

## 二面的開示の視点からみた数学教授と教授過程の内省に関する研究

Research about Reflection on Mathematics Teaching and Teaching Process  
from the viewpoint of Dual Indication

両角達男

Tatsuo Morozumi

(平成15年10月1日受理)

### 1. 「問うこと」について

「人間とは問う存在である」というボルノー(1997)の言明に代表されるように、我々は問うことを通して様々な事柄に気づき、深く思考していく。さらに、問う過程の中で他者との差異性や異質性を意識することにより「それまでの自己にはない新たな観方で物事を捉えようとする」「自己をみつめるきっかけを生むこと」「変容した自己を認識すること」が行われる。すなわち、問うことを通して「自分の言動、思想、意識などの内面を深く省みる」という内省する活動が促されていく。(両角, 2003)

ボルノーは「問い」について、私への問いへの答えが私に一定の情報を与えてくれる「インフォメーションの問い」と人間にとってこれまで自明的であったことが疑わしくなったときに成立する「内省の問い」の2種類があると述べ、「内省の問い」と他者の意識に基づく対話の重要性を述べる。さらにボルノーは「人間は世界に開いた存在として問うことができ、また自分の問いに答えることによって自分の世界を広げることができる」と述べ、問いにより主観から客観へ、客観から主観へ双方向に開示されることを主張する。ボルノーに代表される教育人間学では、陶冶活動に向けて「問うこと」を非常に重視している。

一方、数学教育学においても「問うこと」は非常に重要な要素である。岡本(2001)は、次の教育観のパラダイム変換に基づく生徒が数学する数学授業、有意味学習論に基づく数学授業を提唱している。

その教育観とは、次の言明で表される事柄である。

「生徒のあり方:「問われる生徒」から「問う」生徒へ

教師のあり方:「教える教師」から「学ぶ」教師へ

授業のあり方:「管理」から「保障」へ

「正しい」解決から「価値ある」解決と創造へ」

「問う」生徒、「学ぶ」教師など、岡本の提唱するパラダイムの基軸には「問うこと」の重視がある。生徒が数学する数学授業は「学習内容の概観、自分の「問い」をもつこと、「問い」を追求すること、新たな「問い」をもつこと」の4つの段階を経る。一連の授業の場を設定する際の教師の教材研究では、教師が自ら「問い」を持ち、新たな題材観や授業に対する価値観をつくることが要求される。また、生徒の学習においても「問い」を軸に授業が展開されていく。教師、生徒双方に「問い」の意識

を高くもつ授業形態といえる。

岡本の提唱する教育観を実践に移すためには、十分な教材研究や題材観、当初予想されない「問い」に対する姿勢、共に学び新たなものを追求していく姿勢など、教師に高い力量が要請される。教師に対する負担度は大きい、生徒が数学する数学授業がうまく機能すると、確実に型にはまった授業から、躍動感あふれる授業が形成できる。

現在、浜松市立村櫛小学校では、「躍動する算数学習」というテーマのもと、「問うこと」を非常に重視した実証的研究を進めている。例えば、村櫛小における最近の算数の授業運営は、学年進行による発達を加味した3段階のねらいを踏まえ、「子どもの問いを生み、子どもの問いを活かした算数授業」を重視する。(2003)

#### 【村櫛小学校の算数授業でのねらい】

低学年：自分がやってみたいことや不思議に思ったこと、知りたいことをみつけることができる。

中学年：みんなのやってみたいことや不思議に思ったこと、知りたいことを仲間分けする。

高学年：みんなの学習したいことを仲間分けしたものを基に、順序を決めて学習の計画を立てる。

村櫛小学校は54年間に渡って、算数研究を継続的に行っているところである。歴史的に培ってきた「対話を通して互いの考えを練りあい、追求すること」「学習を支える環境として多様な状況を創り出すこと」などの研究と関連しあい、興味深い算数授業、そして意欲的な研究が行われている。

一方、Jaworski, et al (2003)は、問いを起点とした社会数学的活動が生徒の数学学習において本質的であること、数学教師にとって教育実践を内省すること、内省をするために同僚と対話をしたり問うこと、内省をより深めるために異質な他者、特に指導的教師と対話すること、などの必要性を指摘する。Jaworski, et alの言明には、学びの入り口、教育実践の内省や諸判断における「問うこと」の重要性が主張されている。また、「問うこと」に関連して、教師の自律性、教師の同僚性について言及する。前者は、「問うこと」に対し、それぞれの解釈や判断ができる自由度の保障である。後者は、「問うこと」に対する質、「問い」に対する解釈の質を高めることへの要請である。

「問うこと」により、生徒、教師それぞれが、客観的な事柄に関わる理解や洞察を深めるだけでなく、客観的な事柄に即して私自身の内省が促されるといえる。本稿では、「問うこと」を契機にした教師の数学教授と教授過程の内省について、論じていく。

## 2. 研究の目的と内容

本研究の目的は、内省の過程として二面的開示を捉え、数学教授と教授過程の内省において二面的開示の考えが反映できること、を示すことである。そこで、次の3つのステップにより、「数学教授と教授過程の内省」と「二面的開示の考え」との融合を論じる方法をとる。1つ目は、内省の過程として二面的開示を捉え、二面的開示の機能および二面的開示を促進する問いを明らかにすることである。2つ目は、数学教師の力量形成の視点から語られる「数学教師による数学教授と教授過程の内省に関する最新の先行研究」に着目し、その概要を明らかにすることである。3つ目は、数学教授と教授過程の内省に関する先行研究と二面的開示の考えとの融合を、「二面的開示を促進する問い」を踏まえて考察することである。

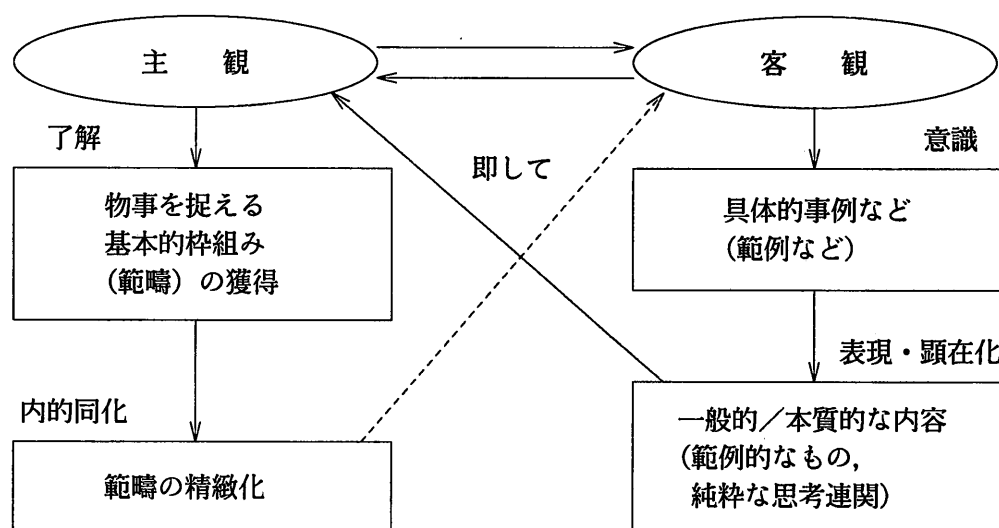
二面的開示に関わる先行研究として、クラブキらに焦点をあて継続的に研究を進める渡邊の論稿、理論と実践との統合、教師－指導的教師の対話的/有機的な体制の重要性を主張するRuthven, Jaworski, Zaslavsky, et alの論稿に着目する。

