図形の学習指導の改善
―小学校6年生の立方体の見取図の理解―

竹内　淨　　熊倉啓之　　國宗　進　　藤田太郎　　近藤　裕
浜松市立中川小学校　　静岡大学教育学部　　静岡大学教育学部　　Exeter大学　　奈良教育大学

An Improvement in Teaching Spatial Geometry in Elementary School: Understanding of 2D representations of Cubes of Students in Grade 6

TAKEUCHI Jun，KUMAKURA Hiroyuki，KUNIMUNE Susumu，
FUJITA Taro，KONDO Yutaka

Abstract

It is important for students to have sound understanding about 2D representations of 3D geometrical shapes because they are a means of representing 3D solids as well as being useful in various everyday situations. However, it is reported that many students have difficulties in working with such representations. In order to gain insights to tackle students' difficulties, we had already conducted a survey among students in Grades 4-9 in 2017, focusing on their understanding of 2D representations of cubes. Based on the results of this survey, which highlighted how students visualize shapes in the given diagrams and use the relationships with angles and lengths to solve problems, we had suggested that students should be given more opportunities to manipulate and reason with 3D shapes. The purpose of this paper is to offer some suggestions about how to enrich students' understanding of 2D representations of 3D shapes. We conducted a research lesson on the topic of finding the size of angle in 2D representations of a cube with a primary school Grade 6 class. Our analysis of what we observed in the lesson and pre-/post survey tests suggests that the learning experience in the lesson was useful in developing the students' understanding. Some changes in the students' thinking, particularly thinking by rotating and observing the diagram, were observed in the post test 17 students (of 34) demonstrated good spatial reasoning skills.

キーワード：空間図形，立方体，操作，推論，見取図，算数

１．研究の目的と方法

本研究の目的は，小・中学生の空間図形の理解に関する実態をとらえ，その発達の様相を明らかにして，空間図形についての好ましい学習指導のあり方を追究することである。

その継続研究の一環として本稿では，小学6年生に対して実験授業を行い，その分析・検討を行って，見取図の学習指導の改善に関する具体的な方向性を提案することを目的とする。実験授業の設定・計画は，先に実施した見取図の理解に関する小4〜中3を対象とした調査(以下「2017 年調査」と呼ぶ)の結果(近藤・熊倉他, 2019; Fujita, T. 他, 2020)をふまえて行う。

空間図形の学習指導については，その改善を目指して多くの研究・実践が積み重ねられてきた(例えば，國本,1995; 熊倉他，2000；八田他，2001; 影山，2002; Pittalis, M.他, 2013; 太田, 2014；澁谷, 2016; Jones, K.他, 2016; 立花, 2017; 松原, 2018)。それにもかかわらず，子どもの理解の様相を明らかにすることや，学習指導上の問題点の解消については，一層の検討が必要な状況にある。

その中でも，見取図に表したりそれを読み取ったりすることは，日常生活との関連も大きく，3 次元の世界を2次元平面に表現し考察を進める際の有効な手段であって，算数・数学科における重要な学習内容であり方法である。ところが，その理解の様相は中・高校生でも好ましいものではなく(熊倉他,2000；八田他, 2001)，小中高の各学校段階を見通して意図的・系統的な学習指導のあり方を検討する必要がある。

本稿での研究の方法は，次の通りである。

(1) 見取図の理解に関する 2017 年調査の結果を分析し，特に改善が望まれる内容を明確にする。なお，本稿では主として小学校第6学年での学習指導に関して検討する。

(2) 実験授業で取り上げる内容や方法を明確にし，事前検討会での検討をふまえて授業展開を確定する。

(3) 授業を実施する。それに併行して，事前調査や，事後調査・定着確認の調査を行ってデータを集積する。授業時には，授業観察者による記録をとる。

(4) (3)の結果を分析・検討する。

以上に基づいて，小学6年生の空間図形の理解に関する実態を明らかにし，学習指導改善への示唆を得る。

２．研究の経過

(1) 研究の枠組みと経過

筆者らは，「空間図形の理解の様相をとらえるための観点」として，次のア〜エの 4 点を設定し(熊倉他, 2000; 八田他, 2001)，研究を進めている。

ア．基本的な立体図形に関する理解

イ．空間における直線や平面に関する理解

ウ．空間図形の操作能力

エ．空間図形への活用能力

ウの「操作」とは，見取図表現，展開，運動，切断，投影，視点や対象の移動等を指す。これらは，単に図形を観察するだけにとどまらず，自ら図形に働きかけて推論を進めていく能力に関するものであり，本研究では特にその育成を重視している。

これまでに，調査研究や授業研究を通して，これらの観点に関する小・中学生の理解の状況を明らかにしてきた(熊倉他, 2002；近藤他, 2011)。特に「空間図形への活用能力」については，見取図上での見えが問題の解決に大きな影響を与えていること，空間図形の中に 1 つの平面を想定して思考を進めることの困難性など，子どもの理解の特徴を明らかにした。また，その発達の水準を設定し分析の枠組みを明確にして，子どもの思考の様相を明らかにする(八田他,2001；Fujita, T.他, 2017)とともに，算数科において，図形を操作する場の設定(原他,2009)や，見取図の理解を促進するための実験授業(下村・近藤, 2015)を試みてきた。

(2) 空間図形についての活用能力に関する水準

筆者らは，見取図上で一つの平面を想定しその平面上で思考を進める問題の解決では，「操作」と「推論」の 2 つが重要な視点であると考えて，「空間図形についての活用能力に関する水準」を以下のように設定している(熊倉他，2002；Fujita, T.他, 2017)。

