Geometry Teaching to Promote Comprehensive and Expansive Thinking in Junior High School

実践報告

中学校数学科における統合的・発展的な考察を促す図形指導

加藤健二*・杉山篤史*・熊倉　啓之**
（静岡大学教育学部附属島田中学校　静岡大学教育学部附属島田中学校　静岡大学教育学部）

Geometry Teaching to Promote Comprehensive and Expansive Thinking in Junior High School

Kato Kenji, Sugiyama Atsushi, Kumakura Hiroyuki

要　旨
本研究は，中学校数学科における統合的・発展的な考察を促す図形指導のあり方を追究することを目的とする．特に本稿では，これまでとは異なる図形の教材を開発して実践し，その有効性を検証する．そのために，中 1 の単元「平面図形」で「対称軸の本数」に関する性質を，また中 3 の単元「相似な図形」で「三角形の辺の比」に関する性質を，それぞれ教材化して実践を行った．授業中の生徒の様子や授業後のアンケート結果から，統合的・発展的に考察する活動が多く観察され，教材の有効性を示すことができた．

キーワード：統合的・発展的な考察，対称軸の本数，三角形の辺の比

１．はじめに

次期中学校学習指導要領が平成29年3月に告示され，この中で数学科の目標が次の通り示された（文部科学省，2018）．

> 数学的な見方・考え方を働かせ，数学的活動を通して，数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す．
> (1) 略
> (2) 数学を活用して事象を論理的に考察する力，数量や図形などの性質を見いだし<u>統合的・発展的に考察する力</u>，数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う．
> (3) 略　　　　　　　　　　　　　（下線部筆者）

上記の下線部から，次期学習指導要領においては，「統合的・発展的に考察する力」の育成が重視されていることが読み取れる．

そこで，本研究は，この「統合的・発展的な考察」に焦点を当て，中学校数学科における統合的・発展的な考察を促す図形指導のあり方を追究することを目的とする．

これまでに，本研究では，以下のア～エの4点を明らかにしてきた（鈴木他，2016；鈴木他，2017；加藤他，2018）．

ア　中学校の教科書を分析した結果，発展的な考え方を育成するような問題設定は，教科書では扱いが少ない．

イ　発展的な考え方に関する先行研究を分析した結果，発展的な考え方をいくつかのタイプに分類することができること（片桐，1988；菊池，1997；橋本，2001），その中で「広い意味での問題の条件を変える」タイプの実践（例えば，福田，2009）は，必ずしも多く実践されていない．

ウ　「広い意味での問題の条件を変える」タイプの実践として，以下の教材を開発して実践を行った．

中1「図形の移動の方法を考える」
中2「くの字の法則を見つける」
中2「くり抜いた図形の角の和」
中3「相似な図形の面積比」

実践の結果から，「発展させることで数学の理解が深まる設定を工夫する」「難易度が高くなり過ぎないようにする配慮する」「一般化することのよさを感じられる教材を工夫する」「多様な方法を分類する活動を取り入れる」等が有効であるとの示唆を得た．

エ　中 3 の各単元において，統合的・発展的に考える活動を継続して取り入れた結果，統合的・発展的に考えようとする態度が身に付いていることが調査結果から読み取れた．

ア～エの2015～2017年度の研究成果を踏まえて，本稿では，中1，中3の図形の内容の中で，これまでとは異なる統合的・発展的な考察を促す教材を開発して実践を行い，授業中の生徒の反応や授業後のアンケート結果を分析して，教材の有効性を検証する．

なお，本研究では，「統合的な考え方」「発展的な考え方」を，片桐（1988）を参考にしつつ，次のように規定するものとする．

＜統合的な考え方＞
多くの事象をばらばらにせず，広い観点から本質的な共通性を抽象し，同じものとしてまとめていく考え方であり，次の2つに分類できる．

［C1］複数の事象を，共通なものでまとめる．

［C2］複数の事象を，その中の1つに統合したり一般化したりする．

＜発展的な考え方＞

1つのことが得られても，さらによりよい方法を求めたり，これを基にして，より一般的な，より新しいものを発見したりしていこうとする考え方であり，次の2つに分類できる．

［E1］問題の条件を変える．

［E2］思考の観点を変える．

2．本稿の目的

本稿の目的は，中学校数学科における統合的・発展的な考察を促す図形の指導について，これまでとは異なる教材を開発して実践し，その有効性を検証することである．

3．研究の方法

以下の手順に従って，研究を進める．

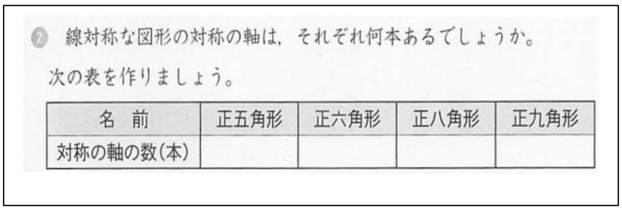
(1) 中 1，中 3 の図形指導の内容について，過去に実践した教材とは異なる統合的・発展的な考え方を育成する効果的な教材を開発する．

(2) (1)で開発した教材を用いて実践を行い，授業中の生徒の反応および授業後のアンケート結果等を分析して，教材の有効性について検証する．

4．統合的・発展的な考え方の育成を重視した教材の検討

(1) 「対称軸の本数」の教材の検討

小 6 の算数科では「対称な図形」を指導する．そこでは，対称軸についても指導し，次のように，正多角形の対称軸の本数を調べる活動を扱っている．



② 線対称な図形の対称の軸は，それぞれ何本あるでしょうか。
次の表を作りましょう。

名　前	正五角形	正六角形	正八角形	正九角形
対称の軸の数(本)				

