

保育者の養成段階における数学力の育成

吉田明史*・田宮縁**・國宗進***

Fostering Math-Ability for Nursery School Teacher and Kindergartener in University Level

Akeshi YOSHIDA*, Yukari TAMIYA**, and Susumu KUNIMUNE***

Abstract

The purpose of our study is to identify Math-Ability for nursery school teachers and kindergartners, and to propose some typical lessons for fostering university students' Math-Ability. We have already identified Math-Ability consisted two points of view, namely, basic knowledge of mathematics and power constructing environment. In this paper we have reported a lesson for university students, who are early childhood education major, to understand about the silver ratio and golden ratio which are interesting and of great value to learning. By observing this practical lesson and analyzing students' writings, we pointed out university students think that measuring segments or folding papers are useful ways for finding some mathematical properties, and that mathematical explanation by using equation is good for their conviction of conclusion. Moreover we have been convinced these lessons are useful for fostering university students' Math-Ability.

キーワード：保育者養成，数学力，授業研究，白銀比，黄金比，学習過程

1. はじめに

こども園の設置や幼小連携の重要性の指摘等が示すように、専門職としての保育者養成は喫緊の課題であるが、保育者に必要な「数学力」やその育成に関する内容や方法は、明確になっているとは言い難い。また、保育現場からの、保育者に必要な「数学力」を明らかにしそれを身に付けたいという声も高くはない。さらに、保育者を養成する大学や短大のカリキュラムも、数学は5領域の「環境」での位置付けであり、数学に関連する指導に割く時間は限りなく少ない。

一方、算数・数学教育の立場からは、幼小接続という観点から幼児期に体験させたい活動が多々あり、保育者がそのような活動が生まれる環境をつくる力や幼児の活動から数学を見出す力などを身に付けてほしいという主張がある(松尾, 2016, 他)。

2. 研究の目的・方法

本稿の内容は、吉田明史研究代表『保育者に必要な数学力についての基礎的研究』の一環として位置づけられる。その研究は、保育者に必要な「数学力」の概念規定を行い、その実現のための具体的方策を追究することを目的としている。

本稿では、既に規定した「数学力」の枠組みを踏まえ、保育者の養成段階においてその育成をねらった学習指導のあり方に関する示唆を得ることを目的とする。

そのために、「数学力」の育成をねらって、教員養成大学で幼児教育を専攻する学生を対象として授業を行い、その実際を学生の理解を中心に検討して、養成段階における「数学力」の育成に関する示唆を得る。

3. 「数学力」に関する実践的知見・先行研究

保育者に必要な「数学力」については、幼稚園教育要領や保育所保育指針における記述、実際の幼稚園での数学的活動の観察、幼児の活動に見られる数学的な要素に関する先行研究の分析、海外での幼児期のカリキュラム分析等の結果を踏まえ、8名からなる研究グループでの継続的な協議を通して、既に「数学力」の構成要素を明らかにしている。

ここでは、保育者に必要な「数学力」の構成に関する基本的な考え方を簡単に述べる。

保育者に必要な「数学力」を考える場合、幼稚園教育要領や保育所保育指針に述べられている数学的な内容に加えて、どんな内容が必要であるかについて、主として実践現場、そして算数・数学教育の立場から検討した。

*奈良学園大学奈良文化女子短期大学部

**静岡大学教育学部

**静岡大学教育学部名誉教授

(1) 幼稚園での実践と研究

幼稚園における数学的な活動の分析は、奈良県幼稚園教育研究会(1984)、藤森(2001)等の研究がある。

幼稚園長への自由記述調査(吉田, 2013)では、学生時代に身に付けておくべき数学的な力として、「幼児が主体的に試したり考えたりすることができる環境作り、援助、言葉かけができる力」「子どもの育ちの中で、数学的な考え方の基礎を見抜く力」「子どもの生活の中にある素材(教材)の提供と発展を見抜く力」「いろいろな方向から見て、新たな発見ができる柔軟な心」「遊びの中で、幼児の工夫、発見、思考を拾い上げる力」などが挙げられた。「環境をつくる力」、「支援ができる力」、「考え方の基礎を見抜く力」、「教材を開発する力」が重視されていることがわかる。

数学に関わる環境設定の事例として、奈良市M幼稚園での観察があげられる。その際の園長の詳しい説明から、「遊びや生活の中に数学を見出す力」があるからこそ、このような環境構成ができると捉えた。

また、本吉・無藤(2004)は、「こままわし」の遊びの中で、時間や時刻を学ぶという数学的な活動を紹介している。

このように、ベテランの保育者は、機に応じて子どもの学びを意識的に組織化するなど学ぶ環境を構成していく。園児の活動は多様であるが、保育者が環境をうまく構成し、適切な支援をすれば、園児は、数学的に活動したり数学の内容に触れたりする数多くの経験をすることができる。そこには、「数学の基礎知識」に裏付けられた「環境を構成する力」が保育者に備わっている。

