

Teaching "Utilization of Data" in Junior High School Mathematics : Unit Development and Practice Based on the Statistical Problem Solving Cycle (PPDAC)

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2020-03-10 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 菊野, 慎太郎, 松元, 新一郎 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.14945/00027107

中学校数学科における「データの活用」の指導 —統計的な問題解決のサイクル(PPDAC)に基づいた単元の開発と実践—

菊野 慎太郎・松元 新一郎

(静岡大学教育学部附属静岡中学校・静岡大学教育学部)

Teaching "Utilization of Data" in Junior High School Mathematics: Unit Development and Practice Based on the Statistical Problem Solving Cycle (PPDAC)

Kikuno Shintaro , Matsumoto Shinichiro

Abstract

The purpose of this study is to construct a unit based on the statistical problem solving cycle (PPDAC), analyze its implementation and clarify suggestions in the area of "Utilization of Data" in junior high school mathematics. Based on two exercises (grade7: Time for an event in the sports festival; grade8: Time taken to go around theme parks), we analyzed teaching materials, tasks, statistical problems solving, teaching box plots and critical thinking. From those results, we have gotten three suggestions about teaching "Utilization of Data" in junior high school mathematic as follows;

- 1) In statistical problem solving, it is necessary to repeatedly teach and discuss about the best representative values, outliers and stratification of data. It is also necessary to consider way to collect data by students and provide data by teacher.
- 2) It is necessary to consider the best way to teach about outliers.
- 3) Teaching material closely related to the students' context can become very subjective. Because of this it is necessary for the teacher to ask the reason and lead the students to consider statistical grounds for their findings.

キーワード： データの活用 PPDAC 批判的思考 体育祭の競技時間 テーマパークを回る時間

1. 研究の背景

平成 29 年告示中学校学習指導要領・数学科では「資料の活用」の領域が「データの活用」となり、内容知・方法知とも一層充実した(文部科学省,2018a)。

内容知については、中1でヒストグラム・相対度数に加えて累積度数・統計的確率が扱われ、中2で数学的確率に加えて四分位範囲・箱ひげ図が扱われ、中3では標本調査が扱われることになる。特に、四分位範囲・箱ひげ図は、平成 21 年告示学習指導要領において、高等学校・数学Iで始めて取り上げられた指導内容であり(文部科学省, 2009), 中学校数学科の教師のほとんどは学生時代に学んでいないだけでなく指導経験もない。したがって、四分位範囲・箱ひげ図の指導のあり方や教材開発を積極的に行う必要がある。

また、方法知については、平成 29 年告示小学校学習指導要領・算数科の 5,6 年に「知識及び技能を身に付けること」として、「統計的な問題解決の方法を知ること」(文部科学省, 2018b)が位置づけられた。これは、次のように、「問題—計画—データ—分析—結論」という5つの段階を経て問題解決することである(文部科学省, 2018b, p.272-273)。

- ① 身の回りの事象について、興味・関心や問題意識に基づき統計的に解決可能な問題を設定すること
- ② 見通しを立て、どのようなデータを、どのように集めるかについて計画を立てること

- ③ データを集めて分類整理すること
- ④ 目的に応じて、観点を決めてグラフや表に表し、データの特徴や傾向をつかむこと
- ⑤ 問題に対する結論をまとめるとともに、さらなる問題を見いだすこと

これは、いわゆる PPDAC サイクル(Wild & Pfannkuch, 1999, 図1)の考え方が、日本の算数・数学科のカリキュラムに導入されたといつてよい。小学校でこのような指導を受ける子どもたちに対して、統計的な問題解決において解決の過程や結果を多面的に捉え考察したりする力をさらに伸ばす必要がある。

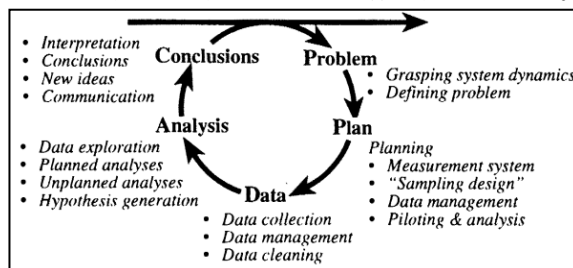


図1 次元1 PPDAC サイクル
(Wild & Pfannkuch, 1999, p.226)

さらに、方法知として、「批判的に考察し判断(表現)すること」が位置づけられた(文部科学省, 2018a)。これは、小6から高等学校の数学Iや数学Bの統計の指導内容として位置づけられており(文部科学省, 2019), 中学校段階ではどの程度授業で扱うのかも検討しておく必要がある。なお、「批判的思考」は

「相手を非難する思考」ではなく、「批判的思考において大切なことは、第 1 に、相手の発言に耳を傾け、証拠や論理、感情を的確に解釈すること、第 2 に、自分の考えに誤りや偏りがいないかを振り返ること」（楠見，2013，p.5）と述べられているように、他者と自分の考えを相対的・客観的に見つめ直すメタ認知の能力を高める必要がある。

以上のように、中学校数学科において、統計的な問題解決の方法、批判的思考、箱ひげ図に関わる教材開発や授業実践を継続的・系統的に行い、生徒の反応を考察することが大切であると考ええる。

2. 研究の目的

本研究の目的は、中学校数学科「データの活用」領域における生徒の文脈に近い教材を提案し、統計的問題解決のサイクル(PPDAC)に基づいた単元を構成する。そして、授業の分析を行い、今後の実践に向けた示唆を明らかにすることである。

3. 研究の方法

(1) 中 1 及び中 2 の「データの活用」の統計指導について、教材開発、授業実践を行い、授業時の生徒の反応例等をもとにして、教材、指導法、統計的な問題解決の方法、批判的思考などの視点について考察する。

(2) (1) を踏まえ、統計的な問題解決の方法や批判的に考える活動を重視した指導のあり方についての示唆を得る。

なお、(1) における授業の考察は、授業を撮影した動画・静止画、配布したワークシート、振り返りカードなどをもとに行う。

4. 中 1 の「データの活用」の指導

(1) 取り上げる教材

課題 次年度の体育祭の企画の競技制限時間は何分が適切なのだろうか。

この教材は、筆者の勤務校の体育祭で行われる「企画」（応援合戦や演舞などの競技，写真 1）についてであり、例年競技の制限時間は 10 分と設定されているが、果たしてその時間は適切なのだろうかという問いを解決しようというものである。授業で扱うデータは、子どもたちがどのようなデータが必要であるかを考え、アンケートを作成し、全校に配布・収集した生のデータである。

