

数学的問題解決能力の国際比較

著者	瀬沼 花子, 長崎 栄三
雑誌名	日本科学教育学会20周年記念論文集
ページ	131-138
発行年	1996-07
出版者	日本科学教育学会
URL	http://hdl.handle.net/10297/6394

日本科学教育学会
『日本科学教育学会 20周年記念論文集』
1996年7月

数学的問題解決能力の国際比較

瀬沼花子*, 長崎栄三**
* **国立教育研究所

International Comparison of Mathematical Problem Solving Abilities
Hanako SENUMA* and Eizo NAGASAKI**

* **National Institute for Educational Research, 6-5-22 Shimomeguro, Meguro-ku, Tokyo, 153.

Mathematical Problem Solving Abilities of Japanese students were analyzed quantitatively and qualitatively based on the data by the Second International Mathematics Study and by the US-Japan Comparative Study on Mathematical Problem Solving.

From the analysis, the followings two results were revealed: (1) Percentage of correct response of Japanese students' mathematical problem solving are high, and (2) Japanese students' problem solving processes employed to solve algebraic problems contain high level processes mathematically.

However, they should recognize that sometimes it is important to switch strategies to solve problems according to the problem.

These results are valuable ones and relate directly in restricted problem situations, that is, no use of computer/calculator or no relation to real world, etc. It is suggested that further analysis should be done in another problem situations.

Key words: Mathematics education, Problem solving, Comparative study, IEA, Problem solving process.

I はじめに

数学教育では、算数・数学の問題を解くという活動を通して学習を進めていくことが多い。それは、問題を解くことを通して数学的知識や技能が確実なものとなり、また数学的な考え方が身につくようになるからである。問題を解かないまま、ただ教科書や本を読むだけでは、また教師の話聞くだけでは、決して数学的な力はつかないのである。

しかしどんな問題でもよいから、ただ解けばよいというわけではない。その問題を解くことによってこれまでの学習の成果や新しい考え方を多様に発揮でき、自分の理解しているかいないかその程度を意識化でき、問題を解くことで数学に対する自信や興味関心が生まれ、さらに別の問題をも解きたいという意欲につながる。これが、よい問題の条件として期待される。そしてこのようなよい問題を解き、そのプロセスを経て得た力、すなわち、より高次の認知・情意の総合的な能力を「数学的問題解決能力」という用語で表すことにする。

数学的問題解決能力を高めることは、いつの時代も数学教育の重要な目標であり、時にそれは「数学的思考方」「文章題」「実世界の問題解決」など多くの意味が付与され¹⁾指導されてきた。

しかしながら、問題解決能力が各国の数学教育改善の緊急のテーマとなり続けているのは、どの国においても数学的問題解決の達成度が低く、多くの困難点を持っているとの認識があるからである。

本論の目的は、数学的問題解決の達成度に関するわが国の状況を、国際教育到達度評価学会(International Association for the Evaluation of Educational Achievement, IEAと略す)によって行われた第2回国際数学教育調査(Second International Mathematics Study, SIMSと略す)の国際比較²⁾からより明らかにし、さらに、代数的表現の日米比較に焦点をあてながら生徒が持つ問題解決の方略や困難点を明らかにすることにある。

なお、前者はすべて選択肢形式の問題によって、後

者は自由記述形式の問題によって調査された。従って、この2つを比較することによって、問題解決の能力の達成度を量的にかつ質的に分析することが可能になるのである。

また今回この両者を再分析する意味は、次の2点にある。第一に、前者のSIMSに関しては、第3回IEA国際数学・理科教育調査の結果を分析中の今日、世界の中でのわが国の数学的問題解決の達成度をより詳しく考察しておくこと、第二に後者の日米比較⁹⁾においては、アメリカ側の完全な報告書¹⁰⁾が出たことを踏まえて、改めて日米比較を行うことにある。

21世紀の新しいカリキュラムの在り方が模索されている現在、わが国の数学的問題解決能力について国際的な視点からまとめておくことは、重要なことであると思われる。

II 国際比較からみた日本の数学的問題解決能力

1 全体の学業成績がよい日本

SIMSの対象は母集団A(13か国、20か国参加)と母集団B(大学進学直前、15か国参加)からなっていた。わが国においてはそれぞれ、中学1年生と数学を重点的に(数学を週5時間以上)学習している高校3年生である。以下これらを、中学生、高校生と記す。