(2) 算数教育の視点からの先行研究

算数教育の視点からの先行研究としては、中沢(1981)、榊原(2006)、船越(2010)、伊藤(1995)、ビショップ(2011)等の研究を参考にした。

幼小接続の観点からは、小学校算数の立場から幼児教育を見る立場と、幼児教育の様々な実践において小学校算数を見据えるという立場がある。

松尾(2016)は、小学校算数教育を充実させる立場から就学前算数教育を行うことが必要だと考え、幼児教育の総合的な活動(遊び)の中に算数の内容を取り入れることと、保育者の研修の必要性とを提言している。

これに対して、本研究では、日頃の幼児教育での活動を基本に置いて、それがより数学的に豊かなものとなることを大切にしている。そのためには、保育者が幼児期に身に付けさせたい数学的な内容を選択し、それを様々な体験活動に組み入れることのできる力を身に付けることが重要だと考えている。さらに、保育者としての実践研究や事務(業務)にかかわる数学的な力も必要である。

4. 本研究における「数学力」

3. で述べたような検討を経て、本研究では、保育者に必要な「数学力」の枠組みを、次の a), b) 2 つの柱、

そしてその下位項目①～③として考える(吉田, 2015)。

a) 保育者が身に付けるべき数学の基礎知識

- ① 幼児の知的発達のために知っておくべき知識
- ② 事務、教材作成、研究等を進めていくために必要な知識
- ③ 幼稚園教諭として採用されるための知識

b) 環境を構成する力

- ① 幼児の遊びや生活の中に数・量・形に関することがらを見出す力
 - ② 数・量・形に関することがらを幼児の活動や生活に組み入れ、環境を準備する力
 - ③ 言葉かけ等によって幼児の活動を豊かにする力
- その具体的内容は、本稿末の表1に示してある。表1では、「数学の基礎知識」は保育者を指す学生の達成レベルによって変わると考え、必須項目には下線を付けている。なお、a), b) それぞれが意味することの詳細は吉田(2016a)、鈴木(2014)に述べられている。

5. 授業研究の実施

(1) 本授業研究の位置づけ

本授業では、前項4.で述べた保育者に必要な「数学力」について、「a) 数学の基礎知識」の②に関する内容のうちの、特に「白銀比、黄金比」に関する知識を獲得すること、および「b) 環境を構成する力」を支える「よい問題についての解決活動の経験を持つ」ことをねらいとし、それを通して、算数数学学習への興味・関心を高めることを目指す。

(2) 本単元の位置づけ

1) 単元 「白銀比、黄金比」

2) 指導観

この単元では、数学的にも興味深く価値ある内容である「白銀比、黄金比」に関する知識の獲得を目指すとともに、「よい問題」の解決を通して、算数・数学学習に対する学習意欲・態度の一層の伸長をねらう。

「数学の基礎知識」としては、図形の相似、平方根や無理数等の理解が深まることが想定される。これらは、中等教育段階で学習済みであるが、測ったり折ったりという実際的な操作活動によってある性質を見だし、それを2次方程式を使って説明するという学習の過程をとることによって、数学学習への興味・関心が高まることが期待できる。

数学が得意な学生、数学に初めから背を向けがちな学生等々、受講学生の数学学習に対する態度は様々であるが、日常生活の中に見られる算数・数学的内容に気づき、それを保育活動の際にも発揮できるような学生の育成を目指したい。なお、対象学生にとって、入学時の大学入試センター試験では、数学I・数学A、数学II・数学Bを選択することが必須である。

3) 評価規準

観点別学習状況の評価の観点ごとに示す。

<数学への関心・意欲・態度>

- ・日常場面に見られる数学に関連する内容に関心をもち、数学を問題解決に積極的に活用して考えたり表現したりし、他者とそれらを伝え合おうとしている。

<数学的な見方や考え方>

- ・具体的操作活動を通して推測したことがらを、数学を使って論理的に考察し表現する。
- ・日常場面の中に数学を見いだす。

<数学的な技能>

- ・相似な長方形に関する辺の比を、2次方程式をつくりそれを解いて求めることができる。
- ・定規・コンパスを的確に使うことができる。

<数量や図形などについての知識・理解>

- ・A判やB判の紙の縦と横の長さの比が $1:\sqrt{2}$ になっていて、互いに相似であることを理解している。
- ・有理数、無理数、実数などの用語を理解している。
- ・黄金長方形では、横の長さは縦の $(1+\sqrt{5})/2$ 倍である。

(3) 実施日時・対象等

- ・日時 平成29年1月23日(月)
第5時限 16:05～17:35(90分間)
- ・対象 静岡大学教育学部 幼児教育専攻学生 12名ほか、計18名
- ・授業者 國宗進(数学教育)
- ・観察者 田宮縁(幼児教育), 吉田明史(数学教育), 熊倉啓之(数学教育)。

