数理科学的意思決定に関する研究会に参加して ： 社会と数学、そして、人間から考えて

著者	長崎 栄三
雑誌名	数理的意思決定力の育成に関するホリスティック・アプローチ研究
ページ	6-16
発行年	2016-03-25
出版者	東京学芸大学
URL	http://hdl.handle.net/10297/9352

1.2　数理科学的意思決定に関する研究会に参加して
～社会と数学，そして，人間から考えて～

長崎　栄三

数理科学的意思決定の育成に関する研究会に参加して考えたことを，その研究の成果や課題と関連させながら，次の六つの論点から述べた。第一に，算数・数学教育における新しい問題意識：意思決定と問題解決，数理科学的意思決定，第二に，オープンエンドの問題の意義の再確認，第三に，算数・数学教育における多様な数学のあり方の提起，第四に，数学という知識の二つの対照的な見方：プラトン主義と社会的構成主義，第五に，数学教師への示唆，第六に，算数・数学教育における数理科学的意思決定の理論化。数理科学的意思決定のような民主的な社会で広く転移可能な能力を算数・数学教育を通して育成することが可能であることを示すことで，算数・数学教育はすべての人間とそして民主的な社会にとって必要不可欠であることを示すことができると論じた。

（１）はじめに

「数理的意思決定の育成に関するホリスティック・アプローチ研究」（科研Ｂ：西村圭一代表）に 3 年間参加した。実は，この研究の前身に当る「社会的文脈における数学的判断力の育成に関する総合的研究」（科研 B：西村圭一代表）のメンバーでもあったが，家庭での介護の関係で満足に参加できなかった。本来ならば，この両方の研究を踏まえた記述であるべきだが，今回の研究に限定して以下の論を進めることにする。

数理科学的意思決定（以下，数理的意思決定）という私にとっては新しい概念と，そして研究会への多様な専門の人々の参加という，少なくとも二つの意味で興味の尽きないものであった。本稿においては，この研究会に参加して考えたことを，本研究の成果や課題と関連させながら記述する。

（２）算数・数学教育における新しい問題意識：意思決定と問題解決，数理的意思決定

「意思決定」ということは本研究会の主題であるが，それとの類似の文脈で「問題解決」ということが語られていた。議論を聞いているうちに，算数・数学教育における「問題解決」とは異なる意味でその言葉が使われているのではと思うようになった。ここでは，その両方の言葉とそれにまつわることについて考えていくことにする。

①社会の要請：ジェネリックスキル

最近の教育の議論では，ジェネリックスキルまたは汎用的技能ということが言われることが多い。その背景には，これまでの教科教育によって習得された狭い知識や技能だけでは，社会で通用しないということがある。これへの対処の仕方は，現状では二通りあるだろう。一つは，現状の教科教育の中でより広く転移するものを目指すか，

もう一つは汎用的技能が必要となる総合的な教科，例えば，総合的な学習を積極的に活用することである。

いずれにしても，教育に携わる人間は，教育したことが，社会でどのように使えるのかの説明が必要になってきている。過去にも，例えば，昭和 20 年代の生活単元学習における社会的問題解決力の育成に関する議論があったが，それは教育内でのことであった。今度はより大きな社会からの要請であることは心しておくことであろう。

②人間の営みとしての科学，技術，芸術

問題解決ということは，人間の営みの場面によって意味合いが変わってくる。人間の営みは，古くから，その目指す価値によって，真善美で表現されている。これに対応させて，一般に，真に対応するのが「科学」（サイエンス），善に対応するのが「技術」（テクノロジー），美に対応するのが「芸術」（アート）だとされている。これらのことを，科学技術の智プロジェクトの『総合報告書』（2008），『科学哲学の冒険』（戸田山，2005），『社会教養のための技術リテラシー』（桜井，2006）などを参考に考えてみよう。なお，「科学技術」と「科学・技術」などを区別するのかという問題もあるがここでは触れない。

