

## 数理的問題解決能力をいかに育むか(<特集>初等中等教育における問題解決力育成へむけて)

著者	長崎 栄三
雑誌名	品質
巻	45
号	4
ページ	273-279
発行年	2015-10-15
出版者	日本品質管理学会
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10297/9341">http://hdl.handle.net/10297/9341</a>

# 数理的問題解決能力をいかに育むか<sup>†</sup>

長崎 栄三\*

As social change became rapidly since the second half of the 20th century, the way of education has also changed. In this paper, based on the sustainable and democratic society, competencies on the mathematical scientific problem solving, its educational significance, and mathematics curriculum and classroom lessons focused on the competencies, were discussed from the standpoint of a researcher on mathematics education. At first, 'Mathematical Science' - Mathematics, Statistics, and Industrial and applied mathematics - proposed by the Science Council of Japan was refereed. Ways of thinking in statistics and industrial and applied mathematics, which attempt to resolve problems based on real phenomena and data, were captured as mathematical scientific problem solving. Then, educational significance of the mathematical scientific methods such as problem solving and mathematics curriculum based on problem solving of Japan were discussed and several mathematical classroom lessons based on problem solving of Japan were investigated. Thereafter, key points for fostering competencies on the mathematical scientific problem solving were considered.

## 1. はじめに

20世紀後半から社会の変化が激しくなり、教育のあり方も変わってきている。ユネスコは1960年代に社会の変化に応じた生涯教育の必要性を叫ぶようになり、その後ユネスコは生涯学習社会を提唱し、最近では欧米の経済界などが21世紀を見据えた社会の変化に対応したコンピテンシーやスキルなどを提案している。

このような社会の変化に応じて、教育のシステムや個人々の必要を考えるためには、まず将来の社会像を描くことが必要になる。ここでは、将来の社会を考える手がかりとして、日本学術会議・国立教育政策研究所による日本においてすべての成人に持って欲しい科学技術リテラシーを具体化してきた「科学技術の智プロジェクト」と、経済協力開発機構(OECD)による教育指標のための「コンピテンシーの定義と選択プロジェクト」を取り上げる。前者の科学技術の智プロジェクトは、日本で21世紀に入って科学技術リテラシーを具体化するために約150名の科学者、技術者、教育者等が参加して行われた。そして、将来の社会像とし

て、持続可能で民主的な社会を念頭に置いて、数理科学、生命科学、物質科学、情報学、宇宙・地球・環境科学、人間科学・社会科学、技術の7つの専門分野を中心に議論され科学技術リテラシーが提唱された<sup>[1]</sup>。後者のOECDのプロジェクトは21世紀に始められた生徒の学習到達度調査(PISA)と対を成すものであり、民主的な社会を念頭に人生の成功と正常に機能する社会に必要なものとして3つのキー・コンピテンシー、「相互作用的に道具を用いる」、「異質な集団で交流する」、「自律的に活動する」を提唱している<sup>[2]</sup>。これらのプロジェクトは、いずれも、持続可能な地球を念頭に置いて、将来の社会像を民主的な社会で個人々が他者と協働してよりよく生きる社会と捉え、そこでの個人々に期待される力について論じている。世界的に有名なアメリカの科学リテラシー策定のプロジェクトである「プロジェクト2061」も同様である。

本稿では、このような持続可能で民主的な社会のもとでの、数理的問題解決能力と、その学校教育での意義やカリキュラムの位置付けや授業論を数学教育研究者の立場から論じることとする。

## 2. 数学から数理科学への転換

### 2.1 数学から数理科学へ

日本の大学学部における数学は数理科学に変わろうとしている。これまでの数学は純粋数学に偏りがちで

<sup>†</sup>平成27年7月15日 受付

\*国立教育政策研究所 名譽所員

連絡先：〒167-0031 東京都杉並区本天沼1-14-33(自宅)

あったとして、純粋数学と現実世界の相互作用を考慮して、数学が、「数学」(純粋数学)、「統計学」、「応用数理」を包含して、「数理科学」とされるようになってきている<sup>[3]</sup>。数学から数理科学への転換は、日本学術会議では名目上はすでに行われていたが大学学部教育を考慮することで実質的に転換を図るものである。それは純粋数学と応用数学の間の対立を止揚し、数学世界と現実世界を結びつけようとするものである。そして、数理科学という見方は、数学自身が本来内在的な発展の力を有していることに加え、現実世界との密接なつながりを持つことで外在的な発展の源泉も有しているということを示している。次に数理科学の3つの分野について簡単に引用する。

