

## 範例的教授・学習における価値の追求と数学授業への活用

Pursuit of Educational Value in “Exemplarishes” and “Genetisches” Teaching and Learning, Application to Mathematical Classes in Secondary School Grade

両角達男

Tatsuo MOROZUMI

（平成14年10月7日受理）

### 1. 教育哲学的な見地からの研究の必要性

範例的教授・学習とは、「範例」を通して学習者に適切な結節点が設定され、教師と学習者との社会的な相互作用を経て、学習者が次なる結節点に向かっていく学習過程である。さらに、学習者が次なる結節点に向かう過程の中で、学習者の理解と陶冶が深まっていくことでもある。また、「範例」とは、教材の観点からみれば教科構造において「鍵的位置」を目指すものであり、学習者の観点からみれば学びの自発性を誘発する「驚きの疑問」をもつものである。

範例的教授・学習理論は、1951年に開催された西ドイツのチュービンゲン会議の前後からその理論が強く支持されるようになった。その背景には、教材の過剰投与による学習者の学習意欲の低下、学力の剥落現象があり、次に挙げる必要性があったと言われる。（三枝，1965）

- ・ 教材過剰による、精神的な生活を窒息させる状態からの解放の必要性
- ・ 教材範囲の拡大よりも、教授内容をより本質的にし、十分に徹底することの必要性
- ・ 理解力や思考などを中心とした試験方法を確立することの必要性
- ・ 教師集団の自由な編成を可能にする必要性
- ・ 本質的なものへと深化するためのカリキュラムを自由に構成できることの必要性

教材の過剰投与に対する検討、学習者の学習意欲低下の現象、学力の剥落現象などの症状は、まさに現在の我が国の数学教育を取り巻く状況と似ている点が多い。例えば、平成14年から改訂された学習指導要領では、それまでの学習内容と比較し、学習内容の厳選と削減、スパイラル方式から単線型への移行などが行われている。また、教育社会学者を中心とした学力の階層化や学力の二極化構造の進展の指摘や、諸々の調査にみられる学習の到達状況と学習意欲の相関関係（学ぶ意欲のある者は益々学び、意欲のない者は益々学ばなくなるという現象）の指摘は、教育情勢の現況の深刻さを感じさせる。さらに、学力の剥落現象に関しては、受験数学という言葉があるように、教育現場では長年議論されていることである。

今後の我が国の数学教育の有様を模索する上でも、範例的教授・学習理論を振り返り、そこから多くの知見を得ることが必要ではないだろうか。

さらに、範例的教授・学習理論を着目する理由として、次の2点を挙げたい。

- ① アカデミズム・リアリズム・ヒューマニズムの3つの観点から、数学教育思想を詳細に分析し、「場における活動」を重視した平林の理論や主張との関連性
- ② 東京教育大学附属中学校・筑波大学附属中学校数学科における「範例統合方式による数学授業」の実践とその変遷を、背景に流れる思想を明確にしながらかつ分析する必要性

平林(1987)は、学位論文の中で、数学教育思想が「アカデミズム・リアリズム・ヒューマニズム」の3つの源流をもち、例えば「ユークリッドによる理論数学、ヘロンによる実際数学、ペスタロッチとヘルバルトの理論の折衷」により学校数学の教育理念が決まってくるのではないかと述べる。さらに、ユークリッドによる理論数学とヘロンによる実際数学という、一見すると相容れない2つの数学思想を融合させていくものとして「活動」が存在し、子どもの活動により実際数学から理論数学へ、そして理論数学から実際数学への連絡がとれるのではないかと考える。平林の学位論文は、2つの大きな軸の橋渡し役としての「活動」に焦点があてられ、古典的な活動主義、現代的な活動主義の思想、そして数学教育の実践への活用が展開されていく。さらに、「活動」を促す場(シチュエーション)の重要性と、教師側および教師と学習者との相互作用を通して「いかによい場を設定するか」の大切さを主張する。(pp. 87~255)

平林は、活動主義的な数学授業の展開の重要性を述べる前提として、次の2点を主たる問いとして挙げる。(pp. 55)

「この問題を、数学教育の課題としてとりあげたとき、わたくしは二つの研究の必要性を痛感する。

第一は、アカデミズムとヒューマニズムとの統合とでも言うべき教育哲学的研究である。

すなわち、数学を人間性のなかに位置づけることである。おそらく、ピアジェの発生学的認識論の教育的功績の中で最大のものは、この点への寄与にあったものと考えられる。

そして、これについては、後章で本格的に立ち入るつもりである。

第二は、活動主義的な見地からのアカデミズムの理解、さらにそれに基づく学校数学教育研究の再構成である。すでに引用した、シュタイナー、ガッテニョー両氏の見解にみられるように、現代的アカデミズムは、すでにできあがった数学の静観という立場はとっていない。ここでは、知的活動を体験的に楽しむという、いわば活動主義的なアカデミズムが高く標榜されている。子ども自身の活動的体験としての数学教育の構成は、すでに体系化された数学を単に理解させようとする数学教育とは、原理的にも方法的にも大きく異なっているはずであり、その考察は本稿の主要な目的である。」

平林は、アカデミズムをユークリッドの逸話(ギリシャ数学史のヒースによる)を喩えに「金銭的利益に関わらず、学問を学問として追求することを、人間にとって立派なことだとする思想」(pp. 51)と捉えるが、西欧の文化にねざして創られたアカデミズムが本来の意味で我が国のものになっているかどうかについて疑念を抱いている。また、アカデミズムの一つの例として、ユークリッドによる理論数学を挙げ、真理の判定基準を「論理」の置くところに特徴があると述べる。(pp. 67)

ヒューマニズムに関しては「人間性の内に見出される数学、この数学観に支えられる教育的見地」と述べ、ペスタロッチの思想をもとにヒューマニズムについて、次のように主張する。

「ここで、ペスタロッチが、「数学」ないしは「純粋数学」をどう考えていたのかは、きわめて興味深い問題である。しかしながら、彼においては、子どもの外に既に出来上がって存在している数学的体系よりも、子どもの内部に、数学と称するに足るものを構成することに、より深い関心

があったことは確かである。

このように、人間性の内に見出された数学—この数学観に支えられる教育的見地を、ここでのヒューマニズムと呼ぶことにする。この見地は、小学校算数科においては、当時においてもすでに目新しいものではなかったが、中等教育における数学科の教育理念として注目したのは、ドイツにおける改造運動を推進した人々が初めてであり、中等数学教育は、これらの人々によって初めて教育学的に整備されるようになったといえる。」(pp. 72)

「数学をできあがったものではなく、子どもの内の中に教師と共に創り上げていくもの」という数学観は、現在多くの教師が賛同する数学観である。また、平成14年からの学習指導要領において「算数的活動」や「数学的活動」を重視する背景には、平林の指摘する「子どもの活動の重要性」があると考えられ、「活動」に関する数学教育研究が深まってきていることがある。

平林の論の展開の上で、重要な起点を産むのが「小学校算数における図形学習」と「中学校数学における図形学習」の断層であり、その不連続さをどのように乗り越えるかという指摘である。例えば、小学校算数と中学校数学におけるそれぞれの図形学習では、次のような違いがみられる。

- ・算数における図形学習では「正方形」をきっかけに学習がスタートするが、中学2年から始まる図形の論証では「三角形」にターゲットをあてて学習がスタートする。
- ・算数における図形学習では「図をかくこと」(フリーハンドも含め)、「実際に画用紙などで作られた図形を動かしたり、切ったりする操作」が重視される。また、図形の感覚を身につけるために、遊びの要素も強い。これに対して、図形の論証を行う前に、中学1年では「作図の公法に基づく図形の作図」が行われ、正確に図形をかく(制限された方法に基づき)ことなどが行われる。

