論文

インドの高等学校における数学教育
－数学教科書の三角比と確率の単元に関わる分析を通して－

大村健太郎*，鈴木亮太*，安井聡城*，久野晃司*，夏賀海帆*，松元新一郎**
*静岡大学教育学研究科学校教育研究専攻数学教育専修　**静岡大学学術院教育学領域

Mathematics Education in Indian High School
An Analysis of Units of Trigonometric Ratio and Probability in Mathematical Textbooks

Omura Kentaro, Suzuki Ryota, Yasui Toshiki, Kuno Koji, Natsuga Kaiho, Matsumoto Shinichiro

Abstract

The purpose of this study is to clarify the characteristics of high school mathematics education through textbook analysis in India and to obtain suggestions for mathematics education in Japan. First, we gave an overview of the Indian education system and the teaching content of mathematics and mathematics in primary and secondary education. Next, we analyzed the units of trigonometric ratio and probability in textbooks for junior high and high schools published by NCERT. The suggestions for mathematics education in Japan are as follows ;

1) Since Pythagoras Theorem is positioned before and after similar unit, we think that learning will deepen,
2) Since the trigonometric ratio often shows that the angle is not fixed but moves continuously, we think that students can solve problems related to daily life with movement,
3) Since there were many problems that caused many trials to be experimented, we think leading to a deeper understanding of the concept of probability,
4) Since they deal with changing the probabilities from fractions to decimals so that the sum of the probabilities of all events is 1, we think that it will have good effect on the student's concept of probability,
5) Since similar problems have been repeatedly presented in order to thoroughly master the formula, we think that students can master the skills without using a workbook,
6) There are many descriptions of the history of mathematics, and there are sentences that give a feeling of the history of mankind and the activities of people of that era. We think it is important to deepen students' understanding by introducing topics related to the history of mathematics.

キーワード：　インド　数学教育　高等学校　三角比　確率

1　研究の背景

インドは「ゼロの概念」を発見した歴史ある国である．また，近年「IT 大国インド」という言葉（吉植，2013）の通り，IT 関連産業が急速に発展し，IT 企業の研究開発拠点になっており，世界第 2 位の人口で高度な技術者を多く輩出している（馬杉，2010）．これらの状況から，筆者らはインドの高等学校の数学教育に特徴があるのではないかと考えた．

「インド式算数」といった初等教育における算数教育については，多くの書籍等で紹介されている．矢野（2010）は「『インド式算数教育』や『インド式計算法』に関する書物は，おびただしい数になっている．しかし，それらの中には現状や歴史的な背景を必ずしも正しく伝えているとは言えない言説が多い」（矢野,2010,p.247）と述べている．また，インドは TIMSS 調査と PISA 調査に参加していないため，生徒の実態を把握することができない[1]．なお，インドにおける全国カリキュラムの初等段階の分析（黒木他,2008）や小学校算数教科書の分析（加藤,2008）の研究はあるが，中等教育における全国カリキュラムや数学教科書の分析は行われていない．以上のことから，インドの中等教育における数学教育について明らかにすることは価値があると考えた．そこで，本稿では，インドの数学の指導内容について調べるために国立教育研究所（以下，NCERT）で作成している全国カリキュラム及び教科書を調査することにした．

2　本研究の目的と方法

本研究の目的は，インドの教科書分析を通して高等学校の数学教育の特徴を探り，日本の数学教育への示唆を得ることである．この目的のために，インドの教育制度と初等・中等教育における算数・数学の指導内容を概観した上で，NCERT が出版している中学校・高等学校用の教科書における三角比と確率に関わる単元について分析を行い，日本との指導の違いを明らかにして，日本の指導への示唆を得る．

3　インドの教育制度と算数・数学の指導内容

（1）インドの教育制度

インドの教育は，「1950 年に制定された憲法では，

14 歳までの無償義務教育が定められていたが，あくまでも政府の努力義務に留まっていた．2002 年の第 86 次憲法改正により，6~14 歳までの義務無償初等教育は国民の基本的権利であるとともに，両親ないし保護者は保護する子どもを就学させる義務があることが定められた．」（三菱総合研究所，2016，p.22）となっている．インドの教育制度は，2009 年に義務無償初等教育に対する児童の権利に関する法律（The Right of Children to Free and Compulsory Education Act）が成立し，これにより，6 歳から 14 歳までの子どもが無償の教育を受ける権利を保障している．加えて，施設設備等の教育環境の質も確保された初等教育の保障が取り組まれてきている（三菱総合研究所，2016）．

三菱総合研究所（2016）によると，インドの識字率は 2011 年時点で 73%である．また，インドの純就学率は**表** 1 のとおりである．純就学率とは，公式の該当教育就学年齢に相当する子どもであって，該当学校またはその上の学校に就学する子どもの人数が，当該年齢の子どもの総人口に占める比率である．インドの就学率は，初等教育では比較的高いが，本稿で対象とする高校生年齢は日本よりも大きく下回っている．

表 1　インドの純就学率

（三菱総合研究所，2016，p.10，11 を基に再構成）

		純就学率	年齢	学年
高等教育	大学・カレッジ	23.89%（男性：24.64%，女性：23.06%）	18歳～	
中等教育	上級中等学校	61.76%（男性：61.38%，女性：62.18%）	17	12
			16	11
	中等学校		15	10
			14	9
初等教育（義務教育）	上級初等学校		13/14	8
			12	7
			11	6
	初等学校	92.26%（男性：91.67%，女性：92.92%）	10	5
			9	4
			8	3
			7	2
			6/7	1