### 3. 二面的開示の考え

二面的開示とは、クラフキによって提唱されたものであり「主観と客観との相互作用により行われ、客観の側では一般的な内容・本質的な内容が明らかになることであり、それに即して主観の側では一般的な洞察・経験、即ち様々な内容を獲得するための範疇を身につけること」(渡邊,1994)、「陶冶とは、これを客観的側面からみれば、現実のさまざまな内容を解明するためのかぎ、つまり、範疇となる一般的・基本的内容が明らかになることである。これを主観的側面からみれば、一般的・基本的な洞察、体験、経験、つまり、さまざまな内容を獲得するための範疇を身につけることである。」(高久,1968)である。

クラフキに関する継続的な研究をしている渡邊の様々な論稿をもとに解釈すれば、二面的な開示とは次のような図式で表せるものといえる。

[主観と客観の軸を行き来する二面的開示の解釈]



クラフキは二面的開示の事例として、実際に実験可能な状態から理想化された状態を思考していく「月とその運動」の思考実験の学習例を挙げる。

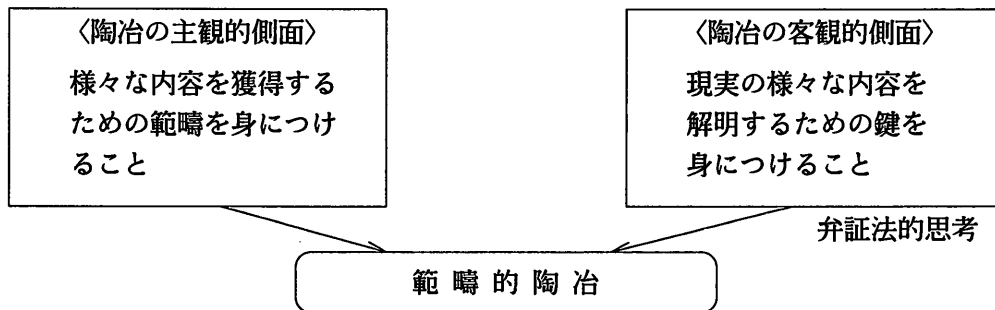
「月とその運動」の学習の起点となるのは「大気圏を突き抜ける高い山の頂から石を強く投げたらどうなるだろうか」という問いである。この問いに対して、一定の初速度に対して石は地球の内部に落ちることがなく、地球の周りを一回転し、円軌道を描いていくという「慣性の法則」に関わる学習が行われるという。渡邊によれば、「大気圏から突き抜ける高い山の頂から石を投げる」という場には、単純な例で純粋な思考を扱っていること(古典性)、子どもにとってのイメージのしやすさや論理上のつながりが期待できること(客観性)が、一般的な内容としてコーティングされているという。さらに、客観性や純粋な思考に刺激される形で、その思考方法などが物事を捉える上で役に立つこと(機能性)や類似した事象における方法(方法性)を身につけさせるといえる。

主観から客観にある「範例」に働きかけ、その範例に関わる「範例的なもの」を意識・顕在化することを通して、前述のような古典性や客観性を知る。その範例的なものに即して、主観の側では機能性や方法性など、物事を捉える基本的な枠組み(範疇)を獲得したといえる。

この過程は「意識→表現・顕在化→了解→内的同化」のサイクルで表現することができる。

ここで了解とは「客観における一般的／本質的な内容を、主観の体験、自己移入、追体験など主観との兼ね合いを踏まえて捉えようとするプロセス」である。了解が進み、主観の側で物事を捉える基本的な枠組み、そのものへの思考が行われることを内的同化とする。

クラフキによる二面的開示の考えは、次の図式のように陶冶の主観的側面（形式陶冶）と陶冶の客観的側面（実質陶冶）を止揚した範疇的陶冶の考えが基調にある。



#### 4. 二面的開示を促す問い

クラフキの提唱した二面的開示は、主観から範例に働きかける「主観→客観」という動き、そして明らかになってきた範例的なものに即して「客観→主観」という動き、双方の動きが生じ思考が深まることである。この二面的開示の考えは、範例的教授・学習論を支える重要な考えである。大高(1999)は、ヴァーゲンシャインの論稿にみられるアスペクトキャラクター（アスペクト性の見解）などについて詳細な検討を行っている。アスペクト性の見解は、次のように二面的開示の考えを反映している。

〔主観→客観〕 物理学の観方により、自然の様相（断面）を知る。そのことにより、私にとってのそれまでの自然の観方が変わること。

〔客観→主観〕 「ある観方から自然や対象を捉えている私」を意識すること。

ある観方に限定されている私を意識することにより、より多様な観方で捉えることの必要性を感じる。さらに、限定されて捉えていた私の狭さを意識し、自然に対する畏敬の念を抱くこと。

主観から客観へ、客観から再び主観へ、という連続的な動きにより、内面を捉えていくことは内省の過程そのものといえる。

では、「意識→表現・顕在化→了解→内定同化」の過程を促進するものは何か。

次の①～③の問いが、このサイクルを促進するものではなからうか。

- ① □って何だろうか？  
 ② □を知っていると、どんないいことがあるのだろうか？  
 ③ □を学ぶことが、私に何を語りかけてくれるのだろうか？

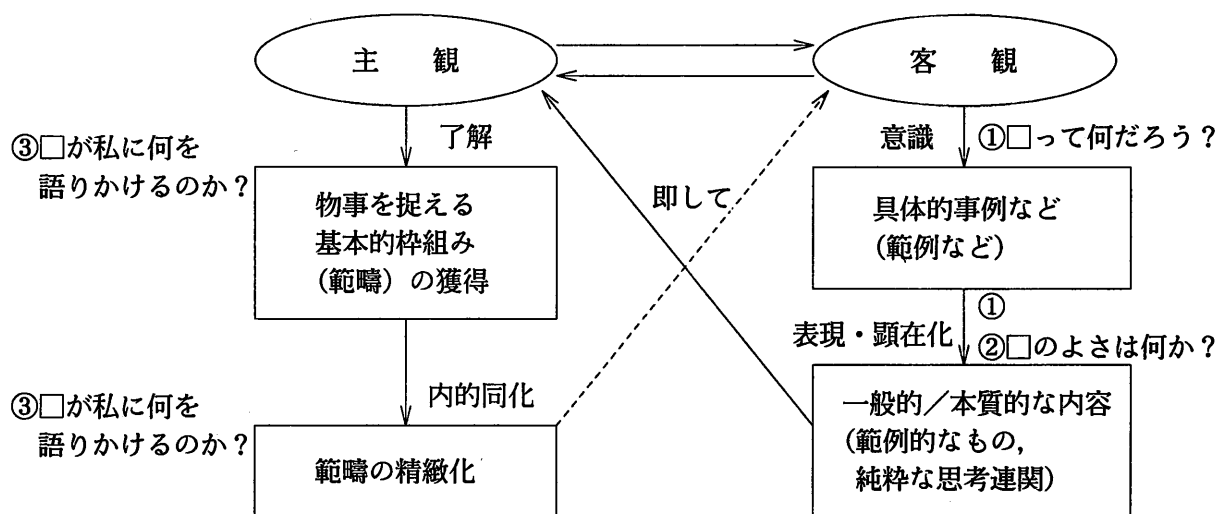
例えば、「15° という角」を□として考えてみる。

「① 15° という角って何だろうか？」の問いに対しては、「三角定規の先端よりもずっと小さな角」「なだらかなスロープの傾き」「時計の時刻を示す数字と数字の間の角」「分度器を使って測り、示すことのできる大きさ」など多様な答えが出てこよう。15° という角に関するイメージや概念が、語る側の学習経験や関心事などをもとに、多様な言葉で表現されてくる。①により生じるのが、15° という角の「意識」および「表現・顕在化」である。

