

第40回数学教育論文発表会論文集  
論文発表の部

## 算数・数学教育の目標としての 「算数・数学の力」の構造化に関する研究

|                            |                         |               |                     |
|----------------------------|-------------------------|---------------|---------------------|
| 長崎 栄三<br>国立教育政策研究所         | 国宗 進<br>静岡大学            | 太田 伸也<br>弘前大学 | 五十嵐 一博<br>千葉市教育センター |
| 滝井 章<br>東京都世田谷区立<br>喜多見小学校 | 近藤 裕<br>群馬県玉村町立<br>南中学校 | 熊倉 啓之<br>静岡大学 | ほか16名<br>(別記)       |

### 要 約

算数・数学教育における新たな目標として「算数・数学の力」を考えた。算数・数学の力とは、算数・数学のあらゆる活動に関わるはたらきで、大きく「算数・数学を生み出す力」、「算数・数学を使う力」、「算数・数学で表す力」、「算数・数学で考え合う力」の4つの力で構成される。初めに、我が国の算数・数学科の教育課程の史的分析、算数・数学のカリキュラムの国際比較、算数・数学教科書の研究、数学的な考え方・問題解決の史的分析、社会の算数・数学教育に関する意識の分析を行った。その上で、算数・数学教育の目的・目標に算数・数学の力を位置付けた。そこでは、算数・数学教育の目標を概念理解と能力習得とで均衡を図った。そして、算数・数学の力を、数学的内容との一体化、数学的活動の重視などの原則の下で構造化し、その水準の重要性を指摘した。

キーワード 算数・数学の力, 目的, 目標, 数学的活動

### 1. 研究の背景と目的

算数・数学教育における目標は、算数・数学教育の目的を見据えつつ、社会や時代が変わるとともに変わる。社会や時代の変化が、次代を生きる子どもたちが身に付けるべきものの変化を促すからである。このような立場から、私たちはこれまでに算数・数学教育の目標について次のような提案をしてきた。算数・数学科における基礎学力としての「行動類型、数学内容、数学過程による3次元の枠

組み」(長崎ほか,1992)、学習内容として数学の発展と応用の両方に目を向けた「数学的探究活動」(国宗ほか,1997)、社会・文化を重視した「算数・数学と社会をつなげる力」(長崎ほか,2004)。これらは、現在から見ると、数学的過程や数学的活動を重視し、算数・数学の力を指向しつつも、算数・数学教育の目標としては抽象的であったり、また、具体的ではあっても目標全体を俯瞰できるものにはなっていなかった。

私たちは、平成 14 年度から平成 18 年度にかけて、算数・数学の目標・内容についての研究を行った。そこでは数学的活動・数学的方法の側面を算数・数学教育の教育目標「算数・数学の力」として注目し研究を進め、さらに、それを算数で具体化する研究も進めた。

平成 16 年度から平成 18 年度にかけては、「算数・数学の力」を育成する算数・数学教科書の記述のあり方について研究を進めた。

算数・数学の力の研究は、算数・数学の目標・内容についての研究と教科書の研究開発とを両輪として行われてきた。本稿においては、目標としての算数・数学の力の研究の全体像をまとめ、今後の課題を述べる。

## 2. 研究の方法

算数・数学の力を構造化する過程では、それぞれの研究目的に合わせて、文献研究、歴史的研究、比較研究、調査研究、授業研究など、多様な研究方法が用いられた。研究メンバーは、大学等の算数・数学教育学の研究者、小中高校等の算数・数学教育関係者等約 30 名である。主な研究方法は次の通りである。

第 1 に、我が国の教育課程や学力調査の結果を歴史的に分析した。第 2 に、我が国を中心として数学的な考え方・問題解決などの研究の成果を歴史的に分析した。第 3 に、英米などの算数・数学のカリキュラムや IEA の国際数学・理科教育動向調査 (TIMSS)、OECD の生徒の到達度調査 (PISA)、APEC の国際比較結果などを教育目標や教育内容などについて比較教育的に分析した。第 4 に、我が国の社会の期待について算数・数学教育関係者、保護者、研究者などを対象に調査を行いその結果を分析した。第 5 に、我が国の算数・数学教科書の記述を分析しそれに基づいて教科書の記述例を開発した。第 6 に、算数・数学の力の育成を目指した実験授業を計画し授業を行いその結果を分析した。第 7 に、目的・目標のあり方について文献を分析した。なお、