まず，科学，技術，芸術を最近の言葉を使って言えば，次のように表現できるだろう。

科学：現象を説明するのによりよいモデルを探究することに関する学問

技術：人間や社会にとってよりよいものを作ることに関する学問

芸術：人間の表現に関する学問

科学は，私は以前は，「真理を探究する学問」としていたが，この表現だと真理があることが前提になっている。それでは，数学のプラトン主義に対応してしまうようである。なお，プラトン主義については，（5）で再度触れる。

問題解決は，「科学」，「技術」，「芸術」のそれぞれにおいて，それらの活動の契機となるものであろう。科学においては，理論的，抽象的な体系化の中で問題は解決されるが，技術においては，人間や社会にとってよりよいものを作って初めて問題は解決となる。もちろん，それは抽象的でも具体的でもよいが，多くは具体的な物が作られて解決になるであろう。芸術においては，個々人の問題を絵や音楽や文章や物などで表現されて問題はひとまず解決になるであろう。ところで，このように考えて来ると，算数・数学教育はどうなのかと問いたくなる。私は，算数・数学教育は，科学，技術，芸術のいずれの側面も持った総合的な学問だと思っている。

③意思決定と問題解決

意思決定は，どこで誰が意思決定を行うのか，どのような立場で意思決定を研究するかで異なるようであるが，おおむね，「問題・目的」，「選択肢・代替案」，「選択」などを通して意思決定が行われるとされている。そこで，意思決定と問題解決の関係について，『意思決定論　基礎とアプローチ』（宮川，2005，p.49）から「問題発見，問題解決と意思決定」引用してみよう。なお，この本は，経営学の立場から意思決定について書かれたものである。そこでは，次の 6 つの継続的な活動が挙げられており，1 から 6 に向かって進んでいくとされている。

1．問題の存在と重要性を確認する活動　　　　　：問題発見（problem finding）
2．問題を確認，定義，診断する活動　　　　　　：問題認識／情報（intelligence）
3．代替的解決案を考案，創出する活動　　　　　：設計（design）
4．代替案を評価，選択する活動　　　　　　　　：選択（choice）
5．選択された代替案を実施する活動　　　　　　：実施（implementation）
6．実施をフォローアップし，結果を評価する活動：評価（reviewing）

このうち，意思決定を２,３,４とし，問題解決を２,３,４,５,６としている。②の表現で言えば，この全体的な活動の流れは技術の文脈にあり，そこでの問題解決の一部として意思決定がある。

④算数・数学教育における問題解決

一方で，算数・数学教育における問題解決は，カリキュラムへの位置付けとしては，単元全体を通しての位置付けと，それぞれの単位時間での位置付けがある。いずれも日本の問題解決型の特徴となっている。

単元を通しての位置付けでは，問題解決は新しい算数・数学概念の理解の必要性の動機付けとされる。単元の初めに問題解決に取り組み，その問題が既知の算数・数学概念では上手く解決できないことから，新しい算数・数学概念の必要性へと導くものである。その後，問題解決は，その新しい概念の理解や習得のために行われる。戦後の小中高校の算数・数学教育の内容は，単元としてはこのような考えで作られている。

単位時間での位置付けでは，問題解決が新しい算数・数学概念の習得の方法となる。算数・数学概念とは，算数・数学の内容，方法，考え方などである。問題解決を通して，数学的な考え方を身に付けるというのはよく言われることである。この問題解決については，その方法が細かく工夫されたり，多様な題材が使われたりする。

算数・数学教育における問題解決は，算数・数学概念の理解や習得というように，科学の営みにおける問題解決に近いものである。③の諸活動に合わせると，理想的には，１～４に相当するであろうか。

