論　説

数学と社会をつなげる力に関する研究*
—中学校・高等学校を中心に—

長崎榮三** 西村圭一*** 五十嵐一博**** 牛場正則***** 久保良宏****** 久永靖史******* 椛元新一郎********

要　約

数学と社会をつなげる力を,「社会における量・形についての感覚」,「社会の問題を数学的に解決する力」,「社会において数学でコミュニケーションする力」,「近似的に扱う力」, の4つの領域から構造化し, それにもとづいて数学と社会をつなげる力に関する調査問題を作成し, 中学校1年生から高等学校２年生に対して調査を実施した. その結果, 中学生・高校生ともに身についている数学と社会をつなげる力は, 社会における量や形の感覚, 変数を取り出すこと, 操作を実行すること, 近似的に式を立てることであり, 一方, 中学生・高校生ともに身についていないのは, 仮定をおくこと, 仮説を立てること, 表・式・グラフ・図等で表現すること, 修正すること, 数学的表現から現象を読み取る, 伝えること, 数学を使った日常文を読み取ること, 近似的に読み取ることであることなどがわかった. また, 算数・数学における応用的な態度,算数・数学における発展的な態度に関する肯定的な反応が少ないこと, 学年が上がるにしたがって, 数学と社会をつなげる力が身についている生徒が増えることなどもわかった.

キーワード：数学と社会をつなげる力　数学的モデル化　コミュニケーション　量や形の感覚　近似

1．研究の背景と目的

数学は, 理論的な面と応用的な面の両面で発展している（クーラント, ロビンズ, 1969). 数学の本質は, その抽象性や論理性とともに, 豊かな応用を持つものなのである. このことは数学教育においても, 数学の理論的な面での力や探求心とともに, 数学の応用的な面での力や探求心をも育成する必要性と可能性を示している.

一方, 1980年度に行われた「第2回国際数学教育調査」の結果から, 数学は生活や社会とは関係がないと思っている中学生や高校生の割合が, 我が国は他の国々に比べて高いことが分かった（国立教育研究所編, 1991). さらに, 1990年度から1991年度にかけて国立教育研究所で行われた「基礎学力調査」の結果からは, 小中高校生は計算などの数学的処理は強いが現実問題を数学化して扱うことは弱いことが分かった（国立教育研究所編, 1992,1993).

そこで, 私たちは, 1994年頃から研究会を作り, 算数・数学と社会のつながりについて研究を始めた. その結果, 我が国では算数・数学と社会のつながりについての意識を高めるような教育はあまり行われていないことが分かった（長崎編, 1997). さらに, 算数・数学と社会とのつながりについての意識を高めるための実践研究を重ねると（長崎編, 2000), 我が国の児童・生徒は, 社会とのつながりのある算数・数学の問題に対処する力も弱いのではないのかと考えるようになった. これは先の「基礎学力調査」の結果と符合するものであった. しかし, このような力についての児童・生徒の実態を総合的に調べた研究は見当たらなかった.

そこで, 児童・生徒の算数・数学と社会をつなげる力の発達的な様相を明らかにすることを目的として1999年1月に研究を始めた. 準備・予備調査を経て, 第1期調査を2000年1月から3月に行い, さらにその調査結果の分析を踏まえて, 第2期調査を2002年5月から6月に行った. そして, これまでに本学会などでそれらの調査結果を発表してきた（西村他, 2000, 2001；松元他, 2002；長崎他, 2004). 本稿では, 算数・数学と社会をつなげる力について詳しく述べるとともに, 第1期調査の結果をもとに中学生・高校生の数学と社会をつなげる力の実態を具体的に明らかにする.

*平成16年1月13日受付, 平成16年7月15日決定
**国立教育政策研究所
***東京学芸大学附属大泉中学校
****千葉市教育センター
*****足立区立第十中学校
******北海道教育大学旭川校
*******共立女子中学校
********東京学芸大学附属大泉中学校

2．算数·数学と社会をつなげる力の構造化·具体化

算数・数学と社会をつなげる力の実態を明らかにするために，まず，この力の構造化·具体化を図った．構造化·具体化は，私たちのこれまでの実践で育成しようと目指した力を見直したり，この調査研究の問題を作成したりすることと並行して行った．その際には，算数・数学と社会をつなげる力に関わる2つの先行研究の概念を発展させるようにした．なお，「算数・数学と社会をつなげる力」とは，算数·数学において生活や社会に関連した問題を扱うことによって育成すべき力を表し，「社会」とは，生活，社会，日常生活，日常社会，現実生活，現実社会，現実世界，実社会，実世界，環境などを総称している．

（1）算数・数学と社会をつなげる力の構造化

①算数・数学と社会をつなげる力の分析的な構成

算数・数学と社会をつなげる力を分析的に構成することは，現実の世界と数学の世界のかかわりを説明した数学的活動における「数学外の問題を解決する活動」（島田，1977）を基盤としている．現実の世界と数学の世界のかかわりを説明した数学的活動とは，図1の通りである．

