

## 人間の生涯を視野においた算数・数学教育： 数学的リテラシー論の展望

著者	長崎 栄三
雑誌名	第42回数学教育論文発表会「課題別分科会」発表集録
ページ	20-25
発行年	2009
出版者	日本数学教育学会
著者版フラグ	publisher
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10297/6320">http://hdl.handle.net/10297/6320</a>

人間の生涯を視野においた算数・数学教育  
－数学的リテラシー論の展望－

長崎 栄三

静岡大学大学院教育学研究科

要 約

数学的リテラシーの概念とそれに関するわが国の先行研究の状況を明らかにし、それをもとに数学的リテラシーの構想を提案した。筆者は、数学的リテラシーを、「すべての成人が身に付けていて欲しい算数・数学の知識、技能、考え方、態度など」として、その必要性を社会的有用性の観点から検討した後、数学的リテラシーの枠組みを「本質」「概念」「能力」「活用」で示し、それぞれの内容を例示した。そして、それに基づいて、数学的リテラシーという視点を持った算数・数学教育の論点として、学校の算数・数学教育の役割の多重化など 7 点を挙げた。

キーワード：数学的リテラシー、科学技術リテラシー

1. はじめに

- 数学的リテラシーとその先行研究 -

地球の持続可能性の危機が叫ばれ、しかも、社会が直面する多様な課題に民主的に対応せねばならず、すべての成人が算数・数学を含め学校教育の成果をどのように身に付けているかが問われている。しかしながら、高等学校は未だに「受験数学」(平林,2004)あるいは「篩としての数学」(ハウスン,1987)から抜け出せず、昨今は、ある意味でそれが強化されようとしている。さらに、学力調査の結果を地域競争のもとにしようとする傾向もある。教室の実態は、算数・数学教育の本質からますます遠ざかってしまっている。このような状況を考える重要な概念として、数学的リテラシーを取り上げる。

数学的リテラシーの概念及びその先行研究については、科学技術の智プロジェクトにおいて詳しく調べられている。(表 1.長崎・阿部・斉藤・勝呂,2006;長崎・阿部,2007;長崎・斉藤・

阿部,2009)。ここではそれらを簡潔にまとめる。なお、それらを含め、2005 年以降に出された主な報告書・論文等をまとめると表 1 の通りである。

(1) 数学的リテラシーの概念

数学的リテラシーの概念は、リテラシー一般に即して考えられる。リテラシー (literacy) は、西洋文化において歴史的に 2 つの意味を担ってきている。一つは 14 世紀に遡る「高度で優雅な教養」であり、もう一つは 19 世紀後半から始まる「読み書き能力」である (佐藤,2003)。前者は大学の教養教育で目指すものであり、後者は中等普通教育で目指すものであった。その後、中等教育の拡大によって、中等普通教育の目標であった「読み書き能力」が、「教養」へと近づいていった。リテラシーは学校教育を終えた人々が持っている教育の成果であるが、その内包はその 2 つの語源の差からそれらを極とする範囲に亘っている。

リテラシーに相当する日本語もその意味に

次のように幅がある。「読み書き能力、識字」「教養、基礎的教養、市民的教養」「素養、市民的素養」「最低限度の有識度、基本的な知的体系、理解力」。なお、「数学的リテラシー」という用語は、1944年の全米数学教師協会(NCTM)の『数学教師』(MT,Vol.37,p.227)にある「戦後計画委員会の第1次報告書」に中等数学教育の目標として「mathematical literacy」が見られる。

## (2) 数学的リテラシーの先行研究

わが国における「数学的リテラシー」は、『高等学校学習指導要領数学科編昭和31年度版』(文部省,1955)に「数学的教養」としてその端緒を見出すことができる。1980年代に入ると、80年代初頭のコンピュータリテラシーに沿った形で数学的リテラシーの議論が始まり、その後、数学教育学者・川口廷が数学的リテラシーとして「マテラシー」を発表し、さらに、高等学校の大衆化が進む中で、数学者の茂木勇・藤田宏が大多数の生徒のための「数学的リテラシー」を主張した。また、日本数学教育学会は数学的リテラシーを「情報化社会における一般市民の広義の読み書き能力」としてもまとめた。そして、21世紀に