(4) 本時の展開計画

本時は全2時限(90分×2)の第1時である。第2時は身の回りの問題の練習である。

1) 本時の目標

- ア) 「よい問題についての解決活動の経験を持つ」ことを通して、算数数学学習への興味・関心を高める。
 - イ) 白銀比、黄金比に関する理解を深める。
- ア)は、身近にある絵を拡大・縮小して園内ポスターを作る場面を想定し、A4判の紙に潜む算数・数学的内容の解明を通して、好ましい算数・数学学習の経験をもち興味・関心を高めることを、イ)は、次の内容の理解を深めることを目指している。

- ・A4判の紙を2つに折ると、A5判になっている。
- ・A4判、A5判、A6判は、同じ形をしていて、横の長さは縦の $\sqrt{2}$ 倍である。
- ・相似な図形では、対応する線分の比が一定である。
- ・黄金長方形では、横の長さは縦の $(1+\sqrt{5})/2$ 倍である。

2) 本時の展開

この授業では、A4判用紙片面に印刷した4枚のワークシートを用意して展開する。そこには、学生個人の推測や確かめの方法、学生同士のコミュニケーションの内

容を書き込むスペースが用意されていて、また、数学の内容を確認する基本的な定義や解法について書かれている。ワークシートは、授業の進行に合わせて1枚ずつ適宜配布される。(スペースの関係から本稿では、ワークシートの内容は、次項(5)における問いやまとめ等の記述に任せることにする。)

(5) 本時の展開の実際

以下、Tは授業者の問いかけ等、Sは学生の反応である。また、【問】や【まとめ】等のような【 】付きの項目は、予めワークシートに書かれている内容である。

1) 問題状況の把握・問題理解 ワークシート1

T1: 保育園で次のような場面に出会いました。

(授業冒頭にA判やコピーに関連する具体的な保育場面を紹介し、本時で考える問題への動機付けとする。)

【保育場面の提示】

『園内ポスターを作ることになりました!』

「夏祭りの季節が来ました。田宮先生はポスター作成の係になりました。先輩の先生に例年のポスターの作り方を訪ねると、子どもたちが自由画帳に描いた絵の一部をA3に拡大コピーして作っていたそうです。ポスターにしたい子どもの絵の大きさはまちまちで、一つずつ倍率の計算をする必要がありそうです。」

(A3判の紙を実際に学生に示した。絵の大きさをコピー機で揃える必要があることなどを想像するにとどめて、次の問題1に取り組みさせた。)

T2: 問1をやってみましょう。(A5判とA4判の紙を2枚ずつ配布)

【問1】私達がよく使っているA5判の紙とA4判の紙は、どのような関係になってますか。A5判の紙とA4判の紙を実際に用意して、長さや大きさなどの関係について、いろいろとあげてみましょう。

S1: A4を折るとA5になる。

S2: A5を折るとA6になるんだっけ。

S3: 縦と横の長さの比はどうなっているのかな?

S4: $\sqrt{2}$ が関係しているんじゃない?...

(問1に関する意見を共有しながら、相似、拡大する・縮小する、拡大図・縮小図等の用語の意味や、 $A0 \rightarrow \dots \rightarrow A4 \rightarrow A5 \rightarrow A6 \rightarrow \dots$ と小さくなっていることを全体で確認した。)

ワークシート2 を配布

【まとめ】A4判の紙を折ると、その大きさはA5判になり、もとのA4判の紙と同じ形をしています。この2つ折りになったA4判の紙を、さらに2つに折ってできる大きさはA6判といわれていて、もとのA4判やA5判の紙と同じ形をしています。うまくできていますね。

2) 具体的活動を通じた問題解決

T3: (ワークシート2を使って) Activity です。

【○1】A4判の紙を、短い方の辺が長い方の辺に重なるように、折ってみましょう。そのときにできる折り目の線の長さ、長い方の辺の長さを比べてみると、どんなことに気がつくですか。（【○1】は、問い1と同意）

【○2】○1で見つけたことは、どのように確かめることができますか。自分の考えを隣りの人やグループで説明し合い、下書きしましょう。

（ここでは話し合わずに、個人追究させた。各人のいろいろな確かめ方を奨励するためである。）

S7: ○1で気づいたこと

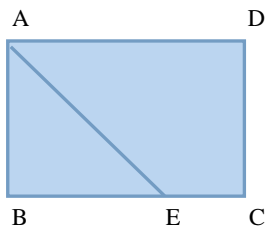
- ・折り目の線の長さ、長い方の辺の長さとは等しい。
- ・縦の長さの $\sqrt{2}$ 倍が横の長さ。