## 2.2 数理科学における数学、統計学、応用数理

数学は「私たちが住む現実世界の問題を解くために作られた学問であり、その点では他の学問と共通の性格を持っている。しかし数学の概念は、現実世界を理想化・抽象化して得られた概念」であるとし、数学の方法について、「三段論法や背理法などの論理を使って結果を導く」としている。

統計学は、「現実の様々な現象について、データに基づいて現象を理解し判断を下すための方法論」である。そして、「統計で扱うデータは現象の観察や測定から得られるもの」とし、その方法について、「1)現象から数理的なモデルを抽出し、2)モデルを数学的に操作し、3)モデルの解を現実の問題解決に応用する、という三段階が、統計学や応用数理において非常に重要である。データやモデルの操作には、計算機の利用が不可欠」としている。

応用数理は、「社会、産業、他の学問分野に現れる様々な問題を解決するための数理モデルや数理手法を提供、研究する分野の総称」とされている。そして、応用数理に関係する分野として、離散数学、グラフ理論、組み合わせ論、複雑ネットワークなど非常に多様な分野を挙げている。

## 2.3 数学的問題解決と数理的問題解決

数理科学の3つの分野の方法は、現実との関わりで、数学における方法と、統計学・応用数理における方法とに分けられる。ここでは前者を数学的問題解決、後者を数理的問題解決と呼ぶことにする。

数学的問題解決については、世界的に有名なポリアの「いかにして問題を解くか」がある<sup>[4]</sup>。数学者であるポリアは、数学的問題解決を4つの区分、すなわ

ち、「問題を理解すること、計画を立てること、計画を実行すること、振り返ってみること」を挙げた。最近では、数学的問題解決において、ある数学の世界からよりその解決に適した別の数学の世界へと移る「数学化」の重要性も言われている。

数理的問題解決は、現実を出発点として、そこでのデータをもとに問題を提起し解決して判断していく。そして、その過程は、現象からデータを基に数学的モデルを作り、そのモデルの上で数学的処理を施し、その結果を現象に照らして検証をするという数学的モデル化のサイクルになる。数理的問題解決では、近似値などの現象に照らした数の判断も重要になる。

いずれの問題解決でも、それぞれの過程で使われる方法はその適用範囲に幅がある。その範囲は、数理科学以外の事象にも適用できそうな極めて一般性の高い方法から、数理科学に領域固有でそのいろいろな事象に適用できる方法(ストラテジー、方略など)、そして、個々の事象に応じた特殊性の強い方法(タクティク、方策など)にわたる。たとえば、極めて一般性の高い方法としては、論理的思考があり、それは最近強調されている汎用的なスキルの1つであり、それはさらにはOECDが提唱したキー・コンピテンシーの中核にあるとする批判的思考へと結びつく。

## 3. 方法への着目：数学教育を中心に

### 3.1 方法の教育的意義

数学教育は、このような数学(または現代的には数理科学)を通して人間を育て合わせて社会の発展に寄与しようとするものである<sup>[5]</sup>。そのような教育の目的は、長い間、実質陶冶と形式陶冶の間を揺れ動いてきた。実質陶冶とは、教科の教育を通して、教科内容を習得させるとするものであり、形式陶冶とは、教科の教育を通して、人間の一般的な心理的諸能力、例えば、推理力、記憶力などを育成しようとするものである。たとえば、数学の幾何教育を通して、幾何の知識が身に付くというのが実質陶冶であり、推理力が身に付くというのが形式陶冶である。実質陶冶と形式陶冶は、時代に応じて、その立場が変わってきている<sup>[6]</sup>。最近でも、「生きる力」、「基礎学力」、「知識と活用」、「思考力、判断力、表現力」などとあるように、教育の歴史は、これらのいずれかを強調し、または何とかバランスを取ろうとする形で進んでいる。

20世紀後半から、社会が激しく急激に変化し、学校で教科内容を身に付けてもそれがすぐに陳腐化して

しまうようになった。学校を出て自ら社会の変化に対応できるように、学校教育を通して、学ぶ方法を身に付けることが求められるようになってきた。内容だけでなく学ぶ方法を身に付け、社会に出ても主体的に新しい内容に対応していけるようにすることが必要になったのである。学校教育はそれだけに学習者の主体性や関心・意欲を重視することが求められている。