〔水準I〕直観的にだけで判断してしまう。

〔水準II〕直観的に判断してしまうことなく，

〔IIa〕論理的に考察しようとするが，正しい結論が得られない。

〔IIb〕不適切な操作を加えて考察し，正しい結論が得られない。

〔IIc〕適切な操作を加えて考察するが，正しい結論が得られない。

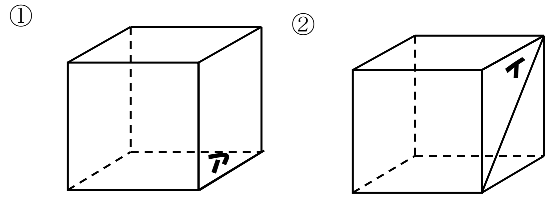
〔水準III〕適切な操作を加えて論理的に考察し，正しい結論を得ることができる。

「操作」と「推論」を重要な視点と位置付けるこの水準は，空間図形についての理解の様相を分析するにあたって重要な役割を果たす。

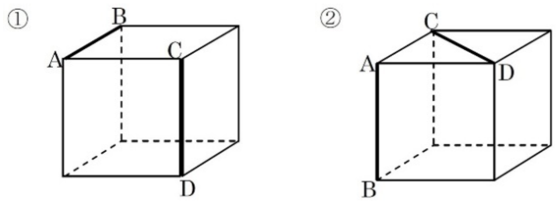
(3) 2017 年調査における「問題」

本研究では既に，2000 年以来中学生を対象にして行ってきた調査(例えば，熊倉他,2000；八田他,2001)を改善して新たな調査問題を作成し，小 4 児童から中 3 生徒までの計 1357 名を対象に「2017 年調査」を実施している。そして，その結果を集約・分析して，子どもの見取図の理解に関する発達の様相を明らかにし，空間図形を「操作し推論する」機会を充実する等の学習指導改善の方向性を示している(近藤・熊倉他,2019)。

1　次の図①，②は，どちらも立方体の見取図です。
角**ア**，**イ** はそれぞれ何度ですか。



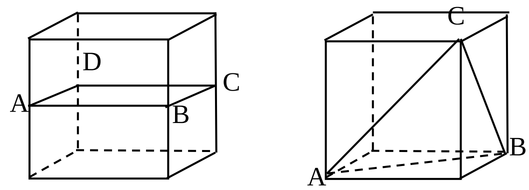
2 次の図①，②は，どちらも立方体の見取図です。
①，②の図で，線分 AB と CD の長さを比べたとき，どちらが長いですか。図の下のア～エから正しいものを 1 つ選んで，○をつけなさい。
また，その理由を書きなさい。



ア　AB の方が長い　　(①②の選択肢は共通)
イ　CD の方が長い
ウ　AB と CD の長さは等しい
エ　どちらともいえない
(理由)

3　次の図①，②は，どちらも立方体の見取図です。①，②の図で，太線で囲まれた図形はどんな図形ですか。図の下のア～オからもっともあてはまるものを 1 つ選んで，○をつけなさい。ただし，図①の A，B，C，D は立方体の辺のまん中の点です。

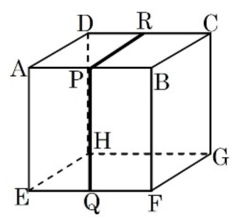
①　四角形 ABCD　　②　三角形 ABC



①	②
ア　平行四辺形	ア　直角三角形
イ　ひし形	イ　二等辺三角形
ウ　長方形	ウ　直角がある二等辺三角形
エ　正方形	エ　正三角形
オ　ふつうの四角形	オ　ふつうの三角形

図 1　2017 年調査での小・中学生共通 問題 1～3

4 右の図は，立方体 ABCD-EFGH の見取図です。辺 AB，EF，DC の中点を P，Q，R とするとき，∠RPQ は何度ですか。



5　右の図は，立方体 ABCD-EFGH の見取図です。点 E から，点 B, D にそれぞれ線分 EB, ED をひきます。このとき，∠BED は何度ですか。また，その理由を書きなさい。

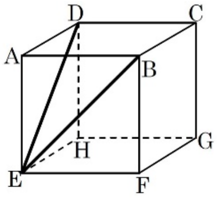


図 2　2017 年調査での中学生用 問題 4，5

2017 年調査の問題は 5 つの大問からなり，図 1 に示した問題 1, 2, 3 は小・中学生共通問題として，図 2 に示した問題 4, 5 は中学生用として設けられた。

対中学生用の問題 5 は，本研究にとって重要な意味を持っている。それは，前項(2)で示した「活用能力に関する水準」の設定が，問題 5 に対する生徒の解答やその理由の分析に基づいて行われたからである(例えば八田他,2001；熊倉他,2002)。

だが，この問題 5 に対する解答の内容が子どもの思考の様相を浮き彫りにする一方で，解答の理由に関して自由記述を求めているので正答率は低い。

そこで，正答に至るまでの中間段階をより的確に把握したいと考えて，2017 年調査では，問題 3 を小中共通問題として，問題 4 を対中学生問題として新たに追加している。問題 3，4 はいずれも切断面に現れる図形を選択するものであり，与えられた見取図からそれをイメージし，その上で推論できるかどうかをみることがねらいである。

本稿での実験授業の分析・検討にあたっては，この 2017 年調査の問題が利用される。

３．実験授業の構想

(1) 授業を構想する上での基本的な考え方

2017 年調査の結果によれば，問題 3②の正答率は，小 4 で 12.6%，小 5 で 16.9%と低く，小 6～中 2 で 30 数%に上昇し，中 3 では 52.4%となっている。一方，問題 5 の正答率は中 3 でも 37.8%であるので，問題 3②の結果には，問題 5 の前段階にある理解の様相が現れている(近藤・熊倉他, 2019, p.150)。

問題 3②の誤答の中では「イ二等辺三角形」を選択した解答が最も多く，小 4 で 46.7%，小 5 で 42.3%, 小 6～中 3 でも 25～30%程ある。なお，小 4～6 では，イ以外の誤答も 10%前後あり解答が散らばっている。

このような現状を踏まえて今回は，子どもの理解の様相を一層把握することをねらって，小学 6 年生を対象に問題 5 を直接取り上げる実験授業を行った。2017 年調査での問題 3②の正答率は小 6 で 36.8%なので，授業で授業者の働きかけや子ども同士のやり取りがなされ，児童の理解が促進されると考えられることから，それほど無理な授業設定ではないであろう。

この授業によって中間段階にいる子ども達の理解の様相，特にペーパーテストでは把握しきれない，空間図形の中に 1 つの平面を想定して思考を進めることに関する理解の様相が一層明らかになると考える。

(2) 実験授業の概要

授業者を確定した後，授業者や筆者らを含む数人で 2 回の事前検討会を持った。そこでは，子どもの追究の様子をとらえ理解の様相を明らかにすることが実験授業のねらいであることを確認し，授業展開について協議した。

