

## 中学校・高等学校における割合指導に関する研究

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 静岡大学教育学部附属教育実践総合センター 公開日: 2020-03-10 キーワード (Ja): 割合, 第3用法, フィンランド, 教科書分析, 数学授業 キーワード (En): 作成者: 熊倉, 啓之, 國宗, 進, 杢元, 新一郎, 早川, 健, 近藤, 裕 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="https://doi.org/10.14945/00027105">https://doi.org/10.14945/00027105</a>

## 中学校・高等学校における割合指導に関する研究

熊倉 啓之      國宗 進      松元 新一郎      早川 健      近藤 裕  
(静岡大学教育学部 静岡大学教育学部 静岡大学教育学部 山梨大学教育学部 奈良教育大学)

### Study of Teaching of Ratio in Junior and Senior High School

Kumakura Hiroyuki, Kunimune Susumu, Matsumoto Shinichiro  
Hayakawa Ken, Kondo Yutaka

#### Abstract

A purpose of this study is to get the suggestions about teaching ratio in junior and senior high school. First, the authors researched national curriculum and textbooks in Finland about ratio. Next, the authors practiced seven lessons in junior and senior high school and analyzing effectiveness of lessons through observing students. Third, the authors have gotten four suggestions about teaching ratio in junior and senior high school as follows;

- 1) Teaching the problem of “The third usage of ratio”, “PP type”, “P/P type”, “Mixture type”,
- 2) Practicing the lessons in the unit of linear equation or literal expression and so on,
- 3) Focusing and discussing the reason of typical error in the lessons,
- 4) Clearing the basis amount through effective figure in the lessons.

キーワード：割合，第3用法，フィンランド，教科書分析，数学授業

#### 1. 研究の目的と方法

子どもの割合の理解に課題があることは、60年以上前から指摘され（例えば、文部省、1957）、その課題解決のために、これまで割合指導のあり方について多くの研究と実践が積み重ねられてきた（例えば、寺岡他、1983；中村、2002；田端、2002）。それにも関わらず、現在でも、割合の理解について課題が指摘されている（例えば、国立教育政策研究所、2017）。

そこで本研究は、割合に関する学習内容は日常生活にも多々関係する重要なものであり、それらをより深く理解して、割合の概念や考え方を様々な場面で正しく活用できるようにすることを目指すべきであるとの立場に立ち、特に中学校・高等学校数学科において、割合の理解を深める指導のあり方を追究することを目的とする。なお、本研究で「割合」とは、同種の2量の割合を指す。

研究の方法は、次の通りである。

- (1) 中学生・高校生の割合理解の実態を把握するために、調査を実施して分析する。
- (2) 中学校・高等学校における割合指導を検討するために、中学校・高等学校で単元を設けて指導しているフィンランドの割合指導を分析する。
- (3) 中学校・高等学校数学科での割合指導を追究するために、割合の理解を深める教材を開発し、実

験授業を実施してそこでの生徒の反応等を分析する。

- (4) (1)～(3)の結果を踏まえて、中学校・高等学校における割合指導への示唆を得る。

#### 2. 研究の経過

これまでに上記(1)について、以下の通り報告した（熊倉他、2019a）。

##### (1) 調査問題の分析

中学生・高校生の割合理解の実態をとらえるための調査問題を作成・実施し、その分析結果を次の4点にまとめた。

① 第3用法<sup>1)</sup>の問題の正答率は、中3でも正答率は50%に満たず、また生徒がわかりやすい方法として、中3～高2では70%以上が方程式による方法を挙げている。なお、算数科で扱う複線図による方法を挙げている中学生・高校生は一人もいなかった。

② 対比型（3(2)②オ参照）の問題は、中3でも正答率は55%に満たず、「もとにする量」を逆に捉えている誤答が10～20%程度で最も多かった。

③ PPタイプ（3(2)④ア参照）で増減型（3(2)①ウ参照）の問題は、中3でも正答率は40%に満たず、「10%増の後に10%減」の状況を変化しないとする誤答が20～55%程度で最も多かった。

④ P/Pタイプ（3(2)④カ参照）の問題は、高2で

も正答率は40%に満たず、「50%から30%への変化」を安易に20%減とする誤答が15～35%程度で最も多かった。

### 3 フィンランドの割合指導の分析

ここでは、中学校・高等学校で単元を設けて割合指導を行っているフィンランドに焦点を当て、国家カリキュラムと教科書の記述内容について分析する(2019b, 熊倉)。

#### (1) 国家カリキュラムにおける位置づけ

フィンランドでは、ほぼ10年ごとに国家カリキュラムが改訂されているが、本稿では、手元にある小学校・中学校・高等学校の教科書の内容と合わせるために、National Core Curriculum for Basic Education 2004, 及び National Core Curriculum for Upper Secondary Schools 2003 (Finnish National Board of Education, 2004) を分析対象とする。フィンランドでは、小学校6年間、中学校3年間を合わせた9年間を基礎教育と呼び、国家カリキュラムも基礎教育用に作成されている(熊倉, 2013)。