また，渋谷（2014）によると，インドの教育制度の特徴は，インドの教育の実質的所管は州政府にあるため，学校制度，カリキュラム，教科書，学年暦などが州によって異なることである．夏の暑さが厳しい州の公立学校では，夏季と冬季では授業時間が異なることもある．また，初等学校のカリキュラムは各州の教育省が定めており，公立学校はその基準に従っている．私立学校では，公立学校と同じ州のカリキュラム，もしくは，NCERT の全国カリキュラム・フレームワークに従っていることが多い．

渋谷（2014）によると，インドの教育段階は，就学前教育，初等教育，上級初等教育，中等教育（9 年～10 年，普通教育と職業教育の 2 つに分かれる），上級教育（11 年～12 年），高等教育によって構成されている．州によって異なり初等教育～中等学校までの 10 年間は，5+3+2，5+2+3，4+4+2 というバリエーションがある．また，インドの学校では 10 年生と 12 年生の終了時にほぼ全国一律の「進級・卒業試験」が課せられる．これは 10 年次終了段階と 12 年次終了段階で共通の試験を行い，高等教育への進学等はこの試験の合否でほとんど決まる．10 学年終了後に普通教育と職業訓練教育にコース分岐がある．

（2）インドの算数・数学の指導内容

NCERT が公表している全国カリキュラム・フレームワークによるインドの 1 学年から 12 学年の算数・数学の単元(Units)をまとめたものが、表 2 である．

表 2　インドの算数・数学の構成(NCERT,2006)

初等学校	1 学年 ～ 5 学年	幾何，数，お金，測量，データ処理，パターン
上級初等学校	6 学年 ～ 7 学年	数体系，代数，比と割合，幾何，計量，データ処理（7 学年は確率含む）
	8 学年	数体系，代数，比と割合，幾何，計量，データ処理（確率含む），グラフの導入
中等学校	9 学年	数体系，代数，解析幾何，幾何，計量，統計と確率
	10 学年	数体系，代数，三角法，解析幾何，幾何，計量，統計と確率
上級中等学校	11 学年	集合と関数，代数，解析幾何，微積分，数学的推論，統計と確率
	12 学年	関係と関数，代数，微積分，ベクトルと 3 次元幾何，線形計画法，確率

日本の指導内容の違いとして次の事が挙げられる．

初等教育では，初等教育段階である 1 学年から 5 学年を通して同じ単元が示されているが，インドでは日本にはないお金が位置付けられている．

上級初等教育段階である 8 学年では，グラフの導入という単元が設定されており，グラフについての指導が行われている．

データ処理・統計の単元は 1～11 学年で継続して設定されている．また，7 学年からデータ処理の単元内に確率が位置付けられており，確率の単元も 9～12 学年で継続して学習が行われている．そして，日本では，三角比は数学I，三角関数は数学IIと分かれているが，インドでは三角法の単元が 10 学年で位置付けられているという違いもみられる（4 章(3)で詳述）．

4　数学教科書の分析

（1）分析対象の教科書と分析する単元

インドでは，各州，連邦直轄地の教育当局が教科書を制作あるいは指定する制度をとっているが，私立学校における教科書の使用や民間出版社の教科書の扱いについては州によって異なる．連邦レベルの中央学校は，NCERT 発行の教科書を採択している（教科書研究センター，2020）．また，「それぞれの学校が準拠するカリキュラムに応じて，州教育省が出版する教科書か NCERT が出版する教科書が用いられる．」（渋谷,2014）となっている．さらに，NCERT 発行の教科書は，デジタル教科書として第 1 学年から第 12 学年まですべての教科に加えて，補助教材，映像教材などがオンラインで無償提供されており，pdf 版の教科書が web 上にあり入手が容易である．以上のことから，分析する教科書を NCERT 発行の 2020-21 年版とした（NCERT,2020）．なお，日本の高校教科書では例題と問がセットになっていることが多いが，分析する教科書は例題が連続で与えられている．QR コードが張り込まれていて，URL に遷移する仕組みになっている．また，「テストには出ません」と書かれている発展的な問題も掲載されている．

三角比と確率の単元を取り上げた理由は，日本の高等学校において，多くの高校生が学ぶ内容であり，また躓きやすい単元であるからである．また，分析する教科書は，導入と利用が単元によって分かれていて，利用の問題においてより具体的な問題があるのではないかと考えたからである．さらに，三角比において cosec などが登場していたり，確率においては素地指導が 7 学年から行われていたりすることに特色があることから，この単元を設定した．

（2）分析の方法

三角比と，確率の 2 つの単元について，

・内容の配列

・各単元の「ア）単元の流れ」「イ）日本にはない内容」「ウ）数学史の記述」を分析し，「エ）本単元の考察」を記述する．なお，日本の指導学年は，平成 29 年告示の中学校学習指導要領と平成 30 年告示の高等学校学習指導要領に基づく．

（3）三角比

①　三角比に関わる内容の配列

分析対象の教科書における三角比に関わる内容を扱う単元は表 3 の通りである．なお，三平方の定理を扱った単元も，三角比に関わる内容の分析にあたってつながりを見る必要があると考え，分析の対象とした．

本稿で取り上げる単元は，表 2 の下線部である．

表 3　三角比に関わる内容

学年	内容
7	第 6 章　三角形とその性質
9	第 9 章　平行四辺形と三角形の面積（三平方の定理含む）
10	第 6 章　三角形（三平方の定理含む） 第 8 章　三角比の導入 第 9 章　三角比の利用
11	第 3 章　三角関数 第 13 章　極限と導関数
12	第 2 章　逆三角関数 第 5 章　連続性と微分可能（三角関数含む）

1～6，8 学年は三平方の定理，三角比に関係する内容は見られない．7 学年で三平方の定理の内容が初出となり，9 学年，10 学年とスパイラル的に行われている．また，三角比の単元が「三角比の導入」「三角比の利用」に分かれていることが日本との違いとして挙げられる．表 4 に指導内容及びインド日本の対応学年についてまとめた．