⑤何のための算数・数学教育

数理的意思決定とは，意思決定の諸活動に数理的な側面が反映するものである。問題を定義する段階で，「数学的定式化」が行われることにより，数理科学の世界の問題とされている。「設計」，「選択」の段階では，当然，数理科学の諸活動が行われる。この数理科学に相当する部分はいわゆる数学的モデル化（西村，2012）である。このような数理的意思決定は，算数・数学教育にとって，または教育にとってどのような意味合いを持つのであろうか。

数理的意思決定は，算数・数学教育において，ジェネリックスキルの育成を目指している。③で述べたように，意思決定はいろいろな分野においてなされるものであり，その活動を通して，それに必要なスキルを身に付けることは，算数・数学教育に対する社会的要請に応えるものであろう。一方で，意思決定の段階で，数理科学に持ち込んで活動を行うことは，数理科学の内容と方法をも身に付けることになる。これから

の算数・数学教育は，民主的な社会に生きる個人を念頭に置き（アーネスト，2015），数学だけではなく社会の要請にも応えるということを表していると思われる。

（３）オープンエンドの問題の意義の再確認

数理的意思決定の授業では，子どもに提出される課題は，オープンエンドの形態をとる。意思決定のための選択肢を創出するのであるから，正答が一つでは選択肢が一つになり困るのである。そこで，正答が複数あるオープンエンドの問題が工夫される。

①算数・数学教育におけるオープンエンドの問題

算数・数学教育でオープンエンドの問題を利用したオープンエンドアプローチは，その創造性の育成という算数・数学教育の目的と授業研究を中心とする実践研究による成果であるという，二つの意味で日本の誇る財産だと，私は思っている。これは 1970 年代に『算数・数学科のオープンエンドアプローチ』（島田，1977）として実を結んでいる。算数・数学科におけるオープンエンドアプローチとは，正答が複数あるオープンエンドの問題（または未完結の問題）を利用して算数・数学の授業を行うことである。

オープンエンドアプローチは，当初は，IEA 第 1 回国際数学教育調査（1964 年実施）で明らかにされた，日本の高校生の数学の意識，すなわち，数学を固定した知識と見なす意識の改善を目指して，数学的思考や態度などの高次な思考過程を評価しようとして始められた研究プロジェクトの成果である。その研究プロジェクトを通して，数学的思考や態度を評価をするためには，まず，数学的思考や態度を育成する指導が必要だということで，オープンエンドの問題が考案された。教育においては，評価より，指導や学習が先にあるということを示している。

オープンエンドの問題は，正答が多様であるということは，当然ながら，その問題への取り組みも多様である。それを数理科学という学問を通すと，多様な概念，多様な方法を使った問題解決が可能であるということである。つまり，子どもたちの多様な数理科学の経験を許容することができるようになる。

②数理的意思決定におけるオープンエンドの問題

数理的意思決定で使われる問題も，当然，このような多様性というオープンエンドの問題の特性を引き継ぐ。本研究の研究プロジェクトで数理的意思決定の問題を開発する時には，開発者の担当学年，すなわち，小中高校のある学年の算数・数学に依存するであろうが，作られた問題の解決には，多様な内容，方法が含まれているであろう。さらに，このプロジェクトでは実世界の問題場面をもとにしているので，より多くの多様性を含むであろう。そこで，問題は開発者の意図を越えて，扱える学年に幅が出てきて，それぞれの学年で最適解を求めることができるようになる。それがオープンエンドの問題である。

このような数理科学での多様性と実世界での多様性によって，子どもたちは自らの経験で取り組みやすくなる。仮に，子どもが実世界の多様性に惹かれて，その方向へ向かったとしても，それは解決の一方向として受け入れればよいであろう。そして子

