

第34回数学教育論文発表会論文集

数学と社会のつながりに関する中学校・高校の数学科教科書の分析

久保 良宏	長崎 栄三	五十嵐 一博
共立女子中学校	国立教育政策研究所	千葉市教育委員会
牛場 正則	島崎 晃	島田 功
足立区立第十中学校	狭山市立柏原小学校	成城学園初等学校
西村 圭一	牧野 宏	松元 新一郎
東京学芸大学附属大泉中学校	狭山市立入間小学校	東京学芸大学附属大泉中学校

要約

本研究の目的は、「数学と社会をつなげる力」の視点から中・高の数学科教科書を調査・分析し、その実態を明らかにすることにある。私たちの研究グループでは、この「数学と社会をつなげる力」を社会における現象や問題を解決するのに必要となる力や感覚であると捉え、これを構造化して調査・分析を行い、こうした力が児童・生徒の学年進行とともについていけないという実態を明らかにしてきた。本稿では、中1から高2までの2社、合計10冊の教科書にある例題や問題などを、構造化した領域内容の中の16個に着目し分類した。その結果、社会にかかわる問題が全体の約2割あったが、そのほとんどは、数学的に処理するものであり、社会の現象を数学の対象に変えたり検証する問題や、社会や文化のつながりに関する意識や態度にかかわる問題は少ないことがわかった。これまでに明らかにした生徒の実態の要因の1つが、教科書にもあると考えられよう。

キーワード 社会, 文化, つなげる力, 教科書

1. 研究の背景と目的

いつの時代においても、算数・数学では“社会や文化とのつながり”が求められている。そこで、私たちの研究グループは、算数・数学と社会・文化をつなげる教育について多方面から研究を行ってきた（例えば、長崎他、2001b）。この研究においては、社会における現象や問題を解決する際に必要となる力や感覚を「算数・数学と社会をつなげる力」と捉えて構造化を図った。そして、「算数・数学

と社会をつなげる力」が児童・生徒にどの程度培われているかの実態を明らかにするために調査問題を開発して、小学校4年生から高等学校2年生に対して調査を行いその結果を分析してきた。その結果、学校段階や学年が上がっても、児童・生徒の「算数・数学と社会をつなげる力」はあまりついてはいかないことが明らかになった（長崎他、2001a；西村，2000；久保，2000）。

この要因としては、算数・数学を指導して

いる教師が、算数・数学を子どもの身のまわりにある社会的事象と関連づけて指導することが少ないこと（長崎・瀬沼・富竹，1998）があり，これは日本の数学科教科書には純粋数学的内容に比べて実際的な場面の問題が少ないこと（久保他，1994），また諸外国に比べても実際的な問題が少ないこと（富竹・松元・長崎，1997）にも関連していると思われる。さらに，中学校数学科教科書で扱われている問題では近似値の扱いが軽減されていることも分かった（長崎，2001；松元，2001）。しかしながら，諸外国に比べて実際的な問題は少ないとはいえ，このような問題がわが国の教科書の中にあることも事実である。そこで，教科書の中の実際的な問題をさらに詳しく分析してみることにした。

本研究の目的は，中学校・高等学校の数学科教科書を「数学と社会をつなげる力」の視点から調査・分析し，その実態を明らかにすることにある。

なお，本研究は，「算数・数学と社会をつなげる力」に関する小中高校を通じた教科書分析の一環をなしている。

2. 教科書分析の方法

(1) 分析の対象

本研究で分析する教科書は，小中高校を通して同じ教科書会社から発行されている算数・数学科の教科書のうちで，平成13年度において使用頻度が高い2社の教科書（以下，A社，B社と称する）とする。これらのうち，本研究では，中学校1・2・3年，高等学校数学I・IIの5冊，2社で合計10冊について分析を行う。

