

Development and Practice of a "Sample Survey" Unit Incorporating Fermi Estimation

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2021-03-04 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 菊野, 慎太郎, 裕元, 新一郎 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.14945/00027913

フェルミ推定を取り入れた「標本調査」単元の開発と実践

菊野 慎太郎

松元 新一郎

静岡大学教育学部附属静岡中学校

静岡大学教育学部

Development and Practice of a "Sample Survey" Unit Incorporating Fermi Estimation

Kikuno Shintaro , Matsumoto Shinichiro

Abstract

The purpose of this study is to come up with suggestions on how to teach sample surveys by developing a unit and teaching materials which incorporate Fermi estimation into the unit of sample survey, and by practicing and analyzing them. The question used in the unit was: "How much could we harvest if we grew potatoes in every plot of abandoned farmland nationwide?" Based on this study, we have formed the following five suggestions:

- 1) By placing the Fermi estimation at the beginning of the unit, students can understand the benefits of rough estimation and at the same time better understand the meaning and value of sampling as a more accurate estimation method,
- 2) When shifting from Fermi estimation to estimation based on a sampling survey, it is necessary for students to shift their focus towards improving accuracy, while at the same time valuing their thinking,
- 3) It is important to discuss dealing with outliers when teaching about histograms and frequency distribution polygons in grade 7 and boxplots in grade 8,
- 4) After making a preliminary determination based on an estimation using a sample survey, it is necessary to consider whether to make a final judgment based on census,
- 5) In the sample survey unit, the final unit of compulsory education, students can learn with a sense of familiarity as well as earnestness through using teaching materials that are connected to the society and linked with other school subjects.

キーワード： データの活用 標本調査 フェルミ推定 箱ひげ図 ヒストグラム 耕作放棄地 批判的思考

1. 研究の背景

平成 29 年告示の中学校学習指導要領・数学科では「資料の活用」の領域が「データの活用」に名称変更され、内容知・方法知とも一層充実している(文部科学省, 2018)。第 3 学年に位置づけられている標本調査は次の点において重要である。

- ・高校「数学 B」の「統計的な推測」では、確率分布や標本分布の性質に着目し、母集団の傾向を推測し判断したり、標本調査の方法や結果を批判的に考察したりする(文部科学省, 2019)。第 3 学年における標本調査は高校で学ぶ「統計的な推測」の入り口である。
- ・大学では、データサイエンスを必修科目として位置付ける大学が増加している。静岡大学でも、令和 2 (2020)年度の入学生からデータサイエンスが必修科目(1 単位)となり、指導項目にデータの分布や検定が含まれていて、標本調査の理解が必要である。
- ・これまで社会では全数調査を行うことが不可能なことが多く、標本調査が広く行われているが、昨今は、限られたデータをもとにして不確定な未来を予測する必要性が一層増している。

しかしながら、7 社の教科書では中学校数学の最後の単元に位置づけられており、入試等の制約から十分な実践研究が行われていない。

中学校における標本調査の指導は、平成 10(1998)年

告示学習指導要領でなくなり、平成 20(2008)年告示学習指導要領で復活している。そこで、日本数学教育学会誌, CiNii, j-stage で、2008 年以降の中学校における標本調査に関わる先行実践(日本数学教育学会誌総会特集号, 及び、実践していないものは除く)を調べると、表 1 のように挙げられる。

佐藤(2010)は PPDAC サイクルを取り入れた単元展開の大切さを、塩澤他(2012)は無作為抽出と標本サイズの重要性の実感を伴うためには実験を取り入れる大切さを述べている。また、中西(2012)は「全数調査と標本調査」に関する体験型学習の提案をしている。石綿(2013)は標本調査を体験することの必要性だけでなく、結果の検証の重要性を訴えている。さらに藤原(2014)は、多様な抽出方法を考える学習を単元のはじめに位置づけることや、問題解決の為に標本の抽出方法を自ら考えて標本調査を実施し、レポートを作成する活動を単元の終わりに位置づける大切さを示唆している。中本(2015)は標本調査の結果の確認にとどまらず、概念を生み出すための標本調査にするべきであると課題を述べている。

また、辞典の見出し語の総数の推定に関する実践は数多くあり、鈴木他(2019)は相対度数折れ線を用いて結果を分析しているが、コンピュータ利用と共に、子どもが直接対象に触れあう活動をどのように組み合わせるかは課題としている。

表 1 中学校数学科における標本調査に関わる先行実践

	題材(教材)	ICT	概要
石井他(2009)	広島市の軽自動車の台数	×	総自動車数・自動二輪・原付自動車の台数を与えて、軽自動車の台数を標本調査によって推定させる。
細矢(2009)	米の収穫量	×	生徒が育てた稲の収穫直前の収穫量について、田んぼを区画に分けて標本調査する方法を考える。
西仲(2009)	環境と消費	○	Excel を活用して習得や活用という目的をもって標本調査をすることで、資料をクリティカルにみる大切さを学んだ。
佐藤(2010)	生徒の睡眠時間	○	附属中学校の生徒の睡眠時間を標本調査によってデータを集め、simplehist で分析し、レポートを作成した。
細矢(2011)	売店のおにぎりの個数	×	校内の売店で売られているおにぎりなどの個数を予想する際には直感が用いられていることを見いだした。
中西(2012)	国語辞典、体力テスト	×	プリントや文学作品から「の」の字を数え上げることで全数調査と標本調査を理解する。
塩澤他(2012)	視聴率調査	×	視聴率調査の模擬実験を通してランダム性と標本サイズに対する理解を深める。
石綿(2013)	ランドセルの色	○	近隣の小学校のランドセルの色を、現地で標本調査したりして、全数を推定させる。
藤原(2014)	松坂投手の攻略	○	松坂投手の打球データから標本調査を行い、打撃練習を提案する。
中本(2015)	魚の総数	○	池の中の魚をBB弾におきかえて、池の中の魚の総数を標本調査により推定させる。
佐渡他(2018)	選挙の出口調査	○	選挙の出口調査の結果から、無作為抽出の必要性や調査をする上で大切にすべきことを考える。
鈴木他(2019)	英和辞典の見出し語	○	英和辞典の見出し語を標本調査し、その結果を相対度数表や度数折れ線で表し、総見出し語数を推定する。