各国の生徒が共通に受けた問題数は、中学生では全部で157題、高校生では全部で136題であった。

これら全部の問題の平均正答率が高い順に国名をあげると、中学生は、日本、オランダ、ハンガリー、フランス、ベルギー(フラマン語圏)、カナダ(ブリティッシュ・コロンビア州)、スコットランド、ベルギー(フランス語圏)、香港、カナダ(オンタリオ州)、イギリス、フィンランド、ニュージーランド、アメリカ、イスラエル、タイ、スウェーデン、ルクセンブルク、ナイジェリア、スワジランドであった。

高校生は、香港、日本、イギリス、フィンランド、スウェーデン、ニュージーランド、ベルギー(フラマン語圏)、カナダ(オンタリオ州)、イスラエル、ベルギー(フランス語圏)、スコットランド、アメリカ、カナダ(ブリティッシュ・コロンビア州)、タイ、ハンガリーであった。

日本は中学生では20か国中で1番高く、高校生では15か国中で香港に次いで高かった。

2 どの数学内容もよい日本

数学内容や問題解決の達成度についての分析を行うために、中学生・高校生の両方で調査が行われた国の

中から特徴のある7か国を選ぶことにする。その選び方の基準は次の通りである。

まず、後述の日米比較のために日本とアメリカを選んだ。次に、高3での数学の履修状況の異なる2か国として、ほとんど全員の生徒が数学を履修するハンガリー、ごく一部の生徒が履修するイギリスを選んだ。さらに、変換の幾何など幾何学に特徴があるフランス語圏からベルギー(フランス語圏)を、地域的な偏りをなくするために、北欧からスウェーデンを、アジアから日本以外の1か国として香港を選んだ。

表1 内容領域別の正答率-中学生-(%)

	算数	代数	幾何	確率	測定
日本	60.3	60.3	57.6	70.9	68.6
アメリカ	51.4	42.1	37.8	57.7	40.8
イギリス	48.2	40.1	44.8	60.2	48.6
スウェーデン	40.6	32.3	39.4	56.3	48.7
ハンガリー	56.8	50.4	53.4	60.4	62.1
ベルギー(FR)	57.0	49.1	42.8	52.0	56.8
香港	55.1	43.2	42.5	55.9	52.6
国際値	50.5	43.1	41.4	54.7	50.8

こうして参加国の中から選んだ7か国について、その内容領域別の比較を試みたのが、表1、表2である。

表中の国際値とは前述の20か国、15か国の平均値である。内容領域について、算数、代数、幾何、確率・統計など、どの内容でもまんべんなく日本が高いことがわかる。これらの詳細については国際報告書⁹⁾にすでに記されている。

表2 内容領域別の正答率-高校生-(%)

	A	B	C	D	E	F
日本	78.6	68.3	77.8	60.0	66.1	70.0
アメリカ	53.0	40.3	42.6	32.6	28.3	40.9
イギリス	61.4	59.4	66.0	51.4	57.5	63.7
スウェーデン	58.8	62.1	59.9	48.5	51.1	63.9
ハンガリー	35.2	27.9	44.9	30.2	25.8	28.7
ベルギー(FR)	66.0	44.0	55.3	37.7	42.9	42.1
香港	79.5	77.7	78.8	65.1	71.2	72.6
国際値	61.6	49.5	57.4	42.4	44.1	49.5

領域名は次の通り。A:集合・関係・関数、B:数の体系、C:代数、D:幾何、E:解析、F:確率・統計。

日本の特徴は、中学で代数を高校で微積分を強調しており、その内容の成績もよい。

3 数学的問題解決能力が高い日本

次に、数学的問題解決能力が高いかどうかを調べるために、目標領域別の比較を行う。

この結果は国際報告書には記されていないため、データブック⁹⁾を基に分析・作成したのが表3と表4である。

表3 目標領域別の正答率-中学生-(%)

	計算	理解	応用	分析
日本	65.8	57.9	62.7	59.5
アメリカ	50.1	46.4	40.8	31.2
イギリス	47.3	47.7	48.5	35.8
スウェーデン	43.6	39.8	42.2	31.8
ハンガリー	59.0	52.9	56.8	49.4
ベルギー(FR)	53.7	48.1	49.3	38.2
香港	52.4	46.4	50.6	40.9