以下，学習指導案の記述に基づいて，授業展開の概略を述べる。

1) 本時の授業

日時　2019 年 2 月 14 日(木) 第 5 校時

対象　浜松市立小学校 6 年生 34 名

この時点で小 6 の図形の内容は学習済みである。

授業者　同校教諭　竹内淳

観察者　8 名

2) 本時のめあて

立方体の中にできる角の大きさを考える活動を通して，立体の中にできる角の大きさを求めるには，別の方向から見たり直線で結んで図形をつくったりすればよいことに気付き，その角の大きさを正しく求めることができる。

3) 準備物

問題を印刷した紙(提示用・児童用・発表用)，別の方向から見た見取図，立方体・直方体の模型，発泡スチロールの立方体，アクリル板の立方体，二側面だけの展開図

4) 学習過程

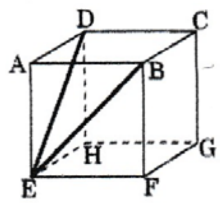
1. 既習事項を復習する。

(模型を提示して) 次のような立体は何というか。

・直方体　・立方体

2. 学習課題をつかむ。

右の図は，立方体の見取図です。頂点 E から，頂点 B，D にそれぞれ直線 EB，ED を引きます。このとき，角 BED は何度ですか。また，その理由を書きなさい。



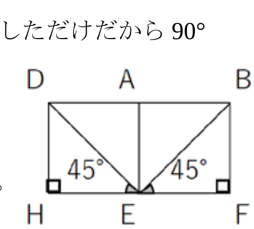
<めあて>　立体の中にできる角の大きさを求めるには，どうすればよいかな。

3. 答えと考えをノートに書き，自由交流で話し合い，立体の中の角の大きさを求める方法をまとめる。

＜予想される子どもの反応＞

㋐　角 DAB＝90°,それを下ろしただけだから 90°

㋑　立方体を開いて考えてみると，角 BEF＝45°, 角 DEH＝45°だから，180－(45＋45)＝90 で 90°。



㋒　頂点 B と D を直線で結ぶと二等辺三角形になる。でも，そこから分からないな。

㋓　透明な立方体に角 BED をかいてみたけど，90°ではなさそうだ。

㋔　頂点 B と D を直線で結ぶと正三角形ができる。正三角形の一つの角度は 60°なので 60°。

＜角の大きさを求める方法に関する意見＞

・別の方向から見ると分かることがある。
・直線で結んで図形をつくると，角の大きさが分かることがある。
・極端な例を考えると，角の大きさの範囲が分かる。
・立体を実際に切ってみると，角の大きさがとてもよく分かる。

<まとめ>　立体の中の角の大きさを求めるには，別の方向から見たり，直線で結んで図形をつくったりするとよい。

4. 練習問題で，学んだことを確かめる。
5. 今日の学習を振り返り，学習感想や問いを書く。

なお，授業者は，授業前の児童の理解に関連して，次のように考えている。

・角 BED をとらえるのはこちらが思っている以上に難しい。立体の模型を観察したり考察したりする活動がないと，60°になるという実感が得られない。
・角度がはっきりした図形の学習は，この段階では正方形，長方形，正三角形だけなので，「こういう問題では，正方形や長方形，正三角形をつくればよい」ということだけに終わらないようにしたい。

(3) 課題追究の様相を把握するためのデータ収集計画

児童の考えを把握し分析するために，以下の 1)〜3)の手順でデータを集積する。

1) 事前調査の実施(授業 1 ヶ月前)と結果の分析

2) 実験授業の実施とその観察やワークシート分析，授業終盤に行った「練習問題」の解答の分析

3) 事後調査及び定着確認のための問題(以下「定着調査」と呼ぶ)の実施(授業 1 ヶ月後)と結果の分析

4) 1)〜3)に基づいて児童の理解の様相とその変容を明らかにする。

この手順を図に示すと，次のようになる。

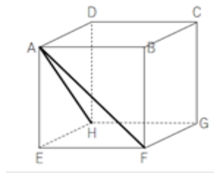
事前調査　→1 ヶ月後　授業の実施・練習問題
→1 ヶ月後　事後調査・定着調査

ここで用いた調査問題等は，以下の通りである。

1) 事前･事後調査の問題

事前調査，事後調査の問題は共通であり，2.(3)で示した問題 1〜3 である。これらは，2017 年調査での小・中共通問題である。

2) 授業終盤の「練習問題」



「右の図は，立方体の見取図です。頂点 A から，頂点 F, H にそれぞれ直線 AF,AH を引きます。このとき，角 FAH は何度ですか。また，その理由を書いてください。」

3) 授業 1 ヶ月後の「定着調査」

授業 1 ヶ月後に事後調査と共に行った定着調査の問題は，授業で取り上げた学習課題と同一であり，その理由も記述させた。

4．児童の見取図に関する課題追究の様相

ここでは，3. (3) で述べた調査に関して，学級全体の結果と，個々の児童の変容を，前者については(1)で、後者については(2)で述べる。なお，対象学級の児童は 36 名であるが，以下では，調査の一部を欠席した 2 名を除いた 34 名を分析の対象とする。

(1) 事前・事後調査の結果とその考察

(1)−1 正答率に関する比較

事前・事後調査における対象児童 34 名の正答率は，表 1 の通りである。「伸び」の欄の数値は，事前調査から事後調査への正答率の差(単位%ポイント)である。

表 2 には，2017 年調査での小 5，小 6 の正答率と「伸び」を示しておいた。

なお，本稿でのすべての表の数値は，小数第 2 位を四捨五入して得たものである。

表 1 事前･事後調査での正答率と伸び（数値は%）

問題	1①	1②	2①	2②	3①	3②
事前	91.2	85.3	79.4	61.7	47.1	23.5
事後	94.1	79.4	91.2	76.5	64.7	41.2
伸び	**2.9**	**-5.9**	**11.8**	**14.8**	**17.6**	**17.7**

※「伸び」の単位は，%ポイント

表 2 2017 年調査での小 5，小 6 の正答率と伸び（数値は%）

問題	1①	1②	2①	2②	3①	3②
小 5	95.8	86.9	87.8	51.2	49.8	16.9
小 6	94.3	85.2	95.2	59.3	68.4	36.8
伸び	**-1.5**	**-1.7**	**7.4**	**8.1**	**18.6**	**19.9**