先行実践の題材は、標本調査の方法に着目した実践が多く、標本調査の方法の理解の促進としては有効だが、標本調査の価値である効率的かつ正確に推定するよさについては、子どもたちが理解していない実態が推測される。また、これからの社会を生き抜く子どもたちにとって切実感をもち、関心をふくらませる課題とは言いづらいのではないかと考える。

そこで、本研究では全数調査ができないとき、概数を求めるために比例を利用して推定する方法であるフェルミ推定(4章で詳述)に着目した。

本研究でフェルミ推定を取り上げた理由は以下の5点である。

- ・「正解が無い」ときに用いることが多く、正解の無い問いだからこそ「正解を知っていた」のではなく純粋に「考えた」プロセスが問われる。
- ・特別な数学の知識を必要とせず、誰にとっても取り組みやすい推定方法であり、現実世界とのつながりを感じることができる。
- ・モデル分解(因数分解)した一つ一つの要素で、ある程度の数値が予測できる。
- ・身の回りの事象で何かを予測する際、フェルミ推定のように直感や主観から筋道立てて考え、必要な構

成要素を明らかにした上で、標本調査から推定することができれば、より客観的で、正確な推定をすることができる。

- ・フェルミ推定に標本調査が加わることで、身の回りの事象を筋道立てて考えたり、データを活用して客観的に考えたりすることができるから、データの必要感が高まる。

なお、フェルミ推定を取り入れた実践は高校生を対象とした数学的モデリングの実践がある(稲葉他,2016)が、中学校における実践は見られない。

これらのことを踏まえて標本調査にフェルミ推定を取り入れ、よりよい標本調査の指導のあり方、課題について明らかにしていきたい。

2. 研究の目的

本研究の目的は、フェルミ推定を標本調査の単元に取り入れたときの単元構想、教材を開発し、実践とその考察を行うことを通して、標本調査の指導のあり方の示唆を得ることである。

3. 研究の方法

- (1) フェルミ推定について調べ、標本調査の単元へ

の位置づけ方を検討する。

- (2) (1) をもとにして単元計画をたて、授業実践を行い、考察を行う。これらのことから標本調査の指導のあり方の示唆を得る。

4. フェルミ推定について

(1) フェルミ推定とは

フェルミ推定は、ノーベル物理学賞を受賞したエンリコ・フェルミ(Enrico Fermi,1901-1954)に由来している。「世界中にサッカーボールはいくつあるか？」のように把握することが難しい数量について何らかの推定ロジックによって短時間で概数を求める方法をフェルミ推定という。フェルミ推定では結果よりも考えるプロセスが重視される。その理由として前述のサッカーボールの問題のように正解がなく、つかみ所のない数量・形を短時間で概算・概形を求めるからである。正確な数値を予測するというよりはむしろ、本格的な数値の算出に先立っておおよその桁数を算出するというところに重きが置かれている。フェルミ推定の対象となる問題は内容が身近でわかりやすく、「正解が無い」ときに用いることが多い。正解の無い問いだからこそ「正解を知っていた」のではなく純粋に「考えた」プロセスが問われる。つまりそこには、問題解決の縮図が隠れている。以下に示すように各構成要素のすべてを駆使する必要があり、ここにフェルミ推定の神髄がある(細谷, 2007)。

フェルミ推定は以下の4つのプロセスで考えることができる(細谷, 2007)。それぞれのプロセスを「日本全国に電柱は何本あるか?」という例題で示していく。

ア アプローチ設定

推定するために大胆な仮定を置くことが重要である。例えば「単位面積当たりの本数を市街地と郊外に分けて総本数を算出する」という切り口を考える。

イ モデル分解

対象をモデル化して単純な要素に分解する(因数分解する)。考慮すべきポイントは住宅の密集する市街地と山間部を含む郊外では電柱の密度が大きく違うことである。各エリアの「単位面積当たりの本数」と各々の「総面積」がわかればそれらの積により総本数が算出できる。

ウ 計算実行

イで誰でもある程度の数字の推測が可能なところまで分解しておく。「単位面積当たりの本数」から考えてみる。市街地の代表的な電柱配置を「50 m²に1本」、郊外を「200 m²に1本」と仮定する。そうすれば1 km²当たりの本数は400本(市街地)、25本(郊外)となる。次に必要なのは各々の総面積である。(日本の総面積)×(各々の占有率)となる。まず日本の総面積は約38万km²を使えばよい。

以上の推測から、電柱の総本数は次のように算出できる。

$$\begin{aligned}(\text{市街地の総本数}) &= (\text{日本の総面積 } 38 \text{ 万km}^2) \times (\text{市街地率 } 0.2) \times (1 \text{ km}^2 \text{ 当たりの本数 } 400 \text{ 本}) \div 3,000 (\text{万本}), \\ (\text{郊外の総本数}) &= (\text{日本の総面積 } 38 \text{ 万km}^2) \times (\text{郊外率 } 0.8) \times (1 \text{ km}^2 \text{ 当たりの本数 } 25 \text{ 本}) \div 760 (\text{万本}), \\ \text{よって, } & 3,000 + 760 = 3,760 (\text{万本}) \\ & \text{電柱の総本数は } 3,760 \text{ 万本}\end{aligned}$$

エ 現実性検証

ウでひとまず結果が出るが、現実のデータが(部分的にも)入手可能な場合にはア～ウで計算した概算結果がどの程度現実に近いものかチェックできる。実際に電力会社とNTTが公表している電柱の本数は、約3,300万本であることから、推定結果はかなり正確だったと言える。本来フェルミ推定の誤差について、推定結果が3,000万本であれば1,000万本以上10,000万本未満の範囲にあるように桁数が同じであること(本稿では1桁以内の誤差と呼ぶ)が“合格”ということになる。

(2) 単元の位置づけ

単元の位置づけを考えるにあたり、標本調査による推定とフェルミ推定について、それぞれの特徴を次のように捉えている。

- ・フェルミ推定は個人の知識や経験によって様々なことを仮定しながら比例の考えを用いて推定する。つまり概算するために用いる。効率的であるが、正確性には欠ける。
- ・個人の仮定が主観や直感によるところが大きいと、概算結果の範囲が大きくなる。
- ・フェルミ推定の結果をより真の値に近づけるためには確かな知識やデータが必要である。
- ・データの必要感をもち、大量のデータから平均値などを算出する場合に標本調査の有用性を感じることができる。