図 1　対称軸の本数を調べる活動

（みんなと学ぶ算数 6 年，学校図書，p.21）

図 1 は，与えられた図形について対称軸の本数を調べる活動であるが，本稿では，与えられた対称軸の本数を持つ図形を探究する教材について検討する．

以下では，熊倉（2002）を参考に検討を進める．

①　三角形の場合

対処軸の本数と該当する図形は，次の表 1 の通りである．

表 1 で，対称軸の本数が「1 本」と示されているのは，その図形が持つ対称軸が「1 本のみ」であることを指す．（以下同様）

表 1　三角形の対称軸の本数

本数	該当する図形
1 本	二等辺三角形
2 本	なし
3 本	正三角形

対称軸が 2 本の三角形が存在しないことは，次の通りに示される．

三角形の対称軸は，頂点と対辺の中点を結ぶ直線である．

もし，対称軸が 2 本あるとしてそれらを m，n とすると，

AB=AC，BA＝BC

よって，CA＝CB となり正三角形となるので，対称軸は 3 本あることになり矛盾．◢

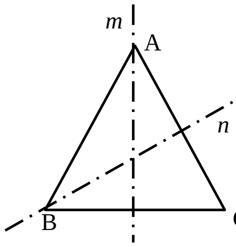


図 2　三角形の対称軸（2 本の場合）

②　四角形の場合

対処軸の本数と該当する図形は，次の表 2 の通りである．

表 2　四角形の対称軸の本数

本数	該当する図形
1 本	等脚台形，たこ形
2 本	長方形，ひし形
3 本	なし
4 本	正方形

対称軸が 1 本，2 本の場合の四角形を示すと，次の図 3 の通りである．

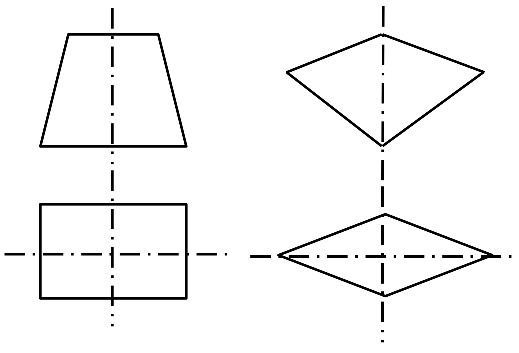


図 3　四角形の対称軸（1 本，2 本の場合）

対称軸が 3 本の四角形が存在しないことは，次の通りに示される．

四角形の対称軸は，対角を結ぶ直線，または対辺の中点を結ぶ直線のいずれかである．

もし，対称軸が対辺の中点を結ぶ直線 2 本，対角を結ぶ直線 1 本であるとして，それらを l，m，n とすると，

AB＝DC，AD＝BC，AB＝AD

∠A＝∠D，∠B＝∠C

∠A＝∠B，∠C＝∠D，∠B＝∠D

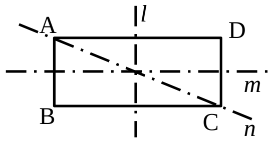


図 4　四角形の対称軸（3 本の場合）

よって，

AB＝BC＝CD＝DA，∠A＝∠B＝∠C＝∠D

となり，正方形となるので対称軸は 4 本あることになり矛盾．

対称軸が対角を結ぶ直線 2 本，対辺の中点を結ぶ直線 1 本である場合も同様に示される．◢

③　*n* 角形の場合

奇数角形の場合，対称軸はすべて頂点と対辺の中点を結ぶ直線である．また，偶数角形の場合，対称軸はすべて対角を結ぶ直線または対辺の中点を結ぶ直線である．どちらの場合も最大 n 本で，正 n 角形の場合に最大となる．

対称軸の本数が k 本（$2≦k≦n$）であるとすると，k 本の対称軸は 1 点 O で交わり，しかも互いに等しい角度で交わることから，k 本の対称軸により点 O の周りは合同な $2k$ 個の領域に分割される．このことから，$2k$ は $2n$ の約数に，つまり k は n の約数となる．$k=1$ の場合も n の約数である（詳しい説明は略）．

④　本教材を活用した展開例

中 1 の「平面図形」の学習場面において，本教材を活用して，次のような展開が考えられる．

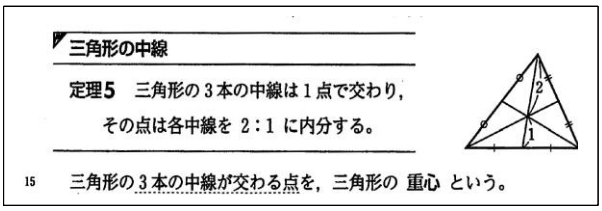
ア　三角形の対称軸の本数を検討する．1，3 本となる図形を調べるとともに，2 本となる場合が存在しないことを，背理法により証明する．

イ　四角形の対称軸の本数を検討する．1，2，4 本となる図形を調べるとともに，3 本となる場合が存在しないことを，背理法により証明する．

ウ　五角形，六角形，…の場合の対称軸の本数を検討する．

(2)　「三角形の辺の比」の教材の検討

三角形の 3 本の中線の交点である重心については，高等学校数学 A の「図形の性質」で扱う．


三角形の中線

定理5　三角形の 3 本の中線は 1 点で交わり，その点は各中線を 2：1 に内分する。

三角形の 3 本の中線が交わる点を，三角形の **重心** という。

図 5　三角形の重心

（高等学校数学 A，数研出版，p. 62）

図 5 は，中 3 で指導する「中点連結定理」を用いて，証明することができる．本稿では，「3 本の中線の交点」→「2 本の中線の交点」として，内分比を考察する教材について検討する．