本研究においては、算数・数学の力を規定するまでは、暫定的に、数学的な考え方、数学的活動、問題解決能力、数学的能力などを算数・数学の力とみなして作業を進めた。

## 3. 研究の内容

算数・数学の力の研究の全体像を明らかにするために、ここでは、その基盤的な研究と構造化の研究に分けてまとめる。なお、これらの過程で用いられた多くの参考文献は研究成果報告書<sup>1)</sup>に挙げてある。

### (1) 算数・数学の力の基盤的な研究

#### ① 我が国の算数・数学科教育課程の史的分析

我が国では、昭和 30 年告示の『高等学校学習指導要領数学科編』において数学的な考え方が中心概念として顕在化した。そこでは、数学的な考え方は、数学が構成されていくときの中心となる物の考え方とされていた。その後、昭和 33 年告示の小中学校の目標でも数学的な考え方が明記された。昭和 43 年から 45 年にかけて告示された小中高校の学習指導要領では、総括目標では、事象を数学的にとらえ、論理的、統合的、発展的に考察などが謳われ、数学的な考え方は具体目標に入った。昭和 50 年代には、表面的には数学的な考え方に代わり、表現・処理、活用が入れられた。平成元年告示の小中高校の目標では、数理的処理のよさ、数学的な見方や考え方のよさとなり、平成 10・11 年告示では、さらに算数的活動、数学的活動が加わった。

我が国の算数・数学科の目標としての数学的な考え方は、数学を構成していくときの考え方という視点に立っている。しかし、昭和 50 年代に「活用」が強調されたときには「考えること」が表面的に見えなくなっている。「数学を生み出す」とことと「数学を使う」ことが対立的に捉えられているのであろう。また、内容には、計算力などの少数の力は見出せるがその他の力は少なく、全体的に算数・数学の概念理解が圧倒的に多い。

## ②算数・数学のカリキュラムの国際比較

TIMSS では、算数・数学の枠組みが内容領域と認知的領域の組合せで考えられており、PISA では、数学的リテラシーが状況・文脈、数学的内容、数学的過程から考えられており、さらに、数学的過程の数学化には、思考と推論、コミュニケーション、モデル化、問題設定・問題解決など 8 つの数学的能力が関わっている。また、APEC のカリキュラム比較では、概念理解と能力習得という 2 つの面で比較され、日本を含むアジア圏では概念理解が強調されていることが報告されている。

また、アメリカの NCTM の『学校数学のための原則と基準』（2000 年）では、問題解決、推論と証明、コミュニケーション、つながり、表現の 5 つの過程基準が挙げられている。また、イギリスの現在の『国家カリキュラム』（1999 年版）では、「数学を利用し応用すること」という枠が内容の領域とは別に設定され、そこでは、問題解決、推論、コミュニケーションが扱われている。

国際的には、算数・数学のカリキュラムにおいて、数学的内容とともに数学的能力をも正當に位置付けようとしている。そして、数学的能力としては、思考や推論、論証などという「数学を生み出す」側面、問題解決という「数学を使う」側面、表現やコミュニケーションという「数学で表現し伝え考え合う」側面が取り上げられている。

## ③算数教科書・数学教科書の研究

小中学校の算数・数学教科書を算数・数学の力という視点で分析した。その結果、例えば、算数教科書については、コミュニケーションをする力は教科書によって扱いに濃淡があり、筋道立てて考える力は推論の根拠に目を向けさせるような記述があまり見られない。算数教科書の教師用指導書では、自ら考える力を育てることに関する記述は多いが、算数を使って考える力を育てる記述は少ない。

このような分析結果をもとに、自ら考える

力、コミュニケーションする力、算数・数学を使う力などを育成する記述例を開発し、それらの力を育成するための工夫を検証した。

## ④社会の算数・数学教育に関する意識の分析

2004 年に全国から無作為に抽出した数学者、教師、指導主事、数学教育研究者、保護者、専門的研究者を対象に、算数・数学で重要な内容、能力・技能などについて尋ねた。回答は合計で約 4 千 7 百名から得られた。

全対象集団で肯定率が高かった（平均 80% 以上）能力・技能は、計算をする、式や表やグラフや図など（以下、式など）からその意味を読みとる、数や図形をうまく使う、数や図形についての現実的な感覚を持つ、実験や観察で得られたデータに基づいて予測する、式などをかく、式などを使って自分の考えを伝える、およその数やおよその形で考える、コンピュータを使う、であった。