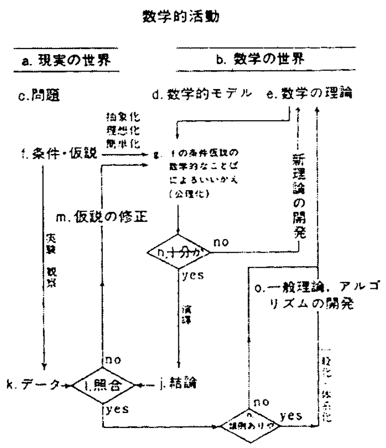


図1　現実の世界と数学の世界

（島田，1977，p.15）

そこでは，「数学外の問題を解決する活動」について，次の諸活動が挙げられている．現実の問題から条件や仮説を設定すること，現実の問題から実験・観察でデータを得ること，現実の問題の条件や仮説を抽象化・理想化・簡単化を行って公理化し数学的モデルを作ること，演繹によって得られた結論を現実のデータと照合すること，照合した結果が現実に合わないときには仮説を修正することである．なお，「数学的モデル」とは，「現実の世界の経験から，･･･条件·仮説を設定し，さらに数学の理論が適用可能になるように，条件·仮説を抽象化，理想化あるいは簡単化して，数学のことば」に言い換えたものであるとされている．このような数学的モデルを使った一連の数学的問題解決活動は，数学的モデル化と呼ばれる．さらに，この数学的モデル化の過程においては，「近似」の考えの重要性も指摘されている（島田，1990）．

本研究における「算数·数学と社会をつなげる力」は，この「数学外の問題を解決する活動」という考えをもとに分析的に構成した．ただし，「数学外の問題を解決する活動」は，図1のように，一連の過程として描かれているが，「算数·数学と社会をつなげる力」は4つの領域で構成することとした．つまり，「数学外の問題を解決する活動」から「社会の問題を数学的に解決する力」の領域を設定し，その上で新たに，「社会における量・形についての感覚」「社会において数学でコミュニケーションする力」「近似的に扱う力」という3つの領域を明示的に設定した．

さらに，「社会の問題を数学的に解決する力」の領域内容については，「数学外の問題を解決する活動」の各活動を次のように補足修正した．第1に，数学的モデル化をする際に行われる抽象化・理想化·簡単化を表す「仮定をおく」と，事象を数学的命題で表す「仮説を立てる」を区別した．これは，数学的命題を作る前提としての「仮定」と，数学的命題における「仮定，結論」の「仮定」を区別するためである．第2に，数学的処理に「表・式・グラフ・図等で表現する」を取り入れた．これは，数学的命題が即座に数学的処理に結びつくのではなく，時には，表やグラフなどに表現することが必要だからである．第3に，検証において「予測・推測をする」と「修正する」を区別した．これは，仮説を修正するには，その前に，得られた数学的結果をもとに予測·推測を行って，その結果とデータと照合させて，そして，照合がうまくいかないときに修正が必要になるからである．

②算数・数学と社会をつなげる力の位置づけ

算数·数学と社会をつなげるということを，算数·数学で育成すべき力の全体像に位置づけることは，「算数・数学の基礎学力」（国立教育研究所，1993，p.17）を基盤としている．そこでは，算数・数学の基礎学力は，「学校及び社会において事象を数学的に処理するのに必要不可欠で，しかも，新しいことに対処できるような発展性を包含している能力」とされ，図2のような「3次元の枠組み」によって構造化されている．

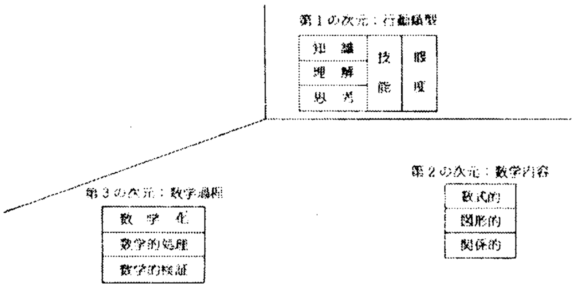


図2　算数・数学の基礎学力の3次元の枠組み

「３次元の枠組み」とは，「行動類型」「数学内容」「数学過程」の３つの次元からなるものである．第１の次元は，算数･数学の教育目標を行動化して類型化した「行動類型」で，知識・理解・思考・技能・態度の５領域からなる．第２の次元は，算数･数学の内容を数学的にまとめた「数学内容」で，数式的・図形的・関係的の３領域からなる．第３の次元は，数学の過程を活動的にまとめた「数学過程」で，数学化・数学的処理・数学的検証の３領域からなる．

「算数･数学と社会をつなげる力」は，「算数・数学の基礎学力」の第３の次元である「数学過程」の一部として位置づけるものである．「数学過程」においては，数学化は「事象を数学的構造に乗せる過程であり，例えば，仮説や予想の設定，関数の設定，文字での表現，演算の決定，日常事象への応用など」であり，数学的処理は「数学的構造のもとでの数学的操作を施す場面であり，例えば，計算や操作の実行，論理的な推論，公理の選択など」であり，数学的検証は「数学的処理が妥当であったかどうかを確かめる場面であり，例えば，計算結果の確かめ，解の吟味，解とデータの突き合わせなど」である．つまり，「算数･数学と社会をつなげる力」は，「数学過程」のうちの，現実の世界に起こった問題を数学的に解決する部分に焦点を当ててより詳しく記述したものである．なお，第１の次元の「態度」領域の一部として，「算数・数学と社会のつながりに関する意識・態度」を設けることにした．

(2) 児童･生徒の算数･数学と社会をつなげる力

「算数・数学と社会をつなげる力」は，「社会における量・形についての感覚」「社会の問題を数学的に解決する力」「社会において数学でコミュニケーションする力」「近似的に扱う力」の4領域から構成する．それぞれの領域･領域内容ごとにさらに具体化してまとめると，表１の通りである．