平林は、小学校算数においては「子どもの自然性」が重視され、中学校数学では「数学の人為性」が徐々に重視されると捉え、前者にはペスタロッチの直観思想の基づく考え、後者には数学の大系を踏まえて三角形を図形の構成要素とみた、ヘルバルトの思想が色濃く存在すると考える。また、ヘルバルトはペスタロッチの思想を踏まえ、さらなる止揚を行おうとしていたのではという仮説をたて、「子どもの活動」に関する詳細な研究によって、その止揚のあり方を考察していく。

これらの平林の主張からは「子どもの中にみられる数学性、数学の中にみられる人間性」といった「数学と人間との関連とその相互作用のあり方」を強く意識づけられる。「共に創り上げていく数学」という多くの教師が賛同する数学観に基づく、数学授業を構想し実践していくためには「数学と人間との関連とその相互作用のあり方」をより深く考察する必要がある。

本稿では「数学と人間との関連とその相互作用のあり方」を探るために、西ドイツに起因する範例的教授・学習理論に焦点をあて、そこから得られる知見を明らかにしていきたい。特に、範例的教授・学習理論では、範例を起点とした学習から、徐々に「人間的なもの」への洞察・理解が行われる。その学習過程における価値の追求に焦点をあて、どのような思想が流れていたのかを、先行研究より明らかにしたい。

また、②で挙げた東京教育大学附属中学校・筑波大学附属中学校数学科では、小高・岡本・吉田らを中心にして独自に「範例統合方式による数学授業」が構想され、実践がなされていた。私自身が筑波大学附属中学校において数学授業を担当していた際、小高・岡本・吉田らの授業実践及びその重点目標を参考に授業を設計し、実践していたことがある。特に、「重要かつ本質的な教材を範例として抽

出し、問題形式にすること」を通して行われた、中学校数学を見通した「問題形式の形による範例群」は、授業実践を行う上でかなり役立っていた。

それらの「問題形式の形による範例群」には、次のような特徴があった。

- ・「おや?」「どうして?」という素朴な疑問を学習者に最初に抱かせると共に、思考が進むにつれて「本当にそんなこといえるの?」「すごいなあ!」といった一段階上の驚き(感性的契機)やさらなる疑問が喚起されるように創られていること
- ・小高の開発したスキーマの系統図、ガニエの理論などを背景に、一つの「問題形式の形による範例」を解くと、どのような概念が学習者に身に付くかなどが想定されていたこと。
- ・普段の生活場面などで通常、意識していないことに対し、ある観点から焦点をあてて「問題形式の形による範例」にする。その問題解決により、事象に秘められた数学性に気づき、驚きをもって改めて事象を捉えることができること。

(電灯のともった道をまっすぐ歩くときに、その人の影の先端はどのような軌跡を描くか、窓から入ってくる日光の影は時間の変化と共に、どのような形を描くか、画用紙の上に書かれた「点の位置」を他者にわかりやすく伝えるには、どんな方法があるか等々)

例えば、「画用紙の上に書かれた点の位置の伝達」に関する問題では、座標の考えを学習することが念頭にある。実際の授業において、中1の生徒たちは直交座標に留まらず、異種の2つの数量(長さや角度など)で点の位置を伝達したり、基準点の変更による表現の多様さを指摘したり、三平方の定理など図形の性質を経験的に発見しながら、それらの図形の性質をもとに説明しようとしていた。数学の面、そして生徒の予想される反応をかなり考慮した「工夫された導入問題群」として、さらにその問題を起点にした問題解決を通して「獲得される数学的な概念や考えを意識した問題」として、問題形式の形による範例群はうまく機能していた。

筑波大学附属中学校における「範例統合方式による数学授業」は、西ドイツに端を発する範例的教授・学習理論に影響を受けながらも、附属中数学科のスタッフによる構想と議論、そして実践を経て、徐々にオリジナルなものに変容していく。その基調にあるものは、数学授業を通しての価値の追求ではなかろうか。

東京教育大学附属中学校・筑波大学附属中学校における「範例統合方式による数学授業」の思想と実際、そして思想史の変遷の詳細な分析は、別の稿において改めて論じたい。

本稿では、附属中の「範例統合方式による数学授業」での価値の追求に、何らかの影響を与えたと考えられる範例的教授・学習理論における価値の追求に焦点をあてる。

## 2. 研究の目的・方法

本研究では、範例的教授・学習理論における価値の追求に焦点をあて、価値の追求の過程、価値を追求していくための教師の役割について、先行研究をもとに考察を行う。その先行研究としては、ヴァーゲンシャインの思想の変遷に関して詳細な分析を行っている大高の学位論文(1999)を中心に、東京教育大学・筑波大学教育方法学研究室を中心とした論稿を分析する。さらに、これらの分析を踏まえ、得られた知見を数学授業に活用することについて考察する。

## 3. 「範例」として捉える機能 —一般的なものへの着目—

範例的教授・学習における「範例」の捉え方は、代数系における集合の「代表元」の捉え方に似ている。代数系における集合の「代表元」は、母胎となる集合の要素すべてに共通する性質を持っている。

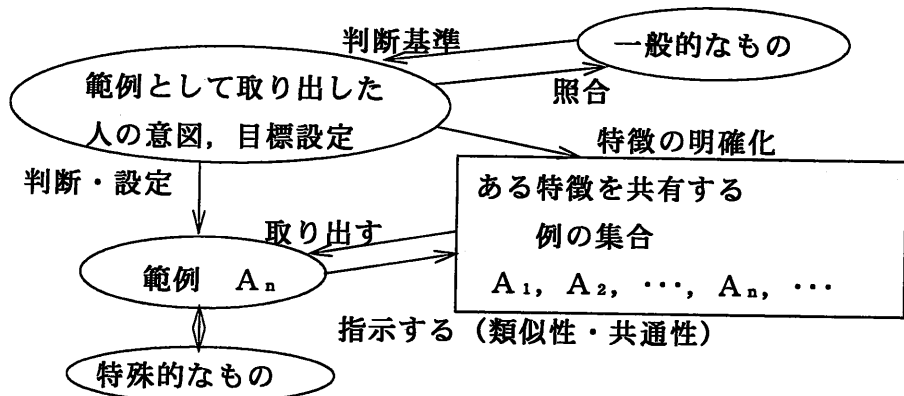
その共通の性質は、集合を「ある観点」からみたときに浮かび上がる性質である。それゆえ、代表元と他の集合の要素には「ある観点」からみたときの、類似性や共通性がある。

一方、「代表元」のもつ特徴をみれば、背景にある集合全体の特性がみえてくる。代表元のもつ一般性ともいえよう。長谷川（1969）は、「範例」のもつ「集合の代表元」としての性格を、次のように述べる。（pp. 34）

「ある具体的個Aというものが範例として取り出される際に、先ずある範囲の多くのものを比較し分析して、次にそれらのものの中にある種の特徴が共通に示されていることを確認し、最後にそれらのものの中で特にAという個をそれ以外の他のものに対する範例として取り出すのである。この場合に、Aが取り出される前には、ある範囲の多くのものが存在しているし、Aが取り出された後には、取り出されなかった多くのものが残っているはずである。したがって、Aが範例としての意味をもつとすれば、Aは多くのものから取り出された典型的な代表物であると同時に、残された多くのものを範例の意味で指示していなければならない。この指示は、Aとそれ以外のものにおいてある種の特徴の同一性もしくは類似性が存在することを根拠にする。それ故に、ある種の特徴の同一性や類似性があるからこそ、Aは範例として取り出すことができるし、範例としての意味を持って使うことができる。」

長谷川の言明を集合の代表元を意識して図式化したものが右図である。

範例を特徴づける事柄として「取り出す」「指示する」ことがそれぞれ挙げられるが、「取り出す」「指示する」こと背景にあるものが、教師のもつ



「一般的なもの」である。長谷川（1969）は、範例として教師に決定させる「一般的なもの」について、次のような考察をしている。

- 特殊なものが一般的なものを代表する限りにのみ、範例は範例的關係の中に組み込まれる。
- 範例として、特殊なものを指示する「一般的なもの」が、陶冶価値を持つものとして、対象の概念・法則・原則などの客観的構造とそれらを探求する方法とを意味する。
- 範例により代表される「一般的なもの」は、大きくみて次の3つがある。
  - ① 教科内容において重要な位置をしめる概念、法則、原理などの基本的な内容構造に関わるもの
  - ② ①を探求し、解明する活動形式・思考方法・価値基準などの方法に関わるもの
  - ③ ②の方法の根底にひそむ学習主体の精神と態度に関わるもの
- 「一般的なもの」は、「対象-方法-主体」の3つにかかわるものといえる。