確かに、中学生・高校生ともに、日本の生徒は「計算」に比べて「理解」「応用」「分析」が低いといえるものの、他国と比較すればむしろかなり高いといえるのである。

このことをより明確にするために、中学生の成績について、「計算」の正答率から「分析」の正答率を引

表4 目標領域別の正答率-高校生-(%)

	計算	理解	応用	分析
日本	73.4	65.6	66.4	65.0
アメリカ	41.8	32.5	29.2	33.0
イギリス	65.3	52.5	56.3	51.9
スウェーデン	61.2	48.4	52.3	49.5
ハンガリー	36.4	27.5	28.3	30.3
ベルギー(FR)	50.9	43.3	39.7	43.2
香港	77.0	71.6	71.5	66.0

いたのが表5の右欄である。日本はその差は6%と少ないが、アメリカは19%と大きい。

さらに、次章でとりあげる式・方程式に関する問題を、SIMSから18題選びそれについて、その正答率の平均を求めたのが、表5の左欄である。日本の平均は61%と最も高い。アメリカ、イギリス、スウェーデンは40%前後と低い正答率である。

表5 中学生の正答率(%)

	式・方程式	計算-分析
日本	61.3	6.3
アメリカ	42.1	18.9
イギリス	39.9	11.5
スウェーデン	32.9	11.8
ハンガリー	51.6	9.6
ベルギー(FR)	50.6	15.5
香港	45.5	11.5

III 数学的問題解決に関する日米比較

-算数的・代数的な式表現-

1 数学的問題解決のプロセス

この章では、日本とアメリカの生徒が、小中高の各学校段階において、代数的問題を解決する際にとる方略と困難点の相異を明らかにする。

SIMSの結果から、日本の生徒がアメリカの生徒よりも、数学的問題解決を含めて数学の成績が非常に高いことがわかる。しかしSIMSにおいて測定されたのは、誤答か正答かであり、数学の問題を解くときのプロセスがどうなっているかについての情報は無い。

そこで、数学的問題解決の共同研究の結果をもとに、数学的問題解決のプロセスについて、述べることにする。

2 数学的問題解決の方略と困難点の日米比較研究

この研究は1988年から2年間、日本側代表者・三輪辰郎筑波大学教授(当時)、アメリカ側代表者・J. P. Becker南イリノイ大学教授をはじめとする総勢20名による研究者で行われた研究で、筆者らも参加した。

この研究では、数学的問題解決について、多方面からの日米比較研究が行われた。その一環として、自由記述式で回答を求めた。その結果はすでにわが国において報告¹¹⁾された。これらは日本の結果については最終的なものであったが、アメリカ側のデータは部分的なものであった。その後、アメリカから全データに基づいて報告された¹²⁾ので、日米比較に焦点を当てて再分析することにする。

なお、日米で同一の枠組みで分析しようとする姿勢を持ちつつも、分析のやり方にも若干の違いがある。例えば、日本側は生徒がとる方略の中で数学的に水準の高いものをも分析したが、アメリカ側にはこの視点

はない。また、アメリカは男女別の分析に詳しい。こういったこと自体が日米の数学教育の差を表している。
3 日米の代数指導の違い

筆者らは、かねがね、日米の代数指導の違いに興味を持っていた。というのは、第一にSIMSの日米比較に関してアメリカでは、日本よりもアメリカの方が代数の成績が低いこと、そして、その理由として代数の扱いが軽いことが述べられているからであり、第二に、日本の式指導の変遷についての研究の中では、日本はアメリカよりも式指導が丁寧ではないかとの示唆¹⁾がなされていたからである。

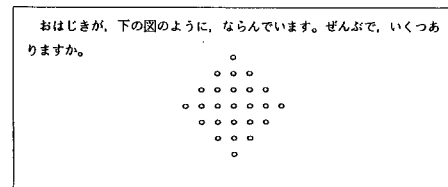
4 調査問題と調査対象

調査問題と対象学年は、日米とも次の通りである。また、これらの調査問題については、より数学的な立場に立った研究や知見²⁾がある。調査問題は多様な考え方、多様な方略を調査するのが基本的なねらいの1つであった。そこで問題には、「考え方」「求め方」の欄が多く設けられた。日米とも5つの地域の公立学校で1989年に調査が実施された。これらの学校はいずれも日米共同研究の参加者の知りあいの教師を通して依頼した学校である。「おはじきの配列」の問題は小学4年生を対象としその人数は、日本は172人、アメリカは151人であった。