分析する対象は，これらの教科書の各単元・巻末問題にある，導入問題・例題・問・練習問題・章末問題・まとめや復習の問題・コラム的内容であり，内容が少しでも社会（身のまわりの現実的なもの・事象，自然，歴史等）に関連しているものは全てこれに含める。

例えば，「正方形を折る」は対象外であるが，「正方形の紙を折る」は分析対象とする。なお，分析対象とする最小単位は大問である。

(2) 分析の枠組み

分析は，これまでの研究で構造化した「算数・数学と社会をつなげる力」の領域及び，領域内容（長崎他，2001a；2001b）に照らして行う。算数・数学と社会をつなげる力の領域（A～E）・領域内容（01などの2桁番号）は，次の通りである。

- A. 社会における量・形についての感覚
 - 01. 長さの感覚 02. 広さの感覚
 - 03. かさの感覚 04. 重さの感覚
 - 05. 角度の感覚 06. 時間の感覚
 - 07. 速さの感覚 08. 形の感覚
- B. 社会の問題を数学的に解決するのに必要な力
 - B1. 社会の現象を数学の対象に変える
 - 11. 仮定をおく 12. 変数を取り出す
 - 13. 変数を制御する 14. 仮説を立てる
 - B2. 対象を数学的に処理する
 - 21. 表・式・グラフ・図等で表現する
 - 22. 操作を実行する
 - B3. 社会に照らして検証する
 - 31. 予測・推測をする 32. 修正する
- C. 社会においてコミュニケーションする力
 - 01. 数学的表現から現象を読み取る，伝える
 - 02. 数学を使った日常文を読み取る
- D. 近似的に扱う力
 - 01. 近似的に式を立てる
 - 02. 近似的に読み取る
- E. 算数・数学と社会・文化のつながりに関する意識・態度
 - 01. 算数・数学に対する意識
 - 02. 算数・数学の表現方法に対する意識
 - 03. 算数・数学的処理に対する意識
 - 04. 算数・数学における共同的な学習に対する意識
 - 05. 算数・数学における応用的な態度

06. 算数・数学における発展的な態度

なお、1つの問題が、複数の領域内容に当てはまることもある。また、本研究では、上記の26の領域内容のうち、B11, B12, B13, B14, B31, B32, C01, C02, D01, D02, E01, E02, E03, E04, E05, E06の16の領域内容に着目する。

(3) 分析の具体的手順

分析は、1冊の教科書を2人1組で合議のもとに行う。ここでは、分析対象の問題を「算数・数学と社会をつなげる力」の内容領域に照らして分類する。さらに、10冊の集計結果について、異なるメンバーで検討し全体的な整合性を図る。

3. 分析の結果

(1) 分析対象問題の分類と実例

A, B2社の中・高10冊の教科書から取り出された問題は、A社2328問、B社2233問の計4561問であり、この中で、「算数・数学と社会をつなげる力」の内容領域(A01～E06)に当てはまる問題(以下、これを対象問題とよぶ)は、A社489問、B社459問の計948問である。

本稿では、この対象問題の中で、2で示した16個の領域内容に当てはまる問題(以下、これを分析対象問題とよぶ)に着目するが、その実例をあげると次の通りである。

B11 (仮定をおく)「…。姉は休まずに一定の速さで走ったとすると、姉が家を出発したのは9時何分と考えられますか。」(A社・中2, p. 79), 「下敷きを平面、鉛筆を直線とみて、平面と直線のいろいろな位置関係を示してみましよう。」(B社・中1, p. 147)

B12 (変数を取り出す)「次の量を求めるには、何がわかればよいですか。(1)80円の切手を何枚か買うときの代金, …, (4)円の面積」(A社・中1, p. 91)

B13 (変数を制御する)例えば、「走る速さを

比べるとき、どちらが速いかということは、道のり、時間、グラウンドの状態、風向きなどに関係する。このとき、速さを比べるにはどのようにして調べればよいですか。」といった記述を考えたが、これに分類されるものはなかった。