つまり、生徒がある事象(数量)を推定する際には、まず既習の比例の考えを用いてフェルミ推定によって概算し、この推定結果の正確性を高める過程において、データが必要であり、そのデータが膨大なため標本調査の必要性を感じ、進んで推定を行っていただく。

以上のことから、フェルミ推定を単元の導入部分にしておくことにした。さらに、標本調査の指導内容を見直すこととして、標本調査の題材内容についても検討の余地がある。身近なものを題材として授業化することはもちろんだが、中学3年の最後の単元であることを鑑み、他教科との関連や社会とのつながり、自分の価値観や生き方について考えることができる題材選定をしていきたい。

5. 「標本調査」の教材・単元計画・授業実践

(1) 取り上げる教材とその理由

課題 全国の耕作放棄地でじゃがいもを栽培するとどれくらい収穫できるだろうか

中学校第2学年の社会科では、食料自給率について学習する。日本の食料自給率の低さの理由の一つとして、耕作放棄地問題がある。農家の高齢化などが要因の一つであるが、農家や大人だけの問題ではなく、これからの社会を担う子どもたちには切実感のある課題であると考え。そして、そこで栽培された作物の収穫量については、インターネットで検索しても答えが出てこないことから、自分たちで考えて推定する必要がある。作物をじゃがいもにした理由は、次の3点である。

- ① じゃがいもは全国各地で栽培が可能であり、農林水産省のホームページ掲載の収穫量のデータの個数が多く、標本調査の必要性を感じやすい。
- ② 標本調査を実際に体験することができ、その結果をヒストグラムや箱ひげ図で表すことで、結果や方法を振り返るなど分析することができる。
- ③ クラスの子どもたちと栽培・収穫した経験があるなど身近な作物である。

このように、数学科だけではなく、社会科や家庭科、道徳的な問題まで教科を横断して考えるプロセスを大切にすることを期待して、本教材を取り上げた。

なお、母集団のデータは、全国各都道府県 10a 当たりのじゃがいもの収穫量に関する過去 15 年分のデータ 653 個(e-Stat 政府統計の総合窓口,2020)であり(15 年分データには空白の年や空白の県が数年あるため $47 \times 15 = 705$ にはならない)、授業ではランダムに配列した表(資料1)を提示した(資料1を大小順に並び替えた表も用意して、必要な生徒に配布した)。

(2) 授業の概要

① 単元計画(5 時間扱い)

時	学習内容
1	全国の耕作放棄地でじゃがいもを栽培するとどれくらい収穫できるだろうか
2	全国の耕作放棄地とじゃがいもの収穫量をフェルミ推定しよう
3	じゃがいもの収穫量を標本調査で推定しよう
4	う
5	推定をする上で大切にすることは

なお、フェルミ推定は令和2年9月に「市営バスの中にゴルフボールはいくつ入るか」という事例を使って2時間の授業をトピック的に扱った。したがって、本単元はフェルミ推定を既習として計画した。

- ② 実施時期：令和2(2020)年10月
- ③ 対象生徒：国立大学附属中学校3年生

授業者は、対象の生徒を持ち上がりで数学の授業を担当しており、データの活用の実践については、静岡大学教育学部附属静岡中学校・村山(2019)と菊野・栢元(2020)にまとめている。

- ④ 単元の目標：未知なる数値を算出するために、根拠をもって構成要素を考えてフェルミ推定したり、より正確な推定のために標本調査したりすることを通して、結果や調査方法などを批判的に考え、根拠を明確にしなが筋道立てて説明することができる。

(3) 授業展開と生徒の反応

第1時 問題の把握と推定(Problem,Plan,Data)

まず、子どもたちにアニメーション映像「食料自給力ってなあに？」(農林水産省,2015)や耕作放棄地に関連する動画を提示した。


食料自給率と耕作放棄地問題について、関心をもった子どもたちから「耕作放棄地で作物を栽培すれば食料自給率が上がるのではないだろうか」という声があったところで授業者から「日本の耕作放棄地でじゃがいもを栽培したら、いったいどれくらいできるだろうか」となげかけた。

子どもたちは日本全国の耕作放棄地の面積と、じゃがいもの収穫量についてフェルミ推定していこうと様々な仮定をしていった(図1)。推定するものが2つあるため、まず日本全国の耕作放棄地の面積を推定しようと全体で確認したことで、子どもたちは耕作放棄地に絞って推定していった。「日本全国面積は38万km²なので、都市部と山間部の割合は3:7と仮定すると、それぞれの面積は～」 「都市部には耕作放棄地は少なく、山間部に多いと考え、それぞれの割合を仮定しよう」 「静岡は山間部の方が多いけど、他県の大都市、地方都市でそれぞれの割合は異なるだろう」などである。各自で考えをもち、グループで共有し、次に全体で共有することを伝えて授業を終えた。

5000t ...直感

日本の7割は山 日本は38万km²

耕作放棄地7% 県内で畑 無産



割合(%)

思わぬ県別の総面積 → 316152km²

地方中核都市2.3% → 4988km²

め.5%都市 → 21147km² と3.3。

田舎は17%が畑

地方中核都市10%

め.5%都市は7%と3.3。

図1 子どものワークシート

次は第1時終了時の子どもの感想である。

・みんなが色々な仮定をもって計算する。様々な値が出る中で平均していくと一定の値に近づいて

いくと思う。まずは各自でフェルミ推定をして正確な推定をするために細かくわけて推定していきたい。

- ・たくさんの過程をふむことで本物の値に近づいていくと思った。でも過程を増やしすぎてどこかで計算間違いしたら大きな差になってしまう。
- ・フェルミ推定は情報量や経験量が鍵となるだろう。

第2時 フェルミ推定の共有とデータの必要性

(Analysis, Conclusion, Problem)

前時までに子どもたちが推定した結果と根拠について全体で共有した。

まずは結果を共有すると異なる仮定や、同じ仮定で考えていたとしても、それぞれ異なる数値が出されたことから子どもたちから「どうやって考えたの？」と根拠や過程に目が向いていった。

- ・市街地 20%，森林 80%として、市街地 6 分の 1 を農地で、その中の 5 %を放棄地と仮定すると 633 ㎥と推定した。
- ・日本の国土が 38 万 ㎥なので、市街地：農地 = 6：4 と仮定し、さらに農地のうち 20 分の 1 が放棄地だと仮定すると、放棄地は 7600 ㎥と推定した。