##### ① 基礎教育(小・中)国家カリキュラム

日本とは異なり、1学年から9学年までの指導目標や内容を、1-2学年、3-5学年、6-9学年のように、複数学年を括って3つの区分で示している点に特徴がある。指導内容は、数と計算、代数、幾何、関数、確率と統計などの領域に分かれているが、割合指導に関する内容は、6-9学年の「数と計算」領域に、次のように簡単に記述されている。

##### 6-9学年 数と計算

「パーセントの概念とパーセントの計算の強化」

##### ② 高等学校国家カリキュラム

フィンランドでは、短い数学(いわゆる文系)と長い数学(いわゆる理系)の2コースに分けて、異なる指導内容(科目)を示している点に特徴がある。それぞれ必修科目と選択科目が複数あるが、割合指導に関わる内容は、どの科目の記述の中にも見当たらない<sup>2)</sup>。

#### (2) 教科書記述の分析

複数の教科書会社が、教科書を発行している(熊倉, 2013)が、本稿では次の教科書(いずれもWSOY社発行)を分析対象とする。

- ・ LASKUTAITO 1A～6B (WSOY社, 2006～2009)
- ・ LASKUTAITO 7～9 (WSOY社, 2007～2008)
- ・ LUKIOLAISEN MATEMATIIKKA 1～7 (WSOY社, 2005～2010) <短い数学用>
- ・ MATEMATIIKKAN TAITO 1～13 (WSOY社, 2005～2008) <長い数学用>

なお、フィンランドは、日本と異なり教科書検定制度がない(熊倉, 2013)ため、国家カリキュラムの教科書への強い拘束力はなく、以下に示す通り、国家カリキュラムと教科書の扱いに相違が見られる部分もある。

##### ① 第6学年の教科書分析(M.Koivisto他, 2007)

まず「%」を定義し意味理解を図った上で、%を使った様々なタイプの問題を扱っている(計28ページ)。

##### ア %の導入

「%」は「1/100を意味する」ものとして定義される。図1のように、分数、小数、面積図と関連付けて指導している点に特徴があり、日本の%の導入とは異なる。

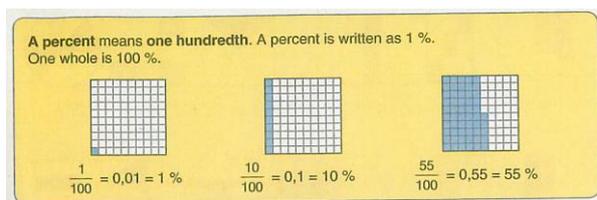


図1 %の導入

##### イ 比較量を求める問題(第2用法)

ここでは、比較量を求める第2用法の問題を、ア)の方法、続いてイ)の方法と、2段階に分けて扱っている。

(例) 300mの5%は何mか?

ア)  $300 \div 100 = 3, 3 \times 5 = 15m$

イ)  $300 \times 0.05 = 15m$

ア)は、まず1%相当の量を求める帰一法であるが、日本の教科書では意図的には扱っていない。この問題は、全体量の中の部分量の割合を求める全体部分型(岡田, 2008)の問題である。