どもたちは，自分たちの対話を通して，解決の方向の多様性を理解し，その上で，数理科学的な方法が価値あるならば，それを選択すればよいのではないであろうか。

（４）算数・数学教育における多様な数学のあり方の提起

算数・数学教育における算数・数学とはどのようなものであろうか，どのようなものであるべきか。本科研に参加していると，改めて，この問題に直面する。

①これまでの算数・数学教育における数学

日本の算数・数学教育の歴史を振り返ってみると，昭和 10 年代と昭和 20 年代の 2 回，特異なことがあった。昭和 10 年代の中等学校（現在の中学校と高校が繋がった学校）の「数学第一類」，「数学第二類」では，問題解決を主眼とする数学が作られ，事象からの「数学化」が重視された。昭和 20 年代の小中高校の「生活単元学習」では，生活や社会の出来事を算数・数学で解決することが取り入れられた。ところが，いずれも当時の指導的な数学者から，数学の体系がない，本当の数学ではないという批判を浴びて一期で撤退した。

算数・数学教育における数学は，論理的な体系に沿った数学であるべきだというのは，現在でも言われている。そこでは，「論証」が義務教育の頂点となる。形式的な論証は，現在では中学校 2 年から始まり，それまでの算数・数学は直観的な扱いと見なされる。古来，ユークリッドの『原論』を模範として，算数・数学教育が行われてきたことの名残である。それは，探究の結果としての数学であり，論理的に体系化された静的な数学である。

②プロセスから見た数学の三つの特性

算数・数学教育においては，算数・数学教育の目的に沿って，数学の特性に注目して，カリキュラムを構成していく。ここでは，数学の特性として，次の三つに注目する。

1) 数理科学の内容や方法についてのきまりを言語化する：創案の文脈
2) 数理科学の内容や方法についてのきまりを確証する　：確証の文脈
3) 数理科学の内容や方法を利用する　：活用の文脈

1)と 2)によって，数学は創案され確証され，そして論理的に体系化され創造されていく。そして，その成果をもとに，3)で数学は実世界で活用される。そして，また，実世界の活用の中で，数学の萌芽が作られることもあり，3)が 1)，2)と繋がっていく。三つの文脈は直線的ではなく円環状に結び付いていると考えられる。

これまでの算数・数学教育では，2)の確証の文脈が重視されていた。算数・数学教育における証明の重視である。過去の典型的な数学は，ユークリッドの『原論』のような，数学の定義，公理，定理の順で系列化されたものであった。そこでの方法は，演繹的な推論である。だからこそ，「真理」たりえた。そして，1)の創案の文脈も 20 世紀後半から重視されるようになってきた。それに対して，本研究は，3)の活用の文脈をも，算数・数学教育における数学の特性として考えていこうとするものである。3)については，実世界の問題を既存の算数・数学のカリキュラムに埋め込む工夫はさ

れてきたが（例えば，長崎，2001），本研究では，より正面から，実世界の問題を扱い，しかも，オープンエンドの問題を扱い意思決定というより汎用的な技能の育成を目指している。

これらの文脈，プロセスで主に使われる方法や活動と問題のタイプは，例えば，次のようなものであろう。

1) 創案の文脈：帰納，類比，仮説形成・・・・・純粋数学の問題，実世界の問題
2) 確証の文脈：演繹 ・・・・・純粋数学の問題
3) 活用の文脈：数学的モデル化 ・・・・・実世界の問題

なお，これらのうち，帰納，類比，仮説形成，演繹のそれぞれの推論は，数理科学に固有なものではなく，科学一般に使われるものであろう。もちろん，数学の内容に依存する部分が大きいことは言うまでもない。それに対して，数学的モデル化の数学的定式化の部分は，実世界から数学の世界，数学の世界から他の数学の世界への写像・関数を設定するものであり，数学に固有な活動と言えよう。そして，この三つの文脈全体を通して，「論理的な思考」がある（例えば，国立教育政策研究所，2013）。どの場面においても，論理的に考えることが要請されている。

