



多様体の無限遠の幾何と解析的構造

著者	久村 裕憲
発行年	2009-06-03
出版者	静岡大学
URL	http://hdl.handle.net/10297/4508

平成 21 年 6 月 3 日現在

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2006～2008

課題番号：18540212

研究課題名（和文） 多様体の無限遠の幾何と解析的構造

研究課題名（英文） Geometry of manifolds at infinity and the analytic property

研究代表者

久村 裕憲 (KUMURA HIRONORI)

静岡大学・理学部・准教授

研究者番号：30283336

研究成果の概要：

(1) 多様体が、有限個の異なる幾何を持つエンドを持つとき、ラプラシアンに関する極限吸収原理を示した。

(2) 芥川氏との共同研究において、不確実性補題を、一般の多様体上に拡張し、それによって、離散固有値の有限性・無限性の判定条件を決定した。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	1,400,000	0	1,400,000
2007年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2008年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
総計	3,400,000	600,000	4,000,000

研究分野：幾何学

科研費の分科・細目：(分科)数学 (細目)大域解析学

キーワード：ノンコンパクト多様体, ラプラシアン, スペクトル, レゾルベント

1. 研究開始当初の背景

(1) 固有値非存在のための幾何的条件は、既に求めていた。

(2) 離散固有値の有限性・無限性については、何の情報も持っていなかったし、研究もしていなかった。

2. 研究の目的

(1) 固有値非存在により、時間平均の意味で、粒子（自由シュレーディンガー方程式の

解）は、無限遠に飛び去ることが分かるが、それが、さらに、確率論的な意味において（時間平均の意味でなく）本当に、無限遠に飛び去ることを示すには、スペクトルの絶対連続性を示さなくてはならない。これは、それ自体の数学的意義だけにとどまらず、一般固有関数展開を証明する上での大事なステップである。

(2) ノン・コンパクト・リーマン多様体のラプラシアンのスペクトル構造を明らかにする上で、そもそも、離散固有値が有限なのか？それとも、無限個なのか？という

のは、非常に基本的かつ重要な問題である。

3. 研究の方法

(1) 極限吸収原理を証明することが出来れば、スペクトルの絶対連続性が従うので、それを示すことが必要である。その証明の過程において、「放射条件」を見つけることが大事なステップの一つである。

(2) Hardy の不等式と同等である「不確実性補題」を多様体上で示すことにより、離散固有値の有限性・無限性を判定することが可能である。従って、それを実行する必要がある。

4. 研究成果

(1) 多様体が、異なる放射曲率を備えたエンド達を持つ場合に、ラプラシアン of 極限吸収原理を証明した。これにより特にスペクトルの絶対連続性が示された。これらの結果は、一般固有関数展開を証明する上での重要なステップである。数学の記号を WORD で記述するのは、勝手が悪い。そこで、定理の具体的な記述は、プレプリントサーバーに提出済みの論文：

math/0606125, Limiting absorption principle and absolute continuity of the Laplacian on a manifold having ends with various radial curvatures.

を参照されたい。

(2) 一般の多様体上で、初めて、不確実性補題を証明し、それを明示した。これは、多様体のラプラシアンの離散スペクトルの有限性・無限性を決定する非常にシンプルな判定条件を提供する。上と同様な理由から、定理の具体的な記述は、プレプリントサーバーに提出済みの論文：

Kazuo Akutagawa, Hironori Kumura, arXiv:0812.4663, The uncertainty principle lemma under gravity and the discrete spectrum of Schrödinger operators.

を参照されたい。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

(1) Hironori Kumura, 無限遠の曲率の振舞いとラプラシアンのスペクトル構造, 数学, 第 59 巻 第 2 号, 2007 年 4 月 春季号. (査読有)

(2) Tae Hattori and A. Kasue, Dirichlet finite harmonic functions and points at infinity of graphs and manifolds, Proc. Japan Acad. 83 Ser. A (2007), 129--134. (査読有)

(3) Akutagawa, Kazuo; Florit, Luis A.; Petean, Jimmy, On Yamabe constants of Riemannian products. Comm. Anal. Geom. 15 (2007), no. 5, 947--969. (査読有)