表 4　三角比に関わる学年対応

内容	インド	日本
三平方の定理	7 学年	中 3
正接・正弦・余弦	10 学年	数I
余接・正割・余割	10 学年	なし
三角比の相互関係	10 学年	数I
正接・正弦・余弦（鈍角）	11 学年	数I
余接・正割・余割（鈍角）	11 学年	なし
三角比の相互関係（鈍角）	11 学年	数I
正弦定理	なし	数I
余弦定理	なし	数I
三角比を用いた図形の面積	なし	数I
空間図形の計量	なし	数I
弧度法	11 学年	数II
一般角の三角関数	11 学年	数II
三角関数の相互関係	11 学年	数II
三角関数のグラフ	11 学年	数II
三角関数を含む方程式	11 学年	数II
三角関数を含む不等式	なし	数II
三角関数の加法定理	11 学年	数II
2 倍角の公式	11 学年	数II
半角の公式	なし	数II
三角関数の合成	なし	数II
三角関数の導関数	11 学年	数III
逆三角関数	12 学年	大学数学

表 4 から，インドでは，三平方の定理の初出が日本の中学 1 年生に該当する第 7 学年と早いこと，余接（cot）・正割（sec）・余割（cosec）を含めた三角比

の定義を行うこと，正弦定理・余弦定理，三角比を用いた図形の面積，三角関数の不等式に関する内容が含まれていないことが日本との違いとして挙げられる．

② 三角比にかかわる章の分析

1) 第 7 学年 第 6 章 三角形とその性質

ア） 単元の流れ

中線，高さ，外角の性質，内角の和，正三角形，二等辺三角形，三角不等式（三角形の成立条件），直角三角形，三平方の定理であり，日本では中 2 から中 3，また数学 A の内容である．

イ） 日本にはない内容

「折れた木の元の高さを求める」問題のようにハリケーン等で破壊されたものについて生徒が図を作成して考える問題（図 1）や，直角三角形を扱う問題で 90°が与えられていない問題が見られた．

> 5. 樹木は地面から 5m の高さで折れ，その頂上は木の根元から 12m の距離で地面に接触する．木の元の高さを求めなさい．

図 1 木が折れる場面（第 7 学年，p.130）

ウ） 数学史の記述（記載はない）

エ） 本単元の考察

三平方の定理について，直角三角形の各辺を一辺とする 3 つの正方形を考えた説明を行う（図 2）．その際，3 つの図形が正方形であることの確認は行われず，論証としてまとめられた記述はない．第 10 学年で証明を行うことから（図 5），第 7 学年（日本の中 1）では，見た目で判断するまでの活動としていると考えられる．また，三平方の定理を学習した後の確認問題では，問題で 90°が与えられていない三角形を扱う（図 3）．これは，単元前半における内角の和の性質についての復習を含めた問題と考えられる．

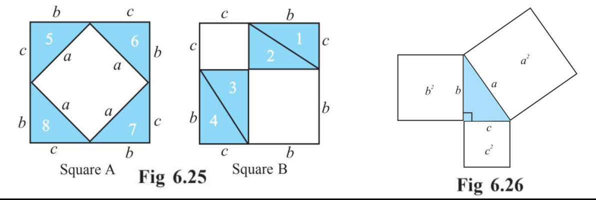

図 2 正方形を用いた三平方の定理の証明
（第 7 学年，p.127）

> 6. ΔPQR の角度 Q と R は 25°と 65°である．次のうち正しいものを選択しなさい．
>
> (i) $PQ^2 + QR^2 = RP^2$
> (ii) $PQ^2 + RP^2 = QR^2$
> (iii) $RP^2 + QR^2 = PQ^2$

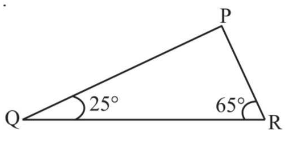

図 3 90°が与えられていない問題
（第 7 学年，p.130）

2) 第 10 学年 第 6 章 三角形

ア）単元の流れ

相似，平行線と線分の比，三平方の定理であり，日本では，中 3 の内容である．

イ）日本にはない内容

「同時に直角の方向に進む，時速の分かっている 2 機の飛行機」についての問題（図 4）があること等の違いが見られた．

> 11. 飛行機は空港を出て，時速 1000km の速度で真北に飛行する．同時に，別の飛行機が同じ空港を出発し，時速 1200km の速度で真西に飛行する．1 時間半後に 2 つの飛行機はどのくらい離れるか？

図 4 2 機の飛行機の距離を求める問題
（10 学年，p.151）

ウ）数学史の記述（記載はない）

エ）本単元の考察

本単元では相似な三角形について学習をし，単元の最後に，相似を利用し三平方の定理を証明する問題（図 5）がある．インドでは，本単元含めて 2 つの単元で三平方の定理を扱っている．これはスパイラル型の学習を通して知識の定着につながると考えられる．

> 定理 6.8：直角三角形では，斜辺の 2 乗は他の 2 つの辺の 2 乗の合計に等しくなることの証明

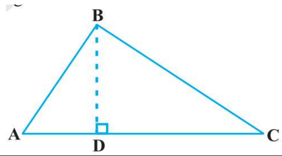

図 5 三角形の相似を利用して証明する問題
（10 学年，p.145）

3) 第 10 学年 第 8 章 三角比の導入

ア）単元の流れ

三角比（sec，cosec，cot を含む），相互関係，還元（90°－θ）公式であり，日本では数学I，大学数学の内容である．

イ）日本にはない内容

sec，cosec，cot を定義し扱っていること，“sin”という記号，文字だけでは意味を持たず，角度とセットになっていることを注意していること，sin の値が等しいことから角度が等しいことを証明する問題があること，角度を徐々に小さくしていく様子を連続的に表した図が本文中で与えられていること（図 6），還元(90°-θ)公式の説明において図が用いられていないこと，等の違いが見られた．