続いて「②15° という角を知っていると、どんないいことがあるだろうか？」というよきに関わる問いに対しては、「15° は、1組の三角定規を、辺が共有するように組み合わせることができる角である。また、1組の三角定規を、辺が共有するように組み合わせることができる角は、すべて15° の倍数である。」「三角定規の角はすべて15° の倍数である。図形の中でよく使われる角は、15° が基になっているのではないだろうか。例えば、1時間を15° の回転移動とみれば、15° は一つの「単位」とみることができる。」「正三角形や二等辺三角形に補助線をひくと、15° の角が出てくる場合がある。加法定理の意味を典型的な図を伴って学習するときに、15° に関わる図を用いる。15° の角の場合に着目すると、興味深い図形の性質が出てくるのではないだろうか。」など、多様な答えが出てこよう。こうしたよさを表現していくことを通し、「表現・顕在化」や私のこととして対象を捉えようとする、「了解」の段階に至る。

②の問いを踏まえ、了解としての思考をより深める問いが「③15° の角を学ぶことが、私に何を語りかけてくれるのだろうか？」である。例えば、1組の三角定規の組み合わせを強く意識したならば、三角定規のもたらす神秘性、不思議さ、美しさ、さらに15° を基準に捉えた角の世界のおもしろさなどが答えとして出る。そして、15° という角をきっかけに、改めて「角とは何か?」「角を知ることのよさとは何か?」という問いが生じるかもしれない。

[二面的開示を促す問い]



3つの問いにより、「主観から客観へ：①→範例に関する意識や概念を高めていくこと→①, ②→範例的なものを表現すること, 一般的/本質的な内容を顕在化していくこと→客観から主観へ：②, ③→私にとっての意識の高まりと了解→③→私の変容を知ること→改めて①→…」と、二面的開示が促されていく。

実際に行われた授業の流れを通して、①～③の問いが二面的開示を促すことを示したい。

例えば、今年の5～6月に静岡大学教育学部附属浜松小学校の鈴木教諭によって行われた円（小学4年）に関する一連の授業では、次のような系列で実践されていた。

まず、鈴木教諭による授業では「丸尻って何だろう?」という問いが起点となり、丸尻についての感覚、既存の知識、実際の丸尻から得られる直観、それらに基づく丸尻の概念づくりが行われる。そ

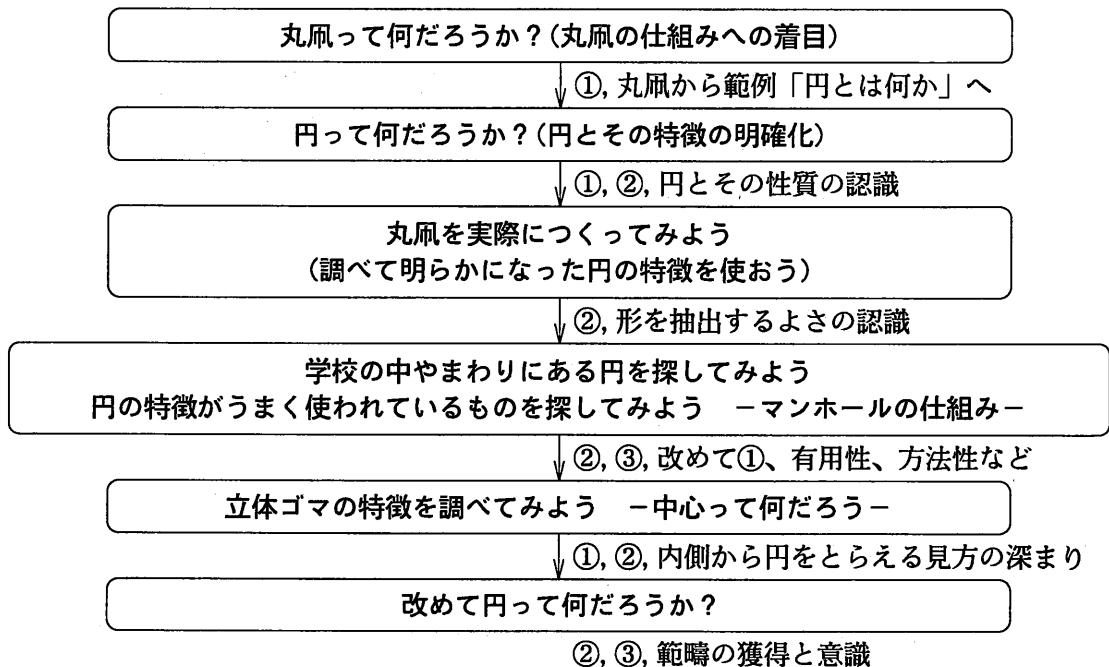
して、丸尻から形を抽出して得られる円に焦点があたり、「円って何だろう？」という範例が主たる話題となっていった。

「円って何だろうか？」の問いに対しては、外側から直感的に円を捉えようとする見方、内側から円を捉えようとする見方、対角線など当初みえない要素を意識して円を捉える見方、内側と外側との捉えの関わりを意識した見方により、円を物語る言明が多様に出る。

例えば、外側から円を捉える見方として、上下左右同じようにみえる図形、ボールなどをスパッと切ったときにできる図形、直角などがった部分のない図形、直線で囲まれていない図形などが挙げられる。内側から円を捉える見方としては、ひごの一方を固定してぐるぐるっと回すことによりみえる図形、同じ長さの何本かのひごを1ヶ所で次々とたばねることによりできる図形、中心を通る直線でどのように折り返してもびったり重なる図形、ある点から等距離にある点の集まりとして描ける図形などである。

感覚的なまんまるではなく、円とは何かを知り、円のかき方を知った上で「丸尻の設計図を書くことができ、実際に丸尻が作れる」という体験をすること。これは、②の問いに関わることといえる。さらに、「丸尻をつくる際にどのように竹ひごを等間隔に置くか、何本の竹ひごならばよいか」など、機能や方法に関する問いも生じている。こうした問いは、改めて円とは何か、直径とは何でありどのような機能があるのか、等間隔を長さで語るか角度で語るか、などの学習に発展され、各自の丸尻づくりの切迫感と共に了解の状況に至っているといえよう。また、授業の中では、マンホールや立体ゴマなど、円や円の中心にさらに注目させる話題が展開される。マンホールが円形であることの不思議さと下に落ちることがないという機能性や安定性、物事には中心があることによる調和や美しさ、転じて物事の判断において、円やその特徴を捉えるような思考方法が可能なのかという観方など、③の問いに関わる議論がなされている。この一連の円の授業を通し、調和、安定、美しさ、不思議さなどに関わる範疇が形成されていく。