それぞれの過程を共有していく中で、「なるほど」と納得したり「その仮定は納得できないよ、だって～」と自分の知識や経験から批判的に考えたりする子どもたちもいた。子どもたちの対話で様々な仮定の中から最も納得する仮定を考えていくことで、自分たちなりの妥当な推定をつくりあげていった。

授業者が「最も納得した推定はどれか」となげかけると、次の2つの推定に絞られた。

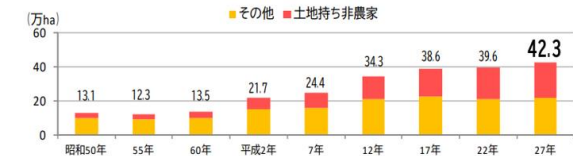
- ・平地が3割でそのうち畑が2割、耕作放棄地はそのうち1/6程度であると仮定すると
 $38 \text{ 万 ㎥} \times 3/10 \times 1/5 \times 1/6 = 38 \text{ 万 ha}$
- ・(全国の面積) - (川 + 湖 + 町 + 森の面積) = (畑の面積) と式をつくり、川が 23,800 ㎥、湖が 2680 ㎥、町が 94,000 ㎥、森が 200,000 ㎥と仮定し
 $38 \text{ 万 ㎥} - (23,800 + 2,680 + 94,000 + 200,000) = 59,520 \text{ ㎥} = 595.2 \text{ 万 ha}$

2つの推定に納得した理由を尋ねると子どもたちは「細かく分けて仮定していたり、多くの情報が入っていたりすること」「日本の国土が 38 万 ㎥など、確かな情報やデータが入っていること」などを理由にした。

次に、授業者はフェルミ推定における現実性検証を行うために、全国の耕作放棄地の値の面積 42.3 万 ha(農林水産省 2015)を子どもたちに知らせると「自分の推定が近い」「かなり推定値が遠かった、何が原因だろうか」などと仮定をふり返っていた。

日本全国の耕作放棄地面積 (平成 27 年度)

○耕作放棄地面積の推移



資料：農林水産省「荒唐農地の発生・解消状況に関する調査」(農林業センサス)

図2 全国の耕作放棄地面積(農林水産省,2015)

子どもたちから「じゃがいもの収穫量はどれくらいなのだろうか」「私は 1 ㎡あたり 3 個収穫できると仮定した」「僕は 50 cm ごと植えると仮定して推定したよ」などとフェルミ推定の考えを表現した。それらの意見を受け止めながら、授業者は全国各都道府県 10a 当たりのじゃがいもの収穫量に関する過去 15 年分のデータ 653 個の表を提示した(資料 1 参照)。子どもたちからは「こんなにたくさんのデータを計算するのは大変そうだ」「一部を取り出せばいいのではないだろうか」などと声があがった。「このデータからじゃがいもの収穫量を求めたい、どのように求めればよいだろうか」を感想用紙に記入するように促し、授業を終えた。

- ・全部足して平均値を求めればよいだろう。
- ・平均値だけだと正確な分布がわからない、ヒストグラムをみたい。最頻値や中央値も知りたい。
- ・大小順に並べて度数分布表をつくれれば地域や気候などもわかるかもしれない。年ごとに収穫量は変化するから細かなデータも必要だろう。
- ・すべてを計算するのは大変だから一部から推定すればよいだろう。

第3時 標本調査で 10a 当たりのじゃがいもの収穫量を推定しよう(Plan, Data, Analysis)

提示されたデータから「じゃがいもの収穫量の何を推定すればよいだろうか」に対する子どもたちの考えを共有すると、「平均値を知りたい」という声があがった。他にも「中央値」「最頻値」などの声があがったが、授業者から「平均値」の推定に絞って考えようとなげかけた。「全部足して割ればよい」「一部を取り出して推定すればよい」「最大値と最小値の平均でよい」などが子どもたちから出された。授業者は「全数調査」と「標本調査」という用語を用いて子どもたちの考えを価値づけ、全数調査は時間や労力がかかり実際に行うことは難しいことなどから、対話を通して標本調査の必要性とその方法について子どもたちと確認した。

そこで「このデータから標本調査によって母集団の平均値を推定しよう」と問いを共有した。標本調査をする上で「標本の大きさ」と「抽出方法」について話題があがったため、それらを取り上げ、標本の大きさ

と抽出方法が同じにならないように割り振ると、子どもたちは自ら数人のグループをつくり、思い思いに標本調査を行った。標本の大きさは「5, 10, 20, 40, 100, 200 など」「抽出方法は乱数表, 乱数さい, くじ引き, 乱数アプリなど」である。時間の許す限り子どもたちは標本調査を行い、授業者は結果を集約した。標本の大きさがグループごと異なるため、標本回数もグループによって異なる。

標本調査をしている子どもたちからは「大小順に並べると中央値は〇〇である」「度数分布表にすると・・・」などと、自ら平均値以外の代表値や表・グラフにしようという声があがっていた。

次に標本調査の結果から 10a 当たりのじゃがいもの収穫量の平均値を推定し、「全国の耕作放棄地でじゃがいもを栽培するとどれくらい収穫できるだろうか」という題材を貫く問いを追究することを共有し、次時につなげた。

第4時 耕作放棄地でどれだけ栽培できるのだろうか(Analysis)

授業者は各グループの標本調査の結果(図3)と、それもとに統計ソフト statlook(裕元・青木,2017)を利用して作成した5数要約と箱ひげ図(図4, 5)を子どもたちに提示した。

標本の大きさ	2~10	14~40	50~65	80	100~120	200
推定した平均値	1565	1355	1540	1662.93	1638	1705.01
	1645	1570	1578.4	1697.23	1727	1711
	1670	1692	1630	1704.09	1727	1725
	1723	1717.5	1671	1709.11	1728.9	1745.14
	1850	1729.28	1682	1710	1756.77	1757.29
	1905	1744	1695.19	1760	1766.43	1766.1
	2025	1751	1750	1789.15	1767	
	2482.5	1765	1750	1789.15	1775	
	2925	1813.5	1751		1775.5	
			1767.84		1785.21	
		1769		1806.3		
				1886.68		

図3 各グループの標本調査結果(kg)