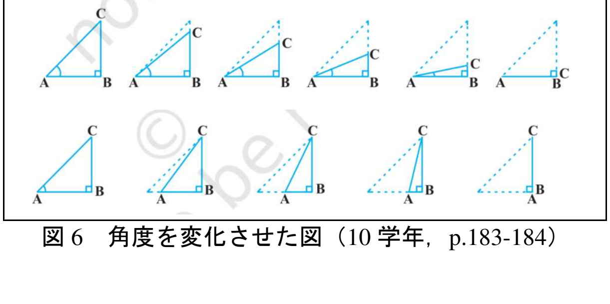

図 6 角度を変化させた図（10 学年，p.183-184）

ウ）数学史の記述

アーリアバタ（476–550）が“sine”の概念，ガンター（1581–1626）が“sin”の表記，ムーア（1617–1679）が“cos”の表記を提唱したことが記述されている．

エ）本単元の考察

本単元の構成は，初めに三角比の定義がまとめて与えられ，それを活用した計算や等式の証明が主となっている．しかしその中で，本文中に角度を徐々に小さくしていく様子を連続的に表した図が与えられたり，また三角比の値の変化を表にまとめる問題が含まれていたりする．これは，後の学年で学習する，極限や三角関数への布石となる活動を促すためのものであると考えられる．

4) 第 10 学年　第 9 章　三角比の利用

ア）単元の流れ

3)で定義した三角比を利用し，塔の高さを求める問題や仰角，俯角を用いた問題であり，日本では，数学Iの内容である．しかし，日本では 1 単元で三角比の利用のみを扱っている教科書はない．

イ）日本にはない内容

仰角が増加していくなど，角度の変化を見ている問題（図 7）があること，請負業やサーカス団などの職業に関する問題があること，直角三角形が与えられておらず自ら作成する問題があること，等の違いが見られた．

> 6. 高さ 1.5m の男の子が，高さ 30m の建物から少し離れたところに立っている．彼が建物に向かって歩くと，彼の目から建物の上部までの仰角は 30°から 60°に増加する．彼が建物に向かって歩いた距離を求めなさい．

図 7　角度の変化を見る問題（10 学年，p.204）

ウ）数学史の記述（記載はない）

エ）本単元の考察

3)の単元で定義した三角比を用いた計算問題が主であり，三角比の導入と利用で単元を分けているが，扱われている内容に日本と大きな違いは見られなかった．角度については，全て 30°，45°，60°など三角比の表を使わずに解くことのできる問題となっていた．問題の中で直角三角形を含む図が与えられておらず，解答者が自ら図を作成する必要がある問題があった．これは，単なる数学的作業で終わるのではなく，求めたい高さや距離に対して，条件を整理し数学的処理が可能にするまでの過程を重要視していると考えられる．

5) 第 11 学年　第 3 章　三角関数

ア）単元の流れ

弧度法，グラフ，加法定理，倍角，sec，cosec，cot であり，日本では，数学II，大学数学の内容である．

イ）日本にはない内容

度数法の中で分，秒まで扱っていること，インドでは扇形の面積公式までは扱っていないこと， 1 [rad]がおよそ何度であるかを考える記述があること（図 8），三角関数の合成がなく，グラフの扱いが少ないこと，等の違いが見られた．

$$1 \text{ radian} = \frac{180°}{\pi} = 57°\ 16' \text{ approximately.}$$

$$1° = \frac{\pi}{180} \text{ radian } = 0.01746 \text{ radian approximately.}$$

図 8　1[rad]のおよそ値に関する記述

（11 学年，p.52）

ウ）数学史の記述

インドでは，アーリヤバタ，ブラフマグプタ，バスカラ I およびバスカラ II などによって三角比の研究が行われ，シッダーンタス（サンスクリットの天文学作品）に貢献した．バスカラ I が三角比を鈍角まで拡張し，sin（A + B）等の加法定理を提唱した．バスカラ II は，18°，36°，54°，72°などの三角比の値を正確に表した．また，天文学者のジョン FW ヘルセエル卿は，逆三角関数の $\sin^{-1}x$，$\cos^{-1}x$ の表記を提唱し，タレスは三角比を用いて，エジプトの大ピラミッドの高さを決定したことが記載されている．

エ）本単元の考察

sec，cosec，cot を含めた三角比，加法定理等を用いた計算問題が主となっており，三角関数の合成やグラフなど扱う内容が少なくなっている．計算力の向上に重きをおいた構成になっており，教科書というよりは参考書に近い形態であると考える．

6) 第 11 学年　第 13 章　極限と導関数

ア）単元の流れ

極限，三角関数の微分，商の導関数であり，日本では，数学II，数学IIIの内容である．

イ）日本にはない内容

積の極限の計算において lim を分けて積の形で表していること（図 9：ピリオドの位置は教科書の標記通り），数列の極限を扱っていないこと，等の違いが見られた．

$$\lim_{x\to a}\ [f(x)\ .\ g(x)] = \lim_{x\to a} f(x).\ \ \lim_{x\to a} g(x).$$

図 9　極限の積を分けている記述（11 学年，p.292）

ウ）数学史の記述（記載はない）

エ）本単元の考察

極限と微分は本単元が初出となっているが，合成関数については 12 学年で扱うため，sin の 2 乗の微分を積の微分で計算している．これは合成関数を学習した後に 2 通りの計算で比較する活動につなげられると考えられる．

7)　第 12 学年　第 2 章　逆三角関数

ア）単元の流れ

逆三角関数の定義，性質，計算問題であり，日本では，大学数学の内容である．

イ）日本にはない内容

日本の高等学校段階では逆三角関数を扱っていない．

ウ）数学史の記述

5)（ウ）と同様の内容が掲載されている．

エ）本単元の考察

インドでは，逆三角関数の学習を行う．逆三角関数の定義や既習の三角比の相互関係，加法定理等を活用した計算問題となっていた．本単元においても⑥と同様に，計算力の向上に重きをおいた構成になっており，教科書というよりは参考書に近い形態であると考える．