本科研で対象としている数理的意思決定は，言うまでもなく。3)の活用の文脈にあり，しかも，ジェネリックスキルの側面も強いので，従来の 2)だけの数学観からすると，受け入れ難いものを含んでいるかもしれない。それだからこそ，その哲学，目的，目標をきちんと説明できるようにしておく必要があろう。とはいえ，活用の文脈 3)は，創案の文脈 1)や確証の文脈 2)と円環状につながっており，数理的意思決定の問題から新たな算数・数学概念の必要性を喚起することもあろう。より広い文脈に実世界の問題を置いて考えたい。なお，算数・数学教育からこれらの文脈を考えてみると，教育には概念を理解し習得するという異なる文脈がある。それは問題解決や反復練習を通して行われており，そこでは三つの文脈で使われる活動や方法が重複して使われるであろう。

③算数・数学のカリキュラム論へ

このような三つの数学の特性を認めると，算数・数学教育のカリキュラムの論点が三つ浮かび上がる。なお，これらは，後章の論と前後するところがあるが，ここでまとめて三つを挙げておく。

第一は，小中高校の算数・数学における道具・ツール，特にコンピュータの利用である。明治以来，算数・数学教育の道具としては，定規・コンパス，ソロバン，計算尺，電卓，コンピュータなどがある。このうち，定木・コンパスは，道具として定着しているが，その他はどうであろうか。道具を使うと頭が悪くなるという人もいるようである。しかし，創案の文脈 1)や活用の文脈 3)を，正当な文脈として認めた場合，電卓やコンピュータは無視できないものとなる。コンピュータを使って図形で性質を見つけたり，表計算ソフトを使って帰納的に決まりを見つけたり，計算の処理をしたりグラフの作成をしたりする。国際的に日本が電卓やコンピュータを利用していないという状況は，実は，確証の文脈のような数学の特性の捉え方にあると思われる。

第二は，高等学校の生徒の多様性に応じる数学教育である。日本の高等学校の数学教育は，戦後一貫して，主として，将来の数学専攻のためにあると言われてきた。つまり，確証の文脈 2)である。ところが現在は，高校進学率は優に 90%を越え，他方，将来数学専攻に進む生徒はほんの一握りである。多くの生徒が，数学科以外の理数系，工学系，そして，種々の文系に進む。さらには，専門学校や就職に付く生徒も半数近くいる。そこで，創案の文脈 1)だけではなく，活用の文脈 3)を大幅に取り入れたらどうであろうか。三つの選択肢が考えられる。一つ目は，必修科目の各内容に「活用」の内容を大幅に入れる。二つ目は，各科目の内容の単元として，例えば，「数学の実世界における活用」という単元を設定する。三つ目は，オプション科目に，例えば，「工学と数学」，「経済と数学」，「社会における数学」などの科目を設ける。

第三は，教師教育における数学の指導のあり方である。とりわけ，理工系の大学における中等教員養成課程が問われるであろう。数学をできあがった知識としてではなく，生成の過程として指導することが求められるであろう。数学の創案の文脈 1)と確証の文脈 2)の両方である。そこでは，数学基礎論を含め次で触れる数学の哲学が問われるであろう。さらには，数学の活用の文脈 3)も必要であろう。数学の豊かな応用可能性を実例を含めて学ぶことが必要であろう。そして，このような三つの文脈 1), 2), 3)を，中等教育を舞台にしたらどのようなことが可能なのかを対話を通して学ぶことが求められる。教え方は，学び方の再生産であることが多いからである。

（５）数学という知識の二つの対照的な見方：プラトン主義と社会的構成主義

私たちは無意識のうちにある種の数学像を持っている。例えば，数学は抽象的で客観的であると。そして，それはいつしか，人間が触れられない理想的な世界であると。そこで，私たちは，そのような世界の法則を「発見」することが数学での活動であると。さらに，数学で「間違える」ことは，そのような理想に反することであり，直ちに修正されなければならず，そこで，カリキュラムはそのような間違いを起さないように作らねばならないと。このような数学像，知識としての数学のあり方について，『算数・数学教育の哲学』（アーネスト，2015）で述べていることをもとにまとめると次のようである。