ただしアメリカには4・5年の合同学級があったため若干5年生が含まれている。

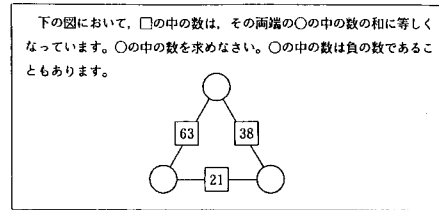
「アリスモゴン」の問題1及び問題2は、中学2年生と高校2年生(アメリカは8年生と11年生)を対象とした。その人数は日本は中学生189人、高校生234人、アメリカは中学生368人、高校生246人であった。

図1 おはじきの配列の問題



上の問題を、いろいろな考え方で、もつめてみましょう。
注意: いちど書いたものはけしごむで消さないで、線をひいて消さない。

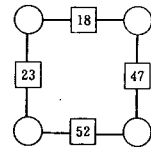
図2 アリスモゴンの問題1



上の問題を、できるだけいろいろな方法で求めなさい。
注意: いちど書いたものはけしごむで消さないで、線をひいて消さない。

図3 アリスモゴンの問題2

(2) 下の図において、□の中の数は、その両端の○の中の数の和に等しくなっています。○の中の数を求めなさい。



5 「おはじきの配列」の問題の結果と考察

a. 日米とも多様な考え

あらかじめ回答用紙には複数の回答欄が設けてあり、1つの欄に1つの回答を書くことになっていた。

日米の生徒とも実に多くの回答を行った。回答欄に書いてある回答数を同質のものでも1題と数えると、回答の総数は日本990題、アメリカ1083題である。生徒一人あたりの回答数の平均を求めるとアメリカの方が多く、日本5.8題、アメリカ7.2題である。ただし、この結果には日本の回答欄が6つ、アメリカが9つあったことも影響していると考えられる。

b. 問題解決の態度は日本がよい

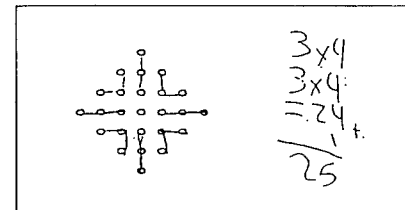
回答のうち、おはじきの合計を正しく「25」と求められたのは日本95%、アメリカ89%と大差ないが、答えと考え方との両方を書いていた十分な回答は、日本がすべてであったのに対し、アメリカはわずか66%にすぎなかった。出題の要求に十分に答えるという問題解決の態度は、日本の方がアメリカよりも一段とよい。

c. 言語的表現の日本、図的表現のアメリカ

おはじきの合計を求めるためのいろいろな「考え方」を分類・整理したものを、以下では問題解決の「方略」と呼ぶことにする。

方略は、図4のように、図的表現(おはじきの図に線などを書き込んであるもの)と言語的表現(文章や式を使って説明してあるもの)とに大別できる。図と言語の両方で説明できればより十分な表現といえる。

図4 おはじきの配列の問題における図的表現と言語的表現の両方の回答例



日本の回答の64%には図的表現が含まれ、94%には言語的表現含まれていた。一方、アメリカの回答には図的表現と言語的表現がそれぞれ76%ずつ含まれていた。この結果から、日本の方が言語的表現を用いる割合が高いといえる。