この後、このタイプの練習問題として4ページが設けられている。

##### ウ 比較量を求める問題(第2用法)

ここでも、第2用法の問題を扱っているが、イとは

異なる次のようなタイプの問題である。

(例) 140cmの身長が、1年間で8%伸びた。身長は何cmに伸びたか？

この問題は、1つの量が増減したときの量を求める増減型(岡田, 2008; 熊倉, 2019c)の問題である。

#### エ パーセントを求める問題(第1用法)

ここでは、次のような第1用法の問題を扱っている。

(例) 50mをもとにするときの24mは何%か？

(例) 160€貯金していて、さらに40€貯金した。何%貯金額は増加したか？

日本では、まず第1用法、次に第2用法の順に指導するが、フィンランドでは、逆の順に指導する。

この後に、このタイプの練習問題4ページと活用問題2ページが設けられている。

#### ② 第8学年の教科書分析(T.Laurinolli他, 2007a)

6学年と同様に、まず「%」の意味を復習した上で、6学年では扱わない%を使ったタイプの問題も含めて、様々な問題を扱っている(計24ページ)。

#### ア 「%」の意味の復習

6学年と同様に、小数、分数、面積図と関連付けた「%」の定義を確認する。

#### イ パーセントを求める問題(第1用法)

6学年と異なり、まず第1用法を先に扱っている。

(例) 250人の生徒のうち、女子は150人である。女子の割合は何%か？

#### ウ 比較量を求める問題(第2用法)

例えば、次のような問題を扱っている。

(例) ビエタルサーリの町には2370校の基礎学校があり、そのうち56.6%はスウェーデン語で教える。スウェーデン語で教える学校は何校か？

#### エ 基準量を求める問題(第3用法)

6学年では扱わない第3用法の問題を扱っている。2つの方法を示している点に特徴がある。

(例) 大麦を15%含む飼料がある。3.0kgの大麦を摂るには、どれほどの資料が必要か？

ア)  $3.0/15=0.2$ ,  $0.2 \times 100=20\text{kg}$

イ)  $a \times 0.15=3.0$ ,  $a=3.0/0.15=20\text{kg}$

ア)は帰一法による方法、イ)は文字を使った方程式による方法である。

また、この問題解決に、図2のような図を用いている点も特徴的である。

この後に、第1～第3用法による活用問題2ページが設けられている。

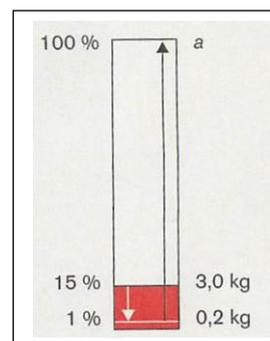


図2 問題解決の図

#### オ 2量の差をパーセントで表す問題

6学年では扱わないタイプの問題で、例えば次のような問題を扱っている。

(例) Big Mac 1個の料金(2003年)は、ユーロに換算してフィンランド3.3€, ロシア1.2€である。ロシアに対して、フィンランドは何%高いか？

この問題は、一方の量をもとにしたときの他方の量の割合を求める対比型(岡田, 2008)の問題である。

#### カ 量の増減に関する問題

次の例1のような6学年で扱う問題と、例2のような6学年では扱っていない問題が示されている。

(例1) 列車の切符の価格は50€である。10%値上げすると、値上げした価格はいくらか？

(例2) ギターの価格が200€から250€に上昇した。価格は何%上昇したか？

#### キ %の意味と%を使った問題

千分率であるパーミルの定義を示した上で、%を使った問題を扱っている。

#### ク パーセントの活用問題

活用問題として、金利に関する問題2ページ、混合液の濃度に関する問題2ページが設けられている。

(例1) 4月17日に、年利0.7%で20000€を預金したが、それを、同じ年の8月22日に引き出した。利息に対する税金が28%かかるとして、預金の合計額はいくらか？

(例2) 15%の食塩水400gに、100gの塩を加えた。食塩水の濃度は何%になったか？

#### ③ 第9学年の教科書分析(T.Laurinolli他, 2007b)

ここでは、6学年、8学年で扱う問題も含めて、パーセントの活用問題が設けられている(計10ページ)。例えば、次のような現実事象の問題を扱って

いる。

(例) 給料の額がa)2513,00€, b)2870.00€のときに、源泉徴収税額※を求めよ。(※2608.33€までは21.0%の、それを超える分については43.5%の税金がかかる。)

④ 高等学校の教科書分析 (M.Peräsalo他, 2009)

対象としたシリーズの教科書は、短い数学用の7冊と、長い数学用の13冊があるが、この中で、パーセントの指導を目的とする単元「パーセント」が、短い数学用の科目「1式と方程式」の中に設けられている(計18ページ)。国家カリキュラムには割合指導に関する記述はないが、教科書会社で必要と判断して設けたものと考えられる。

その具体的な内容は、次の通りである。

ア パーセントを使った第1～第3用法の問題

6学年や8学年で扱うタイプの問題に加えて、次のような問題も扱われている。

(例) 3段跳びの記録について、1回目は510cmジャンプし、2回目は1回目よりも21%短くジャンプし、3回目は2回目よりも32%長くジャンプした。3回目の記録はどれだけか？

この問題は、割合の割合を考えて答えを求める、すなわち割合に割合をかけるPPタイプの問題(熊倉他, 2019a)である。

イ 量の増減に関する問題

8学年で扱うタイプの問題に加えて、次のような問題も扱われている。

(例1) 動物園の入場者数を5年間調査した結果、最初の4年間は、いつも前年の5%だけ増加したが、5年目は前年の10%だけ減少した。結局、5年間で何%変化したか？

(例2) 電子レンジは、1990年には52%の世帯が所有していたが、1996年には77%の世帯が所有するようになった。何パーセントポイント変化したか？また、所有する世帯数は何%増加したか？

例1はアの例で挙げた三段跳びの問題と同じで、PPタイプの問題、例2はパーセントポイント(%pt)と割合に対する割合を考えて答えを求めるP/Pタイプの問題(熊倉他, 2019)である。

(3) 国家カリキュラム・教科書分析の考察

(2)の分析結果を日本の割合指導と比較したものを、表1に整理した。

表1 日本とフィンランドの割合指導の比較

学校種	日本	フィンランド
小学校	【用法】 第1→第2→第3 【問題場面】 全体部分 →増減→対比	【用法】 第2→第1 【問題場面】 全体部分→増減
中学校 7～9年	なし	【用法】 (第1・2→)第3 【問題場面】 (全体部分・増減 →)対比→混合 【用語・記号】%o
高等学校	なし	【タイプ】PP→P/P 【用語・記号】%pt