5数要約						
	2~10	14~40	50~65	80	100~120	200
最小値	1565	1355	1540	1662.925	1638	1705.01
Q1	1657.5	1631	1630	1700.6563	1727.95	1711
中央値	1850	1729.28	1695.19	1709.5563	1766.7125	1735.0675
Q3	2253.75	1758	1751	1774.575	1780.355	1757.285
最大値	2925	1813.5	1769	1789.15	1886.68	1766.1
四分位範囲	596.25	127	121	73.9188	52.405	46.285

図4 図3の標本平均の5数要約

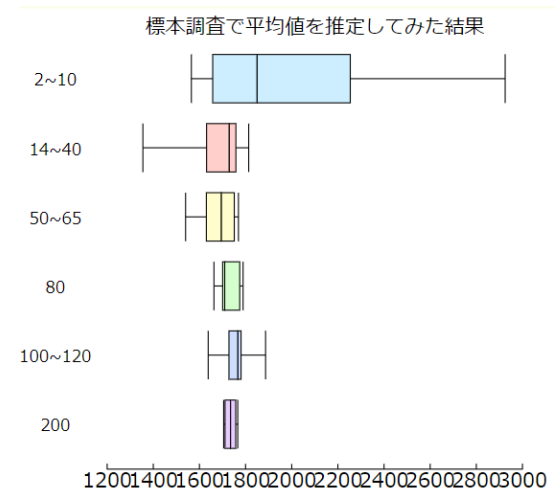


図5 図3の箱ひげ図

標本調査の結果を観察した子どもたちは次のように議論していった。「標本の大きさが大きいほど四分位範囲が狭くなり安定している」「だいたい標本の大きさが 80 から安定しているように思う」「抽出方法によってもばらつきがあるのかもしれない」「標本の大きさが大きければ大きいほど正確には近づくが、それでは効率性が失われてしまう。いったいどれくらいの大きさにすればよいのだろうか」「データの個数 653 の場合、何割抽出して標本調査すれば正確になるのだろうか」などと新たな疑問も出てきた。

表や箱ひげ図から平均値が推定できるため、「平均値を用いてじゃがいもの収穫量を推定しよう」「でもどの平均値を使えばよいかわからない」「A: 標本の大きさ 200 の平均値と B: 100~120 の平均値の平均では、B の方がデータ数が多いから正確だろう」などと、標本の大きい調査を少なくやるよりも、標本が小さくても複数回調査した方がより正確になるだろう、というアイデアも出された。

平均値以外の代表値や全体の分布について知りたいという子どもの発言を受け、授業者は、全数のデータをもとに作成した度数分布表(図6)とヒストグラム(図7)を提示した。

度数分布表				
階級	度数	累積度数	相対度数	累積相対度数
845~1245	128	128	0.196	0.196
1245~1645	198	326	0.303	0.499
1645~2045	164	490	0.251	0.75
2045~2445	114	604	0.175	0.925
2445~2845	28	632	0.043	0.968
2845~3245	7	639	0.011	0.979
3245~3645	7	646	0.011	0.989
3645~4045	6	652	0.009	0.998
4045~4445	1	653	0.002	1
計	653			

図6 全数データをもとにした度数分布表

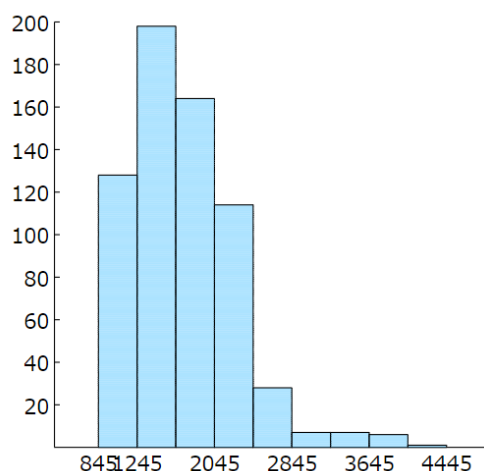


図7 図6のヒストグラム

そして「全国の耕作放棄地でじゃがいもを栽培するとどれだけ収穫できるだろうか」となげかけた。子どもたちは次のように考えていった。

全国の耕作放棄地は 42.3 万 ha として

- それぞれの標本調査の中央値の平均である 1747kg を用いて

$$42.3 \text{ 万 ha} \times 1747 \approx 738 \text{ 万 t}$$

- 最頻値 1445kg を用いて

$$42.3 \text{ 万 ha} \times 1445 \approx 611 \text{ 万 t}$$

- 標本 50 個の中央値 1650kg を用いて

$$42.3 \text{ 万 ha} \times 1650 \text{ kg} = 690 \text{ 万 t}$$

- ヒストグラムが左によっているから右端の 2845kg へは外れ値であると仮定し、そのデータを切り捨て、845～2445kg の階級値の平均 1581kg を用いて

$$42.3 \text{ 万 ha} \times 1581 \text{ kg} \approx 668 \text{ 万 t}$$

- 最小値と最大値の平均 2445kg を用いて

$$42.3 \text{ 万 ha} \times 2445 \text{ kg} \approx 728 \text{ 万 t}$$

など

子どもたちの推定値である、最小値が 611 万 t、最大値が 738 万 t をみても分かるように、第 2 時で考えたフェルミ推定による推定値と比較して、かなり範囲が限定された。標本調査によってより正確に精度を上げて推定できたことから、子どもたちはある程度の納得感を得ていた。

ここで、ある子どもの「ヒストグラムの右端のデータを外れ値とみなして切り捨てて考える」という意見が出て、「外れ値とは何か」について議論になった。

「確かにヒストグラムを見ると、最頻値や平均値から離れているようだが、外れ値とみなすことはできないだろう」、「右端のデータはどの都道府県のデータなのか、収穫年はいつなのかがわかれば、そのデータが外れ値なのか判断できるかもしれないが、現状では外

れ値とは判断できないため、データとして入れるべきだ」という対話がなされた。

出された収穫量の推定値の中で、「どの考えが正確なのだろうか」と子どもたちに尋ねると、「(それぞれの標本調査の中央値の平均の考え)が最もデータ数が多いことから一番正確なのではないだろうか」とデータ数が多ければ多いほど正確になることを根拠に判断した(全数調査の 653 よりも、標本の大きさ 200 の標本調査を 6 回やったほうが、 $200 \times 6 = 1200$ のデータから判断しているので、より正確だろうという根拠をもった子どもたちがいた)。