### 3.2 数学の方法についての国際的動向

数学教育では、教育一般の動きに合わせるかのように、20世紀後半から、国際的に、教育内容として数学の内容とともに数学の方法が注目されるようになってきた<sup>[7]</sup>。1970年代末から種々の報告書で、数学的モデル化、問題解決、コミュニケーションなどの重要性が謳われ、いずれも世界の数学教育に大きな影響を与えた。このような数学の方法への注目は、後に学校のカリキュラムにも反映するようになった。イギリスの1989年の数学のナショナル・カリキュラムやアメリカの全米数学教師協議会が2000年に出した各州の教育基準のための報告書で、数学の方法としての、問題解決、数学的推論、コミュニケーション、つながり、表現などがカリキュラムの指導内容となった。

国際学力調査でも問題解決能力が重視されるようになってきている。2012年に行われた国際学力調査PISA 2012では、数学的リテラシーの「関係する能力(プロセス)」は、数学的問題解決の数学的プロセスにおける能力(コンピテンシー)として、定式化(状況を数学的に定式化すること)、適用(数学的な概念、事実、手続きを適用し、推論すること)、解釈(数学的な結果を解釈、応用、評価すること)からなっていた<sup>[8]</sup>。

### 3.3 日本の数学教育における数学の方法

日本では、昭和10年代から数理思想の涵養が叫ばれ始め、それが戦後の数学的な考え方の育成につながった。これらは、数学における実質陶冶(数学)と形式陶冶(考え方)を総合しようとしたものと考えられる。そして、昭和30年には高等学校の学習指導要領数学科編で一般教養としての数学的な考え方に対応する方法論的内容としての「中心概念」が公表された。しかしながら、このような目標としての数学的な考え方そして方法論的内容としての中心概念は、数学の体系的な内容を重視する数学者や高等学校の数学教師の評判はよくなく、次期の改訂でなくなってしまった。なお、数学的な考え方は、高等学校では不評であった

が、小学校の算数で発展し、現在に至っている。数学の方法が学校教育に入る鍵は、高等学校の数学教師を養成する大学の理学部教育にあるとも言えよう。

その後、21世紀に入り世界の動向に合わせる形で、数学の方法が数学教育の教育内容として注目されるようになった。たとえば、数学の方法が教育によって学習者の身に付いたものが「算数・数学の力」として提言された<sup>[9]</sup>。その後、平成20・21年には、小中高校の算数・数学の学習指導要領の目標や内容に「算数的活動・数学的活動」が入った。

## 4. 数学の方法のカリキュラム化：問題解決

### 4.1 典型的な2つのカリキュラム

カリキュラムは一般に目標、内容、方法、評価からなる<sup>[10]</sup>。そして、カリキュラムの構成を考える場合、教科単元と経験単元という2つの大きな立場がある。単元とは、教科書の章や節のような教育のひとまとまりである。前者は、本質主義、指導者中心主義であり、学問の知識や技法の伝達に主眼が置かれ、後者は、進歩主義、学習者中心主義であり、学習者の主体的な能力や態度の発展に主眼が置かれる。数学教育を前提にすると、教科単元は、説明、例題、練習のような系列で構成され、経験単元は、問題、説明、練習のような系列で構成される。大きな違いは、前者は最初に指導者が数学の定義などを説明し、その後例題で慣れさせていくが、後者は最初に問題場面で学習者が問題に取り組み、その後で説明がなされていくところにある。

教育内容として数学の方法である数理的な問題解決を仮定すると、教科単元の場合には、数理的な問題解決を定義などで説明をし、例題を出し、その後で練習問題を行うことになり、経験単元の場合には、数理的な問題解決が必要となるような問題場面から入り、そこで問題解決を経験させた後で、その説明をして練習問題に入るものとなろう。どのような数学カリキュラムを作るかは、数学観や教育観や教育目的などによる<sup>[11]</sup>。

日本の場合、戦後の一時期すなわち単元学習(生活単元学習)の時は経験単元であったが、その前後は教科単元であり、その原型は単元学習の後の系統学習の時に作られ現在に至っている。現在の教科書の記述においては、小中学校では問題場面から入る経験単元的な教科単元が多いが、高等学校では説明から入って例題に取り掛かる典型的な教科単元が圧倒的に多い<sup>[12]</sup>。