表1　算数･数学と社会をつなげる力

A．社会における量・形についての感覚
　A01．長さの感覚　　A02．広さの感覚
　A03．かさの感覚　　A04．重さの感覚
　A05．角度の感覚　　A06．時間の感覚
　A07．速さの感覚　　A08．形の感覚
B．社会の問題を数学的に解決する力
　B１．社会の現象を数学の対象に変える
　　B11．仮定をおく　　B12．変数を取り出す
　　B13．変数を制御するB14．仮説を立てる
　B２．対象を数学的に処理する
　　B21．表・式・グラフ・図等で表現する
　　B22．操作を実行する
　B３．社会に照らして検証する
　　B31．予測・推測をする　　B32．修正する
C．社会において数学でコミュニケーションする力
　C01．数学的表現から現象を読み取る，伝える
　C02．数学を使った日常文を読み取る
D．近似的に扱う力
　D01．近似的に式を立てる
　D02．近似的に読み取る

①社会における量・形についての感覚

社会の問題は，量や形として，算数･数学に関わってくる．量は数量化されて数となり，形は抽象化されて図形となって，算数･数学の対象となる．社会の問題を扱う際には，数や図形が社会ではどのような意味を持つかということを直観的に理解していること，すなわち，社会における量・形についての感覚を持っていることが必要である．

②社会の問題を数学的に解決する力

算数･数学で，社会の問題を扱うには，それらを算数・数学の対象に変え，その上で算数・数学の手法を使って処理し，さらにその結果を社会の場面に照らして検証することが必要である．数学的モデル化の過程とも言われる，この過程では，社会の問題を数学的に解決する力が必要になる．

③社会において数学でコミュニケーションする力

算数・数学を社会で使う際には，算数･数学で表されたことの意味を社会に照らして読み取ったり，一方で，日常文で表されたものから数学の意味を読み取ったりする，社会において数学でコミュニケーションする力も必要になる．

④近似的に扱う力

算数・数学で社会の問題を扱ったり算数・数学を社会で使う際には，目的に照らして数量化したり抽象化

したりするために量や形を近似的に見たり，計算処理した結果を理想的な数としてではなく社会で扱える数と見なしたりする，近似的に扱う力が必要である．なお，近似的に扱う力は，「式を立てる」ことと「読みとる」ことだけにした．従来の近似においては，近似式の扱いなど，「近似の処理」も重要だったが，現在では電卓やコンピュータ等に任せることができると考えた．

⑤算数・数学と社会のつながりに関する意識・態度

社会の問題を算数・数学で扱う際には，それらを支える意識や態度が必要であり，また，それらから育成される意識や態度がある．これらとしては，次のような意識・態度を考えた．

E01．算数・数学に対する意識，E02．算数・数学の表現方法に対する意識，E03．算数・数学的処理に対する意識，E04．算数・数学における協同的な学習に対する意識，E05．算数・数学における応用的な態度，E06．算数・数学における発展的な態度

(3)「数学的リテラシー」との関連

最近，経済開発協力機構（OECD）の生徒の学習到達度調査（PISA調査）の「数学的リテラシー」が注目されている．「数学的リテラシー」と「算数・数学と社会をつなげる力」の関係は次のように捉えている．数学的リテラシーは，「生徒が日常生活で遭遇するような状況」を重視し，その調査問題の枠組みは「状況・文脈」（私的，教育的，職業的，公共的，科学的），「数学的内容」（量，空間と形，変化と関係，不確実性），「数学的プロセス」（再現，関連つけ，熟考）の3つによって作られていた．そして，2003年に公表された新しい枠組みでは，その「数学的プロセス」の3つの能力クラスターそれぞれにおいて，次の8つの「数学的能力」が働くと考えている（OECD，2004）．①思考と推論，②論証，③コミュニケーション，④モデル化，⑤問題設定と問題解決，⑥表現，⑦記号言語,公式言語,技術的言語，演算を使用すること，⑧支援手段と道具の使用，である．PISAにおける「数学的リテラシー」の重視は本研究の趣旨と一致するものであり，さらに，「数学的プロセス」と「数学的能力」の関係は，基礎学力の枠組みである，「行動目標」と「数学過程」の関係に相当しており，その「数学的能力」は「算数・数学と社会をつなげる力」に相当していると見ることができる．したがって，数学と社会をつなげる力の妥当性を考える際の一つの根拠となると思われる．

3．児童・生徒を対象とした算数・数学と社会をつなげる力に関する調査

調査（第1期調査）は，平成12年1月から３月にかけて，北海道，山形，埼玉，東京，千葉，新潟，愛知，奈良，高知の９都道県の小中高校各９校，全体で27校において実施した．調査方法は，本稿では紙幅の都合で簡潔にまとめておくが，それらの詳しい説明やすべての調査問題については，調査報告書（長崎他，2001）に掲載してある．

(1) 調査の対象

調査の対象は，小学校４年生から高等学校２年生までの児童･生徒である．対象者数は，小学校４年568名，５年608名，６年565名，中学校１年593名，２年576名，３年562名，高等学校１年785名，２年517名，総計８学年で4774名である．調査対象学校においては，原則として各学年２学級を調査対象とした．

(2) 調査の内容

調査の内容は，児童･生徒の算数･数学と社会をつなげる力を調べる算数･数学問題とそれらに関する意識や態度を調べる質問項目からなる．

算数･数学問題は，「算数・数学と社会をつなげる力」（表1）のいずれかの領域内容に属する．各問題は，本調査問題の数倍の候補問題から，予備調査の結果をもとに，次の規準で選択した．

1) 社会とつながりを持った問題で，児童・生徒に親しみやすい問題であること．
2) 算数･数学の目標に沿った問題であること．つまり，算数･数学と離れすぎて他教科の問題となってしまった問題ではないこと．
3) 問題の構成が明確であること．
4) 児童・生徒が理解し，解決に取り組むことが可能な問題であること．