(4) Akutagawa, Kazuo; Neves, André, 3-manifolds with Yamabe invariant greater than that of \mathbb{R}^3 . J. Differential Geom. 75 (2007), no. 3, 359--386. (査読有)

(5) Akutagawa, Kazuo; Ishida, Masashi; LeBrun, Claude, Perelman's invariant, Ricci flow, and the Yamabe invariants of smooth manifolds. Arch. Math. (Basel) 88 (2007), no. 1, 71--76. (査読有)

(6) A. Kasue, Convergence of Riemannian manifolds and Laplace operators, II, Potential Analysis (2006) 24, 137--194. (査読有)

[学会発表] (計 11 件)

(1) 加須栄篤
2008 年 12 月 22-27 日
Harmonic Functions of finite Dirichlet integrals, The 4th Geometry Conference for the Friendship of China and Japan,
Chern Institute of Mathematics, Nankai University, Tianjin, China.

(2) 芥川一雄
日時: 2008 年 8 月 25 日
第 55 回幾何学シンポジウム (全体講演)
場所: 弘前大学
題名: 山辺不変量: 手術理論と直積多様体に関する話題から

- (3) 久村裕憲
 双曲空間上の微分方程式に対する超局所解析と幾何解析
 場所：京都大学数理解析研究所 1 階 115 号室
 2008 年 8 月 12 日(火) 15:30 - 16:30
 題目：異なる幾何を持つエンド達とラプラシアンの特異値構造(1 回目)
 2008 年 8 月 13 日(水) 11:15 - 12:15
 題目：異なる幾何を持つエンド達とラプラシアンの特異値構造(2 回目)
- (4) 加須栄篤
 Functions of finite Dirichlet sum and compactifications of infinite graphs, The 1st MSJ-SI, Probabilistic Approach to Geometry, Kyoto, July 28-August 8, 2008.
- (5) 久村裕憲
 日本数学会秋季総合分科会
 場所：東北大学
 2007 年 9 月 21 日(金)
 題目：R. Brooks による essential spectrum の bottom に関する 2 つの定理について
- (6) 芥川一雄
 2007 年 9 月 20 日
 国際研究集会「Variational Problems in Geometry」
 場所：仙台国際センター
 題名：Yamabe constants of infinite coverings and a positive mass theorem
- (7) 久村裕憲
 京都大学 多変数関数論・偏微分方程式合同セミナー
 場所：京都大学理学部
 2007 年 6 月 12 日(火)15:30--
 題目：多様体の無限遠の幾何とラプラシアンの特異値構造
- (8) 芥川一雄
 日時：2007 年 3 月 29 日
 2007 年度日本数学会年会（企画特別講演）
 場所：埼玉大学理学部
 題名：山辺不変量---共形幾何の広がり---
- (9) 久村裕憲
 WORKSHOP “Geometric Analysis, Sendai 2007”
 2007 年 1 月 14 日
 Sendai International Center, Meeting

Room 2 (Jan. 13 and 14)
 題名：Radial curvature of ends and spectral structure of the Laplacian.

- (10) 久村裕憲
 日本数学会秋季総合分科会
 2006 年 9 月 20 日(水)
 場所：大阪市立大学
 題名：「様々なエンドを持つ Riemann 多様体上の極限吸収原理とラプラシアンの絶対連続性」
- (11) 久村裕憲
 研究集会「リーマン幾何と幾何解析」
 2006 年 7 月 18 日(火) 14:45 -16:15
 場所：名古屋大学幾何セミナー
 題名：「様々なエンドを持つ多様体上のラプラシアン---極限吸収原理と絶対連続性--」

6. 研究組織

- (1) 研究代表者
 久村 裕憲 (KUMURA HIRONORI)
 静岡大学・理学部・准教授
 研究者番号：30283336
- (2) 研究分担者
 なし
- (3) 連携研究者
 加須栄 篤 (KASUE ATSUSHI)
 金沢大学・理学部・教授
 研究者番号：40152657
- 芥川 一雄 (AKUTAGAWA KAZUO)
 東京理科大学・理工学部・教授
 研究者番号：80192920