日本と比較したフィンランドの割合指導の特徴として、次の3点が挙げられる。

① 小～高で割合をスパイラルに指導

日本では、小5で割合(パーセント)の指導が行われるが、それ以降は、特に割合の理解を深めたり活用力を高めたりすることを主目的とした指導は行われず、文字と式や連立方程式の活用場面で、割合を題材とした問題が扱われる程度である。一方、フィンランドでは、日本の小6、中2、中3、高1(文系のみ)に相当する4学年で、それ以前の学年の復習も含めながら、スパイラル的に割合の理解を深め活用力を高める指導が行われていて、この点は日本と大きく異なる。

② 子どもの理解を踏まえて体系的に指導

第1～3用法の中で最も難しいとされる第3用法について、フィンランドでは6学年で扱わず、8学年で初めて扱う。同様に、全体部分型や増減型に比べ難しいとされる対比型の問題も、8学年で初めて扱う。また、日本ではほとんど扱われていない、やや高度なPPタイプ、P/Pタイプの問題を高1で扱っている。このように、フィンランドでは、子どもにとって難しいとされるタイプの問題は、後の学年で指導するように配慮されていて、この点は日本と異なる特徴である。

### ③ %， %ptを指導

日本では扱っていないパーミル（‰）やパーセントポイント（%pt）を、フィンランドではそれぞれ8学年、高1で指導している。パーミルは、パーセントほど社会で使用されているわけではないが、それでも鉄道線路やトンネルの勾配などで使われている。また、パーセントポイントも、例えば「支持率が10ポイント上昇」などのようにニュース等で目にするのが少なくない。パーセントポイントは、前述のP/Pタイプの問題と一緒に扱うことで、その意味をより深く理解できるように配慮されている。

以上の特徴から、日本でも、中学校・高等学校数学科で割合指導を行うことを検討すること、特に日本で扱っていないPPタイプ、P/Pタイプの問題や%pt，‰を扱うことを検討することが示唆される。

## 4 中学校・高等学校における実験授業

中学生・高校生の割合理解の調査結果の分析、及びフィンランドの割合指導を踏まえて、日本の現在の教育課程において中学校・高等学校数学科で扱うことが可能な教材を開発し、表2の通り、7つの実験授業<sup>3)</sup>を2017～2019年度に実施した。

表2 割合に関する実験授業

教材	単元 (学年/科目)	問題 タイプ
【授業1】食材の廃棄率をもとに発注量を求める	1次方程式 (中1)	第3用法
【授業2】買い物の定価を求める	1次方程式 (中1)	第3用法
【授業3】買い物の割引価格を比べる	文字式 (中2)	PPタイプ
【授業4】来年度の中学校の男女の生徒数を求める	連立方程式 (中2)	PPタイプ
【授業5】買い物の割引価格を比べる	1次不等式 (数I)	PPタイプ
【授業6】家庭学習時間とメディア使用時間の変化を評価する	データの分析 (数I)	P/Pタイプ
【授業7】新幹線の指定席と自由席の乗車率を求める	データの分析 (数I)	混合型

各実験授業で扱われる問題は実践者の提案による

ものであるが、フィンランドで扱われている問題のタイプや場面を視野に入れながら、現時点でも実践可能な内容を検討し提案された。

以下では、第3用法、PPタイプ、P/Pタイプ、混合型の問題を扱った授業ごとに述べる。

### (1) 第3用法に関する実験授業

#### ① 授業1について

【授業1】で扱った問題は、次の通りである。

【授業1】里芋の食べられる部分を12kg用意したい。廃棄率を20%とすると、里芋を何kg発注すればよいか。

この授業は、中1を対象に家庭科の調理実習と関連付け、2時間扱いで扱った(和田, 2019)。

第1時では比較量である「里芋の食べられる部分」を誤って「もとにする量」と捉えて計算した「 $12 \times 0.2 + 12 = 14.4\text{kg}$ 」を正しいと判断する生徒が多数を占めた。そのため、第2時で14.4kgの真偽を確認する活動から授業を展開し、テープ図(図1)や円グラフ(図2)等を用いながら、最終的には比例式や方程式を使って問題を解決した。

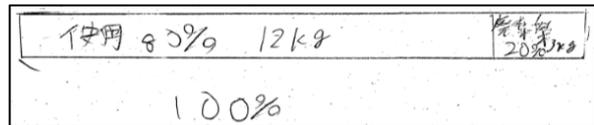


図1 テープ図

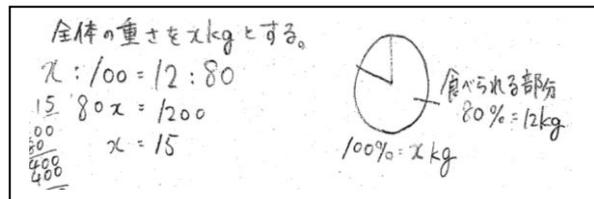


図2 円グラフ

この実践から、第3用法に関する問題を解決するには、典型的な誤答を取り上げて誤りの理由を検討すること、テープ図等を活用して「もとにする量」を意識させること、問題の解決には比例式が有効であること等が示唆された。