①　2 本の中線の交点による内分比

△ABC において，2 本の中線 AM，BN の交点を G とすると，AG：GM＝2：1 である．このことは，例えば次のように示される．

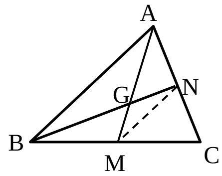


図 6　中線の交点

図 6 のように M と N を結ぶと，中点連結定理から，

AB∥MN，AB：MN＝2:1

だから，△ABG∽△MNG となり相似比は 2：1

よって，AG：GM＝2：1 ◢

②　AN：NC の内分比を変えた場合

AN：NC＝p：q とする．

AC∥DM となる D を BN 上にとると，

DM：NC＝1：2

これと，AN：NC＝p：q より，

AG：GM＝AN：DM＝$2p$：q

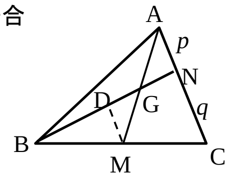


図 7　AN:NC＝p:q

③　BM：MC の内分比を変えた場合

AN：NC＝p：q，BM：MC＝r：s とする．

AC∥DM となる D を BN 上にとると，

DM：NC＝r：$(r+s)$

これと，AN：NC＝p：q より，

AG：GM＝AN：DM＝$p(r+s)$：qr

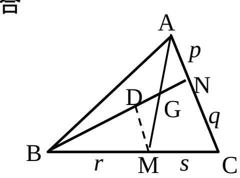


図 8　AN:NC＝p:q

なお，△AMC と直線 BN にメネラウスの定理を用いて，次のように示すこともできる．

$$\frac{AN}{NC}\times\frac{CB}{BM}\times\frac{MG}{GA}=1$$ より，

AG：GM＝(AN×CB)：(NC×BM)＝$p(r+s)$：qr

④　本教材を活用した展開例

中 3 の相似な図形の学習場面において，本教材を活用して，次のような展開が考えられる．

ア　中線の交点 G の内分比について検討する．補助線を引く位置によって異なる多様な方法を扱う．

イ　AN：NC の内分比を変えた場合の AG：GM を検討する．AN：NC＝p：q としたときに AG：GM＝$2p$：q となることを確認する．

ウ　イの結果に表れる 2 が何を意味するのかを問い，さらに，BM：MC の内分比を変えた場合の AG：GM を検討する．

5．中 1「対称軸の本数」の実践

(1)　授業の概要

中 1 の単元「平面図形」について，4 (1) で開発した「対称軸の本数」の教材を扱った実践を 2 時間扱いで行った．

なお，授業の分析は，授業を撮影したビデオ映像，個人追究時に記述したワークシート（追究用紙），授業後に行ったアンケート調査等をもとに行った．

① 単元計画

単元計画は表 3 の通りであり，本時は第 2 時，3 時である．

表 3　単元計画

時間	学習内容
1 2 3 4	【線対称・点対称】 ・線対称・点対称の意味を理解し，図形の対称性の観点から見る目を養う． ・距離の意味及び 2 点間，点と直線，平行な 2 直線間の距離について確認する．
5 6	【平行線の作図・円の接線】 ・作図の意味，定規とコンパスの役割を確認する． ・定規とコンパスを利用して，直線の平行線を作図する．
7 8	【垂線の作図】 ・定規とコンパスを利用して，直線の垂線を作図する． ・円の接線はこの接点を通る半径（直径）に垂直であることを確認する．
9 10	【角の二等分線】 ・角の二等分線の意味を確認する． ・角の二等分線の作図の方法を理解し，作図する． ・角の二等分線上の点は2辺から等距離にあることを確認する．
11 12	【線分の垂直二等分線】 ・線分の垂直二等分線の意味を確認する ・線分の垂直二等分線の作図の方法を理解し，作図する． ・線分の垂直二等分線上の点はその線分の両端から等距離にあることを知る．
13	【角の作図】 ・学習してきた 3 種類の作図を利用し，様々な角度を作図する．
14 15 16	【図形の移動】 ・平面図形の移動は，「平行移動」「回転移動」「対称移動」の3種類の移動がもとになっていることと，それぞれの意味を確認する． ・「平行移動」「回転移動」「対称移動」の作図の方法を知る． ・同じ平面上の2つの合同な図形は，「平行移動」「回転移動」「対称移動」を組み合わせると，2回以内で重ね合わせることができることを発見する．
17 18 19	【作図の利用】 ・1点を通る円や２点を通る円を作図する． ・これまで学んだことを利用して，様々なものを作図することができる．
20	【単元のまとめ】

② **本時の実施時期**：2018 年 11 月

③ **対象生徒**：国立大学附属中学校 1 年生 36 名

④ **授業の目標**：

三角形や四角形について，対称軸の本数が与えられたときの図形を見いだしたり，図形が存在しないことの理由を説明したりすることができる．また，図形を変えて，統合的・発展的に考察することができる．

(2)　授業展開と生徒の反応

①　第 2 時：対称軸が 2 本の三角形の考察

はじめに，次の【課題Ⅰ】を提示した．

> **【課題Ⅰ】**二等辺三角形は，対称軸が 1 本ある．正三角形は，対称軸が3本ある．では，対称軸が2本あるような三角形はどんな三角形だろうか？

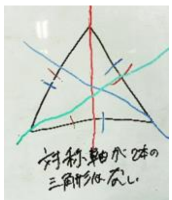
多くの生徒は，「2 本になる三角形がある」ことを前提に，それを見つけようと図をかいてみたり，対称軸をかいてみたりしながら試行錯誤していた．しかし，直観的には「本当にあるのか？」と疑っていた生徒もいた．それらの生徒は，「2 本になる三角形は存在しないかもしれない」と考えて，その理由を説明しようとしていた．ただし，説明の方法が見いだせずに苦労している様子が見られたため，授業者から「小学校で学んだ図形の性質などは，説明として使ってもいい」と伝えた．生徒は正三角形や二等辺三角形の性質等を思い出しながら，説得力のある説明をしようと取り組んでいた．