入ると、経済協力開発機構(OECD)による生徒の学習到達度調査(PISA)によって読解リテラシー・数学的リテラシー・科学的リテラシーが話題となった。

わが国の1970年から2005年までの数学教育におけるリテラシーの論文等約200点を分析した結果、次の特徴が明らかになった。①数学教育におけるリテラシーの定義を内包的に述べた上での研究は多いが、その構造や外延についての議論はほとんどなされてはいない、②その上で、リテラシーの育成に関して、教育課程、育成に適した内容、評価に関する議論がなされている、③日本数学教育学会や日本数学会などが学会として数学的リテラシーに触れたことはあったが、その構造や教育に関する全体的な構想までには至らなかった。

21世紀に入り、科学技術の智プロジェクト(研究代表者:北原和夫国際基督教大学教授)が、科学技術リテラシーや数学的リテラシーの具体的な提案をするに至り、状況が大きく変わってきている。筆者は、2005年から科学技術の智プロジェクトに関わり、科学技術リテラシー、そして、数学的リテラシーを自分の問題として考えるようになった。

表1 最近の数学的リテラシー研究の報告書等とそこに掲載された論文

<p>長崎栄三(研究代表者)(2006)『科学技術リテラシーに関する基礎文献・先行研究に関する調査報告書』国立教育政策研究所。(http://www.science-for-all.jp/link/index2.html)</p> <p>長崎栄三・阿部好貴・斉藤萌木・勝呂創太「我が国における科学技術リテラシー研究の分析」</p> <p>重松敬一・二宮裕之「アメリカ・数学教育における科学技術リテラシー(数学的リテラシー)」</p> <p>国宗 進「イギリスにおけるニューメラシーと数学的リテラシー」</p> <p>清水美窓「国際機関によって提示された「数学的リテラシー」の概念規定」</p> <p>阿部好貴「諸外国の数学教育文献に見る数学的リテラシー」</p> <p>国立教育政策研究所(2007)『国立教育政策研究所紀要』第136集。</p> <p>長崎栄三・阿部好貴・斉藤萌木・勝呂創太「日本における科学技術リテラシーに関する研究の動向—教育分野を中心に—」pp.189-205</p> <p>日本数学教育学会(2007)『日本数学教育学会誌』第89巻第9号 特集「数学的リテラシー」</p> <p>長崎栄三・阿部好貴「我が国における数学教育におけるリテラシーとその研究に関する動向」pp.11-20</p> <p>重松敬一・二宮裕之「アメリカの数学教育における科学技術リテラシー」pp.21-30</p> <p>国宗 進「イギリスにおけるニューメラシーと数学的リテラシー」pp.31-40</p> <p>清水美窓「国際機関が提起する「数学的リテラシー」概念の意味」pp.41-50</p>
--

科学技術の智プロジェクト (2008)

『総合報告書』 (<http://www.science-for-all.jp/minutes/index6.html>)

『数理科学専門部会報告書』 (<http://www.science-for-all.jp/minutes/index5.html>)

日本学術会議 (2008) 報告

科学と社会委員会・科学力増進分科会『21世紀を豊かに生きるための「科学技術の智」』 (<http://www.scj.go.jp/ja/info/kohyo/pdf/kohyo-20-h64-3.pdf>)

日本科学教育学会 (2009) 『科学教育研究』 Vol. 32, No. 4、特集 科学的リテラシー

長尾篤志「高等学校の新しい学習指導要領数学編と数学的リテラシー」 pp.274-281

清水美憲「今日的数学的リテラシー論から見た学校数学の現状と課題」 pp.321-329

岩崎秀樹・阿部好貴・山口武志「知識基盤社会における数学的リテラシーの課題と展望」 pp.366-377

阿部好貴「数学的リテラシー育成の方向性に関する一考察」 pp.406-413

長崎栄三・斉藤萌木・阿部好貴「科学的リテラシーに関する年表」 pp.340-348

わが国における数学的リテラシーの議論は1950年代から始まってはいるが、目標・内容等を総合的に模索しながら具体的に論じられ始めたのはごく最近である。以下では、そのような数学的リテラシーの具体的な提案の一つを述べる。なお、筆者は、「数学的リテラシー」または「数学的な教養」は、学校教育を終えて社会に出た「すべての成人が身に付けていて欲しい算数・数学の知識、技能、考え方、態度など」としている。その数学的リテラシーにとって重要な点は「すべての成人」であるが、「すべての」とは象徴的な表現で一部の人間だけではないということを強調している。