社会では算数・数学の実用的目的に関わる能力や技能を期待している。

## ⑤数学的な考え方・問題解決の史的分析

我が国の戦後の算数・数学教育における数学的な考え方の変遷を、その誕生期（1950 年代）・発展期（60 年代～70 年代前半）・成熟期（70 年代後半～80 年代前半）・精緻化期（80 年代後半）に区切ってまとめた。数学的な考え方の中心的な発想は、算数・数学を構成していく考え方であり、それは、事象を数学化し、その上で、算数・数学を発展させていくものであった。

算数・数学教育の最近の傾向と対比すると、算数・数学を使う問題解決は、我が国の数学的な考え方の育成が目指す問題解決とは異質であった。特に、現実問題の数学的な解決に必要な数学的モデル化という考え方は、数学的な考え方に入っていない。また、コミュニケーションは、表現としては、数学的な考え方に含まれるが、より積極的に多様な人々が算数・数学で考え合うということは数学的な考え方には含まれていない。

## ⑥ 基盤的な研究から学ぶこと

現在の我が国の社会は、算数・数学で実用的な能力や技能が扱われることを期待し、また、国際比較研究や英米のカリキュラムにも、数学的能力や過程・応用が重視されている。他方、我が国の教育課程は、数学を構成していくときの考え方としての数学的な考え方を目標として概念理解に重点が置かれている。さらに、このような傾向は算数・数学教科書にも当然現れている。これらのことから、現代的な課題として能力習得が抽出される。

しかしながら、我が国には数学的な考え方とともに、問題解決や話し合い学習の伝統もある。能力に関するこれらの研究を総合することで、算数・数学の力の全体像が構成される。主な参考文献は表1の通りである。

表1 算数・数学の力の主な先行研究

- |   |
|---|
| 1) 片桐重男 (1988) 『数学的な考え方・態度とその指導 1,2』 明治図書.                |
| 2) 金本良通 (1998) 『数学的コミュニケーション能力の育成』 明治図書.                  |
| 3) 小関照純・国宗進編著 (1999) 『「よい授業」の創造と展開—抽象概念の形成を図る実践研究—』 明治図書. |
| 4) 古藤怜・新潟算数教育研究会 (1992) 『算数科多様な考えの生かし方まとめ方』 東洋館出版社.       |
| 5) 島田茂編著 (1977) 『算数・数学科のオープンエンド・アプローチ』 みずうみ書房.            |
| 6) 竹内芳男・沢田利夫編著 (1984) 『問題から問題へ—問題の発展的な扱い—』 東洋館出版社.        |
| 7) 長崎栄三編著 (2001) 『算数・数学と社会・文化のつながり』 明治図書.                 |
| 8) 中島健三 (1981) 『算数・数学教育と数学的な考え方』 金子書房.                    |
| 9) 中村享史 (2002) 『「書く活動」を通して数学的な考え方を育てる算数授業』 東洋館出版社.        |
| 10) 半田進編著 (1995) 『考えさせる授業 算数・数学』 東京書籍.                    |
| 11) 松原元一 (1977) 『数学的な見方考え方』 国土社.                          |

## (2) 算数・数学の力の構造化の研究

### ① 算数・数学教育の目的と目標の明確化

算数・数学教育は、教育一般の目的と同様に、個人の成長と社会の発展の両者を視野において行われる。このうち、算数・数学教育に特に関係がある社会として、民主主義社会、高度情報化社会、生涯学習社会について論じた。そして、数学の特性と目指す社会を念頭に置いて、人間・社会・文化という3つの軸から、算数・数学教育の目的を、人間形成的目的、実用的目的、文化的目的の3つの目的の調和に求めた。人間形成的目的とは、算数・数学を通して人間が持っている能力などを育てようとするものであり、実用的目的とは、算数・数学を使うための知識や能力を育てるものであり、文化的目的とは、算数・数学のよさを知るものである。

なお、このような算数・数学教育の目的を考える上で、次の点を念頭に置いた。1)子どもが中心である、2)算数・数学の授業と互いに支えあうものである、3)すべての算数・数学の学習指導で考えることができる、4)全体性を考えて調和を取る、5)普通教育の算数・数学教育の目的に共通するものである。

このような算数・数学教育の目的をもとに、算数・数学教育での具体的な目当てとしての目標について考えた。目標は、一般には、子どもたちが身に付けるものとして記述される。