「範例」を範例として判断するためには、その判断のよりどころにある「一般的なもの」を明確にす

る必要がある。その「一般的なもの」は、長谷川の考察によれば、対象→方法→主体という順序で「人間的なものへの気づき」が中核にあるといえる。

ヴァーゲンシャインは、「範例」を範例として判断し、「範例」から「範例的なもの」へ学びが深まるための機能として、7つの機能目標を上げている。(大高, 1999, pp. 86~97)

- ① 個別的現象の理解
- ② 実験・測定・数学化
- ③ 部分領域を他の領域に組み入れること
- ④ 「モデル」とは何か  
(ある部分領域の他の領域への解消)
- ⑤ 考察の対象としての物理学的認識
- ⑥ 精神史の構成要素としての物理学
- ⑦ 研究と技術との区別(発見と発明)

この7つの機能目標を踏まえて、「個別的な教材やテーマの理解と概念の獲得→転移が可能な方法・考え方・思考様式の獲得→より本質的なものを洞察し抽出すること、及びそのための方法の獲得→人間的なものへの気づき(学びの反省的思考, そこから生じる人間的なものの追求)」という4つの学習段階を深化させていく。

教育的な価値には、現に望んでいる価値と望ましい価値があり、何を重要な価値と考えるか(中心的な価値)、どういう根拠でそれが大切と考えるようになったのか(価値判断の方法)により、その実質が決まってくるという。(田浦, 1990, pp. 318~320)

この主張に沿えば、長谷川の指摘する「学習主体の精神と態度に関わるもの」が中心的な価値である。そして、人間的なものへの気づきが学習者自身に生じていくために、個別的な教材やテーマを起点に連続的に学習を深化させていくことが価値判断の方法といえよう。では、なぜ「個別的な教材やテーマの理解と概念の獲得→転移が可能な方法・考え方・思考様式の獲得→より本質的なものを洞察し抽出すること→学びの反省的思考」といった学習の過程が、「人間的なものへの気づき」という中心的な価値に迫ることになるのだろうか。

その理由として、大高(1986, 1999)はヴァーゲンシャインの理論にみられる「アスペクト性の認識」を挙げ、渡辺(1994)は主体と対象間における観方の行き来といえる、クラフキの二面的開示の考えと二面的開示による学びの深まりのプロセスを挙げる。また、長谷川(1981, 1982)は、クラフキの二面的開示の考えを基にした授業準備論を述べ、授業で扱うべき教材設定の観点、特にテーマの設定のあり方などを考察している。

ヴァーゲンシャインの理論にみられる「アスペクト性」に関して、大高(1999)は次のように述べる。

「アスペクト性のテーゼは、基本的には二つの命題から成り立っているといえよう。

まず第一の命題は、物理学が自然を見る一つのアスペクトにすぎない、というものである。

第二の命題は、アスペクト性の結果である物理学が本来的な自然の「模写」ではない、というものである。」(pp. 35)

「したがって、自然科学において・・・探求の対象はもはや自然ではなく、人間の質問にかけられた自然であり、その限りにおいて人間は・・・自分自身と向き合うのである。

こういう意味でヴァーゲンシャインは、我々が関わっているのは自然についての観点(Ansicht)、アスペクトにすぎず、それゆえ「物理学は一つの考察様式(Betrachtungswiese)

であり、一つの『アスペクト』を与えているにすぎない」と主張するのである。」(pp. 38)

「アスペクトのテーゼが二つの言明を内包していることを、指摘しておかなければならない。その一つは、物理学が人間（主観）と不可分に結ぶついた、まさしく「人間的」営みであること。つまり、物理学の「人間化」の言明である。もう一つは、物理学が自然を見る一つのアスペクトであり、他のアスペクトもまた同等に存在するという言明、つまり物理を見る諸々のアスペクトの併存性、相対性、そして、それぞれのアスペクトの固有性の言明である。」(pp. 39)

ある観方から自然や対象を捉えることは、自然や対象のある部分にスポットをあてると共に、その部分を考察の対象として浮かび上がらせるために、他の部分を一旦捨象していることでもある。ヴァーゲンシャインは、ある観方から対象を捉えることの機能を「照射と減光」「限界性の意識」などの言葉で表現している。また、大高による上記の物理学のアスペクト性の見解は、次の2段階で学習者の学習が深化することといえよう。

**【第一段階】**物理学の観方により、自然の様相（断面）を知る。そのことにより、私にとってのそれまでの自然の観方が変わること。

(主体→対象)

**【第二段階】**「ある観方から自然や対象を捉えている私」を意識すること。

また、ある観方に限定されて自然や対象を捉えている私を意識することにより、より多様な観方で捉えることの必要性や可能性を洞察すること。さらに、限定された観方で捉えていた私の狭さを意識し、自然に対する畏敬の念を持つこと。

(対象→主体)

物理の事例として、ヴァーゲンシャインは「波としての性質をもつ光」「粒子としての性質をもつ光」に関する教授実験のことを挙げている。この事例と関連させれば、干渉の実験や光電実験の結果を解釈するために、波や粒子としてのモデルを学習者が意識することが**【第一段階】**である。学習者たちは、実験結果を既存の知識や学習経験と関連させるために、波や粒子というメタファーでもって「光の様相（断面）」を捉える。

また、波という観方で光を限定的に捉えていた私を意識する。

「限定的に」という部分を意識すればするほど、その観方は光を捉える多様な観方の「一つ」であることを洞察する。この状態が**【第二段階】**である。ヴァーゲンシャインの挙げる「地層の教授実験」(地層が作られるためには、我々が当初予想できないよう程、長い年月を必要とすることを知る。転じて、地層が作られる年月からみれば、我々の人生にかかる年月は大変小さなレベルであること。自然のスケールの大きさに対して、我々の人生とはいかなる意味を持つのか・・・と次々に思考を展開していく授業)に代表されるが、自然や対象から私を捉え、「私」について新たな捉え方をするのが**【第二段階】**である。この段階においては、「対象から私へ」という方向性のある思考により、私のあり方が強く意識される。

物理学のアスペクト性を意識し、「私が対象をある観方でとらえる」ことから、徐々に「ある観方から対象をとらえている私」への意識に変わっていく。観る方向性の変換と共に、メタ認知的な活動への移行が行われる。その移行により、人間的なものの気づきが生じ、人間的なものが洞察されていくという。

このヴァーゲンシャインの思想を支えるのが、クラフキの二面的開示であり、その基調にあるフ

レーベルの「内と外との相互作用」の考えである。

渡辺（1994）は、クラフキによる「分度器による角の測定」の一連の授業過程を事例に、二面的開示を成り立たせる5つの要件を挙げる。

(a) 範例はどのような一般的な事柄を開示しているかを、学習主体の範例への関わりにより明らかにすること

(主体→対象)

(b) 範例を通して獲得される事柄が、現在の子どもたちにどのような意義を持つのかを明らかにすること

(対象→主体)

(c) 範例を通して獲得される事柄が、将来の子どもたちにどのような意義を持つのかを明らかにすること

(対象→主体)

(d) (a) ~ (c) の問いかけを通して得られる内容の構造は何か、を明らかにすること

(主体→対象)

(e) 内容の構造を直観的・概念的に、そして興味深く捉えるための事象は何かを改めて考え、明らかにしていくこと

(対象→主体)