#### ② 授業2について

【授業2】で扱った問題は、次の通りである。

【授業2】青Tシャツと水色Tシャツの定価は同じだが、青Tシャツは定価の35%引きで購入し、水色Tシャツは定価の500円引きで買ったところ、青Tシャツは水色Tシャツより270円安く買

うことができた。また、赤Tシャツは30%引きで700円であった。それぞれのTシャツの定価はいくらか。

この授業は、授業1と同じく、中1「1次方程式」の活用問題として実践した。赤Tシャツの価格を求める問題が第3用法である。まず、青Tシャツと水色Tシャツについて、個人→グループ→斉の順に追究したが、個人の追究で、1次方程式を正しく立式できた生徒がいる一方で、小学校での学習経験から「く・も・わ」の図をかき、自信なく「 $270 \div 0.35$ 」と立式した上で、小集団で「比べられる量がわからない」とつぶやいていた生徒も見られた。最終的には、線分図(図3)等を用いながら、1次方程式を立式して解決した。

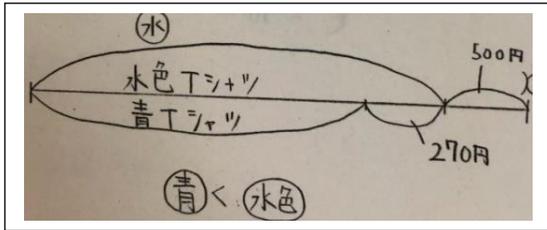


図3 線分図

次に赤Tシャツの価格を考えさせたが、ここまでの学習経験から、多くの生徒が1次方程式を立式して、正しい価格を求めることができていた。

この実践から、第3用法に関する問題を解決するには、「く・も・わ」等に頼るのではなく、線分図等を活用して量の関係を把握すること、解決には1次方程式が有効であること等が示唆された。

## (2) PPタイプの実験授業

### ① 授業3について

【授業3】で扱った問題は、次の通りである。

【授業3】Tシャツを買うのに、A店ではセール中で、定価の40%引きで販売している。隣のB店では同じTシャツがセール期間で定価の20%引きとなっているが、今はスマホの割引クーポンが使えるため、レジで見せると割引価格のさらに25%引きになるという。A店とB店どちらが得だろうか。

この授業は、中2「文字式による説明」の活用問題として実践した。正解はどちらの店も同じ割引価格になるが、当初は多くの生徒が $40\% < 45\%$  ( $=20+25$ )と考えるとB店の方が得であると予想し、実際にB

店の価格を求めるのに45%引きで考える生徒が見られた。そこで「なぜ45%引きではだめか」を小集団で検討し、25%引きのときの「もとにする量」の捉えが誤りであることを確認した上で、線分図(図4)等を使って問題を解決した。

この実践から、PPタイプの問題を解決するには、典型的な誤答(和で考える)を取り上げて誤りの理由を検討すること、図や表を活用して「もとにする量」を意識させることが有効であること等が示唆された。

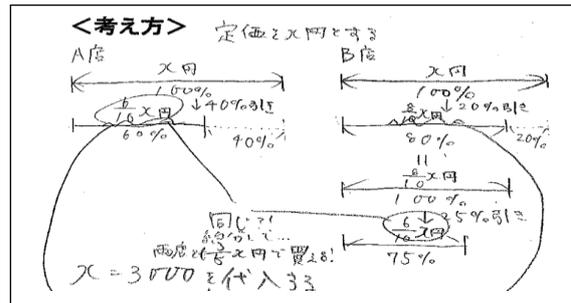


図4 線分図

### ② 授業4について

【授業4】で扱った問題は、次の通りである。

【授業4】昨年度の中学校の生徒が男女合計で175人、今年度の生徒数は昨年度に比べて男子が10%減少、女子が20%増加したが、来年度の生徒数は男子が今年度に比べて10%増加、女子が20%減少する予定で男女合計171人になるという。昨年度の男女の生徒数をそれぞれ求めよ。

この授業は、中2「連立方程式」の活用問題として実践した(沢田, 2019)。この問題は、教科書に載っている問題を扱った後に、その発展として開発した教材である。「10%減少して10%増加するから、昨年度と来年度で生徒数は変わらないのでは?」と考える生徒が見られた。また、「昨年度の10%と今年度の10%では、同じ10%でも基準となる量が違う」ことは理解できたものの、立式することができない生徒も多数見られた。小集団での活動を通して、人数を例えば100人と考えて「来年度の人数の変化」を確認する(図5)等した上で、正しい方程式を立式して問題を解決した。