## 2. 数学的リテラシーの必要性

数学的リテラシー論を始めるに当たり、まず、数学的リテラシーの必要性をすでに考察した結果(長崎,2009)を簡潔にまとめておく。

社会が急激に変化し学校で学んだ数学の知識等だけでは生涯を生きるには十分ではなく、一方で社会に出た成人は適切な数学の知識等を持っていない。そこで数学的リテラシーという考え方が必要になる。それは、学校で学んだことそのものというより、学校で学んだ一部であり、学校で学んだものに新しい何かを加えることが必要になる。数学的リテラシーの実用的な必要性を科学技術リテラシー(表1.科学技術の智プロジェクト,2008)と対照し、ヤブロンカの数学的リテラシー論(表

1.阿部,2006)も参照した結果、数学的リテラシーとしては、数学の多くの知識が必要ではなく、数学の本質に関する知識や数学が社会で使われている実例や社会で使われる広範囲な数学的な能力が必要であることを考察した。

また、この考察後に、わが国の数学的リテラシーの一つの様相として、2009年の衆議院選挙の民主党や自民党など6党のマニフェストを分析した。そこに多く使われていた数学は、数、割合、比例などの小学校算数の概念であった。数学的リテラシーとしては、数学の多くの知識ではないことの別証ともなった。

## 3. 数学的リテラシーの4元モデル案

数学的リテラシーを考えるに当たり、科学技術リテラシーを考えた前提と同じ次の7つの前提を置いた。1) 現代社会における科学技術の意義を問う、2) 人間にとっての意味を考える、3) 白紙の状態から考え、先入観を入れない、4) 現在の教育の限界を考えず、理想型を求める、5) 本質的な知識と能力の中核部分だけを明示する、6) 対象としてすべての成人を考える、7) 日本の科学技術の現状、伝統、感性、文化を踏まえる(科学技術の智プロジェクト,2008,pp.6-8)。

数学的リテラシーについての必要性とそれを考える前提そして体系としてのまとまりを考慮して、数学的リテラシーについて、「本質」「概念」「能力」「活用」という4元でのモデ

ルを提案する。4元モデルと前提との関係は次の通りである。本質と活用は前提の(1)(2)(7)に、概念と能力は前提の(5)に、それぞれ主として対応するものであり、その具体化とりわけ概念と能力の具体化においては、前提の(3)(4)(6)を考慮するものとする。

数学的リテラシーにおける「本質」「概念」「能力」「活用」を明らかにするためにその内容を例示的に示す。ただし、これらは現時点での作業案であり、またこの内容の記述には多くの参考文献が必要であるが、本稿では紙幅の関係で主なものだけを挙げておく。

#### (1) 数学的リテラシーにおける数学の本質

数学の本質は、数学の目的、数学の価値、数学の考え方からなる。数学の目的は、数や図形を対象とした真理の探究にある。数学の価値は、人間にとって、社会にとって、文化にとって価値があるということによって捉えておく。数学の考え方は、公理主義を取り上げたい(例えば、吉田他,1961;長崎,2007;2009)。

数学は科学と同様に真理の探究という人間精神の発露であり、探求された真理を利用するという社会的な実用性もあり、さらに探究された真理を体系化することで文化の形成にもなっていく。ただし社会的な実用性については、「数学は科学の言葉である」というように、数学の言語的な性格つまり抽象化された数学の世界での真理は全称命題なので科学の記述に使われるという社会的な実用性と、数学の知識の社会的な実用性がある。また、社会の問題を数理的に解決する方法としての数学的モデル化も社会的な実用性を持つ。

なお、数学的リテラシーの日本的な特徴として和算を比較文化的に取り上げる。和算は西洋数学(洋算)と比較すると、問題解決的で非抽象的であるという特徴があり、それは文学でも同様であり、日本の文化であったということである(例えば、村田,1981;加藤,1975)。

#### (2) 数学的リテラシーにおける概念

数学的リテラシーにおける概念は、数学の

概念から考えられる。数学の概念としては、既成の数学の分野としては、数と式、図形、関数、確率・統計などがある。これらから数学的リテラシーにおける概念を選択する原理としては、社会を意識した数学の構造と子どもまたは成人の理解の程度がある。社会を意識した数学の構造とは、例えば、生活に基づいた直観的な数学、生活から数学に入った形式的な数学、現実モデルとしての2次の世界までの数学、数と図形が融合された数学、無限を扱う数学がある。