(a) ~ (d) の系列は、主体から対象へ、そして対象から主体へ、といったように「内と外との間の観方の変換（相互作用）」が次々に行われている。この観方の行き来により、弁証法的に、学習者内部に範例によって代表される本質的なもの、即ち「一般的なもの」が洞察・理解されていくクラフキは考える。また、内（主体）からの観方により本質的なものが洞察・理解され、さらに外（対象）からの観方により本質的なものが洞察・理解されるという意味で、二面的に開示されるという用語があげられる。このクラフキの二面的開示の考えは、次の渡辺（1994）の言明のようにフレーベルの回帰思考に支えられるという。

「このように、クラフキは「主観的側面」から「客観的側面」へと向かう解釈とその逆方向の解釈の繰り返しによって「二面的開示」を成り立たせている。これは、第二章でみてきたドイツ精神史にみられる「回帰」思考がフレーベルを通してクラフキに継承された結果でもある、ということができる。即ち、「二面的開示」の概念は、ドイツ的な「人間形成」の考えを支えるフレーベルの「回帰」思考を取り込んでいる、ということができる。

フレーベルにおいては、内から外へそして外から内へ推論する（精神的なものから現実的事象へ、そして現実的事象から精神的なものへ考えをめぐらす）という「回帰」思考が立方体の事例で具象化されていたが、クラフキは、その事例に「二面的開示」の概念を見出しており、フレーベルの「回帰」思考を「二面的開示」の概念に継承させているのである。」(pp. 204~205)

フレーベルの回帰思考の特徴は、内と外との関係にみられる観点の変換であり、その観点の変換の繰り返しによる止揚（洞察・理解の深まり）である。(渡辺, 1989)

長谷川（1981,1982）は、クラフキの二面的開示の考えを基に授業準備論を考察している。その中で、授業で扱うテーマの設定を「現代的意義、将来的意義、範例的意義」の3つの側面から分析する必要があること、授業で設定したテーマの本質に迫るために「問題意識の喚起、原理などの理解、理解したことの定着」という3段階の学習過程を追うこと、さらに3段階の学習過程を経るために「授業の断面、局面、段階の分節」「授業形態の選択、つまり作業、遊技、練習や反復の形態の選択」「補助手



段（教具ないし学習用具）の利用」「授業の組織的諸前提の確保」の考察が必要であることを述べる。

例えば、授業で扱うテーマの分析において、現代的な意義を考察することは「(b) 範例を通して獲得される事柄が、現在の子どもたちにどのような意義を持つのかを明らかにする」に対応する。また、テーマの将来的な意義を考察することは、上記の (c) にあたる。

さらに、授業で扱うテーマを範例的意義から分析するとは、次の6つの問いを通してテーマの中身を吟味し、構造化することであるという。

- テーマはどんな観点のもとに取り扱おうとするか。
- 観点によってとらえられたテーマに内在する方法構造はどういうものであるか。
- テーマは一定の観点のもとに考察して、どんな要素から構成されているか。
- 採り出した諸要素は、どんな関係にあるか。
- 内容は表層と深層の意味での層を示すのか。
- このテーマの内容は他のテーマの内容とどんな関連があるのか。

長谷川の見解を特徴づけるものも、観方そのもの、学習者がアスペクト性を意識することの大切さであり、観方の変換によって生じる学びの深まりである。

また、長谷川による次の言明は、筑波大学附属中学校における「範例統合方式による数学授業」との異同を検討する上で、一つの示唆を与える。(1982, p.55)

「クラフキは、このために、最も一般的な学習目標のレベル、それを分化した資質能力のレベル、それを学習領域に具体化したレベル、さらに教科領域に具体化したレベルという4つの「学習目標の階層性」を提示する。しかし、それは授業準備の単元目標のレベル以前の問題であって、授業準備にとっては直接的に有益な意義をもっていない。むしろ、テーマの範例的意義の検討によって明らかにされる中心の学習目標とそれを支える部分目標が定式化されることが求められよう。

クラフキの学習目標の階層性に関連して想起されるのは、ガニエの学習内容の階層性である。これは、学習型との関連のもとに一定の学習目標から、それを逆行するために必要な学習内容を連鎖的に逆行して組み立てられるものである。この進め方は示唆に富むが、学習内容の階層的系列であって、学習目標の定式化の問題とは異なるものである。」

筑波大学附属中学校の「範例統合方式による数学授業」では、小高によるスキーマ理論がその中核的な役割を示す。このスキーマ理論は、ガニエの学習内容の階層性を参考に、学習者の獲得する知識が体系化されたものである。そして、個々の授業は、スキーマ群のネットを遡及する形で、ねらいが設定され授業が進行していく。

長谷川による「学習目標の定式化の問題とは異なるもの」という指摘が、範例統合方式による数学授業との相違点といえる。樹形図のようなネットを単に遡及していくのではない、ということも指摘しているとも受け取れる。しかし、範例を起点とする数学学習では、多様な方向に授業が向かおうとしたり、当初予定していた動きを学習者が行わずとも、教師と学習者との相互作用により徐々に収束、そして学びの深まりが生じていた。範例統合方式による数学授業の個々の場面での「教師の役割」が、授業の拡がりや深まりを保証していたともいえる。

この点に関しては、東京教育大学附属中学校からの流れを詳細に追うことを通して、更に検討を加えていきたい。

以上の考察をまとめると、次の3点となる。

- 範例を設定する背景には「一般的なもの」があり、その「一般的なもの」は「対象→方法→主体」の方向性をもち、人間的なものへの気づきに向かったものである。

- 「一般的なもの」の洞察を深めていくためには、「ある観点から対象を捉えている私」を学習の中で徐々に意識していく必要がある。また、「ある観点から対象を捉えている私」を意識することが、より多様な観点から事象を捉えようとする姿勢、私と対象との対峙のもとに思考を進めようとする態度を高めていく。
- 範例を起点とした学習において、徐々に「一般的なもの」を洞察・理解していくためには、主体から対象へ、対象から主体へという観方の方向性を意識した学習を繰り返す必要がある。これは、クラブキの二面的開示、フレーベルの回帰思考に支えられた考えである。

この3点と、私が過去に中2の生徒たちに対して行った数学授業を比較対照してみる。

【範例】10から32までの自然数を連続する自然数の和で表してみよう。

この問いに関して、多くの中2の生徒たちは次のような活動を行う。

- (ア)  $5 + 6 = 11$ ,  $6 + 7 = 13$ ,  $7 + 8 = 15$ ,  $8 + 9 = 17$ のように、連続する2つの自然数の和が「奇数」となることを試行錯誤より知る。
- (イ)  $11 \div 2 = 5 \cdots 1$ ,  $13 \div 2 = 6 \cdots 1$ など、奇数を2で割る式をたて、その式をもとに  $11 = 5 + (5 + 1)$ ,  $12 = 6 + (6 + 1)$  と考え、(ア)のような結果を得る。
- (ウ) 連続する2つの自然数の和が奇数、ということが言えたので、連続する自然数の個数を増やし、得られる結果から規則性をみつけようとする。
- (エ)  $1 + 2 + 3 = 6$ ,  $2 + 3 + 4 = 9$ ,  $3 + 4 + 5 = 12$ などのように、連続する3つの自然数の和から得られる自然数を探す。
- (オ) 連続する3つの自然数の和によって得られる数が、すべて3の倍数であることに気づく。
- (カ)  $12 = 3 \times 4$ のように、3の倍数は  $3 \times$  (もともになる数) で表すことができる。  
 $12 = 3 + 4 + 5$ と比較すると、もともになる数4より  $(4 - 1) + 4 + (4 + 1)$  のようにして構成できることを知る。
- (キ) 3の倍数は、 $3 \times$  (もともになる数) における「もともになる数」を基準に、両側に1ずつ増減させていけば、連続する自然数の和を得られることを知る。
- (ク) 図的な表現や平均の考えとして、(キ)を捉える。
- (ケ) 3の倍数と同じように、5の倍数においても  $5 \times$  (もともになる数) から、連続する自然数の和の系列をつくれると考える。実際、 $15 = 5 \times 3$ で、 $(3 - 2) + (3 - 1) + 3 + (3 + 1) + (3 + 2)$  として、 $15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$ を得る。
- (コ) 4の倍数のときにも(ケ)のようにできないかと考える。  
 $16 = 4 \times 4$ として、 $(4 - 2) + (4 - 1) + 4 + (4 + 1) = 2 + 3 + 4 + 5$ をつくるが16にならないことを知る。
- (サ) (コ)で  $28 = 4 \times 7$ として、 $(7 - 2) + (7 - 1) + 7 + (7 + 1)$  などをつくるが28にならないことを知る。一方、 $28 = 7 \times 4$ のように7の倍数とみると、(ケ)のようにして  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7$ を得る。
- (シ) 奇数、偶数であっても因数として奇数をもつものは、連続する自然数の和で表せるのではないかと考える。
- (セ) 偶数で因数に奇数のないもの、つまり16や32などは連続する自然数の和で表せないのではと