d. 乗法の式は日本、加法の文章はアメリカ

言語的表現では、表6のように、5つの方略が見いだされた。①文章・数える、②文章・加法、③文章・乗法、④式・加法、⑤式・乗法、である。

表6 おはじきの配列の問題における言語的表現の方略

方略	文章			式	
	①数える	②加法	③乗法	④加法	⑤乗法
表現例	1ずつあわせて	たばにして		1+3+5+7+5+3+1	5×5

表7 おはじきの配列の問題における言語的表現の方略の日米比較

方略	①	②	③	④	⑤
日本	22%	1%	18%	22%	37%
アメリカ	26%	45%	1%	17%	11%

表7から、日本の回答に多いのは⑤の「式・乗法」であり、アメリカの回答に多いのは②の「文章・加法」

であることがわかる。文章表現の回答(①と②と③)は日本が41%、アメリカが72%であり、式表現の回答(④と⑤)は日本が59%、アメリカが28%である。

日本は式や乗法で表現する割合が高く、アメリカは文章や加法で表現する割合が高い。

e. 1つ1つ数えるアメリカ、グループで考える日本
図的表現においては、次の3つの方略が見いだされた。A. 一つ一つ数える操作、B. 群化(グループを作り考える、B₁: 倍数に着目した群化、B₂: 方向に着目した群化、B₃: 形に着目した群化)、C. 乗法構造を持った形への変容。

表8 おはじきの配列の問題における図的表現の方略

方略	A.	B. 群化		C.
	数えあげ	B ₁ 倍数	B ₂ 方向	B ₃ 形
表現例				

実際分類においてはこれらの方略を細かく分類し38の方略が同定できた。詳細は報告書³⁾参照のこと。

表9 おはじきの配列の問題における図的表現の方略の日米比較

方略	A	B	C
日本	10%	89%	1%
アメリカ	28%	72%	1%

日米とも、Bの「群化」が多くの生徒の図的表現となっている。しかし、特に日本に多い。Aの「数えあげ」はアメリカに多い。

「群化」についてより詳しく見ると、B₁の「倍数型」は、日本に多いが、アメリカにはほとんどない。言語的に乗法に結び付く図的表現はアメリカは少ない。

B₂の「垂直や水平などの方向に着目」したのは、日米とも多い。B₃の「囲み」や「複数倍数複合型」は、アメリカの方が多くようである。ところで、「左下がり型」「右下がり型」「複数倍数複合型」は、日本の児童にとっては、乗法に結び付いた図的表現であるが、アメリカの児童にとってそうではなく、加法にしか結び付かないようである。

6 「アリスモゴン」の問題の結果と考察

a. アリスモゴンの問題1ができる日本

2つのアリスモゴンの問題について、日本とアメリカの生徒の反応率をあげたのが表10である。アリスモゴンの問題1については中2、高2とも、日本の生徒の方が正答率が高く、いずれもアメリカのほぼ倍の正答率となっている。日本の生徒は、中2では39%しか正解していないが、高2になると90%もの生徒が正答できる。一方アメリカは、高2になっても正答は低く、わずか46%である。無答は日米とも10%以下である。

表10 アリスモゴンの問題1の反応率

	中2		高2	
	日本	アメリカ	日本	アメリカ
正答	39%	15%	90%	46%
誤答	52%	85%	8%	51%
無答	9%	5%	2%	3%
計	100%	100%	100%	100%

b. アリスモゴンの問題2ができるアメリカ
ところがアリスモゴンの問題2になると様子は逆転する。問題2は正答がいくつもある、いわゆる解が不定の問題である。そこで、解が不定ということに気づいたか、または複数の解を求めた回答を正答、1つの解だけ求めた回答を解1とする。その反応を示したのが表11である。中2において正答または1つの解を求めた生徒は日本が高いが、高2においては日本は25%と低くなり、逆にアメリカが55%と増加するのである。誤答は高2の日本が55%と多くなる。無答は日米いずれも多く、中2で約40%、高2で約20%である。

c. 方略は方程式か代入か

アリスモゴンの問題2でなぜ日本の生徒の方が誤答が多いのかを探るために、生徒が用いた方略を調べた。

表11 アリスモゴンの問題2の反応率

	中2		高2	
	日本	アメリカ	日本	アメリカ
正答/解1	39%	26%	25%	55%
誤答	21%	32%	55%	19%
無答	40%	42%	20%	26%
計	100%	100%	100%	100%