「正解はあるのだろうか?」「収穫量も耕作放棄地も推定だから答えはないだろう」「もっと詳細なデータが欲しい」と統計的探究プロセス(PPDAC)の 3 周目を意識した発言を受け止め、授業者は感想を記入するように促して授業を終えた。次は子どもたちの授業後の感想である。

- 標本の大きさが小さいと結果にばらつきがある。統計的確率のように実験を多くすれば値が収束していくようなことが起こっていた。
- 正確性を取れば標本の大きさを大きくすればよいが、効率性が悪い。効率性を取ると正確性が失われる。いったいどうすればよいのだろうか。
 - 箱ひげ図からは標本数 70 くらいで安定した値が得られるので、正確性も効率性もバランスがよいのではないだろうか。
 - 全体の 1 割くらいを抽出すれば正確になると予想していたが、10 個の 10 分の 1 と 653 個の 10 分の 1 では全く違って来る。2 次関数っぽくなっているのではないだろうか。
 - どのくらい正確性を求めるのかという目的と、誤差をどこまで許せるかはつながってくる。
 - 今回のじゃがいもの収穫量の推定において正確とは何なのだろうか。

第 5 時 推定する上で何を大切にするのだろうか

(Conclusion)

授業の初めに、コロナウイルスがメディアで多く取り上げられていた本年(2020 年)4 月頃に、感染症対策にどのように統計(フェルミ推定や標本調査など)が活用されていたかを新聞記事や映像で紹介した。

フェルミ推定を取り入れて標本調査を行ったことで、子どもたちは何を学んだのか、感想や疑問などを共有する時間をとった。子どもたちは次のように発言していった。

フェルミ推定について

- 細かい仮定をすることでより正確な概算をすることができるが、細かすぎると相手に伝わらなくなってしまう。
- 仮定するための経験や知識が必要であり、確か

な情報であれば相手を納得させることができる。

- ・いくつかの仮定や求め方を考えるなど複数の視点で推定し、比較することでより納得するフェルミ推定になるだろう。
- ・フェルミ推定は結果の幅(範囲)が大きすぎて信用できない。

標本調査による推定について

- ・データ数が多ければ多いほど正確になる。
- ・全数調査が最も正確だが、データ数が多いほど時間や労力がかかるのでそのバランスが難しい。
- ・抽出する場合は偏りのない選び方をする無作為抽出が大切なことがわかった。
- ・普段身の回りにあるアンケート結果について考えたけれど、東京の4万人と静岡の4万人では意味が違う。また、市街地や田舎、年齢や性別など偏りなく抽出することは難しいけど、大切だと思った。

2つの推定を通して

- ・どれだけ少ない労力で、正確な推定が出せるかが重要だった。一部を考えて全体に広げていくことや、全体から範囲を絞っていくように推定できることがわかった。現実でも使えると思う。
- ・これだけの情報では判断できない、さらに都道府県別や年別のデータを分析することで、より正確にできるのではないだろうか。
- ・「推定」と言っても、データなど根拠が乏しいまま推定してしまっているフェルミ推定や標本調査による推定があるのではないかと感じた。どのような時に推定が使われ、どのような推定が使われているのか疑問に思った。
- ・情報の発信者や受け手として、データをどのように使うか、難しさを感じた。

子どもの中には、じゃがいもの収穫量の推定結果である700万tを日本の人口1億2千万で割ると、一人当たり約60kgのじゃがいもを収穫することができると考え、発表した。また、耕作放棄地でじゃがいもを栽培するほかにも太陽光パネルを設置したり、体験農園にしてみんなでつくっていく場所づくりにしたりしてみたいなど、数学科の枠を越えて、社会に目が向く対話がなされていた。

6. 実践からの示唆

(1) 標本調査の単元にフェルミ推定を位置づける意義について

フェルミ推定をすることで子どもたちから「結果にばらつきがある」「より正確にするためにはデータが必要である」という発言を引き出すことができた。推定するためには「どのようなデータが必要か」、「どの

のくらい必要であるか」というPPDACサイクルのProblem(問題)Plan(計画)の部分に焦点があたった。

「より正確にしたい」という思いを大切に標本調査することで、標本調査の概念や方法についてより理解が深まることを子どもたちの姿から見いだすことができた。第4時の標本調査による推定値を出した後では、標本調査の推定値の正確さについて「全数の1割程度の標本でかなり正確な推定ができるのではないだろうか」と実感していた。また、「標本の大きさを大きくすればするほど正確になるが、それでは標本調査の意味が無い。適切な標本の大きさはどれくらいだろうか」という正確さと効率的な標本調査について、新たな疑問をもつことができた。

以上のことから、フェルミ推定を単元の最初に位置付けることによって、子どもたちは大まかに推定できるよさを理解すると同時に、より正確に推定する方法としての標本調査の意味や価値を一層理解することができる。

(2) フェルミ推定と標本調査による推定の違いによる指導の困難さ

同じ「推定」を用いるが、フェルミ推定と標本調査による推定には隔りがある。導入時にフェルミ推定をしてきた子どもたちは「こんなに大雑把な推定でいいのだろうか」「これは数学とは言えないのではないか」のように発言した。仮定の根拠は個人の知識や経験によるため、仮定はもちろん、推定結果も人によって様々であることから、桁数が1桁以内の誤差であれば合格としてきた。しかし、標本調査では正確さを求めるため大幅な誤差をよしとしない。

以上のことから、フェルミ推定から標本調査による推定に移行した際には、子どもたちの思考を大切にしながら正確さを高めようという意識の切り替えが必要である。

(3) 外れ値の扱いについて

1, 2年ともに、Analysis(分析)のプロセスでデータを分析する際に、あるデータを外れ値とみなして除外するか、データの一部として分析に含めるかどうかは全体で共有しながらも、基準は決めずに各自の判断で考察するように促してきた。本実践でも図8のようにヒストグラムから中央値や最頻値を求め、その値から外れている値を外れ値とみなして除外して分析しようとする子どもがいた。

図8を記述した子どもの、「この外れているデータはどこの都道府県のデータなのか、もしくはある年だけじゃがいもが豊作で異常に収穫できたのかもしれない」などと発言したように、データをより詳しく知りたいという面では大切な視点だが、安易に外れ値とみなして分析の際に外してしまうべきではない。