この教材の特徴は、次の 3 点である。

ア. 対象の生徒たちにとって一番熱を入れている競技であるため練習に多くの時間を費やしていた。企画の制限時間を考えることや、予想（主観）と結果（客観）のギャップから、層別に分けて分析し、議論することに、興味・関心をもつと考えられる。

イ. 扱うデータは競技の制限時間という量的データであり、度数分布表に整理し、ヒストグラムや度数折れ線で表すことで傾向を読み取ることが可能である。
ウ. 収集したデータを学年別や体育祭の好き嫌い別、運動部への所属など、層別に分けることで、同じデータでも平均値や最頻値が異なり、読み取れる値の違いから、多面的に吟味することが可能である。



写真 1 企画（応援合戦や演舞などの競技）の様子

(2) 授業の概要

本単元は、中 1 の「資料の活用」の単元は既習として計画した。つまり、ヒストグラム、度数分布多角形、範囲、相対度数、代表値（平均値、中央値、最頻値）は学習済み（累積度数は未習）である。

① 単元計画（6 時間扱い）

時間	学習内容
1	来年度の体育祭の企画の制限時間は何分が適切なのだろうか
2 3	全校の思いを適切に把握するためには、どのようなデータが必要で、どのように予想できるだろうか
4 5	収集したデータを整理・分析しよう
6	分析したデータから適切な制限時間を考えよう

② 実施時期：平成 30(2018)年 10 月

③ 対象生徒：国立大学附属中学校 1 年生

④ 授業の目標：体育祭の競技時間に関するアンケートのデータを整理し、表やグラフから自分たちなりに根拠をもって考察することで、別の属性からの提案に対しても根拠をもって問い直すことができる。

(3) 授業展開と生徒の反応

第 1 時 問題の把握(Problem)

まず、次のようなデータ（資料 1）を子どもたちに提示した。

提示したデータ

- ア 集団の練習回数における
企画の練習回数（約 98%）
- イ 企画の競技制限時間 10 分
- ウ 過去の各集団の競技時間と優勝集団
（5 分 38 秒～7 分 57 秒）

資料 1 体育祭の企画に関するデータ

子どもたちは本校の伝統競技である企画の練習に多くの時間を費やし、長縄やリレーの練習をしてこなかったことに気づき、「次年度もこのままでいいのだろうか」という疑問を抱いた。体育祭練習に占める企画の練習回数の多さに驚きを感じた子どもたちは次のように話し合いを進めた。過去の競技時間のデータから、「長い時間競技していれば優勝しているわけではない」「そもそも競技時間は10分ではなくてもよいのではないか」「競技時間を5分にすることで、練習回数が減り、他の競技の練習をすることができる」「5分は短いから8分はどうだろう」などと直感で考えた。

第2, 3時 アンケートの立案と実施(Plan, Data)

子どもから制限時間についての話題が増えてきたところで、「次年度の体育祭の企画の制限時間は何分が適切なのだろうか」と、問いを共有した。問いの解決に向けてさらに対話を進めていった子どもたちから、自分たちの学級だけでなく、企画に対する全校の思いを聞きたいという意見が出され、授業者は「どのようにすれば全校の意見を聞くことができるのだろうか」と問い返すと、「全校にアンケートをとって調査したい」という意見が出された。

アンケート項目を作成している中で、「体育祭が好きな人は企画も好きだろう」「運動部に所属している人は企画が好きだから練習時間も、練習回数も増やしたいと思っているだろう」「学年ごとに企画に対する思いが違うから、学年ごとにアンケートをとりたい」などと自然に結果を予想している姿が見られた(図2)。また、「解答は選択式にしたほうがまとめるときに簡単だろう」や「この問い方では曖昧なので、選択肢を増やそう」などとデータ化の方法を意識したり、回答者を意識したりする対話にも広がった。

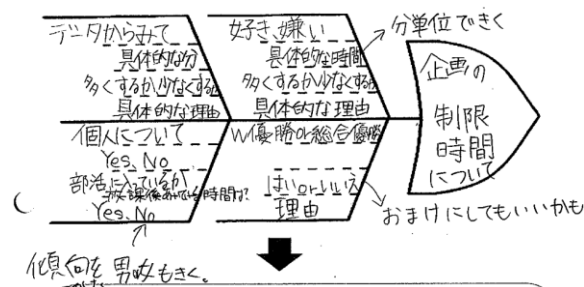


図2 アンケート立案時の特性要因図(松元,2013)

子どもたちは自分たちの思いをのせたアンケートが完成すると(資料2)、他学年にも関わらず主体的に調査にいった。

附中体育祭 全校アンケート

1年の数学「データの活用」の授業で「体育祭の企画の適切な制限時間について」考えています。そこで、全校のみなさんに来年度に向けて「企画」についての意見を聞かせてください。ご協力よろしくお願いいたします。

資料1が挿入

あなたについてお尋ねします。一つだけ○で囲んでください。

- ①学年 1年・2年・3年
- ②組 1. A組 2. B組 3. C組 4. D組
- ③男女 1. 男 2. 女
- ④係、委員 1. 企画正副 2. 集団正副 3. 体特 4. 一般会員
- ⑤運動は 1. 好き 2. どちらでもない 3. 嫌い
- ⑥ あなたは体育祭が好きですか、嫌いですか？
1. 好き 2. どちらでもない 3. 嫌い
- ⑦ 「企画(練習)」は好きですか、嫌いですか？
1. 好き 2. どちらでもない 3. 嫌い
- ⑧ 当日の演技に求めるのは「質」と「量」のどちらが大切だと思いますか？
1. 演技の質 2. 演技の量
- ⑨ 企画の制限時間は何分がいいと思いますか？参考データ(H30年度は10分以内)
- ⑩ 「企画」の練習の時間は十分でしたか？
1. 十分 2. 足りない 3. 多い
- ⑪ 集団の時間の「企画」の練習時間と種目の練習時間のバランスについて
企画と種目、どちらを優先したいと思いますか？
企画：種目＝()：()