③　三角比にかかわる章の考察

三角比にかかわる単元は，第 8 学年を除く第 7 学年から第 12 学年までの学年で掲載されている．三平方の定理を扱っている② 1）2）では，初出の第 7 学年で図形的に捉え，その見た目で判断を行うまでの活動を行い，学年が進行するにあたって学習した三角形の相似を利用した証明を行うという構成になっている．このように三平方の定理についてスパイラル的に扱うことで学年ごとの学習のつながりを感じられる構成になっており，段階に応じて三平方の定理についての理解を深めていくことができると考える．三角比を扱っている② 3)～7)では，（cot）・正割（sec）・余割（cosec）を定義している点や，学習者が自ら図を作成する問題が見られる等の違いが明らかとなった．また，角度が連続的に変化する場面を想定させる記述が見られた．これは，後の学年で学習する極限や三角関数のグラフへの布石となり，とても意義のある活動であると考える．しかし，分析した教科書では特に関連付けた記述や問題はなく，特に三角関数のグラフに関する内容については日本に比べ少なかった．全体を通して，公式や定理を確認し演習問題を繰り返すという構成となっており，かなりの量の計算が求められるが，その活動を通して，知識の定着や応用する力を培おうとしていると考えられる．

（4）確率

①　確率に関わる内容の配列

分析対象の教科書における確率に関わる内容を扱う単元の一覧表を表 5 にように示す．なお，確率に関わる内容を分析するにあたり，データの取り扱いの単元にも含まれていたため，そのつながりを見る必要があると考え，分析の対象とした．

本稿で取り上げる単元は，表 5 の下線部である．

表 5　確率・統計に関わる内容

学年	内容
7	<u>第 3 章　データの取り扱い</u>
8	<u>第 5 章　データの取り扱い</u>
9	<u>第 15 章　統計的確率</u>
10	<u>第 15 章　統計的確率</u>
11	<u>第 16 章　数学的確率</u>
12	<u>第 13 章　数学的確率</u>

1，2，4，6 学年は確率に関係する内容は見られない．3 学年からさいころを振るという統計的確率の内容が出てきたことから，確率の素地指導が行われていると考える．また，5 学年においても，円グラフの読み取りで全体の 2 分の 1 などと考えることや%表記で，統計的確率の素地指導が行われていると考える．したがって，NCERT が公表しているインドの算数・数学の構成（表 2）に第 7 学年に確率の表記にはなかったが，データ処理の中で確率が初めて登場する第 7 学年以降を詳細に見ていくこととする．指導内容及びインドと日本の対応学年について表 6 にまとめた．

表 6　確率に関わる学年対応

内容	インド	日本
多数回の観察，多数回の試行	7 学年	中 1
確率の 0,1 の意味	7 学年	中 1
同様に確からしい	10 学年	中 2
集合の要素の個数	11 学年	数学I
場合の数	11 学年	数学 A
樹形図	11 学年	数学 A
和の法則	11 学年	数学 A
積の法則	なし	数学 A
順列	11 学年	数学 A
組合せ	11 学年	数学 A
事象と確率	11 学年	中 1
確率の基本性質	11 学年	中 2
余事象	10 学年	数学 A
独立な試行	11 学年	数学 A
反復試行	12 学年	数学 A
条件付き確率	12 学年	数学 A
ベイズの定理	12 学年	大学
確率分布	12 学年	数学 B
確率変数の平均	12 学年	数学 B
分散と標準偏差	12 学年	数学 B
二項分布	12 学年	数学 B
正規分布	12 学年	数学 B

表 6 から，初出年次にあまり変わりはないが，インドの方は 7 学年以降毎学年に確率に関わる内容がスパイラル的に掲載されている．この点に関しては，確率に注力していることが読み取れる．また，12 学年では日本の高校生でもあまり履修しない内容や大学レベルのものまで掲載されている．

② 確率にかかわる章の分析

1) 第 7 学年 第 3 章 データの取り扱い
9 節 チャンスと確率

ア） 単元の流れ

データの収集，表へ整理，平均値，最頻値，中央値，度数分布表，棒グラフ，統計的確率であり，日本では小 6 から中 1 にわたる内容である．

イ） 日本にはない内容

例文によって，「西から昇る太陽」，「全長 3m に成長するアリ」が起こり得ないことを提示して，確率でいう 0 であることを明示している．また，具体的なコイントスの事象を考えてから確率の話題に入っている．図 10 のように表を用いて多数回の実験や，その結果を棒グラフに表すことを促す記載がある．

この活動は，グループで行う．

1. コインを 100 回投げてデータを記録する．その中で表と裏が発生する回数を求めなさい．
2. アフタブは 250 回サイコロを投げ，次の表のように出た目の回数を記録した．このデータの棒グラフを描画しなさい．

Number on the Die	Tally Marks
1	卌 卌 卌 卌 卌 卌 |||
2	卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌
3	卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 ||
4	卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 ||
5	卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 |||
6	卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌

3. サイコロを 100 回投げてデータを記録する．
1，2，3，4，5，6 の起こる回数を求めなさい．

図 10 実験を促す活動（7 学年，p.75）

ウ） 数学史の記述（記載はない）

エ） 本単元の考察

コインの表裏の確率は等しく 1/2 であることや，同様にサイコロの目もそれぞれ等しく 1/6 であることが書かれている．また，これに関して次学年以降に詳しく学習すると記されていることから，スパイラル的な学習をしていく．また，確率は 0 から 1 の間にあり，0 は起こり得ない事象，1 は確実に起こる事象の確率と事例をもとに記されている．「同様に確からしい」が示され，赤と白の玉の出現確率で説明している．コイン，玉，サイコロなどを題材としていることから，日本とほぼ変わらない文脈で記述されている．