これらの社会を意識した数学の構造に対して、子どもや成人の理解度を考える必要がある。これまでの学力調査の結果を見ると(例えば、国立教育政策研究所,2007)、大多数の子どもが身に付けているのは、生活に基づいた直観的な数学(中1位まで)のようである。これは前章で述べたマニフェストに見られる数学に匹敵している。

さらに、数学の概念を記述する際には、「薄めた数学」ではなく「凝縮した数学」(鈴木,2009)を考える必要がある。社会や人間にとって本当に必要なものが問われるであろう。

#### (3) 数学的リテラシーにおける能力

数学的リテラシーにおける能力は、数学の方法や算数・数学の学習指導を分析することから抽出される。数学の方法には、数学の内的発展の方法と外的発展の方法がある。内的発展の方法は、発見的な推論である一般化と確証的な推論である演繹に代表される。外的発展の方法は、数学的モデル化に代表される。数学の方法には、数学の表現方法もある。

このような数学の方法や、算数・数学における問題解決による学習指導を考慮して、数学的リテラシーとしての数学の能力として、算数・数学の力が考えられる(長崎他,2008)。算数・数学の力は、算数・数学を生み出す力、算数・数学を使う力、算数・数学で表す力、算数・数学で考え合う力の4つの大きな力からなる。数学的リテラシーにおける能力とし

て、このほかに、自己評価能力などのメタ認知能力も考えられる。

#### (4) 数学的リテラシーにおける活用事例

数学は、絶えず一般化によってより抽象的になっている。したがって、現代の数学の概念は抽象的過ぎて、数学的リテラシーに馴染まない。そこで、数百年から数千年前の数学の概念が、数学的リテラシーの概念となる。しかしながら、重要なことは、その概念の抽象性ゆえに、時代を超えて具体的な対象に適用できることである。したがって、そのような数学の概念が現代社会でどのように使われ、また、そのような概念を使うと世界がどのように解釈できるかを示していくことが必要である（例えば、広田他,2007；長崎他,2006）。

さらに、最新の数学の活用事例も概念は理解できなくとも大切である。例えば、最近の科学技術における数学の活用事例として、携帯電話のGPS、デジタル化や計算化などによる情報革命、気候変動の確率的な予測など。

#### 4. 数学的リテラシーという視点を持った算数・数学教育への変化

数学的リテラシーという視点、すなわち、「すべての成人が持つ」ということを考慮すると、学校の算数・数学教育はどのように変わるのであろうか。その際の論点を述べる。

##### (1) 算数・数学教育の目的 - 人間形成的目的、実用的目的、文化的目的 -

学校教育における算数・数学教育の目的は、個人の自己実現と社会の発展にあり、それは、人間形成的目的、実用的目的、文化的目的の3つの視点から語ることができる。そして、それは「すべての成人」について考える場合も同様である。もちろん、「すべての成人」については、学校教育が目指すことの核心的な部分となる。

##### (2) 学校の算数・数学の指導目標とリテラシーの隔たりの認識

「すべての成人が持っている」数学的リテ

ラシーを考え始めると、現状の学校における算数・数学教育の目標と数学的リテラシーに大きな隔たりがあることにすぐ気がつく。わが国の義務教育段階では、この50年間一貫して、中学校で二次方程式の解法の手順や円周角の定理の証明を指導してきた。このような義務教育で扱われる文字式の巧妙な操作技能や図形の論証能力は、数学的リテラシーとして「すべての成人」が持つべきなのか。

##### (3) 学校の算数・数学教育の役割の多重化 - 現在における実現と未来のための準備 -

数学的リテラシーを念頭に置くと、学校教育は、従来のようにそれぞれの子どもの発達段階に応じてその段階で十分な対応を図ってその子どもなりに自己実現をさせるだけではなく、学校を出た後の社会において数学的リテラシーを持てるように準備をするということが必要になってくる。つまり、学校教育では、子どものそれぞれの発達段階においてその能力を十分に伸ばすという実現の役割と、数学的リテラシーを育成するという準備の役割との二重の役割を考える必要がある。

##### (4) 理工系・人文系の総合 - 学校の役割の多重化からの帰結 -

学校の算数・数学教育を現在における実現と未来のための準備によってその役割を多重化することは、将来数学を使ったり数学を発展させたりするために理工系に進む人々にも対応する。現在における自己実現を通して、理工系に必要な知識・技能・考え方などを身に付けることができる。また人文系に進む人々にとっても、リテラシーに含まれている概念や能力と数学の本質や数学の活用事例が有用である。数学的リテラシーを意識化することで、理工系と人文系という2つの文化(スノー,1967)を総合することになる。