## 4.2 概念理解のための問題解決

日本の数学教育においては、問題解決は2つの側面を持っている。第1は、単元の導入部分での問題場面において、その問題を既習の内容で解決できないことから、単元の新しい内容を学習するための必要性を持たせるものである。第2は、それぞれの授業での新しい概念の意味や構造の理解のために問題解決を行うことである。教科単元における経験単元的な問題解決による授業の目的は、主に概念理解にある。問題解決は、教科単元の中で学習者主体、現実重視を実現させる役割を持っていると言えよう。

このような日本の数学教育における問題解決は、昭和10年代にその根源を見ることができる<sup>[13]</sup>。昭和10年から始まった小学校の「小学算術」(いわゆる緑表紙教科書)では、「問題解決の過程」が数理思想涵養のために取り入れられた。その後、昭和18年からは中学校(旧制)で「数学第一類」、「数学第二類」の教科書が使われ、そこでは現実の問題から数学化によって数学の問題解決に入るような様式が取られた。

## 4.3 問題解決の種々の目標

概念理解のための問題解決を主流としつつも、戦後の数学教育では問題解決でその他の種々の目標も掲げられ現在ではこれらが混在している。このことは小学校で顕著であり、問題解決は戦後直後の単元学習においては「社会的な問題解決能力」を目指して行われ、昭和20年代後半から昭和30年代にかけては「文章題(書かれた問題)の解決能力」を目指して行われた。そして、問題解決は昭和30年代以降には「数学的な考え方」の育成を目指して行われ、昭和50年代後半からは先述のアメリカの全米数学教師協会の提言の影響を受けて「問題解決能力」を目指して行われた。なお、中高校では単元学習までは問題解決の様式が取られたが、その後は、特に高等学校の数学は教科単元型に回帰していった。

なお、これらの授業の様式は、大きく見ると、ヘルバルト以来の「導入、展開、終結」や先述のポリアの4区分「問題を理解すること、計画を立てること、計画を実行すること、振り返ってみること」のもとにあり、それらに学習者同士の発表や話し合い、また最近では数学的モデル化を組み込むようになっていく。

# 5. 数学教育における問題解決能力の育成

日本の数学教育では、戦後、前項で述べたように特

に小学校において多様な目標に対して問題解決を取り入れた指導方法が行われてきた。ここでは、小中高校を念頭に置いて問題解決によって、数学の概念の理解だけでなく、数学的な問題解決の方法や能力に関わる面をも考慮して開発された指導方法を挙げる。これらは問題解決を通して数学的な考え方の育成を目指してきた日本独自の特徴である<sup>[14]</sup>。これらは、本稿で焦点を当てている数理的問題解決能力を育む指導方法にも示唆を与えてくれると思われる。

## 5.1 考えさせる授業

学習者は、解決の必要感があり、しかも自分の持っている力でも取り組むことが可能な問題には、喜んで取り組む。そして、学級集団の多様な学習者の考えを学級全体で見ると、実に多様な数学の考えが作られることになる。このような学習者が授業で自発的に考えることを目指す授業として、「考えさせる授業」がある<sup>[15]</sup>。そこでは、学習者が考えるための、導入、発問、作業のあり方などが論じられた。

このような学習者の考えの多様性を明示的に取り入れた授業として、「多様な考えを生かす指導」が提案された<sup>[16]</sup>。そこでは、数学は答えが1つでも考えは複数あるとされ、それらの考えは授業のまとめで何らかの観点で構造化が図られた。これらの授業では、多様な面から考えることで理解を深めるだけでなく、多様に考える力、多面的に考える力が必要とされる。数学の方法に着目するということは、学習者の多様性が顕在化されることになる。

## 5.2 オープンエンドアプローチ

1960年代の国際学力調査で日本の高校生は数学を固定的な記憶するものと考えているという結果が公表された。そこで学習者が数学を発展的に考えるようにすることが課題となった。そのような中で、答えが複数あるという数学の問題を出す学習指導である「オープンエンドアプローチ」が提案された<sup>[17]</sup>。これは、数学の答えは1つであるという考え方が一般的な中で数学の答えは複数あるという数学の問題の発想を転換する主張を持っていた。また、この研究は、現実世界と数学世界の相互作用において数学的活動を説明する中で数学的モデル化に触れ、日本で数学的モデル化を明示化して標榜した最初の数学教育書になった。