次に，一斉による追究の場面で，次のような生徒の考えが発表された．

＜考え方①：辺による説明＞

緑※の対称軸と青※の対称軸があったとすると，3 辺が等しい三角形になり，必然的に正三角形になる．

※ホワイトボードに色分けで記入



＜考え方②：角による説明＞

∠A と∠C が同じになり∠A と∠B が同じになることから 3 つの角が等しいので正三角形となる．

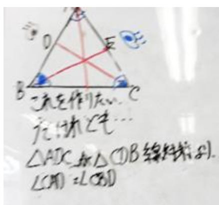


図 9　生徒の考え

図にかき込みながら説明されたことで，全員が納得した様子であった．

最後に授業者より，「4 本や 5 本になることはないか？」と質問したところ，直観的に「ない」と即答したが，その理由をきちんと言えない生徒が多かった．そこで，生徒Ｙにその理由を発表させたところ，次のような説明がなされた。

＜生徒 Y の説明：4 本以上がない理由＞

対称軸の引き方は，「頂点から頂点」と「辺から辺」と「頂点から辺」の 3 種類である．「頂点から頂点」は，三角形の場合は引けないので考えなくていい．次に「頂点から辺」は，さっき説明してくれた 2 人の考え方で十分説明できている．最後に，「辺から辺」は，三角形の場合は三角形と四角形に分かれるので，対称になることはない．以上から，4 本以上は存在しない．

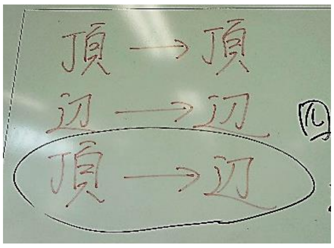


図 10　生徒 Y の説明

生徒Ｙの発表を聞いて，全員が納得できた様子が観察された．ここまでで，第 2 時を終えた．

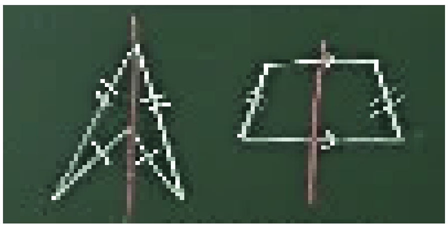
② 　**第 3 時：四角形の対称軸の考察**

前時を振り返りながら，次の課題Ⅱを提示した．

【課題Ⅱ】四角形のときは，対称軸が何本の場合があるだろうか？

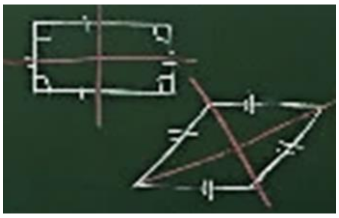
1 本の場合，2 本の場合，4 本の場合は，生徒がすぐに見いだした．2 本の場合については，当初「平行四辺形」が発表されたが，すぐに周囲から誤りが指摘され，「ひし形」に訂正された．このときに発表された図形は，図 11 の通りである．

＜1 本の場合＞



やり形　　等脚台形

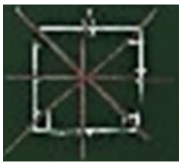
＜2 本の場合＞



長方形

ひし形

＜2 本の場合＞



正方形

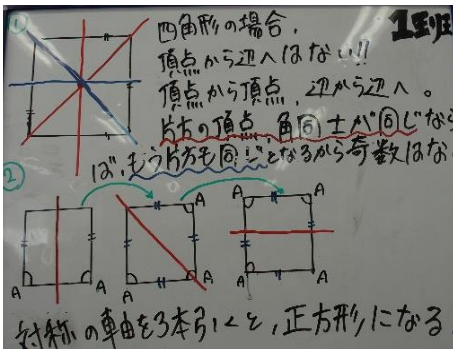
図 11　課題Ⅱの発表

一方，3 本の場合については，前時の学習経験から，多くの生徒が「3 本の場合は存在しないだろう」と予想していた．そこで，次のような課題Ⅲを設定して，これを追究することとした．

【課題Ⅲ】四角形のとき，3 本の場合がないことを説明しよう．

多くの生徒が，前時の学習経験を踏まえて，次の＜説明①＞や＜説明②＞のように，2 本の場合の長方形やひし形に 1 本を増やして考えていた．両方の説明が必要であるが，一方の説明で終えていた生徒もいたため，声かけをしたり他の小集団の様子を伝えたりして支援した．