① 絶対主義と可謬主義

知識としての数学の見方は，大きく分けると，二つある。一つは，知識としての数学は確固とした確実な土台の元にある絶対的なものと考える「絶対主義」であり，もう一つは，知識としての数学は誤ることがあると考える「可謬主義」である。長い間，おそらく 20 世紀の後半まで，数学の哲学においては，絶対主義が優勢だったようである。言い換えると，人間は数学が確固とした絶対的な土台の元にあると示そうと努力してきたと言ってもよいのであろう。

② プラトン主義と社会的構成主義

絶対主義的な見方の代表的な一つとして，プラトン主義がある。ギリシャ時代の哲人プラトンの「イデア」に由来するものである。知識としての数学は，人間の世界と

は別の，客観的で理想的な世界を築いているとするものである。このことから数学は絶対的な真理であり，人間は努力してそれを発見していくとするものである。

それに対して，20 世紀後半から出てきたのが，社会的構成主義である。知識としての数学は，人間が社会において言語をもとに構成してきたものであるとするものである。個人によって作られた私的な数学の知識が公表され，社会において議論されて受容されて公的な数学の知識となるというものである。人間が創るのであるから，もちろん間違いがあり，したがって，可謬主義である。

プラトン主義も社会的構成主義も，数学に固有なものではなく，知識一般に関わるものであり，それだけにいろいろな見解があるようである。例えば，倫理や道徳。自然科学も例外ではない。なお，数学の構成主義については，知識の構成の過程での個人の能力を重視するピアジェらと，社会での言語作用を重視するヴィゴツキーらがいる。

③ 算数・数学教育への示唆

絶対主義か可謬主義か，または，プラトン主義か社会的構成主義か，このいずれの立場に立つかで，算数・数学教育が変わることは容易に想像が付くであろう。プラトン主義に立てば，算数・数学教育は客観的な正しい答えに導くことであり，子どもの間違いは間違いでしかない。それに対して，社会的構成主義に立てば，算数・数学教育は子どもが創る算数・数学をもとに行うことになる。そこでは，子どもの間違いは，子どもが創造した算数・数学として尊重される。

実世界のオープンエンドの問題で数学を活用するということは，子どもは子どもなりの数学的定式化を行っており，それは社会的構成主義に立っていると言えるのではないであろうか。

（6）算数・数学教師への示唆

算数・数学教育における数理的意思決定の育成を目指すと，教師の持っている考えや教師の研修のあり方を問い直す必要があろう。

①算数・数学教育の目的や価値観

数理的意思決定の育成を算数・数学教育で構成しようとする場合，算数・数学教育の目的，目標，内容，方法というカリキュラム全体の再考を迫るであろう。

算数・数学教育の目的は，数学者を作ることだけではなく，算数・数学を通して，人間を育て，社会に有用な方法を身に付けることだという視点が必要になる。そして，具体的には，意思決定の方法や，問題解決のプロセスを身に付けていくことになる。

算数・数学の授業で使われる問題は，純粋な算数・数学の問題だけではなく，実世界に現実にある問題となる。それは社会的には多様な価値観が含まれている（島田，2015）。算数・数学は価値から中立で自由である，とはならない。正答の選択には価値が含まれる。一つの正解が予定されている訳ではなく，子どもたちの議論には社会的な価値が含まれ，それをもとに選択される。これまでの算数・数学教育は，あたかも世の中から独立した中立な事象を考察しているかのように振舞ってきたが，数理的

意思決定の力を育むために，現実の問題に取り組むことで，価値観が目に見えるようになる。

②算数・数学を学ぶこと

算数・数学教師は，子どもが算数・数学を学ぶということの意味合いが変わってくることも意識する必要がある。算数・数学を学ぶということは，子どもたちが学級という社会で，子どもや教師との対話（松島，2015）を通して，自らの数学を構成していくことになる。算数・数学は教えられるものではなく，学ばれる，構成されるものとなる。