#### [鈴木教諭による一連の円の授業]



## 5. 「理論と実践との統合」と「教師－指導的教師の対話的／有機的な体制づくり」に関する

### 先行研究と二面的開示の考えとの融合に向けて

数学教師としての専門的な力量を形成し、その力量を高めるためにはどうすればよいか、という研究が最近多く行われるようになってきている。例えば、Journal of Mathematics Teacher Education, Second International Handbook of Mathematics Education(2003), Handbook of International Reserch in Mathematics Education(2002) などでは、数学教師としての専門的な力量形成に関わる論稿が多い。これは、International Handbook of Mathematics Education(1996)の頃には強くみられなかった傾向である。TIMSSなどの国際比較調査、TIMSS Video Studyなどの研究動向、Teaching Gapなどをきっかけにした授業研究(Lesson Study)への国際的な関心の高まりなど、昨今の数学教育を取り巻く環境が背景にあるのではなかろうか。

数学教師としての専門的な力量形成に関わる論稿より、ここではRuthvenによる「理論と実践との統合」、Jaworski, et al, およびZaslavsky, et alによる「教師－指導的教師の対話的／有機的な体制づくり」の先行研究に着目する。その理由は、次の通りである。

- 「理論と実践との統合」においては、日々の教育実践の意味や意義を、関連する理論と比較対照することが行われる。また、日々の実践に刺激される形で理論構築をしたり、理論に基づいて新たな実践が模索されていく。この過程では、教師が私の行っていることの意味や意義を内省し、さらに効果的な教授活動を目指すことが期待される。
- 「教師－指導的教師の対話的／有機的な体制づくり」では、他者の存在に刺激される形で日々の教育実践を内省する活動が行われる。特に、同僚としての教師だけではなく、異質な観方をもつ指導的教師との対話を通して、さらなる教授活動に向けた内省の機会を得ることができる。

いずれの先行研究においても、数学教師が教育実践を内省し、より質の高い教育実践を行うことが目指されている。さらに、「理論と実践との統合」「教師－指導的教師の対話的／有機的な体制づくり」の双方に、二面的開示の考えが包摂されていると捉えた。

そこで、双方の先行研究を概観し、二面的開示の考えとの融合を検討していくこととする。

### 6-1. Ruthvenにみられる「理論と実践との統合」

理論から得られる知識と教育実践そのものとの隔たり、数学教育研究者と数学教師との距離感等々、理論と実践とのギャップを指摘する声は少なくない。Ruthven(2002)は、最近のICMI関連の研究の中で、理論と実践との隔たりに関する論稿の多さを指摘し、理論と実践との統合に向けた研究の必要性を主張する。例えば、最近のICMI関連の研究にみられる「理論と実践との隔たり」の意見として、次のことが挙げられている。

- 研究者が数学教育研究を行う上で感じる困難性は、研究から得られた知識と教育実践との関連に関わることである。数学教育研究および研究者は、理論知の再構築のため、実践者のもつ知識、観方、仕事、活動状況などについて、より実践者の視点から知ることが必要である。
- 教育目標、教育意図、教育方法、基準などについて、研究者は実践者ともっと議論し、対話すべきである。そうしなければ、研究が本質的な意味で、数学教育の実践に何の影響を与えていないことになってしまう。
- 数学教育研究は、本質的には、社会的にも文化的な面にも地域や共同体の影響を強く受けた、それぞれの地域の教育実践が対象になったものである。数学教育の国際化が進むことにより、それぞれの地域での語られ方を越えたところで議論がなされている。ある尺度で国際比較研究を進め

ていくことは、それぞれの地域での教育実践の特徴の幾つかを捨象することともいえる。国際化の視点で研究を進めることにより、地域ごとの教育実践や実践知に関わる点が軽視されてきているといえないだろうか。地域ごとの教育実践や実践知に関わることの中に、数学教育研究をより進めていく上での大切な萌芽がある。その萌芽を大事にすることは、数学教育の国際化に新たな視点を与える。

- データを収集し、そのデータを分析していくことは、研究者内でのねりあいになる可能性があり、教育実践と乖離してしまう場合がある。
- 子どもの数学学習に対する研究者と教師の捉えには、顕著な違いがある。研究者は、数学学習の過程の中で、どのように心的なものが動いているか、さらにどのような困難性を持っているかという点に強い関心がある。子どもの数学学習における認知的な側面であり、困難性の同定である。これに対して、教師は子どもの心的なものをいかに望ましい方向に変容させるか、困難を乗り越え、いかに成功体験を経験させるかという点に強い関心がある。研究者と教師の間には、そのときのありのままの状態を克明に分析しようとする捉え（現実志向）と、子どもをどのように指導していくかという捉え（未来志向）がある。

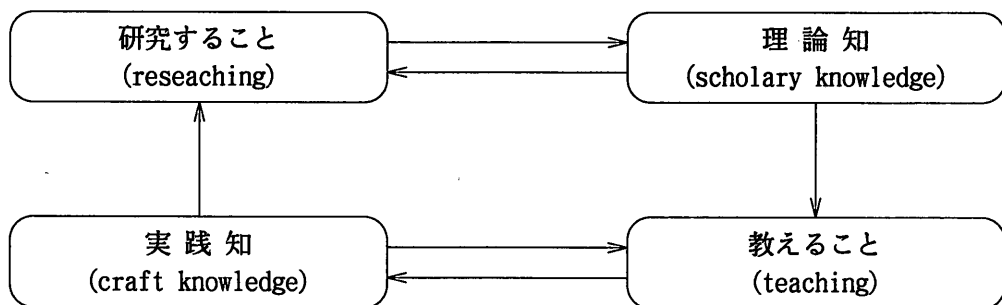
研究者、教師双方の捉え方をもっと交流させていく必要があるのではないか。

特に、大学に基盤をおく研究者は、学校に基盤をおく教師と「より等しくなる」観方や方法に気づくべきであり、そうした観方や方法が何であるのかを探る必要がある。

- 研究者と教師が、相互交流を活発に行い、協同で教育および研究のプログラムをつくっていくことは、双方の異なる観方を乗り越える上で非常に有効である。教師としての役割、観察者としての役割をもって、教師と協働していくことにより、それまでにはない新たな洞察を見いだすことができる。

Ruthvenは、「理論と実践との隔たり」からの脱却、教えることと研究することとの一層の調和、ある教育実践をもとにさらなる実践へとつながる対話的な知識の形成を目指し、次のような「理論知と実践知の対話的な循環図」を提唱する。

[理論知と実践知との対話的な循環図]



(Ruthven (2002), pp. 595)

Ruthvenによれば、この図式は次のように循環していくという。

「循環の中の、ある段階で、理論知は教えることに関連づけられたり（再び関連づけられたり）、実践知の構築（再構築）を刺激したりする。次の段階では、実践知により研究することが刺激され、研究することを通して実践知が明確なものになり、成文化することができる。双方の段階で、対話が理論



知や実践知などの知識をより洗練させたり、定式化をうながす。理論知から引き出されたもののみが、実践知を形づくったり、その中身を組み替えることができる。同様に、実践知から引き出されたもののみが、理論知としての適切さや有益さを示すことができる。」(pp. 595)

「理論知、教えること、実践知、研究すること」の4つの軸のどこを起点にしても、循環していく様子がこの図式では描かれる。Ruthvenの言明にみられるように、「理論と実践との統合」に関わることは、図式の上側と下側とを結ぶ矢印に込められる。

さらに、この図式では双方向の矢印の部分がある。「研究すること／理論知」と「教えること／実践知」との関係を、「活動／知識」ととられれば双方向の矢印は次のように解釈できる。