※「伸び」の単位は，%ポイント

表 1，表 2 からわかる概括的な傾向としては，事前調査の結果は 2017 年調査の小 5 の結果とほぼ同様であり，事後調査の結果は授業後に相当する 2017 年調査の小 6 の結果とほぼ同様である，と言うことができる。ただし，問題 2②の正答率は，今回の対象児童の方が事前・事後調査とも 10 数%ポイントほど高い。

なお，事前調査から事後調査までは 2 ヶ月ほど間隔があり，2017 年調査の小 5 と小 6 では 1 年間ほど間隔があって，また，前者は縦断的であり後者は横断的

なので，単純に比較できないことに留意したい。

事前調査から事後調査への正答率の伸び(表 1)に関しては，問題 2①，2②では 10%ポイント強ほど上昇し，問題 3①，3②では 18%ポイントほど上昇している。これら 4 小問の結果は，学級全体として今回の授業がよい成果をあげたことを示している。

一方，問題 1②だけが 5.9%ポイント低下している。そこで，その原因となった 2 名の答案を調べてみると，事前調査で正答でありながら事後調査では 60°，90°と解答している。正方形での辺と対角線とが作る角について，とらえられていない。

これらを，2017 年調査における小 5 から小 6 への正答率の伸び(表 2 を参照)と比べてみると，問題 2,3 の 4 つの小問についてはほぼ同様であり，問題 2①，2②の伸び率は，今回の結果の方が若干大きくなっていることがわかる。

(1)-2 選択肢別の解答に関する比較

事前・事後調査における選択肢別の解答率(問題 1 では角度の記述)の結果をまとめると，表 3 を得る。

表 3　事前・事後調査の選択肢別の解答率
(数値は%，N=34)

問題１	①		②			
(角度の記述)	90° 正答	他	45° 正答	他		
事前	91.2	8.8	85.3	14.7		
事後	94.1	5.9	79.4	20.6		
問題２①	ア	イ	ウ	エ	無答	
事前	0.0	20.6	79.4	0.0	0.0	
事後	0.0	8.8	91.2	0.0	0.0	
問題２②	ア	イ	ウ	エ	無答	
事前	14.7	61.7	23.5	0.0	0.0	
事後	11.8	76.5	11.8	0.0	0.0	
問題３①	ア	イ	ウ	エ	オ	無答
事前	11.8	2.9	38.2	47.1	0.0	0.0
事後	11.8	2.9	17.6	64.7	0.0	2.9
問題３②	ア	イ	ウ	エ	オ	無答
事前	0.0	50.0	8.8	23.5	17.6	0.0
事後	5.9	41.2	5.9	41.2	2.9	2.9

表 3 で，問題 1②の誤答は，事前調査では 30, 40°，70°，110°と散っていて，事後調査では 11.8%が 60°，その他は 30°, 70°, 90°である。

ここで，誤答である選択肢に関して，事前調査と事後調査の結果を比べてみて，10%ポイント以上も解答率が減少している(改善されている)選択肢は，問題 2①の「イ」，問題 2②の「ウ」，問題 3①の「ウ」，問題 3②の「オ」である。以下，細かく見てみる。

問題 2①の誤答は，事前・事後調査とも「イ」だけである。「イ」は，見取図上に見える辺の長さを見た目で捉えて，そのまま解答したものであり，この点が若干改善されたと考えられる。

問題 2②の「ウ」は，辺 AB と対角線 CD の長さが等しいと判断するものであり，実際は CD の方が長いのに見取図上の見た目では AB の方が長く見えている。2017 年調査でも，「ウ」の解答率は小 4～小 6 のいずれにおいても 30%を超え，そう判断した根拠として「立方体はすべての面の面積も辺の長さも等しいから」「ななめでもたてでも横でも同じだから」等の理由が挙げられている(近藤・熊倉他，2019)。今回の対象児童については若干改善されたと考えられるものの，同様の傾向が現れている。このような結果は，小学校算数科での見取図に関する学習指導の改善を図る必要があることを示している。

問題 3①の「ウ」は，切断面に現れる正方形を，見取図からの見た目によって隣辺どうしは等しくないととらえて長方形とする誤答である。その解答率は事前調査の 38.2%から事後調査の 17.6%へと，20%ポイントも減少していて，各辺の長さを的確にとらえて正方形と判断することができるような方向へと改善されたということができる。なお，見取図を平面図形と見てそのままに判断すると「ア」の平行四辺形を選択することになるが，その解答率は事前・事後調査とも 11.8%で「ウ」よりかなり低い。

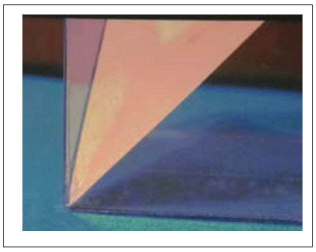
問題 3②の「オ」は，切断面に現れる三角形を，見取図からの見た目によって各辺の長さが異なるととらえて「ふつうの三角形」とする誤答である。その解答率は，事前調査の 17.6%から事後調査の 2.9%へと 15%ポイントほど減少し，形を漠然ととらえるのではなく，辺の長さに着目して判断するような方向へと改善されたということができる。もっともこの問題は今回の実験授業の内容と大きく関係するだけに，当然の結果と見ることもできる。

なお，問題 3②の選択肢「イ」は「二等辺三角形」であるが，この解答率は事前調査で 50.0%, 事後調査でも 41.2%と，今回の調査問題での誤答の中でも群を抜いて高い。これは切断面の三角形が見取図上ではほぼ AB=AC と見えるので止むを得ないものの，AB, AC ともう一辺 BC との長さの関係を吟味しようという姿勢に欠けていることの表れであろう。そこで，事前調査で「イ」と解答した児童の事後調査の結果を調べてみると，事後で正答「エ」を得たのは全体の 23.5%であり，これらは正の変容を遂げている。事後でも「イ」を選んで変化がなかったのは全体の 17.6%である。逆に，事前調査で正答でありながら事後調査で「イ」と後退したのが全体の 8.8%いた。見取図からの見た目に依るのでなく，長さ等の関係にも目を向けて判断することの重要性を強調する必要がある。