	男	女	
	x	y	
	100	100	
-10%			+20%
	90	120	
+10%			-20%
	99	96	

図5 具体的な人数で考える

この実践から、PPタイプの問題を解決するには、典型的な誤答（和差で考える）を取り上げて誤りの理由を検討すること、具体的な数で段階的に計算して「もとにする量」の違いを意識させることが有効であること等が示唆された。

### ③ 授業5について

【授業5】で扱った問題は、次の通りである。

【授業5】※【授業3】と同じ場面で、B店をC店とし、B店「タイムセールで全品1000円引き」を追加して、3店のいずれが得かを問う問題。

この授業は、数学I「1次不等式」の活用問題として実践した。A店とB店の割引価格は容易に求められたが、C店の割引価格を45%引きで考える【授業2】と同様な反応が、当初は高校生にも見られた。しばらくして、多くの生徒は、Tシャツの価格を具体的な金額で調べ始め、次のようにA～C店の価格を比べ、A店とC店の価格が等しいと予想していた（図6）。

価格を2000円とすると、

$$\text{A店 } 2000 \times 0.6 = 1200 \text{円}$$

$$\text{B店 } 2000 - 1000 \text{円} = 1000 \text{円}$$

$$\text{C店 } 2000 \times 0.8 = 1600, 1600 \times 0.75 = 1200 \text{円}$$

図6 具体的な価格で考える

小集団で、具体的な数での計算式をもとに、文字を使って立式できることを確認し、最終的には3つの店（実質的には2つの店）の割引価格をグラフに示して問題を解決した。

この実践から、PPタイプの問題を解決するには、【授業3】【授業4】と同じく、典型的な誤答（和差で考える）を取り上げて誤りの理由を検討すること、具体的な数で段階的に計算して「もとにする量」の違いを意識させることが有効であること等が示唆さ

れた。

### (3) 授業6 (P/Pタイプ) について

【授業6】で扱った問題は、次の通りである。

【授業6】令和元年度のF高校1年生の5月に実施した進路実態調査における1日当たりの平均学習時間は、昨年が1.97時間、今年が1.67時間で、0.3時間減った。一方、メディアの使用時間は、昨年が1.04時間、今年が1.68時間で、38.4分増加している。この結果から、学校では次のように主張している。

「特に、180分の階級値を見てみると、昨年に比べて今年は、家庭学習時間が11.5%（=24-12.5）減少している一方、メディア使用時間は10.6%（=14.6-4）増加している。だから、もっと課題を与えた方がよい。」

この主張は正しいと言えるか？

<平成30年度>

階級値	家庭学習時間		メディア使用時間	
	度数	相対度数	度数	相対度数
0分	6	2.2	16	5.8
30分	12	4.4	88	32.0
60分	62	22.5	110	40.0
120分	121	44.0	50	18.2
180分	66	24.0	11	4.0
240分	7	2.5	0	0.0

この授業は、数学I「データの分析」の活用問題として実践した。学校の主張に対して、正しくは「（180分と回答した割合は）家庭学習時間が11.5/24=47.9%減少、メディア使用時間が10.6/4.0=265%増加」、あるいは%ptを用いて「（180分と回答した割合は）家庭学習時間が11.5%pt減少、メディア使用時間が10.6%pt増加」となるが、これを指摘できるかどうかを見る問題である。

当初は、主張の正誤の判断を表やグラフの解釈の観点で行っていて、上述のように%の表現の誤りに着目して判断をしている生徒は誰もいなかった。そこで、途中で授業者から次の発問をした。

【発問】「24%-12.5%=11.5%だから、11.5%減少」「14.6%-4%=10.6%だから、10.6%増加」という表現は正しいだろうか？

しばらく時間はとったものの、正しく指摘できた生徒は、その時間内では1人もいなかった。例えば、

総数が275人と280人で異なることに着目して、次のように解答する（図7）などの誤答が見られた。

275 : 24 = 280 : x より,  $x = 24.43$  だから,  
 $24.43 - 12.5 = 11.93$  より, 11.93%減少とすべき  
 $275 : 4 = 280 : x$  より,  $x = 4.07$  だから,  
 $14.6 - 4.07 = 10.53$  より, 10.53%増加とすべき

図7 誤った指摘の解答

この生徒は、「～%減少・増加」というときの「もとにする量」を「令和元年度の回答総数」にしている点が誤りであり、「もとにする量」を何にすべきかをまず捉えるという意識が低いと考えられる。対象学級生徒は、比較的学力の高い高校生であることを考えると、意図的な指導なしに、P/Pタイプの問題を解決することは困難であることがわかる。

この実践から、P/Pタイプの問題は、高校生にとっても難しく意図的に指導する必要があること、「～%増加・減少」と表現する場合でも「もとにする量」を意識させることが重要であることが示唆された。