2) 第 8 学年 第 5 章 データの取り扱い
5 節 チャンスと確率

ア） 単元の流れ

ピクトグラム，棒グラフ，データの仕分け，円グラフ，確率（統計的確率）であり，日本では小 1 から中 2 にわたる内容である．

イ） 日本にはない内容

工場の労働者の日当の分布，選挙の出口調査など，現実社会に即したものや，ホイールを回す確率（図 6）やクリケットの試合の先攻後攻を決めるコイントスなどインドならではの文脈の問題があった．円グラフを前の節でやっていたことから，図 11 のようにホイールを回してポインターの停止する部分の確率を求める問題へ繋げているところも独特の流れである．また，生徒のテストの点数や身長など日本の今日の教科書では掲載されなくなった文脈が多く見られる．

3. ホイールを回すと，考えられる結果は何ですか？結果を答えなさい．ここでの結果は，ホイールを回してポインターが停止する部分を意味する．

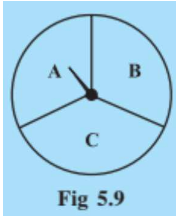

図 11 ホイールを回す問題（8 学年，p.84）

ウ） 数学史の記述（記載はない）

エ） 本単元の考察

コインの表裏の確率は等しく 1/2 であることや，同様にサイコロの目もそれぞれ等しく 1/6 であることを実験を通して，結果を集積して事象が作成されると記載がある．これは第 7 学年の内容の重複がみられ，スパイラル的な学習をしていると考えられる．事象の確率は事象の起こる結果の数/実験の結果の総数という表記があり，チャンスと確率は実生活に関連していると最後のまとめでも記載されていて，数学と現実事象を繋げようとしていると考えられる．

3) 第 9 学年 第 15 章 統計的確率

ア） 単元の流れ

多数の観察，多数回の試行データの収集であり，日本では中 1 の内容である．

イ） 日本にはない内容

この学年だけ図 12 のように確率の答えを分数から小数に直している．

例 1．コインは次の頻度で 1000 回投げられます．表が 455 回，裏が 545 回出るとき，各事象の確率を計算しなさい．

解法：コインは 1000 回投げられるので，試行回数は 1000 回になる．表を取得する事象と裏を取得する事象をそれぞれ E と F とする．E が発生する回数，つまり表が出る回数は 455 回である．

i.e., $P(E) = \dfrac{455}{1000} = 0.455$

同様に裏を取得する事象の確率 $= \dfrac{\text{Number of tails}}{\text{Total number of trials}}$

i.e., $P(F) = \dfrac{545}{1000} = 0.545$

上記の例では、P(E)+P(F)=0.455+0.545=1，そして E と F だけが各試行の 2 つの可能な結果であることに注意しなさい．

図 12 答えを小数に直す（9 学年，p.277）

ディーゼル燃料の価格上昇の可能性，保険会社の年

齢と事故の関係，種子の発芽率，クリケット，職場までの距離，月収と一家族当たりの自家用車の台数，空気中の二酸化硫黄の量などがインドならではの文脈の問題があった．

ウ） 数学史の記述

「偶然のゲームを考慮して始まった科学が，人間の知識の最も重要な主題のランクに昇格することが注目に値する」というピエール・シモン・ラプラスの文章が記載されている（9 学年，p.271）．また，確率の概念は，ギャンブラーのシュバリエ・ド・メレがパスカルにさいころの問題について問い合わせたことで開発されたとある．フェルマー，カルダーノ，ベルヌーイ，ラプラス，マルコフ，コルモゴロフも掲載されている（9 学年，p.272）．

エ） 本単元の考察

順序は日本と同じであった．確率の答えを必ず小数に直すところだけが違うが，これは後で確率をたして 1 になること確認するための作業だと考えられる．コインやサイコロの観察など一般的なものを用いて，多数回の観察や多数回の思考によって得られる確率の必要性と意味が分かりやすく記載されている．累積度数が記載され，表による記述が多くみられる．またコインやサイコロは 1000 回投げるなど，大きな回数の結果を処理しており，統計的確率のみに徹している．

4） 第 10 学年　第 15 章　統計的確率

ア） 単元の流れ

コインの裏表，確率の定義，さいころの出る目（余事象）であり，日本では中 1 から中 2 にわたる内容である．

イ） 日本にはない内容

音楽が 2 分以内に止まる椅子取りゲームで座れる確率，図 13 のようにヘリコプターが行方不明になってどのあたりに墜落しているか調べる確率という問題があった．ヘリコプターの問題は，少し理想化されすぎており，実際は面積で確率を扱う形になっている．

例 11 ．行方不明のヘリコプターが図 15.2 に示す長方形の領域のどこかで墜落したと報告されている．図に示されている湖の中で墜落した確率はどれくらいか？

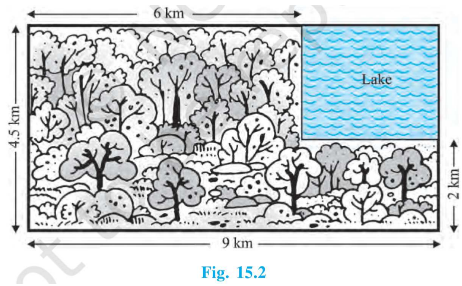

Fig. 15.2

図 13　ヘリコプター墜落の問題（10 学年，p.305）

また商品の大きな欠陥と小さな欠陥を区別する問題があった．日本で言うところの訳あり商品の文脈であり，2 人の登場人物が出てきて，会話を通してそれぞれの考え方を提示していた．余事象の記載については図 14 のようになっていた．

備考：F は E の余事象に他なりません．したがって P(F) は次のように計算することもできる．

follows: $P(F) = P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}$.