B14 (仮説を立てる)「スギの幹の太さと高さにはどんな関係があるのでしょうか。」(A社・中2, p. 165)

B31 (予測・推測をする)「上空での気圧yhPaは、海面からの高さxmにもなって変わります。この関係について測定をおこない、つぎのような結果を得ました。[表]…。海拔750mの山頂の気圧は何hPaと考えられますか。」(B社・中2, p. 194)

B32 (修正する)「例1(2枚の硬貨を投げる)の確率を次のように考えて求めた。どこに誤りがありますか。」(A社・中3, p. 158)

C01 (数学的表現から現象を読み取る、伝える)「石を並べて正三角形をつくります。Bさんは石の個数を次の式で求めました。 $3(x-2)+3$, …どのように考えたか、右の図を使って説明しなさい。」(B社・中1, p. 72)

C02 (数学を使った日常文を読み取る)「坂道のこう配を示す道路標識に次のようなものがある。[写真]これは水平距離に対する高さの割合が10%であることを示している。」(A社・高数I, p. 114)

D01 (近似的に式を立てる)「半径rの円の面積…。これらの三角形の面積の和は、円周 $\times r \times 1/2$ …。」(A社・中3, p. 121) [D02にも分類]

D02 (近似的に読み取る)「この表から、女子の生まれる相対度数はほぼ一定していて、およそ0.486である。」(A社・中3, p. 155) (B社・中3, p. 160)

E01 (算数・数学に対する意識)「…、スリーカードの出る確率は、…である。確率の考えは大変有用であり、実生活やいろ

いゝな科学で広く使われている。」(A社・高数I, p. 85)

E02 (算数・数学の表現方法に対する意識)

「…の図は, 平均気温の変化を示したグラフである。これを見ると, 一年の気温の変化が一目でわかる。関数の変化する様子もグラフで表せば見やすい。」(A社・高数I, p. 3)

E03 (算数・数学的処理に対する意識) 例え

ば, 「計算や説明, 証明を考えているときは楽しいですか。」といった記述を考えたが, これに分類されるものはなかった。

E04 (算数・数学における共同的な学習に対

する意識) 例え, 「クラスみんなで考えてみよう。」といった記述を考えたが, これに分類されるものはなかった。

E05 (算数・数学における応用的な態度) 「身

のまわりから, 例2 (y がとびとびの値をとる) のようなグラフで表される関数の例をさがしてみよう。」(A社・中3, p. 87), 「道路や壁の面を, いろいろな形のタイルで敷きつめたものをさがしましょう。」(B社・中3, p. 180)

E06 (算数・数学における発展的な態度) 「上

の絵をもとに, 道のりや速さなどを適当に決め, 不等式を使って解く問題をつくってみよう。」(A社・中2, p. 34), 「…関数は英語で…。他の数学の用語, 例え, ば方程式などについても調べてみましょう。」(B社・中1, p. 117)

これに対し, 本稿では分析対象問題としていないB21やB22は次のようなものである。

B21 (表・式・グラフ・図で表現する) 「…の関係を式で表しなさい。」といった記述

B22 (操作を実行する) 「…距離を求めなさい。」といった記述

なお, B31の“予測・推測をする”は, B3の領域(社会に照らして検証する)の内容であり, 現実の問題に対して数学的表現がなされた後, 次に考えることがらが, すでに得ら

れた数学的表現をもとに, 社会に照らして予測・推測することをいう。したがって, 単にあることがらの結果を予想するような問題はB31には当てはまらない。例え, ば, スキーのジャンプ競技の場面で, 「ジャンプ台をとび出してから着地するまでにどんな曲線をえがくでしょうか。」(A社・中3, p. 67)などであり, これは, A08に分類した。また, E05(応用的)とE06(発展的)は次のように区別している。E05は, 別の事象を身のまわりからさがしたり調べるものであるのに対し, E06は, 数学を使って解決した現実的な事象を, 身のまわりからだけではなく, 数学からさがしたり調べたりするものである。例え, ば, 「問題をつくれ」といった場合, 「身のまわりから」という表現があればE05に, この表現がない場合はE06に分類した。