＜説明①：ひし形から説明＞



＜説明②：長方形から説明＞

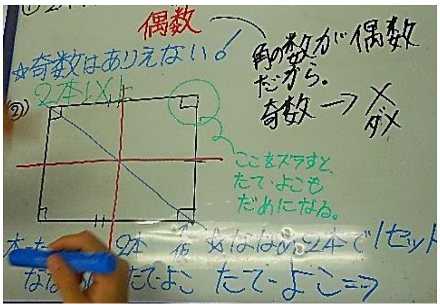


図 12　課題Ⅱの説明①②

一方，4 本の場合の「正方形」から説明している＜説明③＞を考えている生徒もいた．

＜説明③：正方形から説明＞

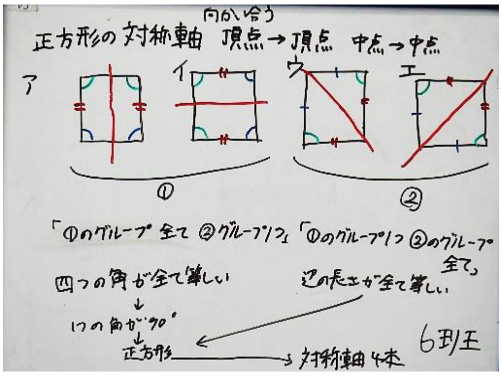


図 13　課題Ⅱの説明③

個人追究の時点では，自分で不十分な説明だと感じていたようだが，小集団での追究を通して，次のように，少しずつ完成された説明になっていった．

＜生徒 Z の説明＞

四角形の場合は「頂点から辺」に引くことができない．理由は，三角形と四角形に分かれてしまい，線対称にならないから．だから対称軸の引き方としては，「①辺から辺」「②頂点から頂点」に絞ることができる．①の方法は，四角形の場合は 2 種類考えられ，②についても同じことがいえる．3 本の場合を考えるために，引き方の可能性として，①2 種類と②1 種類か，②2 種類と①1 種類しかない．①2 種類と②1 種類が引けたとすると，全ての角が等しく 90°となるので，これは正方形となる．正方形ということは，4 本目も引けるので 3 本にはならない．②2 種類と①1 種類が引けた場合も，全ての辺の長さが等しくなり，これも正方形となる．やはり 4 本の対称軸が引けるので，3 本の場合はありえない．

図 14　生徒 Z の説明

授業ではここまででほとんどの時間が過ぎたため，次の課題Ⅳをレポート形式で出した．

【課題Ⅳ】さらに形を変えていえることはないか，自分で追究しよう．

課題提示後に，どんな形を追究してみたいかを生徒に聞いたところ，五角形や六角形以外にもやり形や星形など，いろいろな形を考えてみたいという声が上がった．また，n 角形を考えてみたいという生徒もいた．そこから先は，生徒の主体性に任せることとした．

結果として，例えば，生徒は図 15 のようなレポートを提出した．

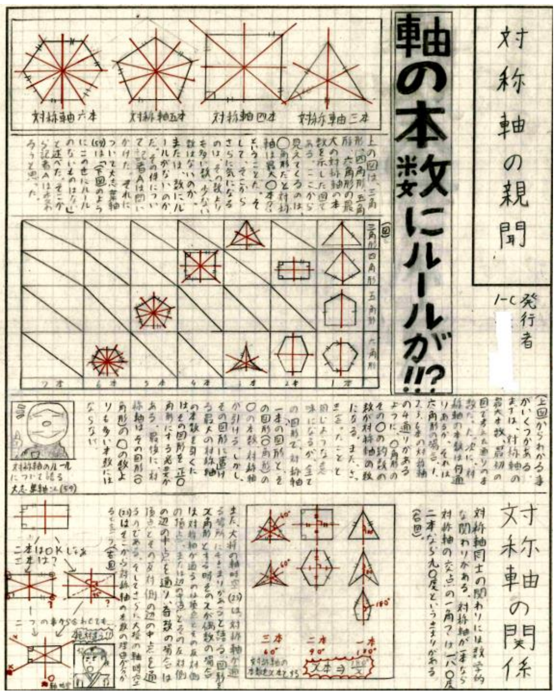


図 15　生徒のレポート

ほとんどのレポートでは，五角形，六角形，…と形を変えていくことで，新たな発見や共通する規則を追究していた．共通する規則として，「対称軸は角の数の約数分だけ存在する」という結論までたどり着いていた生徒も複数名いた．これまで追究したことを統合することで，達成感を味わったことが伺えるレポートが多くあった．

(3)　授業の考察

2 時間扱いの授業全体を通して，「統合的・発展的な考察」を促す視点から，次の点を指摘することができる．

① 課題Ⅰ→課題Ⅱ・Ⅲ→課題Ⅳを順に解決することを通して三角形→四角形→五角形→…と考察の対象を拡げていく展開としたことで，発展的な考察を促すことにつながったと考えられる．特に，第 2 時において，四角形の追究が早く終わったある小集団では，「他の形の場合は？」と課題を自主的に発展させながら追究している姿が見られた．そして，五角形，六角形の場合を調べながら，「n 角形の対称軸の本数は n の約数の場合しかない？」と予想を立てていた．

② 課題Ⅳのレポート課題では，前述したように，複数名の生徒が，統合的に考察して，n 角形の対称軸の本数は n の約数の場合に存在する，という規則を見いだしていた．また，レポートの感想には，次のような記述も見られた．