⑵ 各児童の理解の様相とその変容

この項では，対象児童 34 名一人ひとりの理解の様相とその変容を，授業時におけるワークシートの記述，及び授業前後のデータに基づいて分析，検討する。

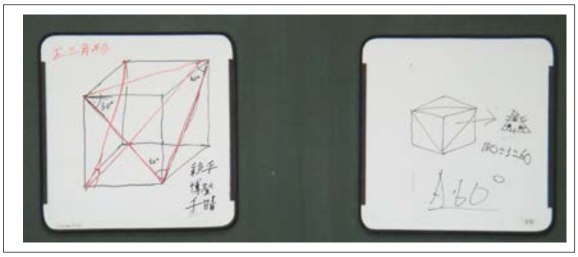
実際の授業は，3.⑵で示した授業の概要とほぼ同様の流れで展開された。



課題提示はプリントを配布して行われた。同時に授業者は，右のような立方体の面が透明の切断面を示した映像をわずかな時間だけ提示し，その様子をイメージさせた。

個人追究では，45÷2=22.5°と考えた児童が 10 名程いた。続く自由交流では，子ども達は自分の考えを述べたり他者の考えを熱心に聞いたりと，豊かなコミュニケーション活動がなされていることが観察された。その際，2 名の児童が右に示すように，自ら立方体を紙で実際に作って考えていた。

また，授業終盤での全体検討では，下の図に示した 2 人の児童の解答を取り上げて説明させ，それを全体で共有した。いずれの説明も，見取図を正三角形が見えやすいように回転させて正答を得ている。



⑵-1 児童の理解の様相とその変容についての分類

ここでは，まず授業 1 か月後に行われた定着調査と事後調査の結果に基づいて，続いてさらに事前調査の結果等も加味して，見取図に関する理解の様相やその変容の特徴を類型化する。そして，類型ごとに分析・検討して，児童 34 名の理解の様相を明らかにする。

このような方法によって分析したところ，34 名の理解の様相は，次の(ア)～(カ)の 6 グループに類型化できた。【　】内は解答の分類基準である。

(ア) 「よく理解し身に付けている」と評価
　【定着調査及び事後調査で，全問正答】　11 名。
(イ) 「理解し身に付けている」と評価
　【定着調査で正答】　(ア)を除いて 6 名。
　これに(ア)の 11 名を加えると計 17 名。
(ウ) 「一部を理解している」と評価
　【事後調査で，2①②，3①は正答，3②が誤答】6 名。
(エ) 「基本問題だけについて理解を深めた」と評価
　【問題 1 または 2 について，好ましい変化】3 名。
(オ) 事前調査から事後調査の間に変化が現れない
　【事前・事後調査で同一の解答】3 名。
　ただし，(ア)の中の 4 名を除く。
(カ) 正の効果がほとんど見られない
　【解答間に脈絡や一貫性がない】5 名。

この類型化はまず，授業 1 か月後に行われた定着調査において正答を得た(ア)(イ)と，そうではない (ウ)～(カ)とに 2 分してなされた。そして前者は，事後調査でも全問正答を得た(ア)とそうではない(イ)に類別でき，後者はさらに上の【　】内に示した分類基準を設定することによって(ウ)(エ)(オ)(カ)の 4 つに類別できた。なお，「定着調査で正答」とは，理由も含めて正答であることを意味している。

この類型に基づくと，今回の授業による理解の変容に関する学級としての全体像は，次のようになる。

よく理解しているのは 1/2	(アとイの計 17 名)
正の変容をとげたのは 1/4 強	(ウとエの計 9 名)
正の変容がみられないのは 1/4 弱	(オとカの計 8 名)

⑵-2 各グループの理解の様相の分析

ここで，上記(ア)～(カ)のグループごとに，個々の児童の理解の様相を，より詳細に分析する。★印を付けた文章は，各グループに関するまとめである。

(ア) 今回の見取図に関する内容を「よく理解し身に付けている」と評価される者は 11 名である。

これは，【定着調査及び事後調査で，全問正答】であった児童を指している。このグループを「G ア」で表すことにする。この 11 名は，事前調査の結果によって，さらに次の 3 つの下位グループに分けられる。以下で，<　>の No.は児童の通し番号である。

G ア-1 事前調査でも全問正答　<No.5, 9,14, 16>
G ア-2 事前調査で 3②だけが誤答<No.23, 30,32,33>
G ア-3 事前調査で 3①②だけが誤答<No.13, 18, 29>

このことから，G アの 11 名全員が，事前調査においても問題 1, 2 で正答を得ていたことがわかる。

G アの 11 名は，授業 1 ヶ月後に行われた 2 つの調査で全問正答であり，今回の見取図に関する内容を「よく理解し身に付けている」ということができる。

特にこれら 11 名全員が，定着調査で∠FAH＝60°と結論付ける理由を，「正三角形」という用語を使って的確に述べていることが特徴的である。

また，児童 No.5 は「切ったとき」，No.23 は「向

きをかえ」，さらに 4 名は「回して」という表現を使って理由を述べている。これらの表現からは，見取図を単に眺めているのではなく，切ったり，回したり，視点を変えたりという操作を加えて見取図を見て，空間をイメージしていることがわかる。

★対象児童のおよそ 1/3 に相当する G アの 11 名は，立方体の内部に現れる図形の形を捉えることを目指した今回の授業に十分に対応できたと考えられる。

★G アの 11 名の中で，G ア-2 と G ア-3 の 7 名は，事前調査で誤答であった問題についても事後調査ではすべて正答を得ていて，正の方向へと変容したということができる。

(イ) 今回の見取図に関する内容を「理解し身に着けている」と評価される者は 6 名である。

これは，【定着調査で正答】であった児童を指している。このグループを「G イ」で表す。ただし，上記「G ア」の 11 名は除いて考える。

G イに相当するのは 6 名いて，事後調査の結果によって，さらに次の 2 つの下位グループに分けられる。

G イ-1 事後調査で 3②が正答　　<No.20, 6>

G イ-2 事後調査で 3②だけが誤答 <No4, 8, 25, 31>

この 6 名はいずれも，事前調査では 3①②は誤答であったが，以下に述べるように，事前調査から事後調査の間で好ましい変容が現れたということができる。

G イ-1 の 2 名は共に，事後調査で 3①は誤答「ウ」の長方形を選んでいるが，事前調査では 3①②の両方が誤答であったので，3②については好ましい変容がみられた。なお，1①②，2①②の 4 小問については，事前・事後調査ともに正答であった。