(2) 領域内容の分類の結果と考察

本稿における分析対象問題を, 2で示した分析の枠組みにしたがって分類した結果は表1の通りである。なお, 分類の視点は複数にわたってもよいものとした。

本研究における対象問題は, 全問題数の約2割である。中1から高2まで, どの学年もそのほとんどはB21(表・式・グラフ・図で表現する)やB22(操作を実行する)に分類されることが分かった。

分析対象問題は, 2社とも対象問題の約20%(約90問)であり, 延べで全問題数の約4%しかない。対象問題数に対する各領域内容の数(延べ数)の割合を見ると, A社, B社ともC01(数学的表現から現象を読み取る)に多く分類されたが, どちらも対象問題数の4%弱であった。また, D02(近似的に読み取る)はA社では5%, B社も3%を超えたが, これは無理数や三角比を近似値で求める問題が大部分だった。これに対し, 同じ近似的に考える場面であっても, C01(近似的に式を立てる)は2社とも約1%と少ない。

さらに, B13(変数を制御する), E03(算

表1 教科書分析集計表

A社	中1年	中2年	中3年	高数 I	高数 II	合計	割合A	割合B
全問題数	443	465	519	417	484	2328	100.0%	
対象問題数	108	104	103	160	14	489	21.0%	100.0%
B. 社会の問題を数学的に解決する力								
B1. 社会の現象を数学の対象に変える								
B11. 仮定をおく	1	2	2		1	6		1.2%
B12. 変数を取り出す	2	1				3		0.6%
B13. 変数を制御する						0		0.0%
B14. 仮説を立てる	1	5				6		1.2%
B3. 社会に照らして検証する								
B31. 予測・推測をする		2	3			5		1.0%
B32. 修正する			1			1		0.2%
C. 社会において数学でコミュニケーションする力								
C01. 数学的表現から現象を読み取る, 伝える	8	3	4	3		18		3.7%
C02. 数学を使った日常文を読み取る	4			1		5		1.0%
D. 近似的に扱う力								
D01. 近似的に式を立てる			2		3	5		1.0%
D02. 近似的に読み取る	1	1	7	11	7	27		5.5%
E. 算数・数学と社会・文化のつながりに関する意識・態度								
E01. 算数・数学に対する意識				1		1		0.2%
E02. 算数・数学の表現方法に対する意識				1	1	2		0.4%
E03. 算数・数学的処理に対する意識						0		0.0%
E04. 算数・数学における協同的な学習に対する意識						0		0.0%
E05. 算数・数学における応用的な態度	4	3	3			10		2.0%
E06. 算数・数学における発展的な態度	2	3				5		1.0%
計						94		19.2%
B社								
全問題数	429	454	520	378	452	2233	100.0%	
対象問題数	112	102	95	139	11	459	20.6%	100.0%
B. 社会の問題を数学的に解決する力								
B1. 社会の現象を数学の対象に変える								
B11. 仮定をおく	5	1		2		8		1.7%
B12. 変数を取り出す	4	1				5		1.1%
B13. 変数を制御する						0		0.0%
B14. 仮説を立てる						0		0.0%
B3. 社会に照らして検証する								
B31. 予測・推測をする	1	2	4			7		1.5%
B32. 修正する						0		0.0%
C. 社会において数学でコミュニケーションする力								
C01. 数学的表現から現象を読み取る, 伝える	6	11			1	18		3.9%
C02. 数学を使った日常文を読み取る	3	1				4		0.9%
D. 近似的に扱う力								
D01. 近似的に式を立てる			1		3	4		0.9%
D02. 近似的に読み取る		3	2	7	3	15		3.3%
E. 算数・数学と社会・文化のつながりに関する意識・態度								
E01. 算数・数学に対する意識						3		0.7%
E02. 算数・数学の表現方法に対する意識						0		0.0%
E03. 算数・数学的処理に対する意識						0		0.0%
E04. 算数・数学における協同的な学習に対する意識						0		0.0%
E05. 算数・数学における応用的な態度		2	10		1	13		2.8%
E06. 算数・数学における発展的な態度	3	5	3			11		2.4%
計						88		19.2%