資料2 実施したアンケート

第4, 5時 データの整理・分析(Analysis)

アンケートを全校から回収すると、stathist(松元・青木, 2011)を利用して、ヒストグラムや代表値が載ったシートを作成し、全員で共有した(図3, 4)。

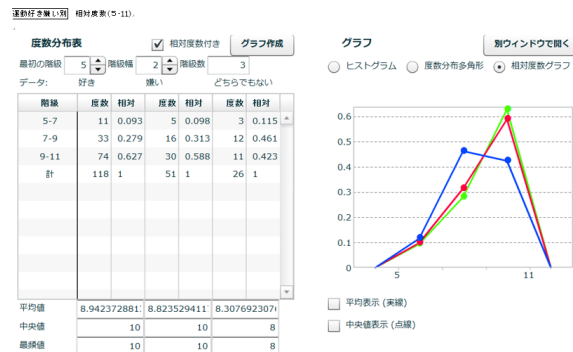


図3 企画の好嫌(三肢選択)で希望時間を層別(外れ値と判断したデータは含まない)



図4 図3の階級の幅を変えた場合(全てのデータを含む)

第6時 問題に対する議論(Conclusion)

子どもたちは、アンケートづくりの時から結果を予想していたため、全体のデータを自分たちの調べたい属性(学年別, 男女別, 運動好き嫌い別, 係別など)に分かれて、データを読み取っていった。平均値とか離れた0分や45分などの値について、「アンケートの結果なので入れるべき」という意見と、「ふざけて記入していると思うから結果から外すべき」という意見があった。「図3の方が見やすいけど、全てのデータではない、図4は外れ値が入っているからグラフが見づらい」「実際のアンケート調査ではどのように対処しているのだろう」という意見も出され、中央値や平均値の必要性だけでなく、数値データの扱い方という新たな視点でデータを読み取ろうとするなど、子どもたちから「外れ値」についての議論が生まれた。

全体でそれぞれの制限時間に対する意見を共有する中で、層別に分けてデータを整理することで、同じデータでも見た目が全く変わることや、階級の幅の違いによる受け取る印象の違いなどを確認した。

- ・10分が1番多かったけど10分未満を全部まとめると10分にも匹敵する→10分になると10分以外の半数に不満が出る。9分~9.5分だと平均になる→今回は差が激しいから平均があまり意味ない。9分あたりでも一番両立できてる。10分以外では8分が一番多かった。両立が難しい。

授業後の子どもたちの振り返りからは「10分が1番多かったけど、10分未満と答えた人の割合は、10分と答えた人の割合と同じくらいで、どちらの意見を大切にすればよいか」など累積度数の考え方や、「この結果をもとに、さらなるアンケートを取ってみたい」などとPPDACサイクルの2周目を意識した記述が見られた。

(4) 考察

統計的な問題解決の方法、批判的思考の視点から検討して、次の点を指摘することができる。

① 統計的な問題解決の方法について

統計的に問題を解決するためには、PPDACにおける問題 Problem—計画 Plan (どのような課題があり、そのためにどのようなデータを収集し、その結果により、どのようなことを見いだしていきたいか)のプロセスを明確にすることが何よりも大切であると感じた。データを収集する前に「どんなことがデータから言えそうか」と予想することで、結果とギャップが生まれ、「本当にそう言えるのか?」という追究意欲にもつながる。

計画の段階では、子どもたち自身でアンケートを作成したことで、今後の生徒会活動などでのアンケートづくりや、アンケートに答える際のデータの扱い方に

ついて学ぶことができた。このような統計的な問題解決のサイクルに基づいた題材を小学校から積み重ねることで、S1の第6時のワークシートの記述のように、統計のよさに気づき、身の回りの事象に課題意識を持ち、進んで活用していこう。

S1:今回は体育祭のことだったが他のことも全校生徒に聞くと、不満や改善点などがあるかもしれない。だから他のこともグラフにまとめて生徒会に出しても良いと思う。一年生でも学校をよりよくできるからこのデータ整理を使って革命を起こしたい!!

分析の段階では、子どもたちの「何を伝えたいかによって、グラフの見せ方が変わる」「階級の幅を変えることで、伝わる情報がまったく異なる」という発言から、何気なく見ている表やグラフも、相手の意図によって印象が変わることを実感することができた。

なお、第6時でアンケート結果のデータを除外するべきかどうか(データのクリーニング)や、ヒストグラムの階級幅の設定や層別についての議論が起こっている。このように、結論を導く際にデータに戻ったり、データの整理の方法に戻ったりすることがあることを意識した指導が重要である。

② 批判的思考について

多峰性のヒストグラムであれば、その凹凸の原因を探ろうとデータをより深く分析できる。本題材でも、データを層別に分けて分析することで、データを多面的に吟味する経験をした。

これらの活動を通して、S2~S3の第5時のワークシートの記述のように、グラフに対する批判的な見方が育まれていこう。

S2:今日、同じグループでグラフはどうすればいいのか話し合っただけ全体を見るなら相対度数グラフで比べて、一つ一つを見るならヒストグラムで見た方がいいと話し合いました。やっぱりグラフの使い方で見え方が違うとまた感じた授業でした。

S3:それぞれのグラフを作成していくうちに考えてわかったことがあった。まず、体育祭が好きな人、嫌いな人で結果に違いが出た。好きな人の方が企画を長く行いたいと考えていることがはっきりとわかった。しかし、どちらでもないと答えた人が一番企画を短く行いたいと考えていた(嫌いと答えた人よりも短い時間)なぜ、嫌いと答えた人よりどちらでもないと答えた人の方が企画を短く行いたいと考えているのか知りたいと思った。予想→体育祭への関心が少ない?質を求めている?