G イ-2 の 4 名は共に，事後調査で 3①は正答であり，事前調査では 3①②の両方が誤答であったので，3①については好ましい変容がみられた。なお，1①②については，事前・事後調査ともに正答である。

定着調査で正答であったのは，G アの 11 名と G イの 6 名の合計 17 名(対象児童 34 名の半数)であり，これらの児童は，今回の見取図に関する内容を「理解し身に付けることができた」ということができる。

また，この 17 名の内，事前・事後調査ともに全問正答であった G ア-1 の 4 名を除く 13 名は，事前調査では不十分であったが定着調査では正答へと高まっていて，今回の授業によって正の方向へ変容したということができる。

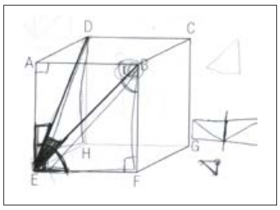
★今回の見取図に関する授業は，中学校以降の学習につながる意義あるものと筆者らは位置づけていて，例えば今回のような問題を取り上げて児童の興味・関心を高め，空間図形の理解を深めるような学習指導がもっと設定されてよいと考えている。今回の公立小学校での授業実践で得られた，半数の児童(G アと G イの合計)が「理解し身に付けることができた」という理解の現状からすると，それは可能であると判断することができる。2017 年調査での問題 3②の結果は，小 6 から中 2 まで正答率は 25～30%と伸びがみられなかっただけに，この授業において授業者の働きかけや子ども同士のやり取りがなされたことが，児童の理解を促進させたと考えられる。

(ウ) 今回の見取図に関する内容の「一部を理解している」と評価される者は 6 名である。

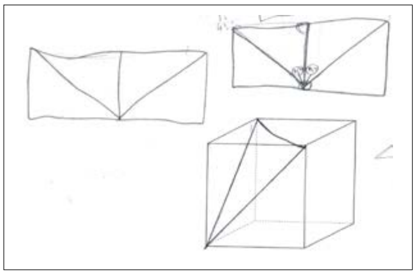
これは，【事後調査で 2①②，3①は正答だが，3②が誤答】であった児童 6 名 <No.19, 22, 27, 15, 2, 7> を指している。このグループを「G ウ」で表す。

この 6 名はいずれも，事後調査で 3②は誤答「イ」の二等辺三角形を選んでいる。

この内の No.19 は，事前調査で全問正答であったにもかかわらず，事後調査では 3②で誤答であり，定着調査でも 180°と誤答である。今回の授業が，この児童の理解にどのような影響を与えたのか，何がこの児童に後退をもたらしたのか，興味深い。



そこで，No.19 の授業時のワークシートを調べてみると，∠BED の大きさを求めるのに終始展開図で考え 45+45=90°としている。そして終盤には，全体での発言を聞いて見取図上で直線 BD をかいている。



No.19 の事前調査での全問正答という結果は，その時点での曖昧な理解の状況をペーパーテストではとらえきれなかったことを示している。

その一方で No.22, No.27 は，事前調査でも既に 2①②, 3①は正答していて安定している。

また No.7 は，事前調査では全問誤答であり，事後調査では角の大きさに関する問題 1①，②をそれぞれ 80°，70°と解答し，定着調査でも 80°と解答していながら，線分の長さに関する問題 2①②，3①は正答になっている。このように No.7 は，見取図上での角に関する問題は誤答のままであるものの，線分の長さに関しては事後調査で正答を得ている。

★G ウの 6 名は，事後調査で 2①②, 3①は正答，3②は誤答という共通点によって一つのグループにまとめて考察したものの，理解度にはさまざまな差がある。

また，個々の児童の理解の状況は，それほど安定していないことが伺える。この 6 名の内で，定着調査で正答は 1 名もいないこともそれを物語っている。

(エ) 「基本問題だけについて理解を深めた」と評価されるのは 3 名である。

これは，【問題 1 または 2 について，好ましい変化】を示した児童 3 名<No.12, 1, 26>を指している。ここでいう基本問題とは，問題 1, 2 のことである。このグループを「G エ」で表す。

この内の No.12 は，事前調査で問題 1 だけが正答であったが，事後調査では 1,2 が正答になり，「長さ」に関して改善が見られた。

No.1, No.26 は，事前調査ではある 1 小問だけが正答であったが，事後調査では問題 1①，②の 2 小問だけが正答(他の問題は定着調査も込めて全て誤答)になり，「角」に関して改善が見られた。

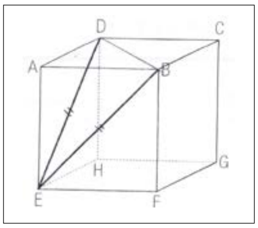
★G エの 3 名は，基本問題である問題 1 か問題 2 の一方だけは改善された。今回の見取図に関する内容を理解するまでには及ばなかったものの，見取図の見かけだけからの判断ではなく図形の性質を踏まえて判断しようとする方向へと，その理解を幾分深めることができたということができる。

(オ) 事前調査から事後調査の間に変化が現れなかった者は 3 名である。

これは，【事前・事後調査で同一の解答】であった者の内，一貫して全問正答のグループ G ア-1 の 4 名を除いた者である。このグループを「G オ」で表す。

これには，3 名 <No.21, 24,17>が該当する。

No.21，No.24 の 2 名は，事前・事後調査において 1①②，2①②の 4 小問で正答，3①では誤答「ウ」の長方形を選び，3②では誤答「イ」の二等辺三角形を選んでいて，両調査の間に全く変化がない。今回の授業の前後で，切断面にできる形の判断に何の変化も見られないのである。



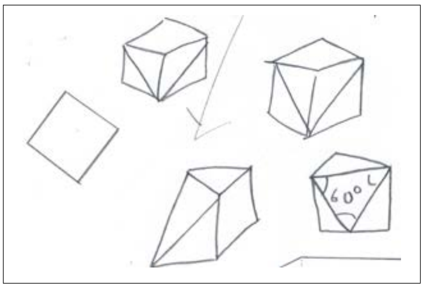
ここで，No.21 のワークシートを調べてみると，右の図のように直線 BD をかいているが，等しい長さの印は 2 つの辺の部分だけにつけられている。また，この見取図の脇には 180÷3=60 と書かれているので，授業時には正三角形が見えていて 60°と判断したが，事後調査の時点ではもとに戻ってしまい，3②で再び見取図の見かけによって判断して「イ」の二等辺三角形を選んでしまったものと考えられる。