[知識→活動] よりどころとなる知識から、実際に活動を行うこと

[活動→知識] 既に行った活動を内省することから、よりどころとなる知識の検討と再構築

知識から活動へ、活動から知識へ、という双方向の動きを活発に行わせたい、という強い意図を「対話的な」という語を多用するRuthvenの言明から感じる。

Ruthvenはこの図式を踏まえ、教師と研究者が協働すること、その協働体制をもって理論と実践との統合を図る必要性を強調する。特に、教育実践を通して経験的に培われてきている「実践知」を重視する。教師と研究者との協働により、教えることに関わる「実践知」を発展させること、教師が経験的に培っている「実践知」の中から、他の教師による実践にも生きる効果的な指導のあり方を見いだすこと、ひいては効果的な指導過程の枠組みやメカニズムを解明することを本質的なこととして挙げる。

## 6-2. 「理論と実践との対話的な循環図」と二面的開示の考えとの融合

Ruthvenの提唱した「理論と実践との対話的な循環図」に対して、客観として「教えること」「実践知」、主観として「研究すること」「理論知」を位置づけ、二面的開示の考えを反映させてみる。次ページの(a)～(d)のステップを踏んで行われる思考であり、図式に表すことができる。また、主観として「研究すること」と「理論知」を、客観として「教えること」「実践知」を位置づけた場合も、同じように解釈をしていくことができる。

### (a) 数学教師が自分自身の教育実践を客観視する段階

「私の行った教育実践って何だろうか?」「このような教授活動をしたけれど、具体的に何をしたのだろうか? 文章で表すとどう言えるのだろうか?」など、「□って何だろうか?」という問いを通して、活動を意識し、表現していく段階。

### (b) 客観視した教授活動を知識としてまとめる段階

「私の行った教育実践って何だろうか?」「その教育実践を行うことが、我々にどのようなよさがあるのだろうか?」など、「□を知っているとどんないいことがあるのだろうか?」というよさに関わる問いを通して、教授活動を知識として整理する段階。

### (c) 実践知の意味や意義や改めて考えていく段階

教育実践を行う上での目的や生徒の様相などを踏まえて、実践知の意味や意義を問う段階。「その教育実践を行うことが、私や生徒たちにどのようなよさがあったのだろうか?」という問いに加え、改めて「その教育実践って何だったのだろうか?」という「□って何だろうか?」という意味が問われることもある。

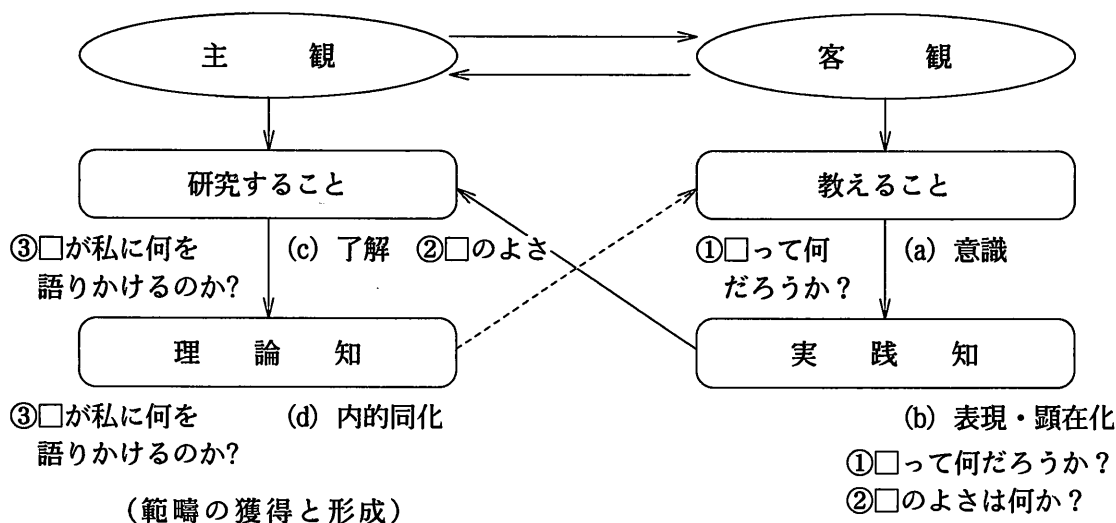
さらに、実践知を強く意識することを通し、「その実践知を知ることが、私に何を語りかけてくれるのだろうか？」という内省を深めることもある。

- (d) 私にとっての意味を深く考えることを通して、実践知の背景にある理論知を意識していく段階、さらに理論知を構築する段階

「その実践知を知ることが、私に何を語りかけてくれるのだろうか？」という問いに関わって、実践知を裏付けたり、実践知に関わる理論知を意識する段階。

さらに、実践に関わる理論を、私なりに構築していく段階。

[二面的開示の視点からみた「理論知と実践知との対話的な循環図」の解釈1]



上の図式のように、①～③の問いを踏まえ、教師自身が自分の教育実践を内省し、教育実践の質を高めるような活動を促すことができるのではないだろうか。

例えば、長野県内の公立小学校の教師は、①～③の問いをもとに教育実践を内省することに対し、次のような回答を寄せる。なお、①～③の□にあたる部分は、各自の関心のあることがらとし、自由記述としている。

[A 教諭の回答]

- ① 「算数・数学のおもしろさ」って何だろうか？

小3では算数がおもしろいと思う子どもが8～9割。「おもしろい」とは、「問題が解けるようになるのがうれしい」「知らなかったことがわかっておもしろい」「へえ～と思うことがある」など。中3で「おもしろい」と思う子どもは2割くらいだった。「はじめはわからなくても、考えていると今まで習ったことを使うことがわかってできる。それがおもしろい」と言った子どももいた。数学だけではなく「考えること」がおもしろくなっているのか？

- ② 「算数・数学のおもしろさ」を知っているとどんないいことがあるだろうか？

子どもたちが「算数がおもしろいね」と思って勉強できるような授業がしたいと思う。

算数・数学を学ぶおもしろさとは何だろう、と私も思います。知りたいです。

- ③ 「算数・数学のおもしろさ」を学ぶことが私に何を語りかけてくれるだろうか？

目指す方向がみえる。

## [B教諭の回答]

- ① 「小数」ってなんだろう？  
整数の間のはしたの量（大きさ）を表す数  
単位の大きさを10等分して、新しい単位をつくり、そのいくつ分で表す
- ② 「小数」を知っているとどんないいことがあるだろうか？  
どのような量も、大きさも表すことができる  
数が連続していることを表している（稠密性）
- ③ 「小数」を学ぶことが私に何を語りかけてくれるだろうか？  
昔の人々の生活の知恵を学ぶことができる

## [C教諭の回答]

- ① 「和音」ってなんだろう？  
高さの違う二つ以上の音が同時に響きあう時にきこえる音のこと。普通、三個の音が重なる三和音が典型である。3度、4度など、その響きにより、協和音と不協和音とに分けられる。  
基本形で使われることもあるが、転回形で使われることが多い。
- ② 「和音」を知っているとどんないいことがあるだろうか？  
ハモった時のこち良さ、ハーモニーの美しさを感じられ、何ともいえない気持ちになる。また、和音の移り変わりから、和声へと発展していきける。トニカ、サブドミナント、ドミナントかにより、今、音楽がどのような状態にあるのか（緊張感、開放、終止など）がわかる。調性もはっきりしてくる。古典およびロマン派の音楽に多い。
- ③ 「和音」を学ぶことが私に何を語りかけてくれるだろうか？  
その音楽の美しさを感じさせてくれ、曲の構成、曲の表現の仕方や聴き方を語りかけてくれる。歴史（その時代の音楽の特徴）から作曲者の働きかけの一部を感じ取れる。