##### (5) 算数・数学教育の指導と評価 - スパイラル・つながり・形成的・総括的 -

数学的リテラシーにおける概念や能力は、実世界や新しい概念との関わりでスパイラル

的に学習指導をする必要がある。個々の算数・数学の概念を、数学内の他の概念やさらに数学外の多様な現象とつながりをつけて学習指導をしていく必要がある。評価においては、現在における実現の学習指導では形成的評価が重要になり、未来のための準備の学習指導では総括的評価のあり方が問われる。

#### (6) 学校の算数・数学教育の変化の必要性—4元モデルに応える—

数学的リテラシーの4元モデルを受け入れるとすると、学校の数学教育は大きく変わらざるを得ないであろう。とりわけ、数学の本質や活用場面についての配慮が少ない中学校・高等学校の数学教育は大きく変わらざるを得ない。このような変化は、教育課程や教科書や教師教育等に関わり、相当大きな視野を持って行う必要があろう。

#### (7) 改めて何のための数学教育か—人間の生涯を視野においた算数・数学教育—

数学的リテラシーを考えると、「はじめに」で述べた、「受験数学」「篩としての数学」とは異なる理念の算数・数学教育を構想することになることは明らかであろう。それは人間の生涯を視野に入れた算数・数学教育である。子どもが自分の意思で学ぶことが求められる。テスト主義の教育とは正反対に位置するものである。算数・数学教育を一生懸命やればやるほど、算数・数学嫌いが増えるという悪循環を断ち切らなければならない。そのためには、数学的リテラシーという人間の生涯を視野においた算数・数学教育が必要である。

#### 5. おわりに

数学的リテラシーを「本質」「概念」「能力」「活用」の4元で捉え、数学的リテラシーを考慮すると学校教育を自己実現と準備という2つの側面から見直す必要があることなどを論じてきた。今後、数学的リテラシーをより具体化・体系化していきたい。

なお、数学的リテラシーの教育を構想する

ことは、学校教育だけではなく、当然、社会に出て成人となっても数学的リテラシーを保持・発展させるにはどうすればよいを考える必要がある。これらも含めて新たな数学教育の課題としたい。

#### 参考文献

- 平林一榮(2004)「高等学校数学教育理念の問題」『授業研究に学ぶ 高校新数学科の在り方』明治図書.pp.165-195.
- 広田照幸/川西琢也編(2007)『こんなに役立つ数学入門 高校数学で解く社会問題』ちくま新書.
- ハウスン他(島田茂他監訳)(1987)『算数・数学科のカリキュラム開発』共立出版. p.52.
- 科学技術の智プロジェクト(2008)『総合報告書』科学技術の智プロジェクト.
- 加藤周一(1975)『日本文学史序説上』筑摩書房.
- 国立教育政策研究所(2007)『平成17年度高等学校教育課程実施状況調査』国立教育政策研究所.
- 村田全(1981)『日本の数学西洋の数学—比較数学史の試み』中公新書.
- 長崎栄三(2008)「算数教育の目的はどう考えるか」『何のための算数教育か』東洋館出版社.pp.12-34; (2009)「数学教育の目的と目標」『豊かな数学の授業を創る』明治図書.pp.11-32.
- 長崎栄三(2009)「人間・社会にとっての算数・数学：何のための数学的リテラシー論か」『日本科学教育学会年会論文集』33,pp.115-118.
- 長崎栄三,国宗進,太田伸也,長尾篤志ほか15名(2006)「現在の学問や職業で使われている算数・数学—「数学教育に関する研究者調査」の結果の分析」『日本数学教育学会誌』88(3),pp.29-43.
- 長崎栄三,国宗進,太田伸也,五十嵐一博,滝井章,近藤裕,熊倉啓之ほか(2008)「算数・数学教育の目標としての「算数・数学の力」の構造化に関する研究」『日本数学教育学会誌』90(4),pp.10-20.
- 佐藤学(2003)「リテラシー概念とその再定義」『教育学研究』70(3),pp.292-301.
- スノー(松井巻之助訳)(1967)『二つの文化と科学革命』みすず書房.
- 鈴木晶子(2009)「「科学技術の智」から「学術の智」へ—対話する科学へのまなざし」『学術の動向』14(4),pp.58-63.
- 吉田洋一,赤根也(1961)『数学序説 改訂版』培風館.