算数・数学教育の目標について、基盤的な研究で述べた現代的な課題から、算数・数学の能力習得に着目した。そして、算数・数学教育の目的に照らしつつ、算数・数学の力の構造化を図った。

### ② 算数・数学の力の構造

算数・数学の力を構造化する上で、次の7つの原則を置いた。1)算数・数学教育の3つの目的にかかわる。2)算数・数学教育の認知的な目標に多面的にかかわる。3)算数・数学の内容と一体となったものである。4)数学の思想・方法・過程に見出される。5)算数・数学の学習

指導過程に見出される。6)算数的活動・数学的活動によってよりよく育成される。7)子どもが学習によって身に付けられる。

算数・数学の力とは、算数・数学のあらゆる活動に関わるはたらきで、大きく「算数・数学を生み出す力」、「算数・数学を使う力」、「算数・数学で表す力」、「算数・数学で考え合う力」の4つの力で構成される。これらをまとめると、表2の通りである。

表2 算数・数学の力

|                       |
|-----------------------|
| <b>算数・数学を生み出す力</b>    |
| ①算数・数学できまりや方法などを見つける力 |
| ②算数・数学で前提をもとに確かめる力    |
| ③算数・数学で多様に考える力        |
| ④算数・数学で関係づけて考える力      |
| ⑤算数・数学で発展的に考える力       |
| <b>算数・数学を使う力</b>      |
| ①現実の問題を算数・数学の問題に直す力   |
| ②算数・数学のきまりに従って処理する力   |
| ③算数・数学で処理した結果を振り返る力   |
| ④算数・数学で予測・推測する力       |
| ⑤算数・数学で感覚的・概括的に判断する力  |
| <b>算数・数学で表す力</b>      |
| ①式・表・グラフ・図などで表す力      |
| ②式・表・グラフ・図などを使う力      |
| ③式・表・グラフ・図などをよむ力      |
| <b>算数・数学で考え合う力</b>    |
| ①算数・数学で説明する力          |
| ②算数・数学で解釈する力          |
| ③算数・数学で話し合う力          |

「算数・数学を生み出す力」というのは、算数・数学の概念を理解し形成するために、算数・数学のきまりや方法を考えたり発展させたりする力である。「算数・数学を使う力」とは、算数・数学の概念を現実の世界で使うために、現実の問題を算数・数学の問題として捉えたり算数・数学で処理したり判断したりする力である。「算数・数学で表す力」とは、

算数・数学で考えたり算数・数学を使ったりするために、式・表・グラフ・図などの数学的表現を扱う力である。「算数・数学で考え合う力」とは、算数・数学を集団で協同して創り上げるために、算数・数学の学習において数学的表現を用いて算数・数学の内容について集団の参加者みんなで考える力である。

このような算数・数学の力によって、算数・数学の学習活動が全体的に俯瞰できる。つまり、算数・数学の学習活動の個人思考場面と集団思考場面の両者に照らすと、そこにおけるほとんどあらゆる活動が算数・数学の力に関わっていることがわかる。すなわち、算数・数学の力は総合性を持っており、能力習得の全体像を俯瞰するものと言えよう。

### ③算数・数学の力の水準

算数・数学の力を目標として具体化するために、その水準を設けることにした。これは、算数・数学の力の育成にあたってその質の高まりという点を一層具体化し、学習指導の方向性やあり方が明確になることを期待してのことである。

算数・数学の力のそれぞれの中項目の水準の設定は、まず、3つの水準のうち、質的に最も高い水準Ⅲの状態を示すのに相応しい2つの着眼点を明確にする。そして、その一方が満たされている状態を水準Ⅱとし、ごく基本的な状況を水準Ⅰとする。例えば、「式・表・グラフ・図などで表す力」の水準は、水準Ⅲ：目的に応じて、式・表・グラフ・図などで適切に表す、水準Ⅱ：自ら進んで、式・表・グラフ・図などで表す、水準Ⅰ：指示に従って、式・表・グラフ・図などで表す、とした。

水準Ⅰ、Ⅱについては、それらよりも高い水準を目指すために、それぞれの目標とともにそれぞれの学習内容に即した評価（観察の様子など）を示すこととした。なお、算数・数学の力のうち4つの大項目については、それぞれをまとめるような水準を作るのは無理があるので行わなかった。