以上のことから、1年のヒストグラムや度数分布多角形、2年の箱ひげ図を指導する際に、外れ値の基準について検討する場を設けることが重要である。

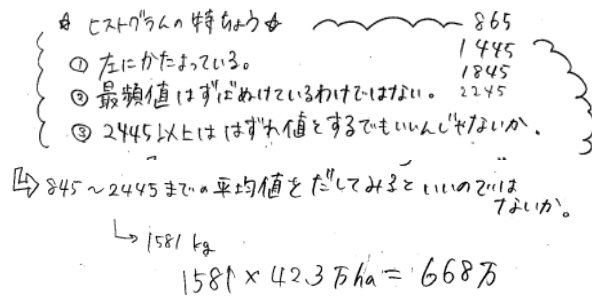


図8 ヒストグラムから外れ値とみなす考え

(4) 全数調査による判断と標本調査の推定による判断の区別の難しさ

授業では、箱ひげ図から母集団の平均値を推定した。しかし、母集団の平均値が推定できた(仮に正確にわかった)としても各都道府県のじゃがいもの収穫量を求めるために、いったいどの代表値を用いれば、正確な収穫量が算出できるのかどうかは正解がない。この理由は、日本でじゃがいものを生産しているそれぞれの畑の10a当たりのじゃがいもの収穫量を母集団とすると、今回の実践の「じゃがいもの収穫量に関する過去15年分のデータ 653個」は標本になるために起こることである。さらに、各都道府県のじゃがいもの耕作面積が異なることから、全国のじゃがいもの正確な収穫量(総和)を求めるためには、(ある都道府県の単位当たりのじゃがいもの収穫量) \times (その都道府県のじゃがいもの耕作面積)を各都道府県で算出し、47都道府県の和を求める必要もあるからである。

このように、収穫量や耕作放棄地の面積は都道府県ごと異なり、年ごとにも異なる。そのため、全数調査をもとにしたヒストグラムや度数分布表から求められる真の平均値や中央値、最頻値と、標本調査をもとにした推定した平均値や中央値のどちらの正確性が高いかは判断がしづらいということである。

第4時において、標本調査によって推定された平均値を表した箱ひげ図(図5)と、全数を用いた度数分布表(図6)やヒストグラム(図7)を続けて提示した。正確性を求めるのであれば全数を用いたヒストグラム(図7)や度数分布表(図6)を用いてじゃがいもの収穫量を算出するところだが、子どもたちの中には標本調査による箱ひげ図の推定(図5)を根拠として、じゃがいもの収穫量を算出している子どももいた。つまり、箱ひげ図を用いた標本調査による平均値の推定と、全数を用いたヒストグラムや度数分布表を同時に提示すると、全数調査と標本調査のどちらが正確であるか混同してしまうことがわかり、単元構想の難しさを痛感した。

以上のことから、標本調査による推定による判断の

あとに、全数調査に基づく判断をするかどうか検討していく必要がある。

(5) 子どもに身近で切実感のある教材について

中学3年の最後の単元は、中学数学最後の単元であるということ considering 高校数学とのつながりはもちろん、社会とつながり、自分自身の生き方に少しでもつながるような教材をつくりたいと考え、本実践を行った。本稿では紹介しきれないが、導入時には地域で耕作放棄地を活用して起業している方の動画を流し、授業後には、その方に来校していただき、「生き方」について、子どもたちと一緒に考えるなど交流する時間を設けた(道徳との関連)。中学3年という自分の進路を考える子どもたちにとって切実感のある豊かな時間となった。

以上のことから、義務教育最後となる標本調査の指導では、社会とつながり、他教科連携を図った教材を取り上げることで、子どもにとって身近であり、切実感をもって学ぶことができる。

7. まとめと今後の課題

(1) 3年間のデータ活用領域のつながりについて

本実践の対象である子どもたちと授業者は、1年で「データの活用～体育祭の競技時間を考えよう」、2年で「ディズニーランドの待ち時間を考える」(菊野・裕元 2020)の実践を経験しており、3年間にわたってデータの活用の実践を積み重ねてきた。ここから3年間のデータの活用領域の学びには何がつながっているのかを考察したい。

1年の授業づくりで大切にすることは、批判的な見方・考え方である。山が2つ以上の多峰性になるヒストグラムを、層別にわけて男女別、学年別で考えるとことで多面的に考えるよさや、平均値だけでなく中央値、最頻値などの必要性やそれぞれの意味について考える実践を行った。

2年では、5つ以上のデータ群を比較する際にはヒストグラムでは比較しづらいため箱ひげ図の四分位数や四分位範囲が有効で、そこからヒストグラムや度数分布表に戻って細かく考察することもできることを学んだ。中学1年の学習を踏まえて、様々なグラフや代表値で批判的に考え、テーマパークのアトラクションの待ち時間を判断し、効率的なテーマパークのまわり方を判断する実践を行った。

3年ではこれらの学びが包括されているような題材が望ましい。

度数分布表やヒストグラム、箱ひげ図を実際に子どもが書くと時間がかかってしまう。統計ソフトstatlook(裕元・青木,2017)を用いれば、グラフを作成することは容易で、今回の実践でも授業者が作成したものを子どもたちに提示して、子どもたちはグラフを

観察して分析することに時間を割くことができた。

自分たちの課題意識からアンケートを作成し、データを収集・整理分析し、考察するという PPDAC サイクルをまわすことは大切だが、時数が限られている。本実践で大切にすることは「①判断するための表やグラフ、代表値の選択」「②標本調査で標本の大きさと正確性を検討するために箱ひげ図で分析すること」の2点に絞った。本実践では相対度数などは扱わなかったため、比較する際の1つの材料として相対度数が必要で、標本調査によって推定した値を比較するような題材構想をつくることも考えられる。

どの学年でも共通して大切にしていることは、不確定な事象を推測したり、問題を解決したりするために統計的探究プロセス(PPDAC)をまわしながら、効率性や正確性を大切に、表やグラフ、代表値を用いて多面的に吟味するとともに、適切な判断は何だろうかと考えたことである。

3年間を通して、子どもたちは身の回りの統計に興味をもち、答えが一つでは無い数学を楽しんでいた。答えが一つでは無いからこそ、どの子どもたちも考えをもち、発表することができ、様々な仮定や根拠から、より適切な過程は何だろうかと議論することができた。「もやもやするけど楽しい」は統計ならではの学びとなっていると感じた。これからの社会を生き抜く子どもたちには、答えの無い課題に向かって、様々な人と議論を重ねながら客観的に、かつ論理的に問題を解決できる人になってほしいと願っている。