回答の内容には個人差がみられるが、問いが①から③に移行するに従い、徐々にその教師の題材観、指導観、価値観が生じている。

例えば、B教諭の②に対する回答では、小数を知ることのよさとして「大きさの表現可能性」と「数の連続性」の2点を挙げている。このよさの指摘から、「小数を知ることによって、身の回りのものの大きさをより正確に伝えることができること」「小数を知ることによって、様々な大きさを表すことができること」「数には1よりも小さい数がたくさんあること」「小数を知ることによって、数直線にはたくさん数の数が並んでいること」などに価値をおいた、実践知が想定できる。

さらに、③に対する「昔の人々の生活の知恵を学ぶことができる」という回答を発展させれば、「昔の人々の発想から私は何を得ているのか」「生活の知恵としての小数として、私は何を実感として感じているのか」などの問いが生じてこよう。また、これらの問いをきっかけにして、小数を学ぶことの意味や意義を改めて考えることにつながるのではなかろうか。

また、D教諭は「いろいろな解き方」のよさとして、次のような回答をよせる。

## [D教諭の②の回答]

同じような問題に出会った時、それまで積んできた解法の引き出しをあけて一番早く解くことができます。子ども達に教えていると納得し、ストンと心におとせる子、納得しなくてもこういうものとして心におとせる子、いくら説明しても納得できない子、いろいろいるので、引き出しの数もそれぞれです。

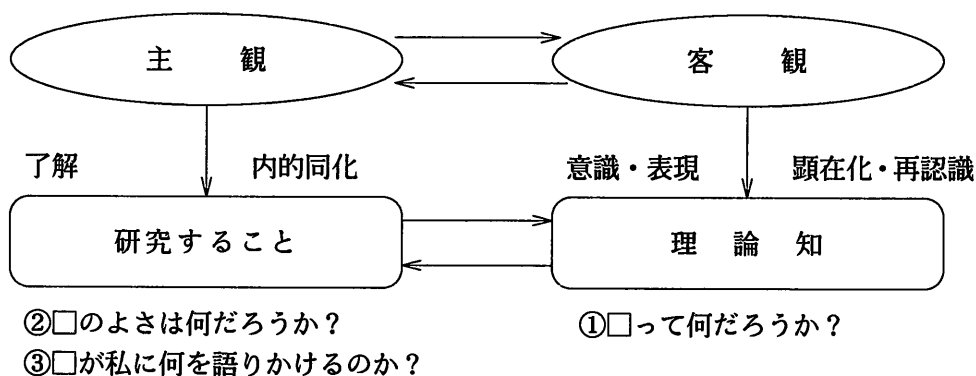
D教諭の回答では、引き出しという喩えを用いて、子ども自身が多様な解法を身につける様子、子どもの解法選択の自由さを述べている。同時に、授業内にみられる多様なレベルにある子どもへの対処の可能性についても言及している。このD教諭の回答からは、実際に教えたことを振り返ることを通し、子どもの状態をありのまま表現すること（意識、表現・顕在化）に加え、実践知の意味を私のものであるとして考え始めていること（了解に向けた活動）を見いだすことができる。

③の問いに関しては、C教諭の回答が特徴的である。「和音が私に、曲の美しさや曲の表現の仕方や聴き方を語りかけてくれる」という表現に、和音に対して私はどう対峙するのか、和音に即して私は何を獲得するのかという思考を見いだすことができる。また、「歴史から作曲者の働きかけの一部を感じ取れる」という表現からは、和音に対する私の感じ方を大事にすると共に、和音の教授・学習を通して子どもたちに伝えたいことが出ている。

「ある観方から対象を捉えている私」を意識すると共に、私の観方そのものを意識した状態といえよう。「ある観方から対象を捉えている私」を意識すること、さらに多様な観方で対象を捉える必要性を感じることなどは、理論知の形成において非常に重要な点である。

Ruthvenによる「理論知と実践知との対話的な循環図」では、「研究すること／理論知」「実践知／教えること」の部分は双方向の矢印で結ばれている。この双方向の矢印の部分に関しては、例えば次の図式のように「主観と客観」の視点を入れて、二面的開示の考えを反映させることができる。

[二面的開示の視点からみた「理論知と実践知との対話的な循環図」の解釈2]



### 7-1. Jaworski, Zaslavsky, et alにみられると「教師－指導的教師の対話的／有機的な体制づくり」

Jaworski, et al (2003)は、数学の教授・学習において次の7つの専門的な知識が重要な役目を果たすと考える。この7つの知識は、Shulman, et alによって提唱されたもの（教授学的文脈の知識）であり、これらの知識を数学教師が教育実践の中で作り上げていくことが大切であると述べる。

- ① 実質的・構造的な、内容に関する知識
- ② 授業を運営する上で必要な、一般教授学的な知識
- ③ 教材や教授計画など、カリキュラムに関する知識
- ④ 範例、概念の表現形式、有用な類推など教科領域に関わる教授学的文脈の知識
- ⑤ 学習者に関する知識

## ⑥ 共同体や文化など、教育的な文脈に関する知識

## ⑦ 教育的目的と教育的価値に関する知識

例えば、「数学に関する概念間の関係やつながりを、有意味に見いだすことのできる教師は、単一な見方を提供する教師よりも効果的な学習指導をすることができる」と述べるように、複数の概念を有意味に結びつける観方の重要性を指摘する。この有意味に捉える観方の強調と、Shulman, et al によって指摘された7つの教授学的文脈の知識は、次のように対応している。

最初に、教師自身が複数の数学の内容を関連づけ、構造的に捉えることが必要である。(①)

次に、有意味に関連づけられた数学の概念や知識を、どのような場で、どのような展開において学習指導するのが効果的かという検討がなされる。(②～④)

続いて、学習者にとって教師の想定した教授過程が的確かどうか、学習者が属す共同体や環境において的確かどうかという検討がなされる。(⑤～⑥)

最後に、有意味に結びつける観方を持つことの意味や意義の検討が、学習者に培わせたい事柄との比較対照のもとに行われる。(⑦)

これらの7つの知識(教授学的文脈の知識)を教育実践の中で形成していくためには、「徒弟的な取り組みを通して、教育実践を内省するきっかけを得ること」「教育実践を内省する姿勢を高めるために、他者と内省しあう空間をつくること」「教育実践を内省する姿勢を高めていくこと」が必要であると述べる。ここで徒弟的な取り組みとして、レイヴらによる状況的学習論をあげ、次のような教授・学習観に支えられるものとしている。

## 【徒弟的な取り組みに関わる教授・学習観】

- 学習の起点は、学習者が数学的事実を自分の内面にもつ事柄と比較対照できるような、社会数学的活動(socio-mathematical activity)とすべきである。数学的活動が進行していく中で、学習者にとって中心的なジレンマが生じること、さらにそのジレンマが数学的なものであるときに、本質的な意味でそのジレンマが学習を進める「問い」となる。
- 数学教師は学習者にとっての「問い」が生じるような社会数学的活動の場を設定する必要がある、かつその活動を通して、中心的なジレンマが学習者に生じていくような教授活動を見いだす必要がある。また、中心的なジレンマが生じるような教授活動の中こそ、教授過程を内省するきっかけが存在する。すなわち、教授活動を振り返る、教師自身の「問い」が存在する。
- 新参の教師は、熟練の教師の行う教授過程の中から、自分自身の実践に複写できそうな活動を追い求める傾向がある。慣習やパターンを獲得するばかりでなく、彼らがみたものから「問い」を引き出すこと、その「問い」をもとに教育実践の意味や意義を考えることが大変重要といえる。  
「活動に参加し、活動を通して私自身を意識し、問いを形成していく」という過程が主体的な学びのために重要であるという考えが、徒弟的な取り組みの基調にある。あらかじめ準備してある事柄を教え、その通り教えられるという学習観からの脱却である。