数・数学的に処理する意識), E04 (共同的な学習に対する意識) には1問も当てはまる問題はなく, また, B32 (修正する) は, あっても1, 2問という結果だった。

一方, 2社の教科書を比較してみると, 違いもいくつか見られる。例えば, B14 (仮説を立てる) では, B社にはこうした問題場面はない。また, B11 (仮定をおく) は2社とも1.5%前後と全体としては大きな差はないが, 中1のB社の空間図形には「鉛筆を直線と考え」といった問い掛けの場面がいくつか見られる。これに対し, 中2・3では, A社は速さの問題で「一定の速さで歩くとすると」といった表現が見られるのに対し, B社はこのような仮定を前提として問い掛けている問題が多く見られる。

4. まとめと今後の課題

本研究では, 2社の中・高の教科書を「数学と社会をつなげる力」の視点から調査・分析し, その実態を明らかにしようとした。

その結果, 数学を社会と関連づけた問題が約2割あったが, そのほとんどは, 数学的に処理するものであり, 社会の現象を数学的の対象に変えたり検証する問題や, 社会や文化のつながりに関する意識や態度にかかわる問題は極めて少ないことが分かった。特に, 社会に照らして修正する問題はほとんどなく, また, 変数を制御したり, 数学的に処理する意識や共同的な学習に対する意識にかかわる領域内容に分類される問題はなかった。

これまでの研究で, 児童・生徒の「数学と社会をつなげる力」は学年が進んでもあまりついていかないことを明らかにしたが, その要因の1つが教科書にもあるといえる。

今後の課題としては, 算数の教科書や, 新学習指導要領における小中高の教科書にも着目して, 教科書における「数学と社会をつなげる力」の実態を明らかにすることにあると考えている。

参考文献

- 久保良宏(2000). 「現実的な事象と関数のグラフにおける理解の発達に関する調査研究」. 日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集. No.33. pp.313-318.
- 久保良宏・久永靖史・松元新一郎・長崎栄三(1994). 「中学校数学科教科書における課題学習の現状と今後のあり方」. 日本数学教育学会誌. Vol.76, No.33. pp.36-40.
- 松元新一郎(2001)「中学校数学科教科書における近似値・誤差の扱いの変遷—戦後から現在にかけて—」. 算数・数学科における総合的な学習. 国立教育政策研究所科研報告書. pp.173-183.
- 長崎栄三(2001)「算数・数学科及び理科の教科書における「近似的な扱い」. 算数・数学科における総合的な学習. 国立教育政策研究所科研報告書. pp.165-172.
- 長崎栄三編著(2001a). 児童・生徒の算数・数学と社会をつなげる力に関する発達的研究(改訂版). 国立教育政策研究所科研報告書.
- 長崎栄三編著(2001b). 算数・数学と社会・文化のつながり—小・中・高の算数・数学教育の改善を目指して—. 明治図書.
- 長崎栄三・瀬沼花子・富竹徹(1996). 「算数・数学教育についての教師の態度」. 国立教育研究所研究集録. No.33. pp.57-79.
- 西村圭一他(2000). 「児童・生徒の社会の問題を数学的に解決する力に関する調査研究」. 日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集. No.33. pp.253-258.
- 富竹徹・松元新一郎・長崎栄三(1997). 「日本・アメリカ・イギリスの数学科教科書における社会的文脈の扱い方の比較研究」. 日本科学教育学会年会論文集. 21. pp.34-38.