考える。

授業の中では、(ア) や (エ) の考えを起点に、これらの考えが複合されて出てくる。また、(ア) に関しては「奇数は文字式を用いると  $2n + 1$  と表せる。 $2n + 1$  を分解すると  $n + (n + 1)$  となるので、2つの自然数の和で表すことができる」といったように、文字式表現から「奇数ならば2つの連続する自然数の和で表現できる」ことを示した生徒も出てくる。

こうした観方で、範例をとらえ、思考を進めることが「主体→対象」という方向性をもつ第一段階の状態といえよう。すなわち、より新たな観点を知ること、新たな観点により自然数が次々に別の表現で表せることにより、下記のような認識をすることといえる。

「数学的な観方により、事象の様相（ある方向から捉えた断面）を知る。

そのことにより、私にとってのそれまでの事象の観方が変わること。」

この範例は、(シ) や (セ) の観方に代表されるように「連続した自然数の和は、自然数の個数が奇数あるいは偶数個であるのに関わらず、いつも奇数で割り切れる」ことの対偶として、2の累乗で表される数が連続する自然数の和で表現できないことが示せる。経験的にこの事柄が見抜けることが、中学校段階の学習のねらいともいえよう。

(ア) ~ (セ) の観方による学習を深化させたとき、「ある観点から事象を捉えている私」を意識することとして、次のようなことが考えられる。

- (ソ) 幾つかの連続する自然数の和から、自然数の加法に関する分解可能性を探っている私を知ること。さらに、自然数の加法に関する分解可能性という観点から、自然界の物事に対して「分解可能性」という観点で捉えてみようとしてみること。
- (タ) 自然数の加法に関する分解可能性を捉える際に、加法を繰り返して規則性を見つけようとした私を知ること。さらに「分解を捉えるためには構成を」「構成を捉えるためには分解を」という視点の変換を強く意識すること。
- (チ) 自然数の加法に関する分解において、自然数を乗法に関して分解することが有効であることを知り、その関連性を強く意識すること。これより、加法概念と乗法概念が一見すると異なるようにみえるが、実は共通する概念に支えられるのではないかと考えること。
- (ツ) 自然数の世界を、ある演算に着目して観ると、加法に関する分解可能性の結果のように興味深い結果が得られるのではないかと洞察する私を意識すること。
- (テ) ある事象を同じ意味を保ちながら、他の表現で表せる意義深さを感じる。一方、他の表現では表しきれない場合があることを知り、私の今までの経験や社会の中で同じようなことがなかったどうか改めて考えてみる。

この(ソ) ~ (テ) の観方の意識は、次のように数学の面での学びの深まりも起こす。

- (ソ) 数の世界をある演算を基に捉える「群の考え」
- (タ) 命題の「逆」への着目とその「真偽の判定」
- (チ) 演算を成り立たせる「場（自然数、有理数など）」への着目
- (ツ) (ソ) と同様に、「群の考え」あるいは数の構造への着目
- (テ) 「同値な表現や同値変形」への着目

例えば、(テ) の観方として、多項式をテイラー展開やマクローリン展開することにより同値な表現で表すことなどが挙げられる。この学習は、高校における2次関数や3次関数の学習場面で、多項式を標準形に同値変形すること、グラフをかいたため切片の値などを見やすくするため、などに活用されて

いる。(駒野, 1997) また、「40までの自然数を、基となる4個以下の自然数の和で表してみよう」という問題を関連して扱ったとする。この問題のからくりは、3進法にあり、3進法における基となる数すなわち「3の累乗で表せる数」により、40までの数は次々に表すことができる。例えば、 $1 + 3 + 9 + 27 = 40$ である。先の範例とこの問題との共通性は「自然数の和として表現すること」であるが、連続性と基になる数という部分で異なる。例えば、基になる数での表現では、基底の考え、ベクトル表現などにつながっていく。このように、類似する問題を比較することにより、数学の面での学びの深まりも明確になってくる。

(ソ)～(テ)の観方は、「ある観方から事象を捉えている私」を意識することにより、対象から私へという方向性をもって、洞察や理解を行っていることといえる。数学としての学びの深まりと共に、自然数のもつ神秘性(様々な性質を有していることの洞察)、自然数のもつ美しさ(表現の多様性の洞察、規則性のもつ美しさ)などを感じるが行われる。

私自身の授業を振り返ると、学習者個々の「主体→対象」で観ること、他の学習者の観方を知ることによる「対象→主体」で観ること、学習者個々が解決の過程を振り返り、改めて自然数の和で表すことの意味に迫る「主体→対象」で観ること、の順序で学習が進んでいた。更に、その後人間的なものへの気づきを促す「対象→主体」の学習は、十分に行われていたとはいえない。一連の学習を終えた後の、学習者感想に「対象→主体」を感じさせる記述がみられるが、その記述の意味を反省的に振り返ったり、吟味する時間が必要であった。この点については、現在、静岡大学附属中学校において実践を重ねている土屋教諭の試みが示唆を与える。

#### 4. 「発生的」な概念への着目

ヴァーゲンシャインの教授理論は、「発生的-ソクラテス的-範例的」の3つの枠組みで述べることができるが、その重点が「範例的」から「発生的」に1960年代から移っていく。「発生的」という概念を重視する場として、学習者が学ぶテーマを範例的なものに限定する必要がある、そのテーマを学ぶ方法として対話(ソクラテス的対話)が重要であるという考えである。大高(1999, 1989, 1989, 1991)は、1962年を境にヴァーゲンシャインの言明の中で「発生的」という言葉が多用されることを量的な面から、そして「発生的」の意味も徐々に変わっていくことを質的な面から詳細に分析している。ここでは、大高(1999)による考察を軸に、ヴァーゲンシャインの「発生的」な概念への着目を考察する。

「範例」を範例として判断し、「範例」から「範例的なもの」へ学びが深まっていくために、ヴァーゲンシャインは7つの機能目標を挙げている。その機能目標のうち「⑥ 精神史の構成要素としての物理学」の扱いが、1962年を境に徐々に変わっていく。1962年以前においては、「個体発生は系統発生を辿る」という生物の進化の様子に喩えた考え方、すなわち学習者の学びは「ある着想や観方が歴史的にどのように誕生し、どのような変遷を経てきたのか」という道筋に沿って行われると考えられていた。「精神史の構成要素として」という語用には、学習者の精神の形成過程と概念がつくられていく形成過程が同一のものである、という考えがみられる。それゆえ、ある着想や観方をもとに概念が形成され、その概念が歴史的な経緯を辿り、現在用いられる概念に至ったかという、概念の形成史に着目がなされる。ヴァーゲンシャインは、「歴史的に問うこと」を十分行うことが、学習者の学びの過程をも明らかにすると当初考えていた。

1962年以降、「歴史的に問うこと」に対する重点の置き方が徐々に変わってくる。その理由として、「歴史的に問うこと」による学びの深まりは、中等学校前半までに学習者には難しいと判断したことが

ある。また、学習者が概念を形成する過程において、必ずしも概念の変遷史と同じ道筋を辿るとは限らないことも理由として挙げる。さらに、中等学校前半までの学習者との対話（ソクラテス的対話）を通じた授業実践から、「発生的に問うこと」の重要性を確信していく。（大高, 1999, pp. 201~310）