本調査問題の数は75題であったが，調査結果をもとにさらにそれらの問題文，選択肢を検討し，最終的に分析の対象としたのは63題である．各調査問題は，履修内容に依存するので，学年で異なる場合もあるが，中学･高校生対象の問題は各学年で同一であり57題である．なお，質問項目は全学年同一で14項目である．

4．中学生・高校生の数学と社会をつなげる力の実態と考察

（1）数学と社会をつなげる力の領域内容別・学年別の平均通過率から見た生徒の実態

数学と社会をつなげる力の領域内容別・学年別の平均通過率をまとめると，表2の通りである．なお，以下の考察では，つながりの力が集団として身についている基準を通過率65%とする．

表2　数学と社会をつなげる力の領域内容別・学年別の平均通過率

領域内容		問題数	学年別平均通過率(%)				
			中1	中2	中3	高1	高2
A01	長さの感覚	1	72.3	71.3	80.0	83.8	83.8
A02	広さの感覚	1	62.7	70.2	72.3	69.0	80.6
A03	かさの感覚	2	60.2	50.7	67.4	56.3	65.4
A04	重さの感覚	0	-----	-----	-----	-----	-----
A05	角度の感覚	1	82.5	84.7	83.6	88.8	88.4
A06	時間の感覚	1	89.9	85.7	92.2	83.6	90.7
A07	速さの感覚	1	82.8	83.1	88.6	91.5	94.2
A08	形の感覚	2	67.5	68.2	74.2	73.4	76.4
B11	仮定をおく	3	46.6	43.8	49.1	48.6	59.9
B12	変数を取り出す	2	80.4	80.0	80.1	80.8	83.0
B13	変数を制御する	3	55.5	56.8	59.6	62.1	67.0
B14	仮説を立てる	1	23.5	22.9	33.0	34.0	43.8
B21	表・式・グラフ・図等で表現する	6	42.2	44.9	56.9	55.7	63.4
B22	操作を実行する	3	85.6	90.2	93.6	93.1	96.3
B31	予測・推測をする	5	58.3	61.7	61.2	63.2	69.1
B32	修正する	3	26.6	30.5	36.2	34.3	42.5
C01	数学的表現から現象を読み取る，伝える	16	45.9	51.1	57.5	59.9	63.3
C02	数学を使った日常文を読み取る	4	52.0	57.5	61.2	61.8	57.4
D01	近似的に式を立てる	1	76.1	87.0	88.3	88.1	91.1
D02	近似的に読み取る	1	22.5	25.3	26.1	20.5	21.2

中学生･高校生ともに65%を超えているのは，社会における量や形の感覚（A01～08），変数を取り出す（B12），操作を実行する（B22），近似的に式を立てる（D01）である．一方，中学生・高校生とも65%未満なのは，仮定をおく（B11），仮説を立てる（B14），表・式・グラフ・図等で表現する（B21），修正する（B32），数学的表現から現象を読み取る，伝える（C01），数学を使った日常文を読み取る（C02），近似的に読み取る（D02）である．中学生は65%未満であるが高校生が65%を超えているのは，変数を制御する（B13），予測･推測をする（B31）である．

数学と社会のつながりに関する意識・態度（E）に関する学年別の肯定的な反応の割合の平均（平均肯定率）は，表3の通りである．特に，算数・数学における応用的な態度（E05），算数・数学における発展的な態度（E06）に関する肯定的な反応が少ない．

表3　数学と社会のつながりに関する意識・態度の学年別の平均肯定率

領域内容		質問項目数	学年別平均肯定率(%)				
			中1	中2	中3	高1	高2
E01	算数・数学に対する意識	3	53.8	50.3	47.4	45.1	42.7
E02	算数・数学の表現方法に対する意識	3	69.5	68.7	69.4	63.9	69.3
E03	算数・数学的処理に対する意識	2	35.1	30.9	38.3	27.0	32.4
E04	算数・数学における協同的な学習に対する意識	1	41.3	28.2	34.2	19.6	21.8
E05	算数・数学における応用的な態度	3	29.0	23.8	27.4	19.6	22.0
E06	算数・数学における発展的な態度	2	25.4	24.2	28.8	18.3	22.7

（2）数学と社会をつなげる力に関する典型的な問題の通過率から見た生徒の実態

①社会における量・形についての感覚（A）

社会における量・形についての感覚の各領域内容の各学年の平均通過率は50%～94%だった．これらは，小学校で育成するものと考えられるので，本稿では具体的な問題は取り上げないことにする．なお，重さの感覚（A04）は，予備調査の結果，小４以降の全学年で達成されていることが明らかになったため，本調査では除外した．

②　社会の問題を数学的に解決する力（B）

１）社会の現象を数学の対象に変える（B１）

社会の現象を数学の対象に変える際，変数を取り出す（B12）ことはできるものの，仮定をおいたり（B11），取り出した複数の変数を制御したり（B13），仮説を立てたり（B14）することのできない生徒が多いことがわかった．以下では，このB11，B13，B14について具体的な問題をあげ，生徒の実態を述べることにする．

ア）仮定をおく（B11）

社会の問題を数学的に解決するためには，まず，いくつかの仮定をおく必要がある．

問題１では，求めた茶系飲料の２カ年の増加率が続くと仮定して５年後の消費量を求めている式を示し，何を仮定しているかを問うている．仮定を比較的見出しやすい問題だが，高２以外の通過率は65%未満で，40～50%の生徒が正しい仮定を見出せていなかった．また，多い誤答は，全学年とも，毎年の消費量の増える量は同じ（イ）と，毎年の飲料の生産量は同じ（オ）