きちんとした正しい数学的な構造を持ったものを前もって提示してそれを身に付けさせるというよりも，子どもが自由に考え，自分の考えを持つことができるような問題場面が必要になろう。間違いをすることを恐れるのではなく，間違いは子どもが自分の理論を構成しているのだと考えることが求められるであろう。学ぶということは，自ら理論を構成し，それを他との協働の中で洗練させていくことになる。学習を通して，子どもは自分が持っていた考えを変容させるとともに，社会で考える力を身に付けていくことになる。

② 文脈の中での自己変容：探究志向の協働的なアプローチ

教師教育，特に現職教育にとって，大事だと思うのが，私が「探究志向の協働的なアプローチ」と呼ぶものである。探究志向とは，何かの問題を解決しようとして取り組むものであり，協働的なアプローチとは，小中高の教師と研究者が協働で行うものである。そして，そこでは，授業研究が中心的な方法として重要な役割を果たす。この場合の問題解決とは，算数・数学教育における問題解決というよりも，教材や指導方法を開発するという意味で，（２）で述べた技術としての問題解決に近い。

社会では，教育においても，絶えず新しい問題が出て来る。それは社会が膠着状態にあるのではなく発展状態にある証拠でもあろう。このことは，算数・数学教育においても，過去にはよしとされた研究成果が，社会条件が変わりその状況に合わなくなることが生ずることを意味している。先程の可謬主義に立つと言えよう。そのような時，一人で悩まず，協働で改善を目指したい。そして，子どもだけではなく，教師自らも変容をしていきたい。人間は，学習によって，自己を変容することができるのだという信念を持ちたい。

（７）算数・数学教育における数理的意思決定の理論化

日本では，「探究志向の協働的なアプローチ」と言える，授業研究を中心とした実践研究が行われてきた。そこでは，先に述べたオープンエンドアプローチなどの授業方法が開発されてきた。しかし，それらが算数・数学教育の知識として体系化されることなく，分離した小さな知識となってしまっている。本研究のような「探究志向の協働的なアプローチ」では，その研究成果を個別の小さな知識として終わらせてしまうのではなく，ぜひ，その体系化，理論化を図りたい。なお，理論とは，知識の体系であり，現状を説明したり，将来を予見したりすると言われているものである。

そこで，今回の実践授業から，子どもの数理的思考の様相や子どもの数理的思考を促す方法，数理的思考を促す教材の見方などを「命題」の形で取り出して，構造化する作業をしたらどうであろうか。もちろん，その結果が，これまでの理論と一致するならばそれでよいし，そうでないものを見出したら，とても素晴らしいことではないであろうか。

①子どもの学びの理論化

数理的意思決定のための問題に直面した時，子どもはどのように考え，どのように学ぶのか。ここでは，一般的に，個々の子どもの特性とともに，グループで取り組んだ時の特性があるだろう。さらには，問題の特性による子どもの違い，意思決定のそれぞれの過程における子どもの特性などなど。

さらには，子どもはこのような授業から何を習得するのか，そもそも意思決定の力を身に付けるのかなど。子どもの学習に関するいろいろな特性を挙げ，それを何らかの視点から体系化することができないであろうか。

②教師の指導の工夫の理論化

子どもが変わるためには，教師は何らかの指導の工夫をしているはずである。もちろん，対象は人間であり，物理的な現象のようには因果関係が一対一には対応しないが，子どもの変容のきっかけを与えることができるであろう。算数・数学教育はあくまでも，教師の指導と子どもの学習が一体となったものである。そこでは，教師の指導として，提示する問題だけではなく，授業過程での工夫があるはずである。そのようなものを体系化することができないであろうか。

③さらなる量的研究と質的研究の両方を

子どもたちの学びの特性や教師の指導の工夫の有効性を明らかにし理論化を図るには，さらなる研究が必要である。その際，量的研究と質的研究の両方を視野に入れたい。例えば，質的研究については『教育研究のための質的研究法講座』（関口，2013）や，量的研究と質的研究の両方を使ったデザイン研究やデザイン実験などが参考になるであろう。