No.17 は，事前・事後調査ともに 3②だけが誤答である。

これら 3 名は，正答数や全般的な理解度の点からすると，G エの児童をはるかに凌いでいると考えられるものの，授業前後の変容という点でみると何も見られない。

★G オの 3 名と，事前調査の段階から一貫して全問正答であった G ア-1 の 4 名とを合わせた 7 名は，事前・事後調査の間に全く変化がない。これらの児童にとって，今回の授業は何らかの意味を持っていたのであろうか。今回の授業によって「何かが豊かになった」と実感しているのであろうか。

そこで，事前調査の段階から一貫して全問正解であった G ア-1 の内の、例えば No.16 のワークシートを調べてみると，そこには右の図が描かれていて，授業後の振り返りの記述には「今日は自力で問題をとくことができた。なぜなら，まったくちがう点からみてみたら，今まできづかなかったことを見つけられたから。」とあった。No.16 は今回の授業によって，少なくとも視点を移動して考えることの有効性に関して理解を深めたということができる。



(カ) 正の効果がほとんど見られなかった者は 5 名である。

このグループを「G カ」で表す。G カに相当するのは 5 名いて，次の 2 つの下位グループに分けられる。

G カ-1　事後調査での解答が事前調査より後退しているもの　<No.10, 11, 28>

G カ-2　事前・事後調査において解答に一貫性がなく，改善がみられないもの　<No.3, 34>

G カ-1 の内の特に No.28 は，事前・事後調査のいずれにおいても，冒頭の 1①②, 2①②, 3①の 5 小問では，1②を除く 4 問が正答でありながら，1②については事前・事後とも 30°と解答し，角に関して改善が見られない。定着調査でも 25°と解答している。

G カ-2 の内の No.3, No.34 は，事前・事後調査のいずれにおいても解答が揺れていて一貫性がなく，授業による改善がみられない。

ここで，授業後の振り返りの記述をみると， No.34 は「今日は，できなかったのでつぎは，できるようにしたいです。」と書き，No.3 は「少し分からなかった。だからいじわる問題でもできるように予習，復習をちゃんとしたい。」と書いていて，学習への前向きな姿勢がうかがえる。

★G カの 5 名に関しては，基本的な問題 1 および 2 について確かな理解を目指す必要がある。問題 3 や定着調査の問題に向かう以前の課題であろう。授業に前向きに取り組んでいる子ども達だけに，一層細かな対応が望まれる。

表4　Gエ，Gオ，Gカの個々の児童の解答一覧　（網掛けの欄は正答を表わす）

	事前調査						確認	事後調査						定着	
児童 No. G.	1 ① 90	1 ② 45	2 ① ウ	2 ② イ	3 ① エ	3 ② エ	何度 60	1 ① 90	1 ② 45	2 ① ウ	2 ② イ	3 ① エ	3 ② エ	何度 60	特徴等
12 Gエ	90°	45°	イ	ウ	ウ	イ	60°	90°	45°	ウ	イ	ア	ウ	65°	事前1だけ正答が，事後1,2の4小問が正答に。長さが改善。
1 Gエ	90°	110°	イ	ア	ア	イ	60°	90°	45°	イ	ア	ア	ア	120	前後の解答で3②と定着だけ変化。事後で1が正答に向上。角が改善。
26 Gエ	120°	40°	ウ	ウ	ウ	エ	未回収	90°	45°	イ	ア	イ	ア	30°	事後で1が正答に向上。角が改善。他の解答は乱れ。
21 Gオ	90°	45°	ウ	イ	ウ	イ	60°	90°	45°	ウ	イ	ウ	イ	60°	事前事後の解答がすべて不変。1,2の4小問と確認,定着問題正答。
24 Gオ	90°	45°	ウ	イ	ウ	イ	60°	90°	45°	ウ	イ	ウ	イ	60°	事前事後の解答がすべて不変。1,2の4小問と確認,定着問題正答。
17 Gオ	90°	45°	ウ	ウ	エ	オ	未回収	90°	45°	ウ	ウ	エ	イ	60°	事前事後の解答がほぼ不変。（誤答の3②だけを除く）
10 Gカ	90°	45°	ウ	ウ	エ	イ	未回収	90°	45°	ウ	ウ	無答	無答	90°	冒頭3小問は正答。事後で他が後退。
11 Gカ	90°	45°	ウ	イ	ウ	イ	60°	90°	60°	ウ	イ	ウ	エ	90°	冒頭4小問中の中で事後1②誤答。事後で他後退(事後3②正答偶々か)
28 Gカ	90°	30°	ウ	イ	エ	ウ	未回収	90°	30°	ウ	イ	エ	オ	25°	冒頭5小問の中で，角が改善されない。定着で25°。
3 Gカ	90°	45°	ウ	ウ	エ	エ	60度	90度	90度	ウ	イ	ア	イ	45度	1①と2①は正答。事前事後で解答の揺らぎ。改善がみられない。
34 Gカ	35	50	イ	ア	ウ	イ	60c°	60°	60°	イ	ア	ア	イ	60°	事前事後で解答の揺らぎ。改善がみられない。

以上，対象児童 34 名一人ひとりの理解の様相とその変容について，6 つのグループに類型化して検討した。G エ，G オ，G カに分類された児童の解答については，上記の考察だけでは分類の観点や解答間の関連が把握しにくいと考えられるので，参考までにその解答一覧を表 4 に示しておく。

5.　まとめ

本稿では，2017 年調査の結果を踏まえて，小学校算数科の学習指導において一層理解が深まるとよいと考えられる見取図の扱いに関して，「立方体の中にできる角の大きさを求める問題」に着目した。そして，公立小学校 6 年生を対象に実験授業を行い，事前・事後調査、定着調査等の結果や授業時にかいたワークシートの記述内容等を併せて検討して，この「問題」に関する児童の理解の様相を明らかにしようとした。