### (3) 算数・数学の力の様相

今回の研究では、小中学校を合わせて全体で10余りの実験授業が行われた。そこでは、目標とする算数・数学の力を明確にし、それを育てる授業を計画・実施をし、その授業をメンバーで観察して、授業後に検討会を持った。それらをもとに記録を作成し、さらに検討を重ねた。そこで、次のことが確認された。

1)算数・数学の力は、数学的内容と一体化したものである。2)算数・数学の力は、場面に応じて複数の力が絡み合って出現する。3)算数・数学の力は、子どもの自発的な活動を促すことでより活発に使われる。4)算数・数学の力は、学習内容に応じて年少の子どもでも水準Ⅱ、Ⅲに達する。すなわち、算数・数学の力の水準は、内容と年齢によってずれがある。

このような様相は、今回の数少ない実験授業の観察を通して得られたものであり、今後これらをさらに明確にしていきたい。

### 4. まとめ

本研究では、算数・数学教育の目標としての算数・数学の力の研究の全体像を示し、合わせて、算数・数学の力が能力習得という目標として総合性を持って全体を俯瞰できること示した。そこでは、これまでの我が国の算数・数学教育の成果を継承しつつ、新たな時代へと向かって発展させることを目指してきた。新たな時代では、個人の自己実現と持続可能で民主主義的な社会の実現が目的となる。そのような時代に生きる子どもには、算数・数学の概念を理解するとともに、算数・数学の力を身に付けることが必要不可欠である。

本研究では、算数・数学の力を総合性を持った目標として掲げることの適切性を追究してきた。今後、算数・数学で、どのような数学的内容で、どのように数学的活動を組み込み、そして、どのように算数・数学の力を育成するか、すなわち、教育課程をどのように具体化するかが最大の課題である。

この研究過程には、標記メンバーのほかに次のものが参加した(順不同、敬称略)。長尾篤志、吉川成夫、久保良宏、牛場正則、日下勝豊、塩野友美、島崎晃、島田功、榛葉伸吾、西村圭一、早川健、藤森章弘、牧野宏、枡元新一郎、望月美樹、森照明。また、教科書研究では、さらに次のメンバーが参加した。(順不同、敬称略)。藤村和男(代表)、半田進、家田晴行、松田泉、浅沼健一、小俣弘子、清水壽典、村越新、安部浩一、山根浩孝、飯塚一博、山口啓。

本稿は、科学研究費補助金特定領域研究「算数・数学において育成する諸能力とその系列に関する研究」(平成17・18年度:課題番号17011071)の成果の一部である。

#### 注:本研究に関わる研究成果報告書

1. 算数・数学の目標・内容に関する研究(研究代表者:長崎栄三、文部科学省科学研究費補助金特定領域研究、国立教育政策研究所)『算数・数学の内容とその配列—戦後の教育課程と児童・生徒の達成度—Ⅱ』(2003),『算数・数学教育の内容とその達成度』(2004),『算数・数学では何をいつ教えるのか—算数・数学教育の内容とその配列に関する調査報告書—』(2005),『算数・数学において育成する諸能力とその系列に関する研究』(2007).
2. 算数・数学教科書の研究開発に関する研究(研究代表者:藤村和男、文部科学省委嘱研究、教科書研究センター)『新しい時代に即した児童の学ぶ意欲や考える力などを一層高めるための小学校算数教科書の研究開発』(2006),『新しい時代に即した生徒の学ぶ意欲や考える力などを一層高めるための中学校数学教科書の研究開発』(2007,印刷中).
3. 小学校の算数の力に関する研究(編者:長崎栄三・滝井章、東洋館出版社)『何のための算数教育か』(2007),『よい算数の授業をつくる』(2007),『算数の力—数学的な考え方を乗り越えて—』(2007).

#### 参考文献

- 国宗進・長崎栄三・重松敬一・関口靖弘・瀬沼花子・日野圭子(1997)「小学校算数科・中学校数学科のカリキュラム改善」『数学教育論文発表会論文集』日本数学教育学会. 第30回. pp.205-210.
- 長崎栄三・瀬沼花子・島崎晃・島田功・山田正樹・久保良宏・中島健三(1992)「算数・数学科における基礎学力についての3次元の枠組みによる分析」『数学教育論文発表会論文集』日本数学教育学会. 第25回. pp.499-504.
- 長崎栄三・西村圭一・島田功・牧野宏・島崎晃(2004)「算数と社会をつなげる力に関する研究」『日本数学教育学会誌』第86巻8号. pp.3-13.