5. 中2の「データの活用」の指導

(1) 取り上げる教材

課題 アトラクションA~Eに全て乗ったときにかかる時間はどれくらいだろうか。

この教材は、筆者のテーマパークでの体験を基にして、アトラクションの「待ち時間」を事前に予想し、効率的にまわるプランを考えることを教材化した。単元の前半は、架空のテーマパークの1ヶ月分の待ち時間データから、アトラクションをすべて乗ったときにかかる時間を様々な統計表現を用いて予想する活動を行う。単元の後半は、ディズニーランドの実際の過去待ち時間データから、待ち時間を予想し、効率的にまわるプランを提案する。テーマパークのまわり方をお客さんに提案するという課題であるため、客観性を大切にプランを計画する必要性が出てくる。また、小学校での修学旅行などでテーマパークへ行った経験があり、数学に苦手意識をもっている子どもでも実感や意欲をもって取り組むことができると考えた。

この教材の特徴は、次の3点である。

ア. ディズニーランドには実際に37種類のアトラクションが存在する。待ち時間を予想する際に、ヒストグラムや度数折れ線などの統計表現と比べて、図5のように、一度に多くの情報を読み取ることができる箱ひげ図のよさが実感できる。

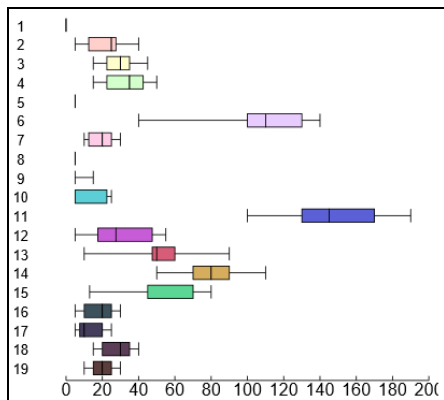


図5 アトラクション別の待ち時間

イ. ある1日の中での待ち時間を把握する際には、時間帯による時系列データを表すための折れ線グラフが必要であったり(図6)、1つのアトラクションの待ち時間を1ヶ月単位で把握するためにはヒストグラムが有効であったりするなど、様々な統計表現の特徴をつかむことができる。

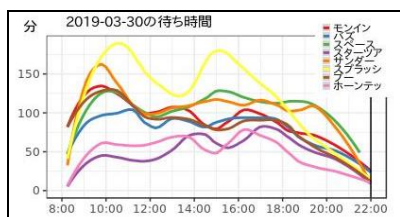


図6 ある日の時間帯ごとの待ち時間の変化
(「TDR ポータル」のデータを基に作成)

ウ. 過去の待ち時間データをインターネット上で検索できるため、子どもたち自身がデータを収集し、statlook(栢元・青木, 2017)などを活用して、簡単に表やグラフを作成することができる(なお、本

実践では、時間の都合上教師が子どもたちに必要であると思われるデータから箱ひげ図やヒストグラムなどを作成し、配付した)。

(2) 授業の概要

本単元は、箱ひげ図は既習で、確率は未習として計画した。生徒の反応例の中の確率の用語は自然言語としての確率である。なお、対象の生徒は、「4. 中1の「データの活用」の指導」の授業を受けている。

① 単元計画(7時間扱い)

時間	学習内容
1	架空のテーマパークの5つのアトラクションを全て乗ったときにかかる時間はどれくらいだろうか。
2 3	お客さんにアトラクションをまわるときにかかる時間をどの資料を用いて説明すればよいか考えよう。
4 5 6	・ディズニーランドの待ち時間問題を数学的に解決するための、必要なデータを考えよう。 ・1ヶ月の待ち時間データなどから効率的なまわり方を考え、提案しよう。
7	それぞれのプランを共有し、効率的なプランを決定しよう。

② 実施時期: 令和元(2019)年10月

③ 対象生徒: 国立大学附属中学校2年生

④ 授業の目標: 様々なデータや資料を手がかりに、それぞれの根拠を示しながら待ち時間を予想し、お客さんへの説明に適切なデータや資料を考える活動を通して、箱ひげ図やヒストグラムなどの特徴を捉え、統計表現を批判的に考察し、判断することができる。

(3) 授業展開と生徒の反応

第1時 課題・データ・加工資料の提示と個人追究 (Problem, Plan, Data, Analysis)

まず子どもたちに、次のような課題を提示した。

あなたは、FZK 旅行会社の社員です。
お店に来たお客さんから、「テーマパークのアトラクション A~E (全てに) 乗ったときにかかる時間」を説明してほしいと言われました。

子どもたちと対話しながら、授業者は次のように状況を整理し、全員で確認した。

- ・テーマパークをまわる際に、アトラクションの「所要時間」とアトラクション間の「移動時間」は混み具合によって大きく変わるものではない。
- ・アトラクションの過去の待ち時間データから、「待ち時間」を、予想する必要がある。

図7を示して、「各アトラクションの待ち時間を予想できるだろうか」という問いを解決するために、子どもたちはデータを読み取っていった。なお、この架空のデータは、A, E には中央値から極端に離れたデ

ータを入れ、B、C、D は五数要約が同じになるようにセットした。

階級	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
A	75	55	45	0	5	5	50	60	75	75	0	0	50	60	65
B	90	85	85	80	80	80	85	85	90	90	70	80	85	85	85
C	100	85	80	70	70	80	80	90	100	100	70	70	80	85	90
D	90	80	80	75	75	75	80	90	95	100	70	75	80	90	90
E	35	30	30	15	20	20	30	35	55	55	15	20	30	35	35

階級	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
A	75	75	85	0	45	50	50	60	65	70	80	5	50	75	60	60
B	90	90		80	80	85	85	85	90	100	80	85	90	85	85	85
C	100	100		70	80	80	85	85	90	90		70	85	100	90	85
D	95	100	100	75	80	80	80	90	90	90	100	75	80	95	90	85
E	50	55	100	20	20	30	30	35	35	35	55	20	30	55	35	30

図7 ある月のアトラクションの待ち時間データ

授業者が statlook を活用して用意した6種類の資料(①代表値, ②ヒストグラム階級の幅 20, ③ヒストグラム階級の幅 15, ④ヒストグラム階級の幅 5, ⑤度数折れ線階級の幅 10, ⑥箱ひげ図)の中から1種類のみ資料を持って行ってよいことを伝え、子どもたちは個人追究を始めた。子どもたちはそれぞれのアトラクションの待ち時間を平均値だけでなく、最小値, 最大値, 中央値などの代表値から、待ち時間を次のように考えていった。

S1:

	A	B	C	D	E
個数	31	30	29	31	31
最小値	0	70	70	70	15
最大値	85	100	100	100	100
合計	1525	2550	2460	2650	1095
平均値	49.1935	85.84	82.76	85.4839	35.3226
中央値	60	85	85	85	30

5数要約					
	A	B	C	D	E
最小値	0	70	70	70	15
Q1	45	80	80	80	20
中央値	60	85	85	85	30
Q3	75	90	90	90	35
最大値	85	100	100	100	100
四分位範囲	30	10	10	10	15

資料から言えること

最大8時間5分 → 6時間15分

最小3時間45分

中央値5時間45分

平均値5時間6分

① 6時間15分 (30)

② 5時間45分 (39)

③ 5時間6分

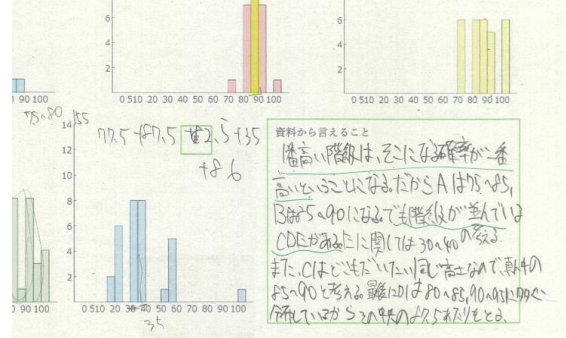
④ 5時間29分 (23分)

0.339.8276

S2: B~D はほぼ全てが同じだと言える。そして A と E を比べたときに E は A より最小値と最大値が大きいため待ち時間が長いように思える。しかし中央値が A の方が大きいため A の方が長いと考えられる。平均値も A の方が長いから、A の方が待ち時間が長い。四分位範囲は A の方が長いから A はばらつきがあるとも考えた。A において中央値と最小値の差は 60、中央値と最大値の差は 25、E において中央値と最小値の差は 15、中央値と最大値の差は 70 である。ここから A はどちらかというとき時間が長い方に偏りがあり、E はどちらかというとき時間が短い方に偏りがあると考えた。B~D は全ての数値

が A と E より高いから、1 番待ち時間が長いと考えられる。時間が長い順 B~D→A→E

S3:



S4: 1 番高い階級(最頻値)はそこになる確率が 1 番高いということになる。だからアトラクション A は 75~85, B は 85~90 になる。でも階級が並んでいる CDE (度数の等しい階級)がある。E に関しては 30~40 と考える。また、C はどこもだいたい同じ高さなので真ん中の 85~90 と考える。最後に D は 80~85, 90~95 に多く分布しているからその中央値の 87.5 あたりをとる。

それぞれの資料から、各アトラクションの待ち時間を判断し、「どのくらいの時間ですべてのアトラクションに乗れるだろうか」「各アトラクションの待ち時間を比べて見いだせることはないだろうか」と、自分なりに考えをまとめていった。個人追究していく中で、ある子どもの「1 つだけの資料では傾向を読み取れない。」という発言を全体で取り上げた。ヒストグラムの階級の幅が大きいと、最頻値が読み取れない場合があり、待ち時間を 1 つに断定できないということを共有した後、自分が必要であると思う資料を持って行ってよいことを伝え、さらなる個人追究を進めた。

第2時 小集団(4人)での伝え合い(Analysis)

次に小集団での追究の時間をとり、互いの考えを伝え合う活動を行った。

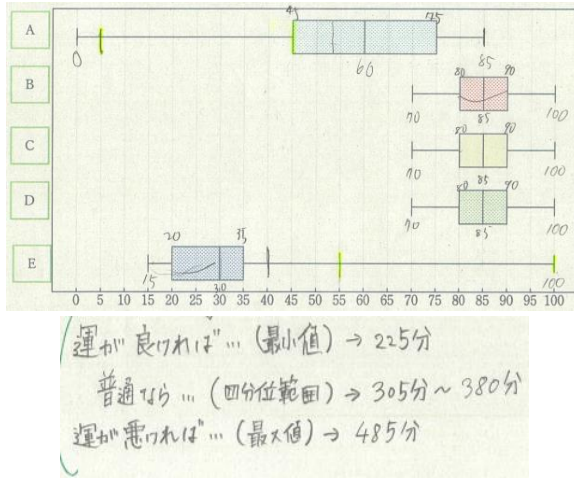


図8 箱ひげ図で分析したワークシート

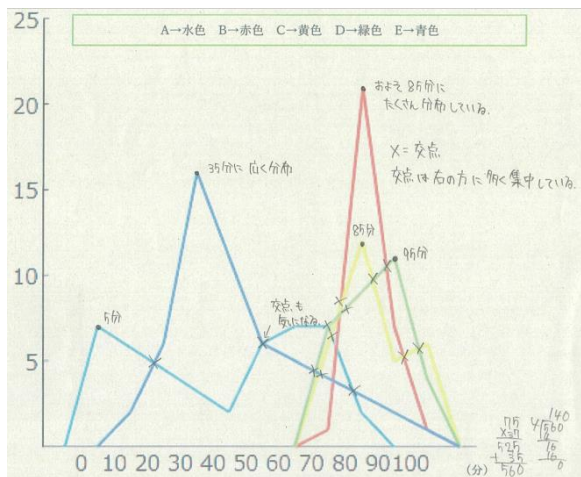


図9 度数折れ線で分析したワークシート

図8のように「箱ひげ図ではアトラクション B～Dの違いがわからず正確に判断することができない。」が、図9のように「度数折れ線は細かな違いがわかるのはいいけれど、重なりすぎて見づらい」のように子どもたちはそれぞれが持っている資料の違いや、同じ資料でも見だしたことの違いを共有し、小集団で待ち時間を判断するために対話をしていった。

対話を通してお客さんが必要なのは「正確性」なのか「わかりやすさ」なのかというキーワードが子どもたちの中から出てきたため、全体で共有し、お客様の目的によって必要な資料やデータが異なることを確認し、次時につなげた。

第3時 全体共有(Conclusion)

それぞれの小集団の考えを教室全体で共有した。正確性を大切にしたい子どもたちは、どの代表値が適しているのかを悩んだ末に、中央値と平均値を足して2で割った「中位数」というオリジナルの代表値をつくり出したり(図10)、各アトラクションの待ち時間が長くなる時と短くなる時の場合の数を全て数え上げてそれぞれの待ち時間の平均を出したり(図11)、5つの箱ひげ図をすべて合わせて1つの箱ひげ図にしたり(図12)するなど、様々なアイデアが出された。