この研究では、数値化する、分類する、決まりを見出すという3つの数学的活動が必要になるタイプのオープンエンドの問題が開発された。後には、情報が過

剰な問題や不足の問題も含めた。数値化する問題は、ほとんどが現実の問題を数学的モデル化によって解く問題である。オープンエンドアプローチによって、数学学習でもとりわけ現実の問題を扱うことで、誰でもが自分の前提を基に何らかの解に至ることが示された。

### 5.3 問題の発展的な扱い

オープンエンドアプローチの発展として数学で多様に考える活動を拡張して、また数学的な考え方を身に付けるとして、数学の問題を解くだけでなく、数学の問題をつくることに焦点が当てられた。ある数学の問題を解決したら、その問題をもとに新しい問題をつくるという学習場面を中心にした「問題の発展的な扱いによる指導」(または「問題づくり」)が提案された<sup>[18]</sup>。この指導では、指導者が問題を提起し、学習者がその問題を解決するという構図を引っくり返し、学習者が問題を提起しそれを解決するものであった。

学習者は、与えられた1つの問題から出発して、一般化、特殊化、類推、逆の考えなどを使って新しい問題をつくり自ら主体的に解決することになる。このような問題づくりは、学習者が多様な数学の方法を使うだけでなく、問題間に数学的関係をつくり、そして何よりも、自分のつくった問題なので主体的に解決に取り組む。数学学習においても、学習者が自ら問題を提起することは可能なのである。

### 5.4 社会・文化とのつながり

20世紀末からの国際学力調査で日本の生徒は数学と社会のつながりに関する意識が希薄であることが明らかになった。そこで、社会における現象や問題、または文化としての数学に関わる問題に、学習者が数学的活動を中心にして取組み、社会・文化を発展させる力や態度を身に付けることを目指す、「数学と社会・文化のつながり」の授業が提案された<sup>[19]</sup>。ここでは、社会の問題を数学的に解決する力、社会において数学でコミュニケーションする力、近似的に扱う力などが意識された。社会の問題を数学的に解決する力では、数学的モデル化が中心の方法であった。

このような社会・文化と関連付けた数学教育は1950年代に生活単元学習として行われたが、それは数学的側面が弱く挫折してしまった。この提案は、それに対して数学教育として、現実性の中で数学面での目標を的確に持ちつつ、数学の授業に位置づけられるものとして行うとされた。社会や文化は人間を通し

て、数学学習に強い動機と数学の力を発揮する場を与える。それは日常的な数学的な活動から数学を創り出すという数学的文化化<sup>[20]</sup>にも通じるものである。

## 6. 数理的問題解決能力を育む

現実の事象やデータをもとにそこに内在する問題を、数学を使って解決しようとする力である数理的問題解決能力は、どのようにして育むことができるのだろうか。ここでは、これまでの数学教育研究を基に、その鍵となる事柄を考えてみたい。

### 6.1 解決の必要感がある問題

数理的問題解決においては、まず現実の問題がある。そして、その問題は学習者にとって解決する必要感がなければならない。現実の問題としては、学習者の家庭生活や学校生活で生起する問題、社会的な問題、経済的な問題、科学技術の問題など、学習者の身の周りに溢れている。最も望ましいのは、学習者が自ら問題提起を行えば、それは解決の必要感に満ちている。しかしながら、教育においては指導者が問題提起を行わざるを得ない場合が出てくる。その場合でも、指導者は、その問題が学習者にとって身近と感じられるような工夫をすべきである。教師の仕事は、学習者が問題提起をできるようにするか、または、学習者が自分の問題と感ずることによってできるようにすることになる。

### 6.2 価値から自由にはならない

現実の問題は、価値からは自由にはなれない。社会問題や経済問題や科学技術の問題などの現実の問題は、問題解決において何らかの判断が下される。判断は、何らかの価値に基づいており、価値は多様な個人個人の嗜好などで選択される。さらにまた、その解決方法も一見価値には無関係のように思えても、ある基準で選択されたものである。解決のために選択する数学的モデルも単一ではないはずである。このように考えると、単に問題を解決して判断することが重要なのではなく、多様な考えの人々が存在する現代社会において、どのように問題提起をし、どのような解決方法を選択し、そして、その結果からどのように判断したかを、きちんと議論することが必要不可欠であることがわかる。