Jaworski, et al は、この「活動への参加、私自身の意識、問いの形成」という徒弟的・状況的な取り組みの過程を、教授活動における教師の主体的な学び(よりよい教授活動を模索するための学び)にも活かせるとみる。その理由の1つとして、教育実践そのものに社会的な側面が強いことを挙げる。教育実践は、教師と学習者との間の社会的相互作用により形作られたものであること、教育実践で行

われてきたことの妥当性は、活動が行われた集団の様相を踏まえ、社会的に検証される必要があると述べる。その社会的な検証のために、教師は自分自身の教育実践で生じたことを「ことばで述べること」、さらに授業観察者が感じたことや考えたことなどを「ことばを伴って授業者に伝え作用させること」が重要であるとする。

いま1つの理由として、教師のもつ「自己決定における独立性」(自律性)が保障されていること、自律性が保証されるために質の高い教育実践を維持しなければならない点をあげる。教師のもつ自律性とは、教育実践を行う上での教授意図(授業のねらい)を教師が決定できる行動の余地であり、一連の教授計画(シラバス)の解釈に関する余地である。こうした行動の余地が保証されているため、教授方法に関しても教師が自由に選択をすることができる。この教師のもつ自律性は、クラブキらのドイツ教授学の流れを組んでいる。教師に自律性が保障されているからこそ、質の高い教育実践が行われる必要がある。すなわち、教師に自律性を保障することと、教育実践を社会的に検証することが兼ねあわされている。

「活動への参加、私自身の意識、問いの形成」という徒弟的・状況的な取り組みの過程を、教育実践の内省に活かすことに関して、Jaworski, et alは次のように述べる。

「教育実践を内省することは、教育実践のもつ慣習、相互作用にみられる顕著な形式を明らかなものにする。慣習を用いる取り組みと徒弟的な取り組みを比較すると、徒弟的な取り組みを行っている教師の方が、教育実践の中にみられる慣習や形式を、批判的かつ厳密に吟味しようとしている。そして、慣習化された数学教授の構造や系列がどのようなものあり、通常行われ続けている事柄が何であるのか、その意味を問うようになる。また、授業の中のやりとりの中で偶然生じたことが、結果的に教育実践の上で前進の糧となることもある。それゆえ、授業の中で生じた事柄に対して、教師が内省することをもっと取り扱う必要がある。

また、教育実践を内省するために、実践者、1人あるいはそれ以上の観察者が互いに信頼感をもって議論でき、教授経験を評価できるような空間が必要である。他者と共に内省しあうことを通して、最終的には自己評価の能力を発展させることができる。また、授業の中での相互作用のあり方を深く認識していくことにもつながる。」(pp. 845-848)

この言明ではまず、教育実践を内省するために「教育実践を内省するための活動に自ら参加し、自分自身の教授活動が何であったか意識し、その教授活動の妥当性や必要性などを「問い」として持つこと」という姿勢を持つことの大切さが指摘される。そして、教育実践を内省するための活動を生み、その活動を高めていくために他者の存在が大きな役目を果たすことを述べる。「教育実践を内省する姿勢を高めるために、他者と内省しあう空間をつくること」であり、「他者との対話を通して徐々に教育実践を内省する姿勢を高めていくこと」である。

ある教師の教育実践に対して、その教師を尊重しつつ、他の教師が参観して感じたことや考えたことを自由に言えること。教育実践に対して、実践者と観察者が自由に議論しあうことができること。そうした「他者と議論する場」が、教師自身に自分の教育実践を振り返るきっかけを与えるという。

一つの授業を多くの参観者が参観し、授業終了後に実践者と参観者が議論しあうこと。同じ学年を教える教師間で、教授方法などに関して、お互いの実践をもとに具体的に議論すること。授業を見合う、授業について具体的に語り合う、授業の進行のあり方について賛否を議論する等々、他者と議論を重ねることは我が国では多くの教師に指示されていることといえる。昨今脚光を浴びている授業研

究のよさとして、「教育実践を内省する姿勢を高めるために、他者と内省しあう空間をつくること」「他者との対話を通して徐々に教育実践を内省する姿勢を高めていくこと」を挙げることができる。

また、他者との自由に議論できる安心した空間をつくるためには、教師がお互いに尊重しあい、よりよい教育実践を目指すという共通の目的をもった「同僚性」が前提にある。各々の教育実践には社会性があり、教授活動を行う教師には自律性が保障され、そして教師の同僚性に保証された議論の場(内省の場)があるといえる。

より質の高い教授を行うためには、自分自身の行った教授活動や教育実践を振り返り、その意味や意義を改めて考える必要がある。自分自身の活動を反省的に振り返ることのきっかけを得るために、他者から指摘されること、他者と議論することは大きな意味がある。特に、自分自身の持っている観方や価値観と異なる意見が生じたとき、その意見がもたらす衝撃は非常に大きい。ある時点での自分の投影ではない他者、ある時点での自分のもつ観方や価値観を共有しない他者、すなわち自分と異質なものをもち他者からの指摘により「えっ、どうして」「あっ、そうか」という驚きと覚醒が生じることが多くある。他者と内省しあう空間をもつこと、他者と対話することには、教育実践を内省するためのよさがある。

では、教師がある時点での教育実践を内省し、より質の高い教授活動を志向するためにはどうすればよいのだろうか。そのためには、ある時点の私と同質の他者の存在だけでは、なかなか質の高い教授活動を目指すことが難しいであろう。ある時点の私とできる限り「異質な他者」の存在が重要となる。Jaworski, et alは、「教師-同僚の教師」という関係だけでなく、「教師-指導的教師」による教育実践を内省しあう空間の形成の必要性を指摘する。その事例としては、メンターやチューターと教師との関係を挙げる。

さらに、数学教師としての力量を高めていくために、そして指導的な教師としての力量を徐々につけていくためには、次の3つの段階の知識を培うことが必要と述べる。

段階1：数学、そして生徒の効果的な数学学習のために、授業レベルで数学的活動を準備すること

段階2：数学を教えること、そして教えることに対する教師の取り組みを発展させること

段階3：段階1と段階2の発展に寄与するような指導的教師としての役割と活動

これら3つの段階の知識は、直線的ではなく複合的に絡み合った形で数学教師に形成されていくという。また、多くの数学教師は段階1の知識を獲得するのにとどまっていたり、段階2の知識を意識して獲得する教師はそれほど多くないという。そうした状況を改善するためには、「教師-同僚の教師」の対話だけでは、教師自身に気づきがなかなか生じない。「教師-指導的教師」の対話によって、段階1から段階2への移行、さらに数学教師としての力量形成が促進されていくという。「教師-指導的教師」という関係が教育現場の中にあること、これは教師にとって程よい緊張状態を生む。異なる価値観や経験を有した指導的教師が、教育実践を観察することにより、実践者としての教師とは異なる解釈が生じる。そして、豊かな経験に基づく、教育実践の中で不足していたことの指摘、教育実践そのものを実践者と異なる言明で表現すること等々が、教師に新たな観方で教育実践を振り返るきっかけを生むという。「教師-同僚の教師」の関係ではみられない異質な他者としての存在を、指導的教師に見いだすことができる。また、異質なものを指導的教師との対話からつかむことにより、教師は内省の契機を得ることができる。