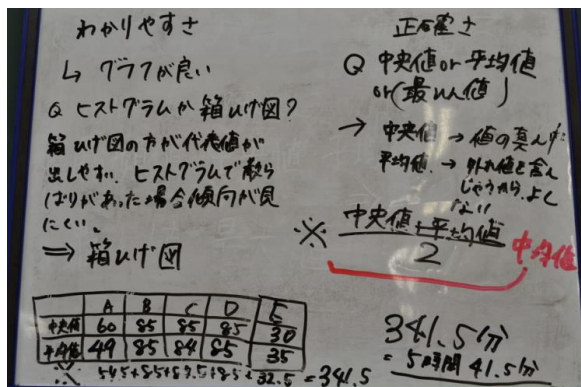


図10 オリジナルの代表値をつくった小集団

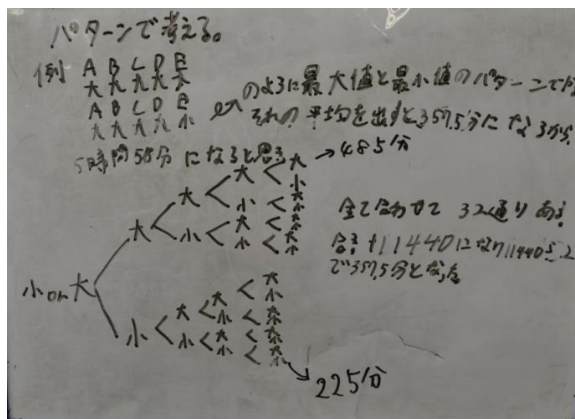


図11 すべての場合の数を考えた小集団

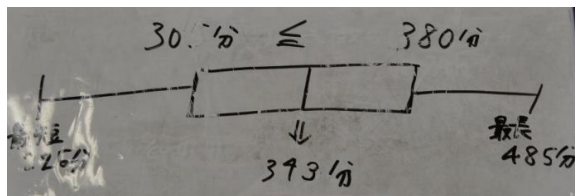


図12 5つの箱ひげ図を統合した小集団

授業後の振り返りには「正確性」と「わかりやすさ」というキーワードのもと、代表値やグラフの特徴、自分なりの判断の根拠をまとめていた。

第4, 5時 新たなテーマの設定と追究

(Problem, Plan, Data, Analysis)

前時までに架空のテーマパークの待ち時間を、客観性を大切にしながら考えることができた子どもたちから、テーマパークの代表格であるディズニーランドについて考えたいという声があがった。ディズニーランドへ行った経験のある子どもの「待ち時間が長すぎる、100分待ったことがある」という発言を取り上げ、「データを分析すれば効率的なまわり方が見えてくるかもしれない」という子どもたちの問いから、次なる追究へと進んでいった。

子どもたちから、ディズニーランドの「アトラクションの過去の待ち時間データ」が欲しいという声を受け、37種類すべてのアトラクションのデータを提示したところデータ量の多さに驚いた様子であった。その際に、「箱ひげ図で表したい!」という子どもの声が上がったことから、箱ひげ図の有用性を感じていたと思われる。

それらのデータや資料から「効率的なプラン」について、子どもたちは自分たちでテーマを設定し、追究していった。

第6, 7時: 効率的なプランの提案(Conclusion)

子どもたちは自分が設定したテーマに沿って、効率的なプランを決定していった(図13)。また、プランとともに、効率的な「根拠」について第6時にレポートにまとめ(図14)、次時で全体共有した。

プラン	工夫した・考えたこと
⑤ ホーンテッドマンション <u>80分</u>	ヒストグラムの最頻値は70~80・80~90で、平均もだしたら、80分になったから、80分にした
⑥ ヒーターパン <u>50分</u>	ヒストグラムの最頻値は40~50で箱ひげ図の四分位範囲は狭いから、待ち時間の差はでないと考えたから、50分にした。ト
⑦ チップとデザート ソーハウス <u>0分</u>	0~10が最頻値だけど、乗をみてみると、0がたぐさんあるから、0分にして待ち時間を無にした。5分の割合は、 $\frac{1}{10}$ で確率が低い。
⑧ バズライトイヤー <u>45分</u>	最頻値は50~60だけど、前に5分長くしたアトラクションがあるから、平均値の45分にした。 $2:00 \sim 3:00$ は待ち時間が下かっているとき おみやげ店は出入口が近いから、出口におみやげ店を入れた
4:45~はお土産をみる <u>15分</u> +トイレ	

図13 ある子どもが考えた効率的なプラン

(統計を考える上で自分が考えたこと)

① 正確性を大切にするため、最頻値と平均値を利用する。

→ 平均値だけを利用すると外れ値が入ってしまう。しかし最頻値を利用することによって「どちらに偏っているか」や「本当になる確率の高いものはどの階級なのか」を考えることができる。中央値は値がただ1つに限定されてしまって最頻値のように幅を持つことができない(階級で考えると)ため、あまりデータを比較するのに適していないのではないか。

② 度数折れ線で傾向を確認する。

→ 時間帯によって混むものと混まないものがあるため「どこの時間帯が混むのか」を視点に入れた。すると昼食の時間帯(12:00~13:00)が1番アトラクションに乗るチャンスだと考えたため昼食を早めにして効率的に回れるようにした。(またアトラクションによっても傾向が違ったためそこも考えた。)

③ 待ち時間一覧データ(箱ひげ図)で人気のアトラクションを決める。

→ 待ち時間が100分をよく越えているものを探した。ただ全て人気で、待ち時間が長くても効率的でないため、人気だけど、待ち時間が短いものを入れた。

④ 余裕を持たせた。

→ もしアトラクションの待ち時間が長くなっても予定に困らないように最初と最後にしっかり時間を入れた(25分にファストパス受付時間と60分のお土産時間)