で，11～18%だった．さらに，中1から高1では，飲料の質は同じ（エ）も10%弱だった．問題文中の考え方が成り立つこととは関係のない仮定を選んでいることがわかる．このように，考え方の前提にある仮定を正しく言えないということは，無意識に仮定をおいて考えていたり，仮定をおくことの必要性が理解できなかったりするからと考えられる．

問題1　1994年，1995年の1年間の茶系飲料の1人あたりの消費量は，次のとおりです。

1994年　24210ミリリットル
1995年　27403ミリリットル

めぐみさんは，これをもとに2000年の消費量を予測しようとして，次のように考えました。

27403÷24210＝1.131…
27403×1.131×1.131×1.131×1.131×1.131＝50712.046

めぐみさんの考え方が成り立つためには，どのようなことを考えておかなければなりませんか。次のア～オの中から，もっともあてはまるものを1つ選びましょう。

ア．毎年の消費量は同じ。
イ．毎年の消費量の増える量は同じ。
ウ．毎年の消費量の増える割合は同じ。
エ．毎年の飲料の質は同じ。
オ．毎年の飲料の生産量は同じ。

通過率	中1	中2	中3	高1	高2
ウ	54.9	48.9	56.0	54.5	65.1

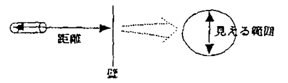
図3　問題1とその通過率

イ）変数を制御する（B13）

社会の問題では，複数の変数が内在することが多いので，当面の変数だけを変化させてその他は固定して考えるというように，変数の制御をする必要がある．

問題2は，筒の長さと見える範囲の関係を調べるために固定すべき変数と変化させるべき変数を問うている．このように変数を制御することができたのは，全学年とも40%未満だった．多い誤答は，中2以外で，壁までの距離を一定にして筒の太さを変える（ウ）（中1-27%，中3-19%，高1-21%，高2-22%）だった．このように，複数ある変数を制御できないのは，すでに変数が制御された2変数の場面に慣れており，変数を制御する必要性を持たないからと考えられる．

問題2　太さや長さの異なる何種類かの筒があります。この筒をのぞいて，窓から見える風景を見ると，太さや長さによって，見える範囲が変わります。健くんは，筒の長さと，見える範囲（その直径）の関係を知りたいと考えています。このことを実験で考えるために，教室の中で，この筒をのぞいて壁を見ることにより，データを集めて調べることにしました。ただし，筒は教室の床に平行になるように持つことにします。このとき，どのようにして調べたらよいですか。次のア～オの中から，もっともあてはまるものを1つ選びましょう。



ア．筒の長さと太さを一定にして，壁までの距離を変える。
イ．筒の太さと壁までの距離を一定にして，筒の長さを変える。
ウ．壁までの距離を一定にして，筒の太さを変える。
エ．筒の長さと壁までの距離を一定にして，筒の太さを変える。
オ．筒の長さと見える範囲を一定にして，壁までの距離を変える。

通過率	中1	中2	中3	高1	高2
イ	27.4	29.5	36.4	35.6	39.8

図4　問題2とその通過率

ウ）仮説を立てる（B14）

社会の問題では，実験や観察によって得たデータをもとに，仮説を立てる必要がある．

問題3では，3回の実験から得られた式のxの係数だけが変化しているので，各回の実験で変化した「投げあげた初速度」がそれに対応するという仮説が立てられればよい．この問題は，理科的な知識も必要で難しいが，中学生と高校生とを対比するために出題した．通過率は，全学年とも65%未満だった．高2の通過率は44%で他の学年より高いが，問題文に「同じ高さから」と示されているにもかかわらず，投げた位置の高さ（ウ）を選択した生徒の割合（23%）は，中学生（中1から順に，28%，29%，25%）とあまり変わらなかった．高校生でも，実験や観察によって得たデータをもとに仮説を立てられないのは，実験と得られた関数式との対応が，とりわけ，その係数に現れていることを見いだせないからと考えられる．

問題3　ボールを真上に投げ上げたときの，時間x（秒）とボールの高さy（m）の関係を調べるために，実験を行いました。同じボールを，同じ高さから，3回真上に投げ上げたときの，それぞれの結果は，次のような式で表すことができました。

1回目　$y=-4.9x^2+11x+1.5$
2回目　$y=-4.9x^2+18x+1.5$
3回目　$y=-4.9x^2+15x+1.5$

3回ともデータが正しく得られたとすると，xの係数（11, 18, 15）は何に関係する定数だと考えられますか。次のア～オの中から，もっともあてはまるものを1つ選びましょう。

ア．重力加速度　イ．投げあげた初速度
ウ．投げた位置の高さ　エ．落下速度　オ．空気抵抗

通過率	中1	中2	中3	高1	高2
イ	23.5	22.9	33.0	34.0	43.8

図5　問題3とその通過率

2）対象を数学的に処理する（B2）

数学的な操作を実行したりすること（B22）はできるが，対象に合う式を選ぶことはできない生徒が多いことがわかった．以下では，表・式・グラフ・図等で表現する（B21）ことのうち，式に関する問題をあげ，生徒の実態を述べる．

問題4では，20℃の水を熱したときの時間と温度の関係を表す式を問うている．1秒後に120℃になってしまう $y=100x+20$（イ）に対する反応が，中1と中2で37%，中3と高1で約25%あった．このように誤った式に表現してしまうのは，「0秒後の温度が20℃で，徐々に上がっていく」というように対象を分析した結果を，どのように式に表現してよいかがわからないからと考えられる．