ヴァーゲンシャインが、「歴史的に問うこと」から「発生的に問うこと」に重点を移行していった背景には、ヴィルマンによる「発端や起源からの成立を対象とし、生成や発展や成就を追求するどんな考察も発生的である」という学びにおける発生的な扱いの重視もみられる。長谷川（1983）は、ヴィルマンの「発生的」に対する捉え方を次のように考察する。

【ヴィルマンの「発生的」の捉え】

- 「教授はできあがった科学からではなく、生成途上の科学からその形式を借りなければならない。教授は知識を出来上がったものとして提示するのではなく、その発生の過程を繰り返さなければならない。」という考えを持つようになったヴィルマンは、1880年代から具体的に発生的な方法の重要性を強く主張するようになる。
- 「個体発生は系統発生を辿る」という、時間的に先行するものから順に辿ることが重要と捉えていた段階から、教師と学習者相互の「教材との有機的な見方と結びつき」により、学びに自由度が出てくると考えるようになる。すなわち、教材との有機的な見方と結びつきが保障されていれば、歴史的な流れに必ずしも沿わなくても、着想や観方が学習者に培われていくと捉える。
- 単に歴史的な出来事の継承を描き出すだけでは、発生的な意味をもたない。一定の時代、現代の時代の社会状況や出来事を出発点にして、どうしてそれが起こったのかと問うことから教授が始まる時、発生的なものとなる。
- 幾何学における定理の発生的追求にみられるように「数学では、生徒たちは信じるのではなく、洞察するものでなければならない。これに達するには、物事の発展を通してである。」と考える。
- 発生的な方法は子どもの自然な問い、例えば「それは何と言うの」「それはどういうことなの」「それは何のためなの」「それはどのようにして出来上がったの」に基礎づけられ、それらを基にして学びが進む。
- 発生的な方法には、子どもの物事の理解を促進し、豊かにする機能がある。さらに、その理解には「物事の本質に向かう理解」と「物事の根拠に向かう理解」の2つがある。
- 発生的な方法で学びを構築するために、教師は教材を統一的にまとめる中心の目的原理に着目し、その原理のもと教材を内面的に構造化する必要がある。

生成しつつあるものとして科学を捉えること、子どもの自然な問いを大切にすること、教材を構成する目的原理を明確にすること、教材との有機的なつながりを大切にすること、などヴィルマンの考えには多くの教師が賛同する教育観が込められている。ヴァーゲンシャインは、こうしたヴィルマンの発生的な方法に対する考えなどにも影響を受け、徐々に「範例的」から「発生的」に力点が変更していく。歴史的に問うことによる「教材」側から発生的に問うことによる「学習者」側へ、力点の置き方が移行していった。

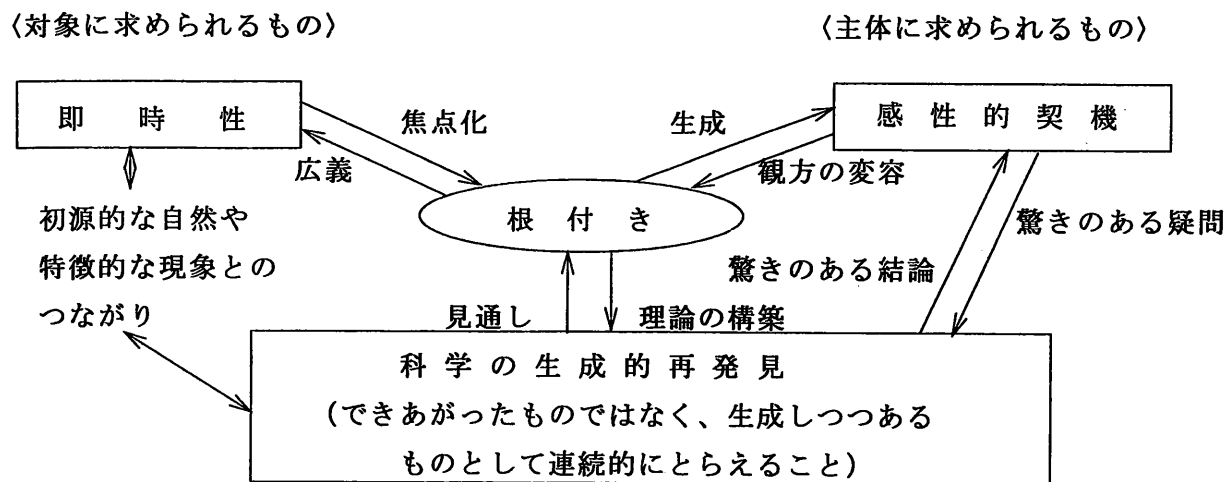
そのヴァーゲンシャインによる発生的原理は、次の言明で表されるものである。

「発生的原理とは、諸問題の自覚から、諸方法及び諸概念をあとづけて実際に再発見させることである。すなわち、創造的、批判的、連続的にあとづけて実際に再発見させることである。」

（大高, 1999, pp. 236）

また、ヴァーゲンシャインの考えにみられる発生的原理のキーワードを図式にすると、次のように考えられる。

【発生的原理に関わるキーワードの図式】



## 5. 発生的原理とそこでの教師の役割

ヴァーゲンシャインの発生的原理では、子どもの思考の初期段階の豊かさを維持しながら、徐々に観方を深めたり、概念を形成していくことが重視される。これは、前科学的な思考や母語から得られる思考の豊かさを大切にすることである。例えば、子どものアニミズム的な思考などである。子どもの思考の初期段階の豊かさを大切に、そこから徐々に概念や観方を形成していくことを、ヴァーゲンシャインは「連続性」と呼び、その連続性を保つために「変容を受けて維持する」ことが教師にとって必要であるとする。

この連続性を重視する背景には、ヴィルマンの「発生的方法は子どもの自然な問いに基礎づけられる」に共通するように、子どもの初期段階の豊かさに概念や考えを産み出す萌芽があるという捉えがある。

ヴァーゲンシャインは、学習者の概念をつくり出すプロセス、つまり「連続性」を保つために「即時性」や「根付き」を重視する。「即時性」とは、長い間学習者の身近にあった現象や事柄を、改めて驚きや感動をもって捉え直すことである。「根付き」とは、ある概念を思いつく（着想する）契機となる現象（根）を大切に、その現象（根）とのつながりを持つことである。即時性や根付きは、様々な事象から「範例」を設定する上で重要な視点といえる。

学習者と事象とのつながりを重視する「即時性」や「根付き」の機能は、学習者の感性的な契機を持つことを誘発する。例えば、即時性や根付きにより、驚きのある疑問が生じ、その疑問から学習者の思考が始まる。ある観方によって、驚きのある結論が生じれば、その結論から更に哲学的な疑問が学習者に生じていくという。「ある観方から事象を捉えている私」を意識することによる学びの深まりの段階である。「連続性」「即時性」「根付き」「感性的契機」などの機能をもとに、「科学の生成的再発見」つまりできあがったものとしてではなく、生成しつつあるものとして科学を捉えることが行われる。

以上のような学びの過程を経るために、ヴァーゲンシャインは次のような教師の役割を挙げる。

- 子どもたちの徴候をつかみ、助走を十分にとること
- 歴史的に問うことを通して、子どもたちの徴候を掴みうる教師の力量をつけ高めることすなわ

ち、歴史的に問うことを通した教材研究を十分に行うこと

○ アスペクトに限定されていない現実との出会いを重視すること

また、教師自身もアスペクトに限定されていない現実との出会いをすること

「子どもたちの徴候をつかみ、助走を十分にとること」には、「変容を受けて維持すること」が念頭にある。子どもの自然の問いをつかむこと、多様な子どもの動きをつかむこと、変容しつつある子どもの動きを把握しつつ概念の変容を急がないこと、などを得ることができる。

また、「歴史的に問うこと」は、教材に対する教師の理解やさらなる洞察を深める上で、教師にとってより必要なことといえる。「歴史的に問うこと」により得られた歴史的な流れを、そのまま子どもたちの思考過程に沿わせない、子どもたちの多様な発想や動きに対応するための教師の構えをつくる、と解釈できる。