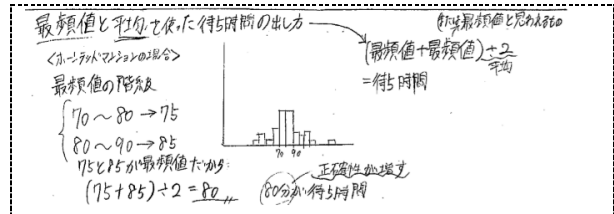


図14 ある子どものレポート

(4) 考察

教材開発・課題設定、統計的な問題解決の方法、箱ひげ図の指導、批判的思考の視点から検討して、次の点を指摘することができる。

① 教材開発・課題設定について

過去の待ち時間データから傾向を読み取り、予想することで効率的なテーマパークのまわり方を考える活動は、子どもたちの興味を惹き、意欲的に活動に取り組むことができた。ただし、「アトラクションをすべて乗ったときにかかる時間をどのように説明するか」という課題設定については一考の余地がある。お客様に提案するという課題は、説明に客観性を持たせ、数学的に工夫できるという意味では成果があった。しかし、子どもたちが目的意識をもって課題に向かうことを大切にするために、「待ち時間データから人気ランキングを考えよう」など、データを比較する必要性がある課題を設定するべきであった。また、課題とデータセットを一致させることも今後の課題である。

② 統計的な問題解決の方法について

データを収集し、整理するプロセスを授業者が行うことで、データやグラフを分析する時間を十分に取ることができた。異なる統計表現から読み取れる値の違いから、子どもたちはそれぞれの統計表現の特徴に気づき、まとめることができた。

単元を進めていく中で、待ち時間を予想し、効率的にテーマパークをまわるために、他にどのようなデータが必要であるか(天候や休日による混み具合の違いなど)を、子どもたちと一緒に考え、共有していくことで、データを層別に分け、2週目のPPDACサイクルをまわすことができると考える。

③ 箱ひげ図の指導について

子どもたちは箱ひげ図のメリットを理解してはいるが、箱ひげ図そのものの社会的な認知度の低さから、「相手に説明する」には不向きであると判断した子どもも少なくなかった。箱ひげ図の必要感をさらに高めるためには、1年次とのつながりを意識しながら、データの種類を増やしてヒストグラムで表す活動を取り入れたい。その際、子どもの「データの種類が多いと読み取りづらい」という声を取り上げることで、「箱ひげ図」の有用性につなげる授業展開も考えられる。また、日常生活で実際に箱ひげ図が使われている場面を子どもたちに紹介することも必要感を高めることに

有効であると思われる。

④ 批判的思考について

アトラクション B~D の箱ひげ図の見た目を全く同じにしたことで、「なぜデータが違うのに同じ箱ひげ図になるのだろうか」「ヒストグラムではどのように表せるのだろうか」「元のデータをじっくりみたい」という批判的な発言を引き出すことができた。また、日常で最も使われる平均値について、外れ値の存在や、分布が偏ったデータを扱うことで、平均値は代表値として万能ではなく、データによっては中央値や最頻値などを用いる方が代表値としてふさわしいことに子どもたちは気づくことができた。これは1年次の学習が生かされている場面であると考えられる。以下の授業後の振り返りの S1~S3 の記述のように、アトラクションの待ち時間は1つの資料からでは判断できないし、相手が何を求めているのかという目的によって最適な統計表現が必要であることに気づいた子どももいた。

<第2時終了後の振り返り>

S1:H 君が言った箱ひげ図の図が3つとも一緒になるというのは別にいいと思う。「これぐらいの時間にならなければいけない」ということが分かるものとして扱えばいいと思う。当たり前だと思うが、平均値だけではいけない。なぜなら最小値、最大値、外れ値がわからないからだ。

S2:私は代表値で考えた。B~D は全て値が同じであったため、あまり考えていなかったが、よく考えてみると日数が違うため、分布の仕方も違うのではないかとといった疑問が生まれた。そこでヒストグラム(階級の幅5)を見るとB~Dの分布が全く違うことがわかった。つまりQ1やQ3、最小値、最大値、中央値だけで比べたら分からないこともあるということだ。だから、今回は平均値と最頻値についても考えていかなければ本当の分布の仕方というのは分からないのではないかと考えた。B~Dの順位をしっかり決めたい。

<第3時終了後の振り返り>

S3:私は平均値と最頻値、グラフの形状を使って考えた。平均値はアトラクションの大まかな傾向を知るために求めた。しかし、平均値には最大値や最小値なども全て含まれており、外れ値によって偏っている場合も考えられた。そこでもう少し具体的に考えるために最頻値を求めた。平均値と最頻値の差がない(少ない)アトラクションは本当にその値がでる確率が高くなり、差があるアトラクション(A)は平均値と最頻値の平均値を求めて、「その値の周辺になる」というようにした。これらを全て足すと、約356分(6時間弱)となった。つまり、ある1つの値で判断するのではなく、多くの値を使用して求めると良いと考えた。さらに

、土日の客の数や、範囲も考えるともっと正確になっていくと思う。

6. 2つの実践からの示唆

(1) 統計的な問題解決の方法

PPDAC を意識して単元を構想した題材を扱うことで、2年次では1年次のつながりを意識した発言が多くみられた。最適な代表値や外れ値の議論、層別にデータを整理することの必要性などは、積み重ねが大切であると感じた。ヒストグラムの凹凸に注目して、データを層別に分けて分析したり、箱ひげ図とヒストグラムなどを見比べて、じっくりと分析したりすることで、それぞれのグラフの特徴を捉えるなど、2年間の積み重ねで批判的思考が育まれていくだろう。

また、PPDACにおけるデータ Data について、検討の余地がある。1年次の体育祭の題材では、必要なデータの種類、データの収集・整理方法を考えるなどすべて子どもたち自身で行った。そのことで、パソコンの操作方法だけでなく、データの意味を深く考え、さらなる調査をしたいという意欲が強く感じられた。しかし、アンケートづくりや、全校の意見の集計にはかなりの時間を費やすことなどのデメリットもある。一方、2年次のテーマパークの題材では、データの収集や整理は授業者が行ったことで、子どもたちは分析することに十分な時間をとることができた。しかし、データの意味(待ち時間から何が言えるのか?各アトラクションと全てのアトラクションに乗ったときの待ち時間の違いなど)について、曖昧なまま授業が進んでしまった。データの意味について、全体で共有する必要があったと考える。