#### (4) 授業7（混合型）について

【授業7】で扱った問題は、次の通りである。

【授業 7】新幹線「ウェスト」の乗車率は自由席が20%、指定席が35%である。ただし、指定席の数は自由席の数の半分である。

- 1) 自由席と指定席ではどちらの方が乗客が多いか。
- 2) 自由席と指定席を合わせた新幹線全体の乗車率は何%か？

この問題は、特定の課題に関する調査（論理的な思考）に出題された問題（国立教育政策研究所、2013）を参考に作成したものである。特に2)は、割合の異なる2つの量を混合する「混合型」（熊倉他、2019c）の問題である。高1を対象に、数学I「データの分析」の学習場面と関連付けて実践した。最初に、曜日ごとの乗車率のデータを箱ひげ図に表したものを（図8）を示して乗車率を導入した上で、上記の問題1), 2)に取り組ませた。

1)では、座席数を $2x$ ,  $x$ と置き第2用法で乗客数を求めて比べたり、座席数を図で示して比べたり（図9）して考えた。

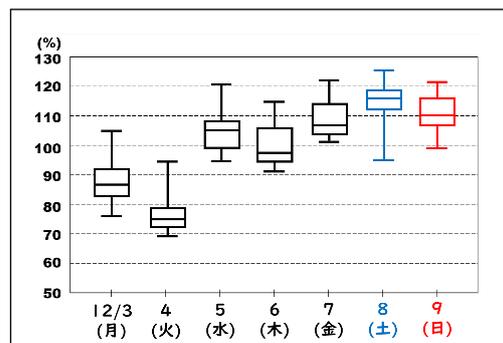


図8 曜日ごとの乗車率

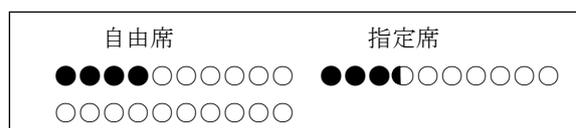


図9 座席数の比較の図

また、2)の混合型の問題では、 $(20 + 35) \div 2 = 27.5\%$  や  $20 + 35 \div 2 = 37.5\%$  等とする誤りが見られ、これらを全体で取り上げながら、最終的には文字式を使って問題を解決した。

この実践から、文字式を使って割合に関する量を表すことに抵抗のある生徒が少なくないこと、割合の問題解決には、これまでの授業と同様に、誤答を取り上げて検討すること、図を活用することが有効であること等が示唆された。

### 5 中学校・高等学校における割合指導への示唆

4で述べた7つの実験授業によって、現在の教育課程において中学校・高等学校数学科で扱うことが可能な教材を開発しそれに基づく授業の実際も示して提案することができた。同時に、授業での生徒の割合の理解に関する問題点がいくつか観察された。それらを踏まえて、中学校・高等学校における割合指導への示唆として、次の4点を指摘することができる。

#### (1) 第3用法, PPタイプ, P/Pタイプ, 混合型を扱う

第3用法を除く問題は、日本の学校教育の中で意図的な指導がなされていない実態がある。そのことも影響して、2で述べた通り、調査結果から中学生・高校生の、第3用法, PPタイプ, P/Pタイプの問題の正答率はいずれも低かったが、実験授業からも、これらの問題の解決に困難を示した生徒が多数いたことが分かった。3で述べた通り、活用力の育成を重

視するフィンランドで、これらの問題を中学校・高等学校で扱っているように、これらの問題を解決する力を育成することは重要である。したがって、実験授業で実践したように、中学校・高等学校数学科において、第3用法、PPタイプ、P/Pタイプ、混合型の問題を解決する学習場面を意図的に設定することが重要であると考える。

## (2) 方程式、文字式等の単元での実践

4で述べたように、【授業1】【授業2】【授業4】は方程式の活用、【授業5】は1次不等式の活用、【授業3】は文字式による説明、【授業6】【授業7】はデータの分析の活用場面において、それぞれ割合の理解を深める教材を開発して実践することができた。フィンランドのように、割合の単元を新たに設けることは現実的ではないので、実験授業のように、既存の単元の中で発達段階に応じて割合の教材を扱い、割合の理解を深め活用力を高めていくような指導が重要であると考える。

## (3) 実践では、典型的な誤りを取り上げる

調査問題の結果と同様に、実験授業でも、典型的な誤りが見られた。第3用法では「基準量と比較量を逆に捉えてしまう」誤り、PPタイプでは「割合の割合を和差で考えてしまう」誤り、P/Pタイプでは「割合を基にした割合を差で考えてしまう」誤り、混合型では「異なる割合の混合を和で考えてしまう」誤りである。多くの実験授業では、これらの誤りを意図的に取り上げて、どこが誤りであるかを議論する活動を行い、割合の理解を深めることができた。これらのことから、割合指導においては典型的な誤りを意図的に取り上げて議論する活動が重要であると考える。

## (4) 図等を活用して「もとにする量」を明確にする

いくつかの授業では、「く・も・わ」<sup>4)</sup>に頼り形式的な理解にとどまっているために正しい立式ができない生徒が見られた。また別の授業では、自分の考えが誤りであることがわかって、正しく立式できない生徒が見られた。これらの生徒の多くは、「もとにする量」を正しく捉えられていないことに要因があったといえる。以上を踏まえると、割合を深く理解するためには、「もとにする量」を的確に把握することが重要である。その指導の際には、多