図 14　余事象（10 学年，p.302）

ウ） 数学史の記述

「確率論とエラーの理論は，今や数学的に大きな関心と実用的な重要性を備えた手ごわい体を構成している」というウッドワード・ロバート・シンプソン（10 学年，p.295）とある．また，ラプラス（10 学年，p.297），ピアソンの業績について書かれている．ピアソンの χ 二乗検定の基本的なものも掲載されている．

エ） 本単元の考察

無作為トスなどにより偏りのない特性を明らかにし，同様に確からしい事を述べている．古典的確率の具体例があり，それには限界があるとも書いてある．実験の試行回数が増えるにつれて，実験と理論の確率はほぼ同じになると予想されるとあり，統計的確率から数学的確率につなげる文脈がみられたことから，次の学年への接続を最後にしていると考えられる．

5） 第 11 学年　第 16 章　数学的確率

ア） 単元の流れ

確率の基本性質，事象，和事象，排反事象，余事象であり，日本では高等学校数学 A の内容である．記号の使い方は 10 学年で補集合を扱っているが，内容は余事象なので日本の中 2 の内容である．なお，この学年の第 7 章において，順列の P や組合せの C の記号が初出である．

イ） 日本にはない内容

古典的確率論では，すべての結果が等しく可能性があると想定している．同等に考えられることから得られる結果と定義する場合，論理的に正しい定義とはならないと記載がある．ここから別の確率論が A.N.コルモゴロフであり，確率の公理的アプローチと呼ばれるアプローチをしていくという記述があった．

10 学年では￣となっていた補集合の記号（図 14）が，11 学年からは図 15 のように「B'」が「B の補集合」となっており，混乱を招く可能性がある．

事象 A であるが B ではない

A−B は，A にはあるが B ではないすべての要素であることが分かっている．したがって集合 A−B は B ではなく A を表す場合がある．　$A - B = A \cap B'$

図 15　補集合の記載（11 学年，p.390）

ウ） 数学史の記述

「数学的な推論ができるところでは、ろうそくを手

に持っているときに暗闇の中で物を手探りするのと同じくらい、他のものを利用することは愚かだ．」というジョン・アーバスナットと最初にある．また，最後のところにある歴史ノートというところに数学史の記載がある．イタリアのジェローム・カルダーノが確率についての最初の本を書いたことや，パスカルとフェルマーは確率の独立の問題を解決したとある．ダッチマン，ベルヌーイ，ド・モアブル，ピエール・ラプラス，チェビシェフ，マルコフ，コルモゴロフも紹介されていた．10 学年の記載にかなり酷似している．

エ） 本単元の考察

古典的確率では不十分であることから，コルモゴロフが出てきて公理的確率論の流れとなっており，確率の研究が進んできたことが理解できるように構成されている．なお，表と裏を，H と T などで表すことなどが記載されていて解く過程も丁寧に教科書に記載されているのは，参考書の役割を果たしていると考える．

6) 第 12 学年　第 13 章　数学的確率

ア） 単元の流れ

条件付き確率，独立な試行，ベイズの定理，確率分布，平均，分散，ベルヌーイ試行，二項分布であり，日本では数学 A，数学 B，大学数学の内容である．

イ） 日本にはない内容

ベイズの定理が丁寧に扱われていた．例題としては．医者が患者の所に行く（訪問診療）や，HIV 検査の問題が日本には見られない文脈であった．逆に日本より遅いと思われる個所を列挙すると，この学年において初めて樹形図が出てくる．和の法則のみ記載があり，積の法則は行われていない．確率+確率は 10，11 学年では出てきている（確率の和が 1 であることは行っている）．明確な和の法則は行われていない．和の法則は初めてこの学年で出てくる．記号は前の学年から使用していたが，この学年で初めて図 16（式変形におけるピリオドの位置は教科書の標記通り）にようにベン図を用いて確率を求める例題が出ている．

ウ） 数学史の記述

「確率論は単に論理学を定量的に表現したものである．」というチャールズ・サンダース・パースの記載がある．また，ピエール・ド・フェルマー，ガリレオ，パスカル，シュバリエ・ド・メレ，ホイヘンス，ベルヌーイが紹介されている．

エ） 本単元の考察

基本的にボールやサイコロなどの文脈であり，日本と似ている．ボールをとる，トランプからカードを引く，サイコロを振る，これらをすべてのものに応用しながら例題を解いている．例題を通してかなりの量をこなして公式が使えるようになるように記載されている．教科書というより参考書に近い形態であると考える．また，後半は，数学 B より進んだ内容になっていて，例題もさらに多い．

例 13．E と F が独立した事象であるとき，事象 E と F' も独立した事象であることを証明する．

解法：E と F は独立しているので，

$$P(E \cap F) = P(E)\ .\ P(F)$$

Fig13.3 のベン図から，E∩F と E∩F'は相互に排他的な事象であり，また E＝(E∩F)∪(E∩F')であることが明らかである．それゆえ，

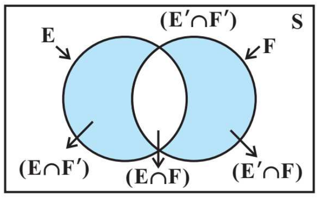

Fig 13.3

$$P(E) = P(E \cap F) + P(E \cap F')$$

$$\begin{aligned} P(E \cap F') &= P(E) - P(E \cap F) \\ &= P(E) - P(E)\ .\ P(F) \\ &\quad \text{(by (1))} \\ &= P(E)\ (1-P(F)) \\ &= P(E).\ \ P(F') \end{aligned}$$