(2) 外れ値の扱い

1, 2年次とも、外れ値の値を入れるべきかについて議論になった(S4,S5の振り返りの記述を参照)。

S4:45分とかいう数字がふざけなのか、真意なのかはわからないけれど「適切な」という言葉から運営、練習などの面から考えて流石に適切ではない。外れ値って難しい。

S5:テーマパークのまわる時間は平均値、最頻値と使えば良いのではないかと思った。なぜ中央値を使わないかという、中央値はデータを順番に並べたものであり、外れ値に影響されにくいかもしれないが、外れ値を値として捉えると可能性を捨ててしまうことになってしまうから。一つの可能性に引っ張られすぎるといえるかもしれないが、あくまで外れ値は複数個で、大量にあるわけではないので数値に大きすぎる差を出すことはない。

中学生段階では外れ値の定義を明確にしないまま進んでいくため、2年次の箱ひげ図の単元で触れる必要があるが、現在高校教科書に記載されているような次の方法(高橋他, 2017, p.189)を天下一式に指導す

ることは必ずしもよいとは限らない。したがって、外れ値の指導方法について今後検討する必要がある。

外れ値かどうかを判定する目安

- ・(上位境界値)=(第3四分位数)+1.5×(四分位範囲)
- ・(下位境界値)=(第1四分位数)-1.5×(四分位範囲)

一般に、上位境界値より大きい値、および下位境界値より小さい値は、外れ値である可能性が高い。

(3) 子どもの文脈に近い教材 (教材開発)

「体育祭」や「テーマパーク」など、子どもの文脈に近い教材は子どもの意欲を高める。その一方で、主観が入り過ぎてしまい、データや資料から読み取れなかったり、断定できないことまで予想したりするといったデータを超えて読んで結論づけてしまう子どもがいた(Curcio, 1987)。その際には、子どもの考えが「どのデータから言えそうか」など根拠を問いつ返し、統計的に考察することに立ち戻るきっかけを授業者がつけることが必要である。

7. 「データの活用」の指導における今後の課題

1) 学びの自覚化の分析

子どもたち自身が授業や題材を終えたときに、授業者のねらう学びをどれだけ子どもが自覚できているのかを分析したい。

2) 領域内や領域間のつながりを意識した取り組み

2年の実践において、31日中に○日が待ち時間が長い(短い)という視点から「確率」という考え方で待ち時間を判断している子どもがいた(図15)。1年次の「統計的確率」とのつながりから「箱ひげ図」を導入できるし、データを分析するという視点では「一次関数」とつながる。視点をもって単元の間をつなげる必要性と可能性を感じた。

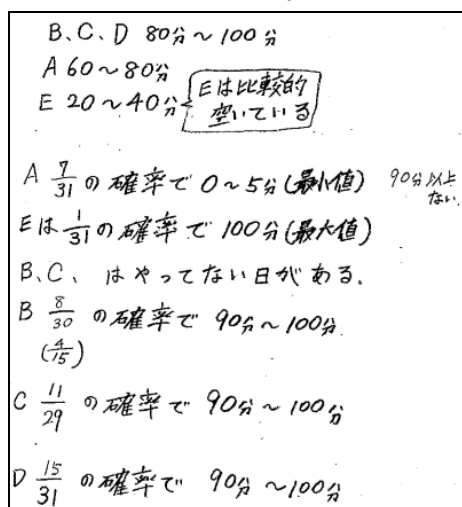


図15 確率の考えを用いた判断

このように、「データの活用」領域における統計と確率の指導とつながりや、領域間を意識した3年間の見通しをもって取り組んでいきたい。

[注] 本研究は、科学研究費(基盤研究C)「初等中等教育における批判的思考を志向した統計指導プログラムの開発」(研究代表者: 松元新一郎, 17K04765)の助成を受けた。

<引用・参考文献>

青山和裕(2018).中学数学の統計「データの活用」, 東京図書 26-30, 154-181.

Curcio, F.R.(1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, 382-393.

ディズニーランド混雑予想カレンダー
<http://www15.plala.or.jp/gcap/disney/>

楠見孝(2011).批判的思考とは: 市民リテラシーとジェネリックスキルの獲得. 楠見孝・子安増生・道田泰司(編), 批判的思考力を育む: 学士力と社会人基礎力の基盤形成 (pp. 2-24). 有斐閣.

楠見孝(2013). 良き市民のための批判的思考 (特集 批判的思考と心理学), 心理学ワールド, 61, 5-8.

松元新一郎(2013). 中学校数学科 統計指導を極める, 明治図書, 54-58, 97.

松元新一郎(2017). 数学教育の統計指導における批判的思考, 日本科学教育学会年会論文集, 日本科学教育学会, 41, 167-170.

松元新一郎編著(2019). 小学校算数・中学校数学『データの活用』の授業づくり, 明治図書, 23-26, 31-38.

松元新一郎・青木浩幸(2011). 統計的思考力を育成する統計ソフトの開発に関する研究—初等・中等教育における学校数学の立場から—, 日本数学教育学会, 数学教育論文発表会論文集, 44, 849-854.

松元新一郎・青木浩幸(2017). 統計的思考力を育成する統計ソフトの開発に関する研究(2)—時代の要請に応じた新ソフトウェアの開発—, 日本数学教育学会, 秋期研究大会発表収録, 50, 353-356.

文部科学省(2009). 高等学校学習指導要領, 東山書房.

文部科学省(2018a). 中学校学習指導要領(平成29年告示) 解説数学編, 日本文教出版, 54-59.

文部科学省(2018b). 小学校学習指導要領(平成29年告示) 解説算数編, 日本文教出版, 67-68, 268, 303-204.

文部科学省(2019). 高等学校学習指導要領(平成30年告示) 解説数学編理数編. 学校図書, 43-48, 104-110.

静岡大学教育学部附属静岡中学校・村山功(2019). 対話が深める子どもの学び—「教科ならではの文化」を味わう授業—, 明治図書, 68-85.

高橋陽一郎他(2017). 詳説 数学I 改訂版(平成28年検定済), 啓林館.

TDRポータル <https://dwait.net/>

Wild, C.J. & Pfannkuch, M.(1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.

(URLは, 2020.1.1 最終確認)