問題4　お湯を沸かすために，やかんに20℃の水をいっぱい入れ，ガスコンロにかけました。水は，沸騰するまで，一定の速さで温まっていきます。このときの沸かし始めてからの時間x（秒）と，温度y（℃）の関係を式に表すとどのようになりますか。次のア～オの中から，もっともあてはまるものを1つ選びましょう。

ア．$y=0.3x+20$　イ．$y=100x+20$
ウ．$y=0.01x+100$　エ．$y=-1.3x+20$　オ．$y=0.01x$

通過率	中1	中2	中3	高1	高2
ア	28.6	38.3	57.9	54.2	67.2

図6　問題4とその通過率

3）社会に照らして検証する（B3）

数学的な処理をして得た結果を，社会に照らしながら，予測・推測をしたり，仮説を修正したりすることができない生徒が多いことがわかった．

ア）予測・推測をする（B31）

社会の問題の解決では，数学的な処理をして得た結果を，社会に照らしながら適用し，予測・推測をすることが多い．

問題5は，数学的に得た「毎年およそ1.1倍ずつ増える」という結果をもとに，5年後の人数を問うている．高2以外の通過率は65%に満たなかった．また，多い誤答は，全学年で，1.1倍の5倍（イ）（中1から順に，36%，24%，23%，26%，19%）だった．何倍になっているかを求めることはあっても，それを用いて予測・推測をすることが少ないからと考えられる．ただし，この問題では，毎回1.1倍していくという割合の積に当たる数学的関係を捉えることにも困難さがあったと思われる．また，問題4で示したように，対象を式に表現できないことも関係していると考えられる．

問題5　日本は高齢化社会になりつつあり，100歳以上のお年寄りの人数は，1999年に過去最高の11346人に達しました。今後，高齢化がどれくらい進むかを予測するために，過去の100歳以上のお年寄りの人数を調べ，毎年どのくらいの割合で増えているのかを出してみました。そうしたら，ここ5年間は，毎年およそ1.1倍ずつ増えていることが分かりました。この値をもとに，5年後の2004年の100歳以上のお年寄りの人数を予測するための式は，どのように考えることができますか。次のア～オの中から，もっともあてはまるものを1つ選びましょう。

ア．11346×1.1×4
イ．11346×1.1×5
ウ．11346×1.1×1.1×1.1×1.1
エ．11346×1.1×1.1×1.1×1.1×1.1
オ．11346×0.1×0.1×0.1×0.1×0.1

通過率	中1	中2	中3	高1	高2
エ	47.4	56.2	55.3	57.1	68.6

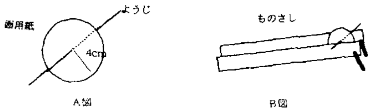
図7　問題5とその通過率

イ）修正する（B32）

社会の問題では，数学的な処理をして得た結果を社会に照らし検討した結果，仮説を修正する必要が生じる場合がある．

問題6は，斜面でボールを転がしたときの時間 x秒と転がる距離 $y$cmの関係が $y=2x^2$になるとわかっていて，同じ斜面でこまを転がしたときの実験結果を見たとき，この式をどう修正するかを問うている．1次関数の関係にある，こまの実験結果の表を見ても修正しない（ア）に対する反応（中1から順に，24%，22%，24%，24%，16%）が，どの学年でも正答より多かった．実験結果をもとにしながら，式を修正できない生徒が多いのは，得られたデータを余計な先入観なしに読むという基本的な姿勢が乏しいからと考えられる．

問題６　とおるさんは，下のA図のようなこまを，下のB図のようなものさしを２つ並べた斜面の溝にそって転がすことを考えました。



この斜面でボールを転がしたら，時間 x (秒) と転がる距離 y (cm) の関係は，下の表のようになりました。

x	0	1	2	3	4	5
y	0	2	8	18	32	50

これを式で表すと，$y=2x^2$になったので，今回も同じになると考えていました。しかし，実際にこまを転がして見ると様子が違うようです。そこで，とおるさんは，きちっと実験をしてみることにしました。実験をした結果は，転がりはじめてからx秒間に転がった距離をy cmとして，下の表のようになりました。

x	0	1	2	3	4	5
y	0	1	3	5	7	9

実際のこまの転がる距離を出すには，上の式をどのように考えればよいですか。次のア～オの中から，もっともあてはまるものを１つ選びましょう。

ア．転がる距離が長くなって$y=2x^2$に近づく。
イ．だんだん転がる距離が同じになって$y=2x-1$に近づく。
ウ．だんだん転がる距離が同じになって$y=x$に近づく。
エ．途中で速さが変ってあとは同じ速さになって$y=2x$に近づく。
オ．ボールではないから規則性がない。

通過率	中１	中２	中３	高１	高２
エ	27.1	34.1	37.1	36.7	40.9

図8　問題6とその通過率

③社会において数学的にコミュニケーションする力(C)

数学的表現や数学を使った日常文を読み取ることができない，特に，表や式から現象を読み取ることはできない生徒が多いことがわかった．

１）数学的表現から現象を読み取る，伝える（C01）

社会で数学を使う際には，数学的表現の意味を社会に照らして読み取ったり，数学的表現を用いて伝えたりすることが求められる．

問題７は加速している車の50ｍ毎の通過時間を表した表を読み取る問題である．全学年で，通過率は，65%に満たなかった．また，多い誤答は，全学年とも，車のスピードは一定の割合で速くなっている（オ）だった（中１から順に，26%，24%，22%，21%，19%）．これについては，表においては独立変数を等間隔で取るということに慣れて，表の変数の対応関係を現象と照らし合わせていないからと考えられる．