S8: ○2（○1で気づいたことの確かめ方）

- ・折り目を、長いほうの辺に重なるように折ってみた。
- ・ものさしで長さを測った。
- ・折り目に、別のA4の紙の長い方の辺を当ててみた。

（S8で発表されたいろいろな確かめ方を一人ひとりに追試させた。ここで定規・コンパスの役割を確認した。）

T4: 紙ABCDの辺ABを直線ADに重なるように折ると、折り目の線AEの長さと、辺ADの長さは等しくなっているようです。

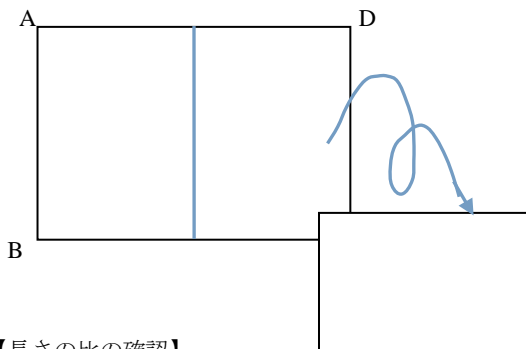


3) Activityの背景にある数学的内容の確認 ワークシート3

T5: A4判の紙で確かめたことを方程式を使って確認しましょう。

【紙の裁断方法の確認】

A4判の紙ABCDは、辺ABを辺DCに重なるように折ってできる長方形DMNCと相似になるようにできています。



【長さの比の確認】

辺ADの長さは、辺ABの長さの何倍になっているかを調べましょう。AB=1、AD=xとすると、長方形ABCDと長方形DMNCは相似だから、

$$1 : x/2 = x : 1 \quad \dots\dots\textcircled{1}$$

$$\text{よって、} \quad x/2 \times x = 1 \times 1 \quad \dots\dots\textcircled{2}$$

②の両辺を2倍すると $x^2=2$ 、よって、 $x = \sqrt{2}$

したがって、A4判の紙の縦と横の長さの比は、 $1 : \sqrt{2}$ 。

（上記の式の変形等の扱いにおいては、①の比例式を導く際には「相似な図形の対応する辺の比は等しい」ことが、①から②への変形には「比例式の性質；内項の積と外項の積は等しい」ことが根拠になっていること、そして2の平方根の定義を確認しながら進めた。）

（この後、測ったり折ったりという具体的操作の結果としてT4がまとめておいた、「紙ABCDの辺ABを直線ADに重なるように折ると、折り目の線AEの長さと、辺ADの長さは等しくなっている。」ということが、いずれも $\sqrt{2}$ の長さであったのだと説明できたことを確認した。）

T6: 数に関する用語を確認しましょう。

上で確かめたように、A判の紙では、一方の辺の長さは、他方の辺の長さの $\sqrt{2}$ 倍になっている。

（ $\sqrt{2}$ は、分数の形では表せないことがわかっていることに触れ、有理数、無理数、実数の定義を確認した。その際、 $\sqrt{2}$ が分数の形では表せないことを高校時に学習したかどうかを話題にしたところ、2,3名の学生が背理法による証明であったことを覚えている、と述べた。なお、ここでは数の小数表現については扱わなかった。）

4) 日常場面での問題解決 ワークシート4

T7: 問2をやってみましょう。

【問2】「コピー機の倍率を表す数には、0.7倍や1.4倍という表示がみられます。この数値には、A判の紙の特徴が現れています。どのような特徴なのか、隣りの人やグループで話し合っ、それを図や言葉、式で書きましょう。」

$$S9: 0.7 \times 0.7 = 0.49 \approx 0.5 \text{ だ。}$$

$$S10: 1.4 \times 1.4 = 1.96 \approx 2 \text{ だ。}$$

T8: 皆さんの考えを再確認しましょう。

S9やS10さんのように倍率の値の2乗を計算すると、

$$0.7 \times 0.7 = 0.49 \approx 0.5 \quad 1.4 \times 1.4 = 1.96 \approx 2$$

だから、コピー機にある倍率「0.7は、1/2倍に縮小することを、1.4は、2倍に拡大することを表している。」

T9: (本を再度示しながら) A6判は文庫本の大きさです。

A6判の辺を $\sqrt{2}$ 倍にした長方形がA5判であり、

A5判の辺を $\sqrt{2}$ 倍にした長方形がA4判です。

（大学ノートを例にして、B6、B5、B4判の大きさについても、対応する辺の比について同様のことが成り立っていること、紙が無駄なく裁断されることを話題にした。）

（さらにこの後、30分程、授業者と学生との問答によって、白銀比の展開とほぼ同様の方針で、新書判の本を

示して黄金比に関する確認をした。)

T10: 普段何気なく使っている本やノートの形、コピー用紙等には、数学がいろいろな形で潜んでいます。

また、ここで学んだA判の大きさについての内容は、小学5年生での合同な図形や、小学6年生での拡大図・縮図の内容につながっています。

(この後、8分程で学習感想を書かせた。)

6. 学生の問題追究の様相の検討

ここでは、幼児教育専攻の学生12名を対象として、ワーシートの記述、及び授業後に書いた学習感想に基づいて、授業での学生の問題追究の様相を検討する。なお、その内の2名は、推選によって入学しセンター試験を受けていない。