分析・検討の結果，対象児童 34 名の理解の様相とその変容は，4.(2)-1 に示した(ア)～(カ)の 6 つのグループに類型化できた。その類型に基づくと，今回の授業における理解の変容に関する学級としての全体像は，次のような結果になった。

よく理解しているのは，全体の 1/2 である。

それ以外の，全体の 1/2 の児童の内で，

正の変容をとげたのは，全体の 1/4 強である。

正の変容がみられないのは，全体の 1/4 弱である。

筆者らは，小学校算数科において今回のような問題を取り上げて児童の興味・関心を高め，見取図に関する理解を深めるような学習指導がもっと行われてよいと考えている。今回の授業は，子ども自らが図形に働きかけ推論を進めていく，中学校以降の学習にも大きくつながる内容であり意義あるものである。

本稿での考察は，公立小学校での 1 つの学級児童全員を対象として分析・検討している。この方法論は本研究の大きな特徴であり，書き手にとって都合のよい対象だけを取り上げて何らかの主張をするという方法とは大きく異なっている。今回の公立小学校での授業実践で得られた，学級の半数の児童が「理解し身に付けることができた」という理解の現状からすると，今回のような学習指導の設定は可能であると判断することができる。 その一方で，全体の 1/4 弱の児童には

正の変容がみられなかったという実態を重く受け止めて，より一層きめの細かい学習指導についても併行して検討したい。

本研究では既に算数科における授業研究を通して，立方体の見取図を描くこと(八田・近藤他，2005)，投影的な見方の育成(八田・近藤他，2006)，球とその特徴の理解(原・國宗他, 2009)に関して検討している。

これらや今回の実験授業の成果等々を踏まえて，空間図形を「操作」し「推論」する機会の充実を目指した小学校算数科及び中学校数学科での学習指導を具体的に示し，空間図形の理解を一層深めるようなカリキュラム提案を行うことが，今後の課題である。

本研究を進めるにあたって，対象児童の皆さんはもとより，次の方々から多大なお力添えをいただいた。この場を借りて謝意を表したい。

清水知子校長，高崎裕司校長，村松一彦，江頭希美，亀久保裕之，原欣嗣，神原一之（敬称略）

引用・参考文献

Fujita,T., Kondo,Y., Kumakura,H., Kunimune,S.(2017). Students' geometric thinking with cube representations: Assessment framework and empirical evidence, *Journal of Mathematical Behavior 46*, pp.96-111.

Fujita,T., Kondo,Y., Kumakura,H., Kunimune,S., Jones,K. (2020). Spatial reasoning skills about 2D representations of 3D geometrical shapes in grades 4 to 9, *Mathematics Education Research Journal*, Springer. pp.235-255.

狭間節子研究代表．(2000)．数学教育における空間思考の育成に関する研究．科研費成果報告書.

原欣嗣・國宗進・八田弘恵・熊倉啓之・近藤裕．(2009)．空間図形についての理解に関する研究－球の学習に現れる類推の考え－．第 42 回数学教育論文発表会論文集．pp.367-372.

八田弘恵・熊倉啓之・久保良宏・國宗進．(2001)．空間図形の活用能力に関する研究．第 34 回数学教育論文発表会論文集．pp.445-450.

八田弘恵・近藤裕・熊倉啓之・國宗進．(2005)．空間図形についての理解に関する研究－立方体の見取図をかく授業を通して－．第 38 回数学教育論文発表会論文集．pp.377-342.

八田弘恵・近藤裕・熊倉啓之・國宗進．(2006)．空間図形についての理解に関する研究－立体の投影的な見方に焦点をあてて－．第 39 回数学教育論文発表会論文集．pp.385-390.

Jones,K.,& Tzekaki,M.(2016). Research on the teaching and learning of geometry. *The second handbook of research on the psychology of mathematics education*. pp.109-149. Sense Publishers.

影山和也．(2002)．数学教育における空間的思考の水準に関する研究．全国数学教育学会誌数学教育学研究第 8 巻．pp.83-94.

近藤裕・國宗進・熊倉啓之・八田弘恵・望月美樹．(2011)．空間図形についての理解に関する研究―立体の切り口の授業を通して―．第 44 回数学教育論文発表会論文集．pp.489-494.

近藤裕・熊倉啓之・國宗進・藤田太郎．(2019)．空間図形の理解に関する調査研究―小・中学生の見取図の理解に関して―．奈良教育大学紀要第 68 巻第 1 号(人文・社会)．pp.147-156.

熊倉啓之・久保良宏・八田弘恵・國宗進．(2000)．空間図形の理解に関する研究．第 33 回数学教育論文発表会論文集．pp.319-324.

熊倉啓之・中西知真紀・八田弘恵・國宗進．(2002)．空間図形についての理解に関する研究．第 35 回数学教育論文発表会論文集．pp.289-294.

久米庸子・村上一三．(1997)．立体図形指導における見取図指導のあり方についての一考察．第 30 回数学教育論文発表会論文集．pp.331-336.

國本景亀．(1995)．空間直観力育成のための一提案．第 28 回数学教育論文発表会論文集. pp.413-418.

松原敏治．(2018)．空間図形の問題解決における視線の顕在化の役割－立方体の模型を観察する授業での生徒と教師のやりとりから－．日本数学教育学会第 51 回秋期研究大会発表集録．pp.405-408.

太田伸也．(2014)．空間図形の教材研究における「対象/視点」の役割－空間分解の問題を事例として－．日本数学教育学会誌数学教育学論究臨時増刊，第 96 巻．pp.17-24.

Pittalis,M., & Christou,C.(2013). Coding and decoding representations of 3D shapes. *The Journal of Mathematical Behavior, 32(3)*, pp.673-689.

澁谷久．(2016)．空間を認識する力を育むための学習具開発に関する研究－展開図と立体の要素対応を読み取る力を伸ばすアレンジによる開発－．日本数学教育学会誌数学教育，第 98 巻第 9 号．pp.15-23.

下村岳人・近藤裕．(2015)．見取図を読む力の育成に関する実証的研究－立方体の見取図から辺や角の大きさの関係を読み取る授業－．奈良教育大学次世代教員養成センター研究紀要，第 1 号．pp.173- 182.

立花正男．(2017)．見取図の読み取りの児童生徒の実態と指導の改善．日本数学教育学会第 50 回秋期研究大会発表集録．pp.265-268.