アリスモゴンの問題1においては、次の7つの方略が見いだされた。①連立3元1次方程式、②連立2元

1次方程式、③1元1次方程式、④数的構造(3数の和を2で割る)、⑤系統的代入、⑥試行錯誤的代入、⑦その他。

図5に①連立3元1次方程式の回答例を、図6に⑤系統的代入の回答例をあげておく。

図5 アリスモゴンの問題2における連立3元1次方程式の回答例

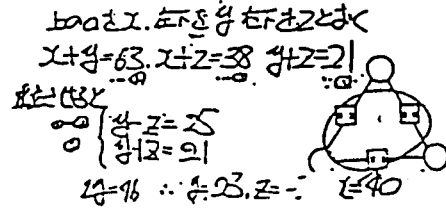
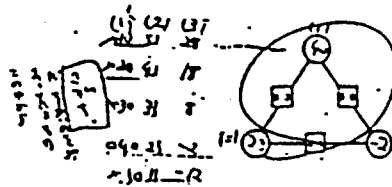


図6 アリスモゴンの問題2における系統的代入の回答例



d. 方程式を使って問題1が解けた日本

上記の方略①～⑦は代数的扱いの洗練さの順になっており、同一の生徒が一人で複数の方略を用いた場合はより高い方略に割り当てることにした。このようにして作成されたのが表12である。

中2では、日本の25%の生徒は方程式を使って解こうとしている。一方、アメリカの生徒ではわずか1%であった。試行錯誤的代入が日本40%アメリカ38%と、日米とも中2では一番多い方略となっている。またアメリカの41%の生徒は問題を全く理解できなかった。アメリカで方程式を用いた生徒が極めて少ないこと、理解できない生徒が多いのには2つの原因がある。

第一に、方程式はアメリカでは9年生で学習され、そのためこの調査の時点では未学習である。第二に答が負の数になることに困難を感じたことにある。

表12 アリスモゴンの問題1における方略の日米比較

方略	中2		高2	
	日本	アメリカ	日本	アメリカ
①連立3元1次方程式	19%	1%	82%	12%
②連立2元1次方程式	5%	0%	1%	0%
③1元1次方程式	1%	0%	3%	0%
④数的構造	2%	0%	1%	0%
⑤系統的代入	4%	13%	2%	34%
⑥試行錯誤的代入	40%	38%	6%	22%
⑦その他	21%	5%	3%	7%
問題を理解していない	0%	41%	0%	21%
無答	7%	2%	3%	4%

高2では、日本では86%が、何らかの方程式に帰着させようとしている。アメリカでは代入が56%に達している。中2と高2を比較すると、日本は試行錯誤的代入から方程式に移行している。アメリカは、試行錯誤的代入から系統的代入やその他へと移行している。

e. 代入でアリスモゴンの問題2が解けたアメリカ

アリスモゴンの問題2についても、同じように日本の高2は方程式を用いて解こうとし、アメリカは中2・高2とも代入で解こうとした。問題2は解が不定の問題であり、代入すれば少なくとも1つの解は見つかるのである。問題2の回答例を図7、図8にあげておく。

日本の高2の生徒は、数学的により洗練された方略である方程式を用いた割合が多い。ただし、立式まではできたが、ほとんどの生徒は同次方程式の扱いがわからず、解を求めるには至らなかったのである。

図7 アリスモゴンの問題2における連立4元1次方程式の回答例

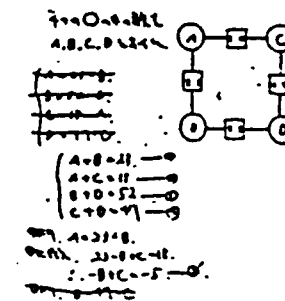


図8 アリスモゴンの問題2における代入の回答例

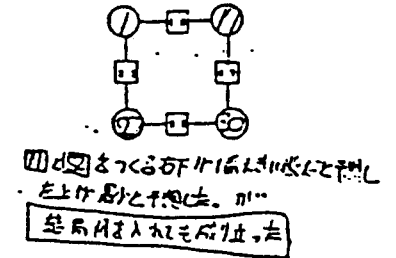


表13 アリスモゴンの問題2における方略の日米比較

方略	中2		高2	
	日本	アメリカ	日本	アメリカ
①連立4元1次方程式	9%	0%	64%	7%
②代入	42%	57%	12%	62%
③その他	10%	0%	5%	2%
無答	40%	43%	20%	29%

IV おわりに

1 わが国の生徒の数学的問題解決能力の高さ
わが国の生徒の数学的問題解決能力が国際的な視点から量的・質的に分析され、次の事が明らかになった。①わが国の生徒の数学的問題解決能力の達成度は、国際的にみて高い水準にある。つまり、わが国の生徒は、計算力だけではなく、すべての数学内容・目標領域において世界的に高い水準にあったのである。これらはIEAのデータの量的分析による考察の結果である。