分析にあたって、12名の学生それぞれに対して①～⑫の通し番号を付けた。以下で、解答の人数の直後の<○付き番号>は、その解答をした学生の番号である。

(1) A5判の紙とA4判の紙の関係(問1)

A5判とA4判の紙をそれぞれ2枚ずつ配布してA5判の紙とA4判の紙の関係について聞いた【問1】に対して、12名全員が「A4はA5の2倍、A5はA4の半分」であることを挙げている。その内の11名は「...の大きさ」と表現していて、()付きで「...の大きさ(面積)」と書いている。ほとんどの学生が「大きさ」を面積の意味として使っている。残る1名<②>は「 $A5 \times 2 = A4$ 」とだけ書いている。考えが何となく伝わってくるのは興味深い。

6名<①③⑨⑩⑪⑫>が紙の縦、横の長さを実際にものさしで測って、その測定値を書いている。

また、「紙を折る」という操作を文で述べた者が1名<⑥>、文と図で示した者が1名<⑦>いる。さらに、別の1名<⑤>は、これら面積の関係に加えて、「短い方の長さ」と長い方の長さの比は、A4とA5で同じ」「相似である」「短い方、長い方をそれぞれ比較すると、A5の辺の長さはA4の半分よりも長い(2/3程度)」と書いている、A判に関する相似の見方を既に得ていることがわかる。

全体として、A5判とA4判の関係を面積(大きさ)の点からとらえている、ということが出来る。

(2) A4判の紙を折ったときに現れる性質(Activity)

(2)-1 Activityの【○1】の解答

【○1】では、A4判の紙を、短い方の辺が長い方の辺に重なるように折らせ、そのときにできる折り目の線の長さ、長い方の辺の長さを比べさせて、気づいたことを書かせている。

12名全員が「折り目の線の長さ、長い方の辺の長さは等しい(同じ)」ことを挙げている。指示されたとおりに折ってみて、等しい関係に気づくことができたとい

えよう。その内の9名は「長さが同じ」「同じ長さ」と表現していて、「長さが等しい」と書いたのは3名<②③⑪>である。「同じ長さ」とした9名の内の1名<⑫>は、「直角二等辺三角形ができるから比は $AB:AE=1:\sqrt{2}$ 」とまで書いている。

【問1】でも【○1】でも「等しい」という表現が数学的には好ましいが、「同じ」という表現が面積の意味にも長さの意味にも日常的には多用されていることがわかる。

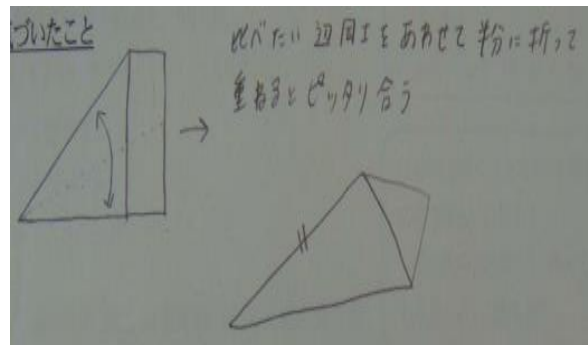
(2)-2 Activityの【○2】の解答

【○2】では、○1で見つけたことは、どのように確かめることができるかを書かせている。

1名<⑤>だけが「測った」ことだけで確かめたとしている。

また、「重ねる、測る」と書いた者は4名いる。その内の1名<①>は「測ってから長さが同じだとわかったので、重ねて折った」と書き、1名<⑪>は「折っていない方の紙(A4)を折り目にかぶせる。さらに折って、長い辺にそろえてみる。はかる。」と書いている。測ったり重ねたりという具体的操作を繰り返して、等しいことを納得している。

測ることはせずに、折って確かめた者が4名いる。その内の1名<⑧>は、「比べたい辺同士をあわせて半分」に折って重ねるとピッタリ合う」と文に書き、下図のようにうまい図も添えて説明している。



別の2名<③⑫>は「AEの部分にもう一枚のA4の紙の長い方の辺を重ねる」というように、第2枚目の紙をうまく利用して確認している。授業の冒頭にA4、A5の紙を一人当たり2枚配布しておいたことが、こんなところに生きている。

座席が隣同士であった2名<⑨⑩>は、「・定規で測る、・もう1枚A4を用意して重ねて実際に長さを比べる、・コンパスで長さを比べる、・折り目の線と長い方の辺が重なるように折る、・折り目の線で切り取って、長い方の辺と比べる」というように、5通りの多様な確かめ方をほぼ同様の文章で書いている。ワークシートにも予め「自分の考えを隣の人やグループで説明し合い…」と印刷されていて、コミュニケーションを取り合うことを奨励したことが、よい成果を生み出した例と見る

ことができるであろう。

なお、1名<②>は確かめ方についての記述はない。

この Activity に対する学生の解答の中には、方程式を利用して「いずれの長さも縦の長さの $\sqrt{2}$ 倍になるので等しい」と結論付けたものはなかった。授業ではこの後、前項5のワークシート3で述べたように、相似形に着目して比例式をつくり、それを解いて $\sqrt{2}$ を得る説明を授業者と学生との問答によって確認している。