これらの教師の役割は、現在指示される教師の信念と共通する点が多いのではなかろうか。

## 6. 数学授業への活用の可能性

「変容を受けて維持すること」や「子どもたちの徴候をつかみ、助走を十分にとること」という教師の役割に対して、具体的に数学授業を展開していくために何をすればよいのだろうか。

その手がかりとして、算数授業に顕著にみられる「語り始めの言葉として特徴的な接続詞を用いること」を挙げたい。この「語り始めの言葉として特徴的な接続詞を用いること」は、中学校以降の数学授業よりも、小学校の算数授業で経験的に用いられている方法である。授業の中で、ある特徴的な接続詞を教師が強調する場合もあれば、学習者同士の議論の中で率先して学習者が用いる場合もある。さらに、特徴的な接続詞を教師が板書することにより、それまでの学級での議論が収束したり、さらなる発想を産み出す場合がある。

例えば、藤枝市立青島小学校の村田教諭の行った「9つの数の和を求めよう」という算数授業では、「ねえ、聞いて」「例えば」「つまり」という3つの特徴的な言葉が頻繁に出ていた。授業参観者の立場からみたとき、これらの言葉のもつ機能は次の通りである。

「ねえ、聞いて」→ 他者に自分の意見を主張する機能

他者の意見と自分の意見との異同を説明する機能

学級での話し合いの要点をまとめる機能

話し合いの場面を切り替える機能

「例えば」→ 自分の主張をより強化するための機能

自分の意見を授業の流れに位置づける機能

他者の意見を自分なりに解釈して補足するための機能

それまでに学習した事柄との関連性を述べる機能

特殊な場合や具体例を示すための機能

「つまり」→ 授業の流れに収束を与えるための機能

問題を解いてきた私自身を振り返り、その振り返りから感じたことを述べる機能

他者同士の議論を聞いていて、その議論に対して自分の解釈を述べるための機能

板書しながら意見を発表するための機能

自分の主張あるいは賛同する主張をより強化するための機能

こうした「語り始めの言葉として特徴的な接続詞を用いること」が、学習者の思考の流れを自然な形で数学的なものに移行させていたといえる。藤枝市立青島小学校の多くの授業では、意見を発表す

る際に「ねえ、聞いて」という声があちこちから生じ、学習者相互で自分の意見を発表する出番を決めている。学習者が挙手し、それに対して教師が次々と指名をしていくというスタイルをとらない。その授業形態が「ねえ、聞いて」の意味を多様なものにさせている。さらに、「ねえ、聞いて」が子どもたちの発言のきっかけであり、話し合いの方向性を変える可能性をもった言葉となる。

村田教諭による方向性のある発話、特徴的な学習者の分析に基づく非言語的な活動、意図のある言葉や図を板書することなど、村田教諭の授業の中で行った諸活動も「変容を受けて維持すること」や「子どもたちの徴候をつかみ、助走を十分にとること」にうまく機能していた。例えば、核となる言葉を取り上げ強調したり、核となる学習者の発言を繰り返すことが行われる。この授業では「核となる言葉」として、9つの数の和を求めるため様々な観方を生む「かたまり」という言葉が重視されていた。学習者が「かたまり」に対して抱いた解釈は多様であり、その多様さを授業の中で明らかにしていくことにより、9つの数の和を工夫して求めたり、9つの数の配列のされ方（カレンダーの仕組み）に議論が移行していくことになる。

#### 〈村田教諭の授業でみられた多様な「かたまり」の解釈〉

- 10のかたまりと解釈した学習者→和が10となる2つの数への着目
- 20のかたまりと解釈した学習者→和が20となる2つの数、さらに3つの数への着目
- 縦の数のかたまりと解釈とした学習者→縦に並ぶ3つの数の和同士の関係に着目
- 1のある数のかたまり → 十の位に1がある数のかたまりに着目  
基準となる数からの差が1である数どうしに着目  
基準となる縦の列からの差が1どうしとなる数に着目

特に、この授業では「1のある数のかたまり」に議論の焦点があたり、最終的には「9つの数の和は中央の数の9倍になる」という平均の考えが導かれていく。

この「かたまり」という言葉は、この授業の文脈の中でこそ、学習者相互に正確に判断される。また、「かたまり」という象徴的な言葉が使われることにより、学習者同士でイメージ豊かに議論をすることが可能になる。

1	2	3
8	9	10
15	16	17

村田教諭の授業に代表される「核となる言葉」と「語り始めの言葉として使われる接続詞」との関係、およびそれらの言葉の強調が一斉授業において、学習者に与える正の効果などを実証的に明らかにしていく必要がある。詳細な分析は今後への課題であるが、分析の手法としてKieranやSfard (2001) が述べる「議論的な観点から談話を分析すること」を挙げたい。

この「議論的な観点から談話を分析すること」は、次のような分析手法である。

#### 【議論的な観点から談話を分析すること】

KieranとSfard (2001) は、談話を「具体的な対話の中にみられ、通時的あるいは共時的であり、他者あるいは自分自身との間で行われ、主として口語的あるいは他の記号システムを用いて行われるもの」と述べる。また、他者との相互作用を通して個人の思考が引き出され、その個人の思考をもとに個人の記号システムが創られると考える。この考えは、ヴィゴツキー学派の主張を踏まえた議論的な観点 (discursive perspective) であり、この観点をもとにして学習者同士の間の談話を分析していく。その方法として、2人の間で行われた代数の問題解決での「一連の談話」を分類し、談話間の関係



を矢印で図式化して考察を行う。談話の分類は、リアクティブ（反動的）なものとはプロアクティブ（誘発的）なものである。ある談話に引き続いて生じる談話は反動的なものとして、幾つかの談話の源となる談話は誘発的なものとして、矢印の向きで表現される。また、個人内の経路と他者との相互の経路を分け、実線の矢印、点線の矢印で談話相互の関係を表現している。

問題の解決に対し、相互に協力的で生産的なペアでは、談話が連鎖し、徐々に客観的・数学的な談話に変わっている。これに対して、相互的・生産的でないペアでは、省略した語を用いた談話、無言の状況の出現、双方の意図の異なる談話の連鎖などがみられる。また、1人になったとき、前者のペアに属した方が反省的な思考をする傾向が強い。

談話分析を行う背景の理論、一連の談話の関わり方や特徴を一目でみれる図式、相互生産的な状況と相互生産的でない状況との比較などが、KieranやSfardの言明に詳しく述べられる。

KieranやSfardの言明と比較対照しながら、村田教諭の授業に代表される「核となる言葉を授業で強調することの学習効果」「語り始めの言葉として特徴的な接続詞を多用することの学習効果」などを、今後探っていきたい。

「対象→方法→主体」の学びの深まり、そして「ある観点から対象を捉えている私」を意識し、学習者に価値の追求を深めさせていく学習形態の一つとして、静岡大学附属静岡中学校の土屋教諭による「数学学習のための変形V図」を活用した授業実践を挙げたい。（岡本・土屋, 1996, 1997, 及び土屋による平成14年度の研究協議会での授業実践）

土屋による一連の授業では、学習者が学習の節目ごとに「学び方図」（変形V図に基づく学び方図）に、明らかにしてきたこと、明らかにしたいこと、さらに調べたいことや疑問などが書かれる。さらに、「私にとっての学習の意味や意義」に関わることも記述する。例えば、「数学って何だろう」に関わる学習者個々の記述であり、教師との書簡のやりとりを踏まえた上での「数学って何だろう」の記述である。学習者と同様に、教師もある単元の授業を構想する際に、その単元の背景にある数学観、価値主張、焦点疑問などを最上段におくV図を作成する。そして、単元全体を教師の数学観や価値観に基づき、テーマ性のあるストーリー豊かなものに再構築していく。これは、まさに特殊的なものとしての「範例」を見出すための「一般的なもの」を、教師が強く意識していることに他ならない。さらに、教材のほれなおしと称して、私の題材観や指導観をつくる。この行為は、「歴史的に問うことを通して、子どもたちの徴候を掴む力量をつけること」といえる。