②わが国の生徒が代数的問題を解決するプロセスは、一貫して、数学的にみて高度な問題解決プロセスである。まず問題を数学的に高い水準で把握し、より数学的な表現を行い、さらにより数学的に洗練された方略を用いて解決しようとする。具体的には、乗法構造や式としての問題把握、式や言葉による表現、乗法と方程式の解決方略をとる。一方アメリカは、問題把握ができない生徒がまず多い。また、把握しても加法構造や数値代入としてが主である。表現は図や加法が多く、数えあげや代入などの解決方略をとる。これらは、日米比較の質的分析による考察の結果である。

2 わが国の生徒の数学的問題解決の方略や困難点

このように数学的問題解決能力に違いがあるのは、わが国の算数・数学科カリキュラムが代数を重視しており、そのため、立式や式から答えを求めることが生徒にとって特殊な方略ではなく、むしろ当然の方略として行われていることにあると思われる。逆に、アメリカの生徒にとっては式は特別な方略である。

しかし、数学的に水準の高い方略が必ずしも有効とも限らない。例えば決まり切った手順では解けないような問題に対しては、より素朴な方略が有効な場合も多い。方略を固定せずに変えていくことも必要である。

3 今後の課題

世界の算数・数学科カリキュラムは新しい展開をみせている。コンピュータや電卓が算数・数学学習のための強力な道具として位置づけられている。たとえば、アメリカ等欧米諸国ではグラフ電卓の導入は、代数の位置づけを劇的に変えている。解くとは何かの意味も変わってきているのである。わが国にとっても、このような方向も重要と思われる。

第2に、どんな問題を解くかということである。IEAの問題や、日米比較で用いられた問題は、いわば数学の舞台にすでにのっている問題であり、また比較的短時間で解ける問題である。しかし社会に関連した数学の問題解決を行うこと、また、長時間にわたって問題を解くという場において数学の問題解決能力を見ることが今後必要である。

参考文献

- 1) 長崎栄三・瀬沼花子, '数学教育における問題解決についての研究の傾向(1)', 国立教育研究所, 40, 1986
- 2) 国立教育研究所, '数学教育の国際比較-第2回国際数学教育調査最終報告-', 国立教育研究所, 216, 1991
- 3) 三輪辰郎編 '日本とアメリカの数学的問題解決の指導', 東洋館, 287, 1992
- 4) Becker, J. P. (ed.), 'Report of U. S. -Japan Cross-National Research on Students Problem Solving Behaviors', Southern Illinois University, 205, 1992
- 5) National Institute for Educational Research, 'SIMS Statistical Digest(3) -Cognitive Digest-', NIER, 1987
- 6) 長崎栄三, "日米共通調査による問題解決の研究

-『おはじきの配列』の問題の分析-, 三輪辰郎編 '日本とアメリカの数学的問題解決の指導', 東洋館, 40-57, 1992

- 7) 瀬沼花子, "日米共通調査による問題解決の研究 -『アリスモゴン』の問題の分析-, 三輪辰郎編, '日本とアメリカの数学的問題解決の指導', 東洋館, 101-118, 1992
- 8) Silver, E. A. & Others, "Generating Multiple Solutions for a Problem: A Comparison of the Responses of U.S. and Japanese Students," *Educational Studies in Mathematics*, Vol.28, No.1, 35-54, Kluwer Academic Publishers, 1995
- 9) Travers, K. J. & Others, 'The Underachieving Curriculum', Stipes Publishing Company, 127, 1987
- 10) 島田茂, "小学校・中学校における式の扱い", '算数・数学教育の回顧と展望', 国立教育研究所, 47-61, 1989
- 11) 川口延, "問題解決の事例を通して考察した帰納推理の展開の様相と要因について", 日本数学教育学会誌 '数学教育論究'. 1, 19-45, 1961

(受理日 1996年5月20日)

[問い合わせ先]

〒153 東京都目黒区下目黒 6-5-22
国立教育研究所科学教育研究センター
数学教育研究室
瀬沼 花子, 長崎 栄三