最後のレポートは宝探しのようでとても楽しかった．他の形も考えて「約数」という法則が見つかって，とてもすっきりした．今までにない感覚で，とても新鮮であった．

図 16　レポートの感想

以上の生徒の反応から，本教材が，統合的な考察を促す上で有効であったことが読み取れる．

６．中 3「三角形の辺の比」の実践

(1)　授業の概要

中 3 の単元「相似な図形」について，４（2）で開発した「三角形の辺の比」の教材を扱った実践を 2 時間扱いで行った．

なお，授業の分析は，授業を撮影したビデオ映像，個人追究時に記述したワークシート（追究用紙），授業後に行ったアンケート調査等をもとに行った．

①　単元計画

単元計画は表 4 の通りであり，本時は第 20 時，21 時である．

表 4　単元計画

時間	学習内容
1	**【相似な図形】** ・拡大図をかく操作を通して，相似な図形の意味および相似な図形の性質を理解する．
2 3	**【三角形の相似条件】** ・相似な三角形の作図を通して，三角形の相似条件を理解する． ・相似の位置，相似の中心の意味および用語を理解する．
4 5 6	**【三角形の相似条件の利用】** ・三角形に補助線を引くことによってできる三角形が相似になることを，相似条件を利用して説明する． ・三角形の相似条件を利用して，辺や線分の長さを求める．
7	**【相似の利用１】** ・三角形の相似条件を利用して，建物の高さを求める．
8 9	**【平行線と比】** ・三角形の１辺に平行な直線が他の２辺と交わるとき，その２辺を等しい比に分けることができることを理解する． ・平行線と比の定理を利用して，線分の長さを求める．
10 11	**【相似の利用２】** ・平行線と比の定理を利用して，線分 AB を 3 等分する点を作図する方法を考察する． ・線分の三等分点の作図方法が正しいことを，既習事項を利用して証明する．
12 13 14	**【比と平行線・中点連結定理】** ・三角形の 2 辺を等しい比に分ける点を結ぶ線分は，他の 1 辺に平行であることを理解する． ・比と平行線の定理をもとに中点連結定理を導き出し，それを活用する． ・中点を結んでできる四角形は特別な平行四辺形になる場合があることに気づき，自分なりの根拠を持って証明する．
15 16	**【相似の利用３】** ・三角形の角の二等分線における辺の比の性質を理解し，それまでに学習してきたさまざまな図形の性質を用いて証明する．
17 18 19	**【相似な図形の面積比・相似な立体の表面積比と体積比】** ・相似な図形の面積比は，相似比の 2 乗に等しいことを理解する． ・相似な立体の表面積比は相似比に 2 乗，体積比は相似比の 3 乗に等しいことを理解し，相似な図形の面積や体積を相似比を使って求めることができる．
20 21	**【相似の利用４】** ・相似や平行線と比の定理などの既習事項を用いて，図形の新たな性質について考察する．

②　本時の実施時期：2018 年 11 月

③　対象生徒：国立大学附属中学校 3 年生 40 名

④　授業の目標：

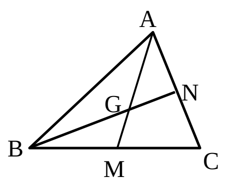
三角形の 2 本の中線の交点が中線を内分する比を，相似な図形の性質を使って求めることができる．また，中点を移動して内分比を変え，統合的・発展的に考察することができる．

(2)　授業展開と生徒の反応

①　第 20 時：中線の交点による内分比の考察

はじめに，次の【課題Ⅰ】を提示した．

【課題Ⅰ】△ABC において，中線 AM，BN の交点を G とするとき，AG : GM を求めよう．



まずは，個人で追究する活動を行った．生徒は，図 17 のように様々な補助線を引いて，AG : GM の比を求めていた．

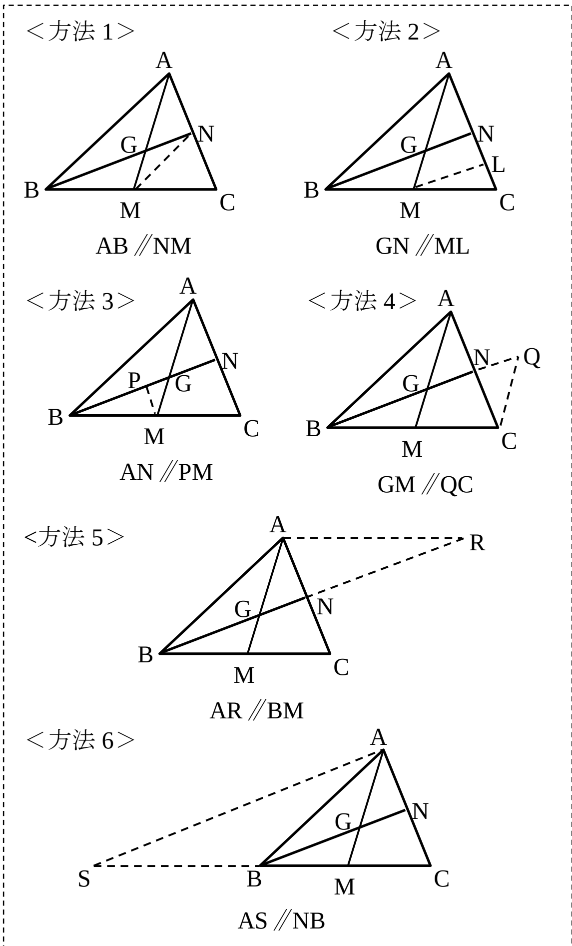


図 17　課題Ⅰの方法

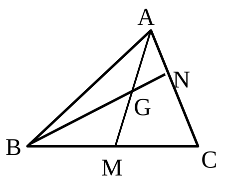
続いて，小集団による追究を行った．上記の方法 1～6 のような様々な補助線の引き方について，互いに伝え合う活動を行った．

その後，一斉による追究の場面で，いくつかの代表的な方法を発表させて，本時を終えた．

②　第 21 時：内分比をかえた場合の考察

まず，前時を振り返って，次の課題Ⅱを提示した．

【課題Ⅱ】課題Ⅰで，AN：NC の比を変えたら，AG：GM はどのような比になるだろうか．



課題提示の場面では，N を移動させたときに AG：GM がどのように変化するか予想しやすいように，Geometric Constructor を使って課題の図を提示した．

個人追究の場面では，追究用紙に複数の図をかいていたこともあり，多くの生徒はその図を使い，図 18 の考え方①のように，AN：NC がいろいろな比の場合の AG：GM を求めていた．前時で出された多様な考えが生かされ，補助線を引いて AG：GM を出すことができた生徒がいた一方で，どういう補助線を引いて考えればいいのかがわからずに困っている生徒も見られた．また，考え方②のように，早い段階から AN：NC を文字を使って一般化して考えている生徒もいた．