現在、土屋との共同研究を通して、一連の実践のもたらす効果を実証的に明らかにしようとしている。その考察は、稿を改めて論じたい。

## 7. おわりに

本稿では、範例的教授・学習における価値の追求とそのための教師の役割に関して、ヴァーゲンシャインに関する先行研究から述べてきた。先行研究の考察から得られることは、「対象→方法→主体」のプロセスを経る学習の深まりでは、「ある観方から対象を捉えている私」「観方の限界性を感じること」「私にとっての意味を考へること」といったアスペクト性を意識すること、学びの中で私を意識することが必要であるといえる。この捉え方を支える考えは、クラフキの二面的開示の考えであり、さらにフレーベルの回帰思考に代表される「内と外との観点変換による弁証法的な止揚」である。

こうした価値追求のために、教師には前科学的（前数学的）思考や母語からの思考を大切に「変

容を受けて維持すること」、核となる現象との連続性を大切に「根付きの重視」、感動や驚きのあ  
る疑問の提示や結果を得ることによる「感性的契機の重視」、学習者の思考の徴候をつかみ、学習者か  
らの自然な問いを掘んで授業に活かすことができる「歴史に問うことによる教材研究と、それに伴う  
子どもたちの徴候を掘む力量をつけること」などの教師の役割がある。

これらの視座から数学授業への活用を考えたとき、歴史・数学に問うことによる教材研究の必要性、  
範例を抽出する一般的なものの意識化などと共に、算数授業に特徴的にみられる「語り始めの言葉と  
して特徴的な接続詞を用いること」や「核となる言葉を授業の中で位置づけること」、変形V図を用い  
た数学授業の実践にみられる「ある観方から対象を捉えている私」の意識づけなどが参考になる。

今後の課題は、次の通りである。

- ① ヴァーゲンシャインらにみられる「発生的」な概念の強調が、関連する諸理論とどのような関係  
があるのかを解明すること。例えば、桂(1999)はデューイの発生的方法との関連性を考察し、  
その理論の芸術系の授業への活用を模索している。また、平林(1987)はピアジェの理論と最近  
の数学教育思想との関連性を、岡田(1994)はガッテニョーの思想に影響を与えた理論と現代的  
な意味に関して考察を行っている。こうした先行研究を踏まえながら、最近の活動理論との関連  
も視野に入れて、さらなる考察を行う必要がある。
- ② 数学授業への活用で挙げた、村田教諭の実践、土屋教諭の実践の教育効果や意味に関して実証的  
に明らかにする必要がある。また、教材研究の視座においては、私が筑波大学附属中学校で行っ  
てきた授業実践を体系的に整理する必要がある。
- ③ 範例的教授・学習理論を支える教育哲学の考察から、数学教育に何が得られるかを検討する必要  
がある。

【付記】本研究は、平成14～16年度 科学研究補助金 若手研究B「範例的教授・学習理論に基づく数  
学授業の教授と数学的活動に関する研究」(課題番号 14780098)の交付を受けて行われた研究成果の  
一部である。

#### 【引用・参考文献】

- 三枝孝弘(1965)。「範例方式による授業の改造」, 明治図書  
 平林一栄(1987)。「数学教育の活動主義的展開」, 東洋館出版社  
 小高俊夫編(1998)。「図形・空間のカリキュラム改革へ向けて」, 東洋館出版社  
 小高俊夫(1992)。「算数・数学に認知科学は役立つか」, 東洋館出版社  
 小高俊夫・岡本光司編(1982)。「中学校数学の学習課題」, 東洋館出版社  
 岡本光司(2001)。「算数・数学教育研究と私」,  
 (特に、東京教育大附属中学校における「範例統合方式による数学授業」に関する記述)  
 大高 泉(1999)。「ドイツ科学教育史」, 協同出版  
 大高 泉(1986)。「自然科学の陶冶価値の認識構造分析 - M・ヴァーゲンシャインの物理教育論の場  
 合-」, pp. 63~85, 教育方法学研究 第6集, 教育方法研究会  
 大高 泉(1989)。「M・ヴァーゲンシャインの科学教授論における「発生的」の概念とその変容」,  
 pp. 109~127, 教育方法学研究 第8集, 教育方法研究会  
 大高 泉(1991)。「M・ヴァーゲンシャインの科学教授論における発生的教授過程の特質」,  
 pp. 37~59, 教育方法学研究 第9集, 教育方法研究会

- 大高 泉(1996).「M・ヴァーゲンシャインの科学教授論における範例的原理とその構造」,  
pp. 53~69. 教育方法学研究 第12集, 教育方法研究会
- 長谷川 栄(1966).「ヴィルマン教授学の社会的観点」. 教育方法学研究 第1集,  
pp. 21~45, 東京教育大学教育方法談話会
- 長谷川 栄(1969).「範例教授・学習と形式陶冶」. 教育方法学研究 第3集,  
pp. 26~41, 教育方法研究会
- 長谷川 栄(1983).「ヴィルマンの「発生的方法」の教授学的意義」, 教育方法学研究 第6集,  
pp. 115~133, 教育方法研究会
- 長谷川 栄(1989).「ヴィルマンの教師養成の実践と思想」, 教育方法学研究 第8集,  
pp. 17~42, 教育方法研究会
- 長谷川 栄(1981).「授業準備論(その1)」, 筑波大学教育学系論集 第6巻,  
pp. 39~51, 筑波大学教育学系
- 長谷川 栄(1982).「授業準備論(その2)」, 筑波大学教育学系論集 第7巻,  
pp. 51~63, 筑波大学教育学系
- ヴィルマン著・長谷川栄訳(1973).「陶冶論としての教授学」, 明治図書
- 渡辺光雄(1994).「クラフキの「二面的開示」に関する研究」, 剋草書房
- 渡邊光雄(1989).「フレーベルの「内と外の関係」における「二面的開示」について」, 教育方法学研究  
第8集, pp. 43~64, 教育方法研究会
- 渡邊光雄(1991).「「二面的開示」のための授業準備にみられる「回帰」思考」, 教育方法学研究  
第9集, pp. 115~131, 教育方法研究会
- 細谷俊夫他編(1990).「新教育学大辞典 第2巻」, pp. 318~320, 田浦武雄執筆分(「教育的価値」に  
関する著述)
- 富田竹三郎(1989).「教材(教授内容)思想の動き(遺稿)」, 教育方法学研究 第8集, pp. 207~220  
教育方法研究会
- Carolyn Kieran, Ellice Forman, Anna Sfard, editors (2001).  
Bridging the Individual and the Social: Discursive Approaches to Research in  
Mathematics Education, Volume 46 No.1 - 3, Kluwer Academic Publishers,  
pp. 13 - 57, pp. 187 - 228, etc.
- 岡本光司・土屋史人(1996).「算数・数学の授業における有意味学習の構成と実際 - ノバックの概念  
地図法の活用 -」, 静岡大学教育学部研究報告(教科教育学篇)第28号,  
pp. 75~98, 静岡大学教育学部
- 岡本光司・土屋史人(1997).「概念地図」を活用した数学学習における生徒の意識と理解の変容」,  
静岡大学教育学部研究報告(教科教育学篇)第29号, pp. 15~34, 静岡大学教育学部
- 桂 直美(1999).「カリキュラム構成法としての「発生的方法」 - デューイの発生論的方法からの示唆  
-」. 教育方法学研究 第13集, pp. 17~32, 教育方法研究会
- 岡田ネ章雄(1994).「Gattegnoの教育思想の研究(I) - 人間観と数学教育の目標 -」, 日本数学教育  
学会誌, 数学教育学論究 Vol. 62・63, pp. 3~25
- 駒野 誠(1997).「整関数のグラフの構造 - 関数のカリキュラム改革に関する一考察 -」, 第30回  
数学教育論文発表会論文集 pp. 499~504, 日本数学教育学会