(2) 今後の課題

3年間を通して、「データの活用」について指導のあり方を追究し今後の課題として、次の2点を挙げることができる。

①領域間のつながりを意識した取り組み

統計的確率において、コインの表裏やサイコロを多数回投げる実験から、統計的確率は一定の値に収束するという理解した子どもたちは、標本調査の標本の大きさによって真の平均に近づくということとつなげ、「標本調査は統計的確率と似ている」「いったいどのくらい標本調査の実験をすれば正確と言えるのだろうか」という問いをもつことができた。

また、フェルミ推定では、問題を解決するために事象を構成要素に分解(モデル分解)することが必要になってくる。これは因数分解の思考と似ていて、単に数式を因数分解するのではなく、ある事象を数値化し、細かく仮定して分解することで、より正確な値を推定することができるため、因数分解を学ぶ価値を実感することができるのではないだろうか。

他にも、x軸を標本数、y軸を標本平均のように座標平面で標本調査の結果を図9のように表すことで、

視覚的に分析することができるなど関数領域とのつながりも考えられるだろう。

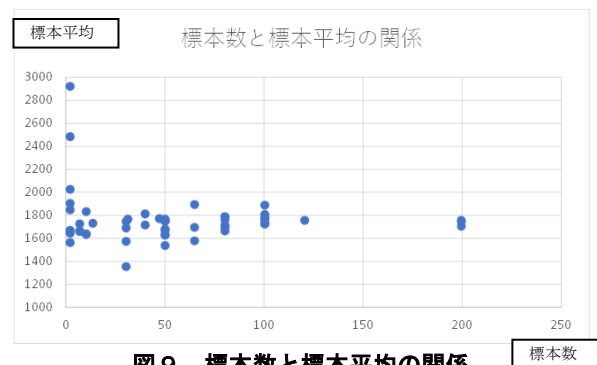


図9 標本数と標本平均の関係

このように、1つの題材を学ぶ意味や価値の広がりや深まりを感じるために、学年や領域間のつながりを意識した題材選定や題材構想について考えていきたい。

②データの活用領域における小中高のつながり

中学校3年間のデータの活用領域で何を学ぶのかについては実践を通してみてきた。しかし、小学校で何を学び、何が課題であるか、高校での統計領域との接続まで意識して指導ができていない。小学校や高校の統計領域の指導とのつながりについても意識して指導していく必要がある。

[注] 本研究は、科学研究費(基盤研究 C)「初等中等教育における批判的思考を志向した統計指導プログラムの開発」(研究代表者: 松元新一郎, 17K04765)の助成を受けた。

<引用・参考文献>

- e-Stat 政府統計の総合窓口(2020).作物統計調査 <https://www.e-stat.go.jp/stat-search/files?page=1&toukei=00500215&tstat=000001013427&cycle=7&month=0&tclass1=000001032286>
- 藤原大樹(2014).標本調査の学習における標本の抽出方法を考えさせる指導,日本科学教育学会年会論文集,38,51-54.
- 細谷功(2007).地頭力を鍛える 問題解決に活かす「フェルミ推定」,東洋経済新報社.
- 細矢和博(2009).標本調査に関する指導の考察,日本科学教育学会年会論文集,33,155-156.
- 細矢和博(2011).標本調査に関する指導の考察,日本科学教育学会年会論文集,35,205-206.
- 稲葉芳成,河崎哲嗣,黄瀬正敏,柳本哲(2016).高等学校における数学的モデリングに関する実践事例ーモデリング・チャレンジプログラムの記録ー,科学教育研究,40,186-197.
- 石井英真,神原一之(2009).「活用する力」を育てる数学授業の創造ーパフォーマンス評価を生かした

- 「標本調査」の単元設計を通して－, 数学教育論文発表会論文集,42,25-30.
- 石綿健一郎(2013).中学校数学科における標本調査の実践事例, 日本科学教育学会年会論文集,37,10-13.
- 菊野慎太郎, 栢元新一郎(2020).中学校数学科における「データの活用」の指導－統計的な問題解決のサイクル(PPDAC)に基づいた単元の開発と実践－静岡大学教育学部附属教育実践総合センター研究紀要,30,69-78.
- 栢元新一郎, 青木浩幸(2017).統計的思考力を育成する統計ソフトの開発に関する研究(2)－時代の要請に応じた新ソフトウェアの開発－, 日本数学教育学会, 秋期研究大会発表収録,50,353-356.
- 文部科学省(2018).中学校学習指導要領(平成29年告示)解説数学編, 日本文教出版, 54-59.
- 文部科学省(2019).高等学校学習指導要領(平成30年告示)解説数学編理数編.学校図書,104-110.
- 中本信子(2015).標本比率の分布の把握を重視した標本調査の指導 日本数学教育学会誌 97(1), 2-9.
- 中西寛子(2012).全数調査と標本調査」に関する体験型学習の提案, 数学教育学会誌,52 (3-4),93-102.
- 西仲則博(2009).新領域「資料の活用」におけるICTの効果的利用による授業の構築,日本科学教育学会年会論文集,33,151-154.
- 農林水産省(2015).アニメーション映像「食料自給力ってなあに？」
<https://www.youtube.com/watch?v=McL8CBmXxrU>
- 佐渡由季子, 御園真史(2018).アニメーション教材を利用した中学校数学科第3学年「標本調査」の授業実践, 日本科学教育学会研究会研究報告,28(7),133-138.
- 佐藤寿仁(2010).中学校数学「資料の活用」における指導のあり方,日本科学教育学会年会論文集,34,129-132.
- 塩澤友樹, 須藤雄生(2012).中学校数学科における標本調査の授業実践：標本抽出に着目して, 本科学教育学会年会論文集,36,51-54.
- 静岡大学教育学部附属静岡中学校・村山功(2019).対話が深める子どもの学び－「教科ならではの文化」を味わう授業－, 明治図書,68-85.
- 鈴木康志, 関富美雄, 山本恵悟, 國宗進(2019).標本調査における基本的概念の理解とその授業化, 日本科学教育学会年会論文集, 43,333-336.

(URLは2021.1.1最終確認)