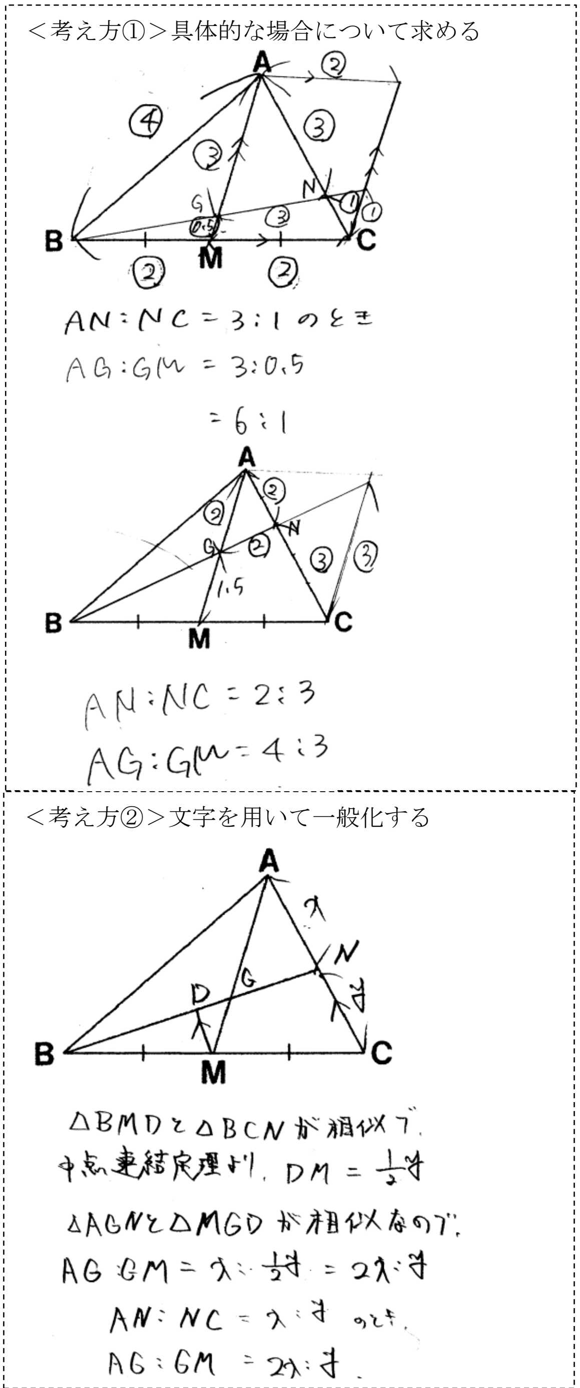


図 18　課題Ⅱの考え方

次に，小集団による追究を行った．ここでは主に，AN：NC が具体的な数の場合でも AG：GM が求められない生徒に対して，他の生徒が求め方を教えてあげたり，一般化するとどうなるのかを互いに確かめたりする活動がなされていた．AG：GM が求められなかった生徒は，前時の課題Ⅰの解決の理解が必ずしも十分ではなかったためと考えられる．

しばらく時間を取った後に，一斉での追究を行った．まず，AN：NC が具体的な場合を調べた生徒に，その

比と AG : GM を聞いて板書した．

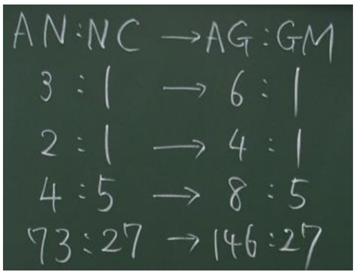


図 19　板書（AN:NC と AG:GM）

板書したいくつかの例から，AN : NC と AG : GM の関係に気づいた生徒もいた．そこで次に，文字を使って AN : NC＝x : y とすると AG : GM＝2x : y と表せることに気づいた生徒の考えを発表させた．ほとんどの小集団は，文字を使って一般化することができていたが，AG の方だけ 2 倍されていることについて触れている小集団はいなかった．そこで，「2x : y」の「2」の意味を意識させて，次の課題Ⅲを提示した．

【課題Ⅲ】課題Ⅱで，さらに BM : MC の比も変えたら，AG : GM はどうなるだろうか．

課題Ⅱで，生徒個々の理解度に差が出てしまったことから，課題Ⅲは小集団による追究から始めることとした．多くの小集団が，始めから文字を使って考えていたが，文字が多く使われるため，比の計算に苦労している小集団が少なくなかった．

続いて，一斉による追究を行った．1 人の生徒が発表をして，BM : MC＝a : b とすると AG : GM＝(a＋b)＝x : ay となることを全体で確認して授業を終えた．

＜考え方③＞

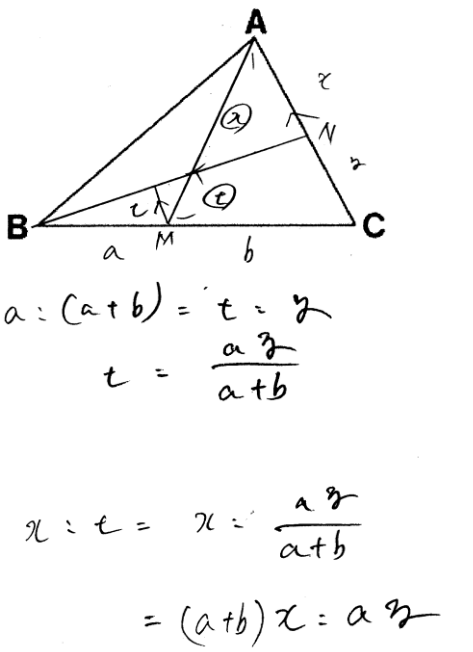


図 20　課題Ⅲの考え方

(3)　授業の考察

2 時間扱いの授業全体を通して，「統合的・発展的な考察」を促す視点から検討して，次の点を指摘することができる．

① 課題Ⅰ→課題Ⅱ→課題Ⅲを順に解決することを通して，発展的な考察を促すことにつながったと考えられる．特に，課題Ⅱの解決場面で AN : NC の比を変えた場合を考察するだけにとどまらず，BM : MC の比を変えた場合，すなわち課題Ⅲに取り組んでいた生徒も見られた．このように，自ら課題を発展させて考察する姿が見られたことから，この教材が発展的な考察を促す上で有効であったことが読み取れる．