(3) 授業後の学習感想

本授業を終えて、「今日の授業について、わかったこと、興味をもったことを簡潔に述べてください」と問い、8分程で感想を書かせている。ここではそれに対する記述をア～ケ)の9枠に類型化し、見出しをつけてまとめておく。その最後にある()付きの人数は、そのような記述をした学生の数である。

続く「 」付きの引用文は、その類型に分類された学生が書いた2名程度の文章を忠実に再掲したものである。引用文の直後の< >付き番号は、学生の通し番号である。そこからは、授業で学生達が何を考え何に関心や驚きをもったかが十分に伝わってくる。

ア) A判や、A4とA5の関係を知った(6名)

「A4とA5の大きさの関係は、大きさが半分ということは知っていたが、どういう風に半分なのかときかされると、なるほど、「面積」が半分なのかと理解した。あらためて考えてみるといろんなことに気づく。」<⑤>

「普段使っている指導要領がA4版で、教科書がA5、文庫本がA6にピッタリあてはまったのは、おもしろいなと思った。普段はレポート用紙くらいしか大きさを意識していなかったけど、他にもたくさん身の回りには様々な型の大きさがあるのかなと思った。」<⑧>

「いつも使っているA4の紙について、こんなに新たな発見ができることにおどろいた。すごく私たちの日常になじんでいるA4の紙だけれど、 $1:\sqrt{2}$ という直角二等辺三角形にもみられる辺の比で出来ていて、そういったところも人々が使いやすいと感じたり、キレイだと感じる理由の1つなのかなとも思った。」<⑫>

イ) コピー機の倍率に数学が(8名)

「コピー機の倍率も、いつもどうしてこんな中途半端な倍率なのだろうと不思議には思っていたものの、その理由について深く考えることはなかったの、コピー機の他にも、もつと日常を見直してみると新しい発見があるのだろうと思う。」<①>

「コピー機の0.7倍や1.4倍の意味にも理由があるんだと思っておもしろかったです。日常的にふれる数字にルートを使ったものがあまりないと思っていたのでおどろきました。」<⑩>

ウ) 折り目と横の長さが等しいことへの驚き(5名)

「折り目と長い辺の長さが一緒だとは思わなかったの

等しいとわかり驚きました。」<②>

「A版の紙を折ってみて、ここここの長さが等しいという性質はなかなか機会がなければ発見できないことであり面白と感じた。」<④>

エ) 他の者との交流の楽しさ(3名)

「他の人の意見をきくことで、新しいアプローチ法を得たのもよかった。」<⑤>

「長さを比べる際、折ったり重ねたり、はかったり、友達と意見を交換すると様々な方法が見えてきておもしろかった。」<⑥>

「みんなから色々なやり方が出てきて、自分と違うやり方をしている人がいると、なるほどとなっておもしろかった。」<⑧>

オ) 方程式を使った説明で納得(3名)

「折り目と長い辺の長さが等しいことは初めての発見であり、確かめた上でさらに証明によって確実なものになるという流れがとてもワクワクした。早く証明して確かめたい。そう思える授業が今までなかなかなかったので、とても面白かった。」<⑤>

「私たちはパッと見て形が似ているから同じだという思考になってしまいがちだけど、ちゃんとした根拠があるんだということを感じました。」<⑩>

カ) 身近なところに数学(3名)

「普段は意識していないけれど、ポスター作りやコピーなど、身の回りの様々なところで数学に関連したものがあつたということに改めて気づいた。」<⑨>

「コピー機の他にも、もつと日常を見直してみると新しい発見があるのだろうと思う。」<①>

キ) 保育者になるための課題(2名)

「なんとなく見た目で済ますのではなく、計算した結果本当にそうであると分かったときの喜びを子どもに感じてもらいたいと思いました。」<⑥>

「保育園や幼稚園で働いても、数学的な考え方が必要とされる場面が身近にあるのだということがわかった。…辺の長さを比べたが、幼児は定規で測ることはできない。折って比べてみるとか、別の紙をもう1枚持ってきて重ねてみるとか、方法は何通りもあるが、柔軟に色々な考え方をできるようにしたいと感じた。幼児教育と算数や数学との関わりについて興味をもった。」<⑨>

ク) 苦手意識の吐露(2名)

「数字が出てきた途端ついていけなくなったため、小学生からの苦手意識が残っているなど思った。中学生で習ったことも忘れかけていた。」<③>

「久しぶりに $\sqrt{2}$ や比を使った式など数学的なことに触れ、中学・高校と学んできたことをいかに自分が忘れていたかを痛感した授業でした。必ずこれからの将来のために覚えなおさないといけないので少しずつ思い出していきたいと感じました。」<⑪>

ケ) 操作的な確か目で十分(1名)