一方，問題８は，地球上での重さと木星での重さの関係を表した式から，その関係を読み取る問題である．通過率は，高２以外では65%未満だった．多い誤答は，地球と木星での重さの関係を正答とは逆に捉えた場合（イ）（14～23%）だったが，2.37ｇが軽いか重いかが境になる場合（ウとエ）も10～21%ほどいた．

このように，表や式から現象を読み取ることのできないのは，現象と対応させて，表や式を分析的に解釈することが少ないからと考えられる．

問題７　新しく開発された電気自動車の性能をテストしています。加速性能を調べるため，400mの直線コースで，50m毎の通過時間を記録しました。その結果が，下の表です。この表からどのようなことがわかりますか。次のア～オの中から，もっともあてはまるものを１つ選びましょう。

距離 (m)	50	100	150	200	250	300	350	400
時間 (秒)	5.8	9.9	12.6	14.8	16.8	18.7	20.6	22.4

ア．車のスピードは，200mを通過したときが，もっとも速い。
イ．10秒後から11秒後までの１秒間に走った距離の方が，20秒後から21秒後のまでの１秒間に走った距離より長い。
ウ．50mを走るのにかかった時間は，350mから400mの間がもっとも短い。
エ．車は常におよそ秒速18mで走っている。
オ．車のスピードは，一定の割合で速くなっている。

通過率	中１	中２	中３	高１	高２
ウ	37.7	46.0	48.9	49.3	51.2

図9　問題7とその通過率

問題８　地球と木星では，重力が異なるので，同じ物体でも，地球上で測ったときの重さと，木星で測ったときの重さは異なります。地球上での重さをE，木星での重さをＪとすると，

$J=2.37\times E$　という関係が成り立ちます。この式からどのようなことがわかりますか。次のア～オの中から，もっともあてはまるものを１つ選びましょう。

ア．どのような物体でも，木星で測った方が重い。
イ．どのような物体でも，地球で測った方が重い。
ウ．2.37ｇより軽い物体は，地球で測った方が重い。
エ．2.37ｇより重い物体は，地球で測った方が重い。
オ．地球上より，重くなるか，軽くなるかはわからない。

通過率	中１	中２	中３	高１	高２
ア	46.3	51.4	60.6	57.6	69.0

図10　問題8とその通過率

２）数学を使った日常文を読み取る（C02）

社会で数学を使う際には，日常的に用いている，数学が関係する表現から数学の意味を読み取ることも必要である．

問題９は，「１ドル123円40銭，１ユーロは126円16銭」という表現から，ドル・ユーロ・円の関係を読み取る問題である．全学年で，通過率は65%に満たなかった．多い誤答は，全学年とも，ドルとユーロの関係を正答とは逆に捉えた場合（イ）で，20～26%だった．これは，日常の中に埋め込まれている数学の比の

考えを，場面に応じて使うことができないからと考えられる．

問題9　テレビのニュースを見ていたら，アナウンサーが
「今日の1ドルは123円40銭，1ユーロは126円16銭です」
と伝えていました。ドル（アメリカの通貨）とユーロ（ヨーロッパの一部の通貨）と円（日本の通貨）の関係について，このことからどのようなことがわかりますか。次のア～オの中から，もっともあてはまるものを1つ選びましょう。
ア．100ドルよりも100ユーロの方が，日本で高い買い物ができる。
イ．100ユーロよりも100ドルのほうが，日本で高い買い物ができる。
ウ．100ドルよりも100円のほうが，日本で高い買い物ができる。
エ．100ユーロよりも100円のほうが，日本で高い買い物ができる。
オ．100ドルよりも123円のほうが，日本で高い買い物ができる。

通過率	中1	中2	中3	高1	高2
ア	46.5	59.4	55.0	62.2	51.0

図11　問題9とその通過率

④近似的に扱う力（D）

近似的に式を立てる（D01）ことができる反面，数学的に処理した結果を近似的に読み取る（D02）ことは，経験に頼っているにすぎない生徒が多いことがわかった．以下では，D02の問題をあげ，生徒の実態を述べる．

問題10は，有効数字に関わる問題で，新幹線の時速の近似値を問うている．どの学年の通過率も30%に満たない．なお，調査時は中2で有効数字を学習していた．多い誤答は，全学年とも，日常的に多く使われている小数第1位の数値を選んだと思われる場合（イ）で，41～52%だった．一方，近似的に読み取らない生徒（オ）は6～8%である．このことについては，近似的に扱おうとはしているが，それを現実的な問題場面に適用できなかったと考えられる．

問題10　東京ー名古屋間 366.0キロメートルを2時間1分で走る新幹線の時速を求めるために，電卓で「366.0÷121×60」を計算したら，「181.4876033」となりました。このことから，この新幹線の時速はどのくらいとしてよいです。次のア～オの中から，もっともあてはまるものを1つ選びましょう。
ア．時速181 キロメートル
イ．時速181.5 キロメートル
ウ．時速181.49 キロメートル
エ．時速181.488 キロメートル
オ．時速181.4876033 キロメートル

通過率	中1	中2	中3	高1	高2
ア	22.5	25.3	26.1	20.5	21.2

図12　問題10とその通過率

⑤数学と社会のつながりに関する意識・態度（E）

数学における応用的な態度（E05）に関わる質問への肯定的な反応の割合をまとめると，図13の通りである．肯定的な反応はいずれも65%未満であり，数学を使って日常生活の問題を解こうとすること（a）の肯定的な反応は，学年が上がるにしたがい減っている．

社会の問題を数学的に解決することに深く関わる，数学における応用的な態度が身に付いていないことがわかる．これには，社会の問題を数学的に解決する問題が教科書で扱われていないことも関係していると考えられる（久保他，2001）．