したがって，E と F'は独立している．

図 16　ベン図を用いた例題（12 学年，p.545）

③　確率にかかわる章の考察

7 年から 12 学年まで確率に関するものがすべての学年に掲載されていた．素地指導という点で，注力していることが伝わってきた．また，教科書にある数ある例題を通して，徹底的に公式や概念の理解に割いていることが分かった．似たような問題を反復して取り組ませることで，応用する力を培おうとしていると考える．日本であれば，この手の問題は副教材の問題集でカバーするくらいの量の問題が，教科書に掲載されているのは，やはりほかの参考書を買えない事情であるとか，家庭の金銭的な問題なのだろうかと考えられる．特段 ICT の活用に関しては教科書の本文でも触れられないのは，学校教育においてまだ使われていないからなのだろうか．しかし，QR コードで解説動画のページの移動することができ（この単元では 9 学年から 11 学年までの教科書に掲載されていた），無料で英語とヒンディー語で視聴できる点は評価できる．

5　日本の指導への示唆

日本の指導で参考になる点を列挙する．

1)三平方の定理は，相似を習う前後で学年をまたいで 2 回扱い，スパイラル的な扱いをしている．相似における証明の前に，三平方の定理の概念を先に導入しておくことで，学びが深まる流れであると考える．

2)三角比では，固定された角度ではなく角度が連続的に動いていくものが多く示されており，角度の変化に着目している．このような問題を取り扱うことで，教科書の静止した図だけではなく，動きのある日常生活に関連した問題解決につながると考える．

3)確率では，順列や組合せの計算を第 11 学年まで行わず，それまでは統計的な確率に徹しており，多数回の試行を実験させている問題が多くみられた．実際に多数回を試させることで，確率の答えが 1/2 や 1/6 のような綺麗に決まった値だけではないことを経験できると考える．日本では，どうしても順列と組合せの P や C の扱いにばかり気を取られてしまいがちであるが，インドのように統計的確率で多数回の試行を通し，現実に即したデータから確率をとらえることは，確率の概念の深い理解につながると考える．

4)確率を分数から小数に直し，全事象の確率の和が 1 になる扱いをしており，確率を分数としてだけとらえている生徒の概念に効果をもたらすと考える．小数だけでなく%の表記も含め，身近な確率の値には様々な表現方法があることや，全事象の確率の和が 1 になっているか確認させることを習慣づけさせることは意味があると考える．

5)似たような問題を繰り返し行う流れになっており，公式の定着のためには反復練習が重要であるという位置付けになっていることから，問題集を使わなくても技能について習熟できると考える．

6)数学史の記載が豊富にあり，人類の歴史を知ることや，その時代の人々の営みを感じさせる文章がある．日本の教科書にも章扉などに記載はあるが，現場ではそこまで重視していないと思われる．数学史に関連するような話題から導入し，生徒の理解を深めることを日本でも重視すべきであると考える．

6　今後の課題

インドの数学教育の特徴を探り，日本の数学教育への示唆を得ることを目的として，教育制度を概観した上で，初等・中等教育における算数・数学カリキュラムを分析し，それらの特徴を明らかにした．

今後の課題として，以下の点を挙げる．

- 児童・生徒が受験する国家試験における算数・数学の問題を調査すること．
- 算数・数学シラバスにおいては，ICT 用いて学習するといった記述がみられなかったことから，授業観察やインタビューを行い，現場での指導法について調査すること．

注

1) 白名（2013）は，インドの新聞社の記事を引用し，2 つの州（タミル・ナードゥ州とヒマチャル・プラデーシュ州）は他のいくつかの国や地域とともに，PISA 調査に試験的に参加し，「数学的リテラシー」は 72 位と 73 位であり，このショッキングな結果を受けて，インドは 2012 年の PISA への参加を取りやめたと報告している．さらに，「インド政府はこの原因について，『出された問題がインドの生徒に社会的・文化的になじみのないものだったから』とのコメントも出している」（白名，2013）とある．

謝辞

文献を提供して頂いた教科書研究センターの小滝恵子氏に感謝の意を表します．

引用・参考文献

加藤芳信（2009）.インドの教育制度,インド式計算法および小学校低学年算数教科書，福井大学教育実践研究，33，53 – 64.

黒木研史・木谷紀子・星千枝・谷内正裕・鈴木久（2008）.インドの数学教育カリキュラムから見える日本の数学教育への示唆，数学教育学会 春季年会発表論文集,39.

教科書研究センター（2020）.海外教科書制度調査研究報告書，23,73-82.

三菱総合研究所（2016）.国別分科会資料インド https://www.eduport.mext.go.jp/pdf/summary/subcommittee/scs1/csc1_india.pdf

National Council Of Educational Research And Training（2020）.NCERT Maths Books 2020-21. https://www.ncertbooks.guru/ncert-maths-books/

National Council Of Educational Research And Training（2006）. Syllabus at Elementary Level, Syllabus at Secondary and Higher Secondary Level https://ncert.nic.in/syllabus.php

渋谷英章（2014）.「インド式教育」で魅力を高める学校インド,二宮皓編著.新版世界の学校教育制度から日常の学校風景まで．学事出版，152-159.

白名伊代（2013）.インド人の頭脳は、家庭教育で作られる！，プレジデント Family　2013 年 3 月号, https://president.jp/articles/-/8657?page=3

馬杉正男（2010）.街 Plus 探訪　ある編集委員によるインド入門講座～インド訪問時に生かせる豆知識～，電子情報通信学会，通信ソサイエティマガジン，13 ，63-67.

矢野道雄（2010）.科学史からみたインド文化(第３回シンポジウム　「インド的文明」とは何か)，南アジア研究，22，245-260.

吉植庄栄（2013）.IT 大国インドにおける学術情報流通の最新事情，大学図書館研究，98，63-74.

（URL は 2020.10.14 最終確認）