「計算式のように手間をかけなくても、折ったり重ねた

りするだけで簡単に比較ができるということを知れた。」<⑧>

(4) 特徴的な学生の一連の追究

ここでは、問 1, Activity, 学習感想という一連の問いかけに対して、興味深い特徴的な記述をしたと考えられる 3 名の学生の追究についてまとめておく。

a) 測ることによって確かめる

学生①は、【問 1】では、「A4 は A5 の 2 倍の面積」と書き、縦、横の長さを測って「A4, 29.6cm, 21cm, A5, 21cm, 15cm」と書いている。続く Activity では、「折り目の線と長い方の辺の長さは同じ」ことに気付き、その確かめ方については「測ってから長さが同じだとわかったので、重ねて折った」と書いている。

「まず測ってみる」という方法が一貫していて、結果の予想のみならず、確かめ方としても測るという行為が徹底しているのは興味深い。

b) 紙の中に潜む数学に興味

学生②は、【問 1】では、紙の縦、横の長さを実際に測って、その測定値を書いている。Activity では、「折り目の線と長い方の辺の長さは同じ」ことに気付き、その確かめ方については、「AE の部分にもう一枚の紙の長い方の辺を重ねる」と書いている。問いに対して測ったり折ったり重ねたりという操作的活動を的確に行っている。学習感想では「いつも使っている A4 の紙について、こんなに新たな発見ができることにおどろいた。」と書いて、A4 の紙にいろいろな数学の内容が潜んでいることに興味を持ったことがわかる。

c) 他の学生との交流の成果

学生③は、【問 1】では、学生①とほぼ同様に、「A4 は A5 の 2 倍の大きさ(面積)」,そして「A5; たて 21cm, よこ 15cm, A4; 30cm, 21cm」と書いている。Activity では、「折り目の線と長い方の辺の長さは同じ」ことに気付き、その確かめ方については、隣席の学生⑩と意見交換して「定規で測る、もう 1 枚 A4 を用意して重ねて実際に長さを比べる、コンパスで長さを比べる、折り目の線と長い方の辺が重なるように折る、折り目の線で切り取って、長い方の辺と比べる」という、5 通りの確かめ方を書いている。コミュニケーションが多様な方法を生み出すのに役立つことがよく現れている。

7. 養成段階での「数学力」の育成に向けて

(1) 「数学の基礎知識」に関して

学生達は、本授業で扱った白銀比・黄金比について、2 次方程式に関連して中学校 3 年生や高等学校において学習経験を持っていると考えられる。既に知っている性質を再び学習することに関して、紙を折ったり測ったりする具体的操作に基づいて確かめ、続いて 2 次方程式の力を借りて数学的に納得するという、今回のような授業

展開を評価している。それは、授業後の学習感想からも十分に読み取ることができる。あることに気づいたり発見したりし、それを何らかの根拠に基づいて確かめるといふ、数学の学習過程を大学の授業においても取り入れていくことが重要である。

特に、保育者を養成する大学や短大での数学の内容に関する授業においては、幼稚園での子どもの活動の中に、また道具や掲示物など身の回りに数学があることを納得させ、将来の保育者として、学生自らが数学を学習する好ましい過程のあり方を感得するような展開をすることが重要である。少なくとも学生の数学学習に対する負の意識を増幅することのないようにしたい。

一方、算数教育に関して多々存在する指導用語に関しては、必ずしも高等学校までには習っていないであろう。日頃意識しないで使っている言葉について、その用語があるからこそ概念が明確になり説明が付きやすいことに気づき、それらを理解する必要がある。

(2) 「環境を構成する力」に関して

環境を構成する上で大切にしたいことは、まず、保育者自身がよい問題や課題に出会い、その解決過程において数学の方法や内容のよさを味わう原体験を持つことである。その意味で、「数学の基礎知識」に示した内容に限らずに、数学的な探究活動ができるゲームなどの新たな題材に取り組みさせることも考えられる。

また、遊びや生活の中に潜む数学的な意味を理解させる指導も重要であり、遊びそのものを教材にすることも考えられる。そのためには、数学嫌いが少なくない学生達に数学的な探究活動の面白さを味わわせ、数学に対する抵抗感を除去するのに貢献するような、遊びや数学的内容や具体的な授業展開を大学教員同士で共有する必要がある。これに関連して、吉田(2016b)は、いくつかの園で観察した「カード集め、キャップ飛ばし、折った紙に乗る、玉の数え上げ、お店屋さんごっこ、砂場遊び、こけしづくり、芋掘り」の 8 つの活動の実際について、数学教育の視点から分析し報告している。

さらに、活動を豊かにする言葉かけについては、実際の幼児の活動場面の観察や協働を通して、数学的な要素を見出したり、新たな数学的な要素を含んだ活動を考えさせたりする授業が求められる。

8. 今後の課題

今後は、保育者を目指す学生に「数学力」を身に付けさせるための教材開発に取り組み、具体的な指導展開の実際を明示し検討したい。

なお、本研究は、科学研究補助金(課題番号 26381299, 吉田明史研究代表)の援助を得て行われた。

引用・参考文献

A. J. ビショップ, 湊三郎訳. 2011. 『数学的文化化一算

数・数学教育を文化の立場から眺望する一』. 教育出版 ; 原著 Bishop A.J.1991. *Mathematical Enculturation*, Kluwer Academic Publishers. pp.51~110.