E05 a）　学んだ算数・数学を使って日常生活の問題を解いてみようとすることがあります。
E05 b）　テレビや新聞を見ていてそこから算数・数学の問題を考えることがあります。
E05 c）　算数・数学において日常生活の問題を考えているときは楽しいです。

肯定率	中1	中2	中3	高1	高2
a)	42.4	37.4	36.7	30.4	30.0
b)	23.2	15.9	19.7	12.5	16.6
c)	21.5	18.1	25.8	16.0	19.5

図13　E05 a)～c)とその肯定率

（3）数学と社会をつなげる力に関する生徒の得点から見た生徒の実態

数学と社会をつなげる力の実態についての，個々の生徒から見た場合の様相を明らかにするために，正答を1点としたときの得点分布を考察する．中学校1年から高等学校2年に対する調査問題は異なる問題からなる2つのセット（V・Ⅵ）を用意し，それぞれのセットを，各学年のおよそ半数ずつの生徒に対して実施した．ここでは，Vセット30題（30点満点）の得点分布をまとめると，表4の通りである．

表4　中学生・高校生の得点分布（Vセット：30点満点）

得点分布	中1	中2	中3	高1	高2
平均値（点）	15.2	15.8	18.1	18.7	19.2
標準偏差（点）	4.61	4.56	4.73	4.80	4.60
正答数65%以上の割合(%)	20.0	23.4	39.6	47.7	52.1
正答数90%以上の割合(%)	0.0	0.4	2.5	1.9	2.7

平均値ならびに65%以上の問題で正答した生徒の割合は，学年が上がるに従い上がっている．また，90%以上の問題で正答した生徒は，中3以降で2～3%（Ⅵセットでは3～7%）程いる．生徒が，適切な学習によって，数学と社会をつなげる力を身につける可能性を持っていることを示していると考えられる．

5 まとめと今後の課題

本研究では，数学と社会をつなげる力を明らかにし，その上で，その構造に基づいて，数学と社会をつなげる力に関する調査問題を作成し，調査を実施し，中学生･高校生の実態を示した．

数学と社会をつなげる力については，中学生･高校生ともに身についているのは，社会における量や形の感覚，変数を取り出す，操作を実行する，近似的に式を立てるであり，一方，中学生・高校生ともに身についていないのは，仮定をおく，仮説を立てる，表・式・グラフ・図等で表現する，修正する，数学的表現から現象を読み取る，伝える，数学を使った日常文を読み取る，近似的に読み取るである．中学生には身についていないが高校生には身についているのは，変数を制御する，予測･推測をする，である．

また，算数・数学における応用的な態度,算数・数学における発展的な態度に関する肯定的な反応が少ないこともわかった．

一方，生徒の得点分布からは，学年が上がるに従い数学と社会をつなげる力が身についている生徒が増えることや，90%以上の問題で正答している生徒が中学校３年以降で２～７%いることがわかった．このことは，生徒が，適切な学習によって，数学と社会をつなげる力を身につける可能性を持っていることを示していると考えられる．

今後の課題は，数学と社会をつなげる力の妥当性を再検討するとともに，それを育成する学習指導のあり方やそのような授業の有効性を示すことである．なお，本研究には，他に，島崎晃（所沢市立中新井小学校），島田功（成城学園初等学校），牧野宏（狭山市立入間小学校），宮井俊充（所沢市立山口中学校），飯田由美子（前共立女子中学校）が携わった．

参考文献

クーラント，ロビンズ（森口繁一監訳）（1969）『数学とは何か』岩波書店．p. xvii.

久保良宏他（2001）．「数学と社会のつながりに関する中学校・高校 の数学科教科書の分析」．日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集．No.34．pp.289-294.

国立教育研究所（1991）『数学教育の国際比較－第2回国際数学教育調査最終報告書』第一法規．pp.175-179.

国立教育研究所編（1992）『特別研究「基礎学力」調査報告書－第一次報告書（平成2年度調査）』国立教育研究所．p.29,p.44.

国立教育研究所編（1993）『特別研究「基礎学力」調査報告書－第二次報告書（平成3年度調査）』国立教育研究所．p.53.

松元新一郎他（2002）「児童・生徒の「算数・数学の力」と「算数・数学を使う力」と「算数・数学に対する意識・態度」との関係についての考察－「児童・生徒の算数・数学と社会をつなげる力」に関する第２次調査から」日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集．No.35．pp.127-132.

長崎榮三編著（1997）『数学と社会的文脈の関係に関する研究』国立教育政策研究所科研報告書．

長崎榮三編著（2000）『算数・数学科における総合的な学習』国立教育政策研究所科研報告書．

長崎榮三編著（2001）『児童・生徒の算数・数学と社会をつなげる力に関する発達的研究（改訂版）』国立教育政策研究所科研報告書．

長崎榮三・西村圭一・島田功・牧野宏・島崎晃（2004）「算数と社会をつなげる力に関する研究」日本数学教育学会学会誌『算数教育』第86巻第８号．pp.3-13.

西村圭一他（2000）「児童・生徒の社会の問題を数学的に解決する力に関する調査研究」日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集．No.33．pp.253-258.

西村圭一他（2001）「児童・生徒の算数・数学と社会をつなげる力に関する発達的な様相」日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集．No.34．pp.307-312.

OECD（国立教育政策研究所監訳）（2004）『PISA 2003年調査 評価の枠組み』ぎょうせい．

島田茂編著（1977）『算数･数学科のオープンエンドアプローチ』みずうみ書房

島田茂（1990）『教師のための問題集』共立出版