また可能ならば，今回の実践授業と同じ授業を行って，その授業過程や子どもの反応をより詳しく収集・分析したり，実践授業で使われたのと同じ課題を筆記形式で調査をし子どもの回答を集めて分析したり，子ども二人また数名にその問題で討議させながらその様子を観察・記録したり，実践授業の記録を補うようなことをやるのも面白いであろう。そのようなものを集積して，実践から理論を何か紡ぎだすことはできないであろうか。

なお，理論化をすると，その理論に沿って指導や学習ができて学力が上がるのではと思いがちである。教育は人間の認知や感情などという複雑な系を扱うものであり，このようなことは独りよがりの押し付けになるであろう。子どもがより自由に考え，友だちと一緒に考え，そして，大きく民主的な社会を考えていけるようになることを支えるものとして理論を考えていきたい。

（8）おわりに

すべての人々のための算数・数学教育を，より広い文脈の中でその教育的目的を考えることは，喫緊の課題である。私たちはそれを『何のための算数教育か』（長崎他，2007）で，人間形成的目的，実用的目的，文化的目的から考察した。

社会は急激に変わっており（例えば，天野，2013），そして，これからの社会においては，一方で，ICT の急激な進化ですべての人々の算数・数学教育が不必要とされる危険性があり，他方で，社会の一部の必要性だけに算数・数学教育が特化してしまう危険性もあると思われる。民主的な社会を目指して，それぞれの時代に合った，算数・数学教育の教育目的を絶えず考える必要がある。そして，算数・数学教育の教育実践の証拠を，得点や正答率という数値だけではなく，教室や子どもの状況の物語りとして生き生きと描いていく必要があろう。もちろん，重要なことは，すべての子どもたちが算数・数学における物語りに積極的に生産的に参加しているという事実である。

数理的意思決定のような民主的な社会で広く転移可能な能力を，算数・数学教育を通して育成することが可能であることを示すことで，算数・数学教育は改めて，すべての人間とそして民主的な社会にとって必要不可欠であることを示すことができる。

参考文献

天野祐吉（2013）『成長から成熟へ―さよなら経済大国』集英社新書.

ポール・アーネスト著（長崎栄三・重松敬一・瀬沼花子監訳）（2015）『算数・数学教育の哲学』東洋館出版社.（原著は 1991 年に公刊されている。）

国立教育政策研究所（2013）『特定の課題に関する調査（論理的な思考）調査結果』国立教育政策研究所教育課程研究センター.

科学技術の智プロジェクト（2008）『総合報告書』科学技術の智プロジェクト.

松島充（2015）『算数・算数・数学教育における協調的問題解決を実現する学習』愛知教育大学・静岡大学教育学研究科共同教科開発学専攻博士論文.

宮川公男（2005）『意思決定論　基礎とアプローチ』中央経済社.

長崎栄三編著（2001）『算数・数学と社会・文化のつながり』明治図書.

長崎栄三・滝井章編著（2007）『何のための算数教育か』東洋館出版社.

西村圭一（2012）『数学的モデル化を遂行する力を育成する教材開発とその実践に関する研究』東洋館出版社.

桜井宏（2006）『社会教養のための技術リテラシー』東海大学出版会.

関口靖広（2013）『教育研究のための質的研究法講座』北大路書房.

島田功（2015）『算数・算数・数学教育における多様な価値観に取り組む力の育成に関する研究―社会的なオープンエンドな問題を通して』広島大学大学院国際協力研究科博士論文.

島田茂編著（1977）『算数・数学科のオープンエンドアプローチ』みずうみ書房.（東洋館出版社から 1995 年に再版されている。）

戸田山和久（2005）『科学哲学の冒険』ＮＨＫブックス.