船越俊介. 2010. 「幼稚園における「数量・形」と小学校での「算数」の学びをつなげる幼小連携カリキュラムの開発に関する予備研究」. 甲南女子大学研究紀要. 第46号. pp.83~94.

藤森平司. 2001. 『さんすうのはじまり』. 学研.

伊藤説郎. 1995. 『小学校算数演習ノート』. 東洋館.

本吉園子・無藤隆. 2004. 『生きる力の基礎を育む保育の実践』. 萌文書林. p.170~180.

中沢和子. 1981. 『幼児の数と量の教育』. 国土社.

奈良県幼稚園教育研究会. 1984. 「領域『自然』一遊びを通して, 数量形についての豊かな経験を与える指導一」. 幼稚園教育研究紀要. p.37. p.70. pp.14~16.

榎原知美. 2006. 「幼児の数的発達に対する幼稚園教師の支援と役割: 保育活動の自然観察にもとづく検討」. 発達心理学研究. 第17巻第1号. pp.50~61.

鈴木えり子. 2014. 「幼稚園・保育所における就職試験に関する一考察」. 華頂短大幼児教育学科保育実践研究会. 保育実践研究. 第15号. pp.83~90.

松尾七重. 2016. 「就学前算数教育実現のための方向

性」. 日本数学教育学会. 第4回春期研究大会論文集. pp.179~182.

吉田明史. 2013. 「保育者に必要な数学力についての基礎的研究(1)」. 奈良文化女子短期大学紀要. 第44号. pp.121~136.

吉田明史. 2015. 「保育者に必要な数学力についての基礎的研究(2)」. 奈良文化女子短期大学紀要. 第46号. pp.129~149.

吉田明史. 2016a. 「保育者に必要な「数学力」-「数学の基礎知識」と「環境を構成する力」-」. 日本数学教育学会. 第49回秋期研究大会発表収録. pp.513~516.

吉田明史. 2016b. 「幼児の活動を数学的に豊かにする方略」. 奈良文化女子短期大学紀要. 第47号. pp.81~93.

表1 【保育者に必要な「数学力」】

柱	観点	【内容】	具体的内容
a) 数学の基礎知識	① 幼児の知的発達に関する知識	自然数・整数	大小関係, 集合, 分類, 一対一対応, 命題とその真偽, 関数・写像, 有限集合と無限集合
		立体・平面図形	形への着目, 属性を基にした分類, 積み木遊び, 位置関係, 対称性
		算数教育に関する指導用語	計数, 数唱, 数詞 (漢語系数詞と和語系数詞), 集合数と順序数, 数の分解・合成, 補数関係, 数学史的な知識, 加数分解, 被加数分解, 減加法, 減減法, 等分除・包含除, 量の四段階指導(比較から数値化・単位へ), 算数的活動
		幼児の数, 量, 形に関する発達	数概念の発達, 4の壁, 10のまとまり, いっしょ, 1の把握, 量の系統, 量の保存, 概念の外延と内包, ピアジェ (同化と調節・均衡化), ヴィゴツキー(発達の最近接領域)
	② 教材作成, 研究, 事務等に関する知識	有理数・実数の概念と計算	数の集合と表現, 十進位取り記数法, 二進法, 分数・小数の意味と必要性, 数直線, 数と位置による表現, 有理数と実数, 黄金比や白银比, 離散と連続, 稠密性, 演算の意味・逆演算, 計算法則(群・分配法則)
		関係, 比例	割合(歩合, 百分率), 約数・倍数, 比例
		空間・平面図形	図形概念, 抽象・捨象, 線対称・折る, 図形の移動, 合同・相似の概念, 空間図形, 立方体, 凸, 視点を変える, 展開, 切断・投影
		記述統計と確率	度数分布表・ヒストグラム, 散らばり, コンピュータによる統計処理 統計的確率と数学的確率
	③ 採用試験のための知識	中学校卒業程度の数学	因数分解, 二次方程式, 図形の面積, 空間認識, パターン認識(比例・一次関数・二次関数), 関数的な見方, 数列の考え方
	b) 環境を構成する力	・見出す力, ・組み入れ, 準備する力 ・言葉かけなどによって活動を豊かにする力	遊びの意義の理解と場面構成
コミュニケーション能力と言葉かけ			自らの思考行動を表現し, 他と共有することができる. 言葉かけに関する知識を持っている. 言葉かけを具体的に表現することができる.
数学的探究活動, 問題解決			よい問題についての解決活動の経験を持つ. 概念の理解と能力・態度の育成を目指した活動ができる.