### 6.3 多様なカリキュラム化

数理解問題解決能力を育むカリキュラムは、多様なカリキュラムの形態が可能になる。その問題の現代性、総合性、複雑性からすると、教科を越えたカリキュラム(たとえば、クロスカリキュラム、合科的アプローチ、総合的な学習の時間など)が最適であろう。しかし、一方で、現在の日本ではそのような時間を確保し、教師が協働して取り組むのは難しいかもしれない。そこで、数学と他教科、たとえば、数学と理科、数学と社会科、数学と理科と技術科<sup>[21]</sup>など少数の複数の教科が協働して取り組むことが考えられる。さらには、数学単独で時には単元末に行うことも可能であろう。いずれも問題解決が中心の問題単元になるであろう。もちろん、数学ではない他教科が、数学を使って取り組むことも奨励されるであろう。複数の教科が関係する場合、それらの問題解決の方法としての共通性と独自性を議論しておく必要がある。

### 6.4 方法と内容の一体化

問題解決過程では、方法と内容を一体化させる。ただ単に方法を使っていればよいわけではない。問題を解決して判断するという過程で身に付けられる内容を指導者は頭に描いておきたい。たとえば、内容としては、問題解決の過程で使われた「数学の内容」、問題解決の対象の「問題についての知識」、問題解決の方法についての内容(知識)すなわち「手続き的知識」などがある。さらに、問題解決を通して、新しい自分、新しい世界を見ることもできる。問題解決は、過去に「這いまわる経験主義」という批判があったように、単に問題解決の活動をするだけではなく、そこには内容もあるという、方法と内容の一体化が必要である。なお、現在の教育の問題点は、この逆で、内容だけで方法が伴わない傾向があるということにある。

### 6.5 ツールや手法は自由に使う

現実の事象やデータを扱う場合には、多くの場合、それに適したツールや手法がある。日本の数学教育を含む多くの教科教育では、入学試験に電卓やコンピュータが使われないことによって、授業でも電卓やコンピュータの積極的な使用がなされていない。電卓だけではなく、コンピュータの計算処理、表処理、グラフ処理、図処理などは積極的に使いたい。また、データの解析のためには、データの性格によっていろいろな手法が開発されている。それらを汎用性を持って使えるようにすることも大切である。時と場に応じて、数

理的なツールや手法を使えるようになることも、大事な数理解問題解決能力であろう。

### 6.6 学習者の素朴な考えを活かす

学習者は自らの生活に関連した問題場面でよりよく学ぶことが知られている。さらには、そのような場面で自らじっくり考えて得た知識や方法は、長く保持されることが知られている。学習者は自由に考えることが許されると、実に多彩な発想を示す。科学教育では、学習者が自分の生活経験をもとに作り上げた概念を素朴概念などと称して大切にするようになってきている。現実の事象やデータをもとにすれば、学習者は自らの方法で取り組むであろう。これまでの教育では、このような時、性急に「正しい」知識や方法を示してきた。いや、学習者が考える前に「正しい」知識や方法を与えてきたのではないだろうか。そのような知識や方法は、試験や入試が終われば忘れ去られてきた。学習者が学校を出ても学習したことを使えるようにするには、学習者が自ら探究し、そして指導者は学習者の素朴な考えを活かすことが求められる。

### 6.7 学習者の議論が必要不可欠

学習は社会で行われる。社会の議論と個々人の考えとの相互作用で知識は客観的になっていく<sup>[22]</sup>。これまで、議論は個々人が考えたことを他者に伝達したり理解したりしてもらうことが目的であった。しかし、これからの議論は、個々人が考えたことを単に伝達したり理解したりするだけではなく、お互いの考えを変えてより理解を深めていくことが目的となる。実際、現実の事象やデータをもとにしていれば、学習者は自分なりの考えを持つことができ、それを議論で交流することで、新しい自分や世界を見つけていく。これまで議論が行われるようにグループ指導が行われてきたが、ほとんどの場合、そのグループ指導は分かっている者が分かっている者に一方的に話すものであった。そうではなく、学習者が互いに変わるような、主体的な学習者間で相互作用が起こるような協働学習での多様性を尊重した議論を確保する必要がある。

### 6.8 学びの変容を見取る

評価は数理解問題解決に取り組む学習者の学びの変容を見取ることとしたい。安易にテストに走るのではなく、現実の事象やデータに取り組む姿を見たい。これまで述べてきたように、どのような自分自身の素朴な考えを持ったのか、その素朴な考えについて他者と