くの授業で見られたように、図や表を活用することが有効であると考える。

## 6 今後の課題

今後の課題として、次の2点を挙げる。

- (1) 本稿では、中1「1次方程式」、中2「文字式による説明」、中2「連立方程式」、数学I「データの分析」の各単元で、7つの実験授業を実践して、割合指導の可能性を追究した。今後は、他の単元でも、割合の理解を深め、活用力を高める教材を開発して実践する。
- (2) 中学校、高等学校を通した割合指導に関する体系的なカリキュラムを開発する。

なお、本研究は、科研基盤(C)17K04766（代表者：熊倉啓之）の助成を受けて行った。また本稿は、日本科学教育学会第43回年会、および日本数学教育学会第52回秋期研究大会における発表内容に、大幅に加筆し再構成したものである。

## 注

1) 割合P、比較量A、基準量Bに対して、このうちの2つの量から残りの1つの量を求める方法を、次のように、それぞれ第1用法、第2用法、第3用法と呼ぶ。

$$P=A \div B \quad \text{第1用法}$$

$$A=B \times P \quad \text{第2用法}$$

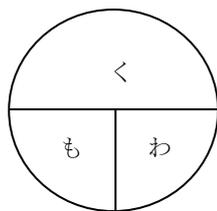
$$B=A \div P \quad \text{第3用法}$$

2) 現在適用されているNational Core Curriculum for Upper Secondary Schools 2015では、長い数学、短い数学の共通必修科目として「数と数列」が新たに設けられ、この中に「パーセントの計算」の記述がある。

3) 授業1～7の実践者は、順に、研究グループのメンバーである和田勇樹（静岡市立中）、鈴木直（藤枝市立中）、永野翔一（掛川市立中）、沢田佳史（掛川市立中）、田開伯幸（静岡県立高）、谷川尚（静岡県立高）、富田真永（静岡県立高）の各氏であり、各授業の教材や展開は実践者が原案を作成し、研究グループで検討した。

4) 「く・も・わ」とは、比べられる量を「く」、もとにする量を「も」、割合を「わ」で表

し、3つの量の関係を右のよ  
うな図で示したものを指す。  
この図を用いて、3つの量の  
うちの2つの量が分かっている  
ときに、残りの量を求める  
方法を判断する。



### 引用・参考文献

Finnish National Board of Education (2004). National Core Curriculum for Upper Secondary Schools 2003,121-132.

Finnish National Board of Education (2004). National Core Curriculum for Basic Education 2004,157-167.

国立教育政策研究所(2013).特定の課題に関する調査(論理的な思考)調査結果報告書,100-105.

国立教育政策研究所(2017).平成29年度全国学力・学習状況調査報告書小学校算数,100-101.

熊倉啓之(2013).算数・数学の国家カリキュラム.熊倉啓之編著「フィンランドの算数・数学教育」,明石書店,27-54.

熊倉啓之・國宗進・裕元新一郎・早川健(2018).中学生・高校生の割合の理解に関する研究.日本数学教育学会第51回秋期研究大会発表収録,451-454.

熊倉啓之・國宗進・裕元新一郎(2019a).中学生・高校生の割合の理解に関する調査研究.静岡大学教育実践総合センター紀要,29,80-89.

熊倉啓之(2019b).フィンランドの小学校・中学校・高等学校の割合指導の分析,日本科学教育学会年会論文集,43,177-180.

熊倉啓之・國宗進・裕元新一郎(2019c).中学校・高等学校数学科における割合指導の必要性と可能性.日本数学教育学会第52回秋期研究大会発表収録,321-324.

M.Koivisto他(2007).LASKUTAITO 6B.WSOY,28-55.

M.Peräsalo他(2009).LUKIOLAISEN MATEMATIIKKA 1.WSOY,99-116.

文部省(1957).全国学力調査報告書 国語・数学.

中村享史(2002).割合指導に関する研究の動向と今後の方向.日本数学教育学会誌,84(8),14-21.

岡田いづみ(2008).割合文章問題における介入授業の効

果-分数表示方略の提案-.教授学習心理学研究,5(1),32-41.

沢田佳史(2019).連立方程式の単元における割合の指導に関する一考察.日本科学教育学会年会論文集,43,189-192.

T.Laurinolli他(2007a).LASKUTAITO 8.WSOY,8-31.

T.Laurinolli他(2007b).LASKUTAITO 9.WSOY,152-161.

田端輝彦(2002).同種の量の割合と異種の量の割合の指導順序に関する考察.日本数学教育学会誌,84(8),22-29.

寺岡利幸他(1983).割合指導における導入時の工夫.日本数学教育学会誌,65(6),105-108.

和田勇樹(2019).中学1年生における割合の指導実践ー調理実習における食材の廃棄率を題材にしてー.日本科学教育学会年会論文集,43,185-188.