② 課題Ⅱの解決場面では，多くの生徒が，AN : NC の比について具体的な数の場合に考察していたが，一部の生徒は文字を使い一般化して考察していた．また，課題Ⅲの解決場面では，比の計算には苦労していたものの，最初から多くの生徒が文字を使い一般化して考察していた．これらの生徒の様子から，この教材が，具体的な数→文字というように，統合的な考察を促す上でも有効に機能していたことが読み取れる．

7．まとめと今後の課題

(1)　単元を通した実践の成果

中 1「平面図形」，中 3「相似な図形」の各単元の学習の前後で，発展的・統合的な考察に関わるアンケート調査を実施した．各項目の肯定的な回答（よくあてはまる，まあまああてはまる）の割合は，表 5，表 6 の通りである．

表 5　中 1 のアンケート結果

質問項目	前	後
1 つの問題が解決したとき，違う視点からその問題を見て新たなことを考えたい	91	92
いろいろな考え方から，共通するものはないか考えている	92	94
出た結論から，さらにアレンジしたり深化させていったりしたいと考えている	91	95

（前 108 人，後 105 人）

表 6　中 3 のアンケート結果

質問項目	前	後
日々の授業について，個人追究では 2 つ目，3 つ目…の考えを出そうと努力している	94	96
いろいろな考え方から，共通するものはないか考えている	77	85
出た結論から，さらにアレンジしたり深化させていったりしたいと考えている	75	86

（前 119 人，後 118 人）

表 5，表 6 から，次の 3 点を指摘することができる．

① 中 1，中 3 いずれも，若干ではあるが，単元の前後で，肯定的な回答の割合が上昇していて，特に中 3 では 2 項目について上昇が顕著であった．単元を通しての「統合的・発展的な考察」を促す指導の成果が表れているといえるであろう．

② 中 1 と中 3 で同じ 2 項目について比較すると，中 3 の方が肯定的な回答の割合が低くなっている．同一の生徒を対象にした結果の比較ではないので，断定的なことは言えないが，3 年間の数学学習の経験を積み重ねる中で，数学の学力格差が拡大し，数学に対する好き嫌いの度合いの格差も拡大していることが影響していると考えられる．そうであったとしても，中 3 の学習後の肯定的な回答の割合が，いずれの項目も 80％を超えていることは，特筆に値するといえる．

③ 中 3 のアンケートにおいて，「これからの社会で必要な力とは何か」について自由に記述させたところ，次のような記述があった．

・これからの時代では，与えられたことをこなすだけでなく，自分なりにより良くしていく力が必要だと思います．
・これからの時代では，自分の考えを状況に合ったようにアレンジして表現する必要があると思います．

図 21　生徒の自由記述

これらの記述から，「統合的・発展的に考察する力」を，これからの社会で必要な力として捉えていることが読み取れる．生徒が「統合的・発展的な考察」の価値を認めることも，考察を促す指導を行う上では重要なことであると考える．

(2)　今後の課題

今後の課題として，次の 2 点を挙げる．

① 中学校の図形指導について，本教材とは別に，「統合的・発展的な考察」を促す教材を開発して実践し，その有効性を検証すること．

② 図形領域に限らず，数と式領域や関数領域，データの活用領域においても，「統合的・発展的な考察」を促す教材を開発して，実践を積み重ねると同時に，中学校 3 年間を通して，「統合的・発展的に考察する能力」を育成し高める指導の在り方を追究すること．

引用・参考文献

福田允(2009)「学校数学における発展的な考え方の指導に関する一考察-「式を読む」ことに着目して-」第 42 回数学教育論文発表会論文集，pp.181-186.

橋本吉貴(2001)「算数・数学科における「発展的な考え方」に関する考察」日本数学教育学会誌，83 巻 9 号，pp.10-17.

一松信他（2015）「みんなと学ぶ小学校算数 6 年」平成 26 年検定済教科書，学校図書，p.21.

片桐重男(1988)『数学的な考え方の具体化』明治図書.

加藤健二・杉山篤史・熊倉啓之(2018)「総合的・発展な考え方の育成を重視した中学校数学科における図形指導」静岡大学教育実践総合センター紀要，No.28，pp.97-106.

菊池平一(1997)「統合的，発展的に考察する」新しい算数研究，No.313，東洋館，pp.6-9.

熊倉啓之(2002)「対称軸の本数から図形を探す」教育科学数学教育 No.554，明治図書，pp.70-75.

文部科学省(2018)「平成 29 年告示中学校学習指導要領解説」.日本文教出版.

能田伸彦(1983)『オープン・アプローチによる指導の研究』東洋館.

岡部浩二他（2012）「高等学校数学 A」平成 23 年検定済教科書，数研出版，p.62.

赤攝也他(2016)「新版数学の世界 2」大日本図書，p.132.

鈴木直・加藤健二・熊倉啓之(2016)「発展的な考え方の育成を重視した中学校数学科における図形の指導」静岡大学教育実践総合センター紀要，No.25，pp.43-52.

鈴木直・加藤健二・熊倉啓之(2017)「統合的・発展的に考える活動を重視した中学校数学科における図形指導」静岡大学教育実践総合センター紀要，No.26，pp.45-54.