どのような議論をしたのか、他者との議論の結果その考えがどのように変容したのか、そんな姿を見ていきたい。また、数理的問題解決に取り組むことで、意欲や態度がどのように変容してきたのかも重要である。評価は、個々人の能力を伸ばしていくことが主たる目的であり、個々人の能力のある時点での評定をすることだけが目的ではない。評価は、指導や学習へのフィードバックとなる学びの変容の情報を与えることが最大の目的であることを忘れないようにしたい。

## 7. おわりに

社会の変化とともに、学問のあり方が変わり、学習者の理解が深まり、指導のあり方も問い直され、そして教育のあり方も変わっていく。数理的問題解決能力の育成もそのような変化の時代の要請であろう。一方で日本の社会の入試指向は、このような大きな変化の障壁となろう。数理的問題解決能力の育成の具体像をもとに、学校教育のカリキュラムだけではなく社会の入試崇拜の虚像を変えていく必要がある。持続的で民主的な社会にとって、このような数理的問題解決能力が必要不可欠であることを示していく必要がある。

### 参考文献

- [1] 科学技術の智プロジェクト(2008)：「総合報告書」, 科学技術の智プロジェクト。
- [2] ドミニク・S・ライチェン, ローラ・H・サルガニク(編著), 立田慶裕(監訳)(2006)：「キー・コンピテンシー 国際標準の学力をめざして」, 明石書店。
- [3] 日本学術会議数理学委員会数理学分野の参照基準検討分科会(2013)：「報告 大学教育の分野別質保証のための教育課程編成上の参照基準 数理学分野」, 日本学術会議。
- [4] ジョージ・ボリア(著), 柿内賢信(訳)(1968)：「いかにして問題を解くか」, 丸善。
- [5] 日本数学教育学会(編)(2010)：「数学教育学研究ハンドブック」, 東洋館出版社。
- [6] 長崎栄三, 滝井章(編著)(2007)：「何のための算数教育か」, 東洋館出版社。
- [7] 長崎栄三(2014)：“グローバル化社会における算数・数学の学びの構築”, 日本学術会議数理学委員会数学教育分科会「グローバル化社会における算数・数学教育への提言に向けて」, 日本学術会議記録。
- [8] 国立教育政策研究所(編)(2013)：「生きるための知識と技能 5 OECD 生徒の学習到達度調査(PISA)2012年調査国際結果報告書」, 明石書店。
- [9] 長崎栄三, 滝井章(編著)(2007)：「算数の力 数学的な考え方を乗り越えて」, 東洋館出版社。
- [10] ジェオフリー・ハウスン, クリスティーネ・カイトル, ジェレミィ・キルパトリック(著), 島田茂, 澤田利夫(監訳)(1987)：「算数・数学科のカリキュラム開発」, 共立出版。
- [11] ポール・アーネスト(著), 長崎栄三, 重松敬一, 瀬沼花子(監訳)(2015), 「数学教育の哲学」, 東洋館出版社。
- [12] 教科書研究センター(2012)：「初等中等学校の算数・数学教科書に関する国際比較調査 調査結果報告書」, 教科書研究センター。
- [13] 長崎栄三(2011)：“算数の授業の型の変遷—問題解決に注目して—”, 「算数授業研究」, 76, 34-37。
- [14] Hino, K.(2007)：“Toward the problem-centered classroom : trends in mathematical problem solving in Japan”, *ZDM Mathematics Education*, 39, 503-514。
- [15] 松原元一(編)(1987)：「考えさせる授業 算数・数学」, 東京書籍。
- [16] 古藤怜, 新潟算数教育研究会(1992)：「算数科多様な考えの生かした方まとめ方」, 東洋館出版社。
- [17] 島田茂(編著)(1977)：「算数・数学科のオープンエンドアプローチ」, みずうみ書房。
- [18] 竹内芳男, 沢田利夫(編著)(1984)：「問題から問題へ」, 東洋館出版社。
- [19] 長崎栄三(編著)(2001)：「算数・数学と社会・文化のつながり」, 明治図書。
- [20] アラン・ビショップ(著), 湊三郎(訳)(2011)：「数学的文化化—算数・数学教育を文化の立場から眺望する—」, 教育出版。
- [21] 長崎栄三(2011)：“現代社会における数学・理科・技術教育の連携—数学教育の立場から—”, 「日本数学教育学会年会論文集」, 35, 135-136。
- [22] ポール・アーネスト(著), 長崎栄三, 重松敬一, 瀬沼花子(監訳)(2015), 「数学教育の哲学」, 東洋館出版社。