一方、「教師－指導的教師」の関係は、教師にのみメリットが生じるのではないという。指導的教師にとっても、教師との対話により教えることの意味や意義を改めて考える契機を得るといえる。その例として、新参の教師の発した「なぜ私がそれをするのでしょうか」という問いを挙げる。指導的教師にとって、新参の教師の発した「なぜ私がそれをするのでしょうか」は全く予期しなかった問いであったという。そして、新参の教師が「なぜ私がそれをするのでしょうか」と問うまで、その活動の意味や意義すら考えたこともなかったという。

「今までそうしたことを考えたことすらなかった。発せられた問いに、新参の教師がわかるように答えようと努力すること、そのことの中に、私自身をよりよい教師に変容させていくための何かがある。」

新参の教師の何気ない問いを通して、指導的教師が「はっと」我に返り、「えっ、どうして」「あっ、そうか」という驚きと覚醒を生むきっかけを得たともいえる。新参の教師との対話を通して、段階2の教えることの意味や意義を考えること、段階3の指導的教師の役割を再考した状態といえる。

Zaslavsky, et al (2003)は、Jaworski, et alの主張などを踏まえ「教師－指導的教師の対話的／有機的な体制づくり」に関して、興味深い図式を提示する。この図式は、Jaworskiによる数学教師としての力量を高めていくために、そして指導的教師としての力量を徐々につけていくために、段階1から段階3までの3つの知識を培う必要があるという指摘に対応する。そして、段階1から段階3までの知識を培うことを、次のように言い換える。

- 段階1：授業レベルでの生徒の数学的活動を準備することは、「数学的な力」を教師が養っていくこと
- 段階2：教えることに対する取り組みを発展させることは、「教授学的な力」を教師が養っていくこと
- 段階3：指導的教師の役割や活動を知ることは、「教育的な力」を指導的教師が養っていくことであり、教師自身が学び、高めていくことを強調していくこと

教師が教えることを学び、教師としての専門性を高めるためには、大きく3つの段階があるという。大学などの教員養成期間に通うこと、インターンなどを通して教師としての準備をすること、そして実際に教えることを通して学ぶ時期である。前者は直接的な学びであり、後者になる程、間接的な学びといえる。教師にとって、直接的な学びと間接的な学びは密接に関連しているという。その中でも、教師としての専門性を高めるためには、日々の教育実践に埋め込まれたことがらを意識して内省する間接的な学びが非常に大事であるという。Zaslavsky, et alは、「実践を通して間接的に学ぶ過程」(indirect learning-through-practices process)を重視する。その理由として、相互に学びあう存在としての教師、実践を内省する存在としての教師の2つの特徴を、以下の①と②のように述べる。

- ① 教育実践の中で、教師は生徒の様相を踏まえて、適切な数学的な学習の機会を提供している。一方、指導的教師は、教師たちに教育実践を内省させ、数学的、教授学的な学習の機会を提供している。教師は生徒に、指導的教師は教師に、それぞれ学習の機会を提供しているように、学習とは社会的な側面を持ったものである。この社会的な側面とは、ヴィゴツキー理論に端を発するものであり、実践を形づくる共同体の構成メンバーが相互に学びあうことといえる。

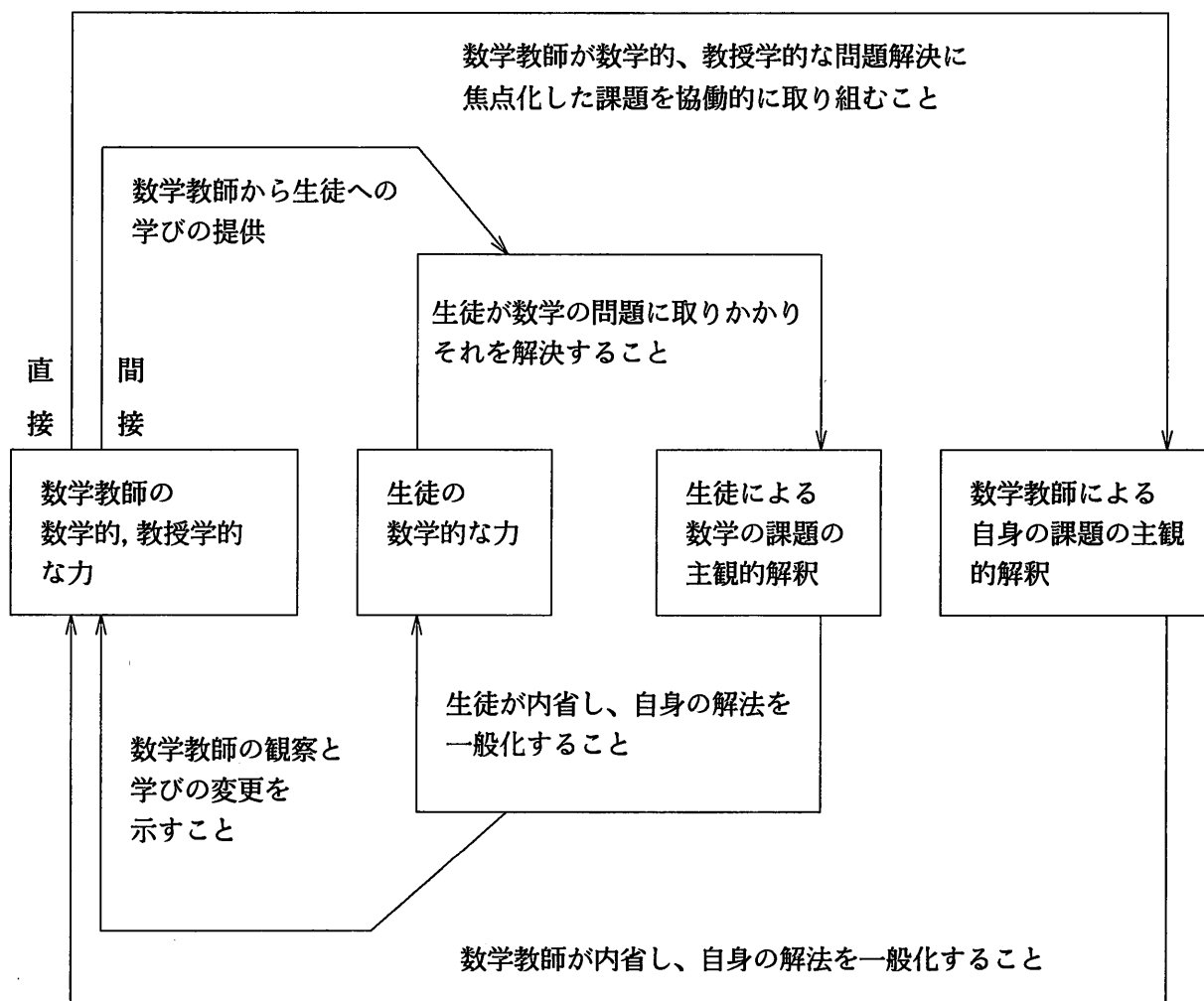


② 最近の教師の専門的力形成に関わるプログラムは、教師自身による教育実践の内省と内省を通して学ぶことが必要となっている。この教師が実践を内省することには、デューイの強調する教師と生徒双方に反省的思考を促し、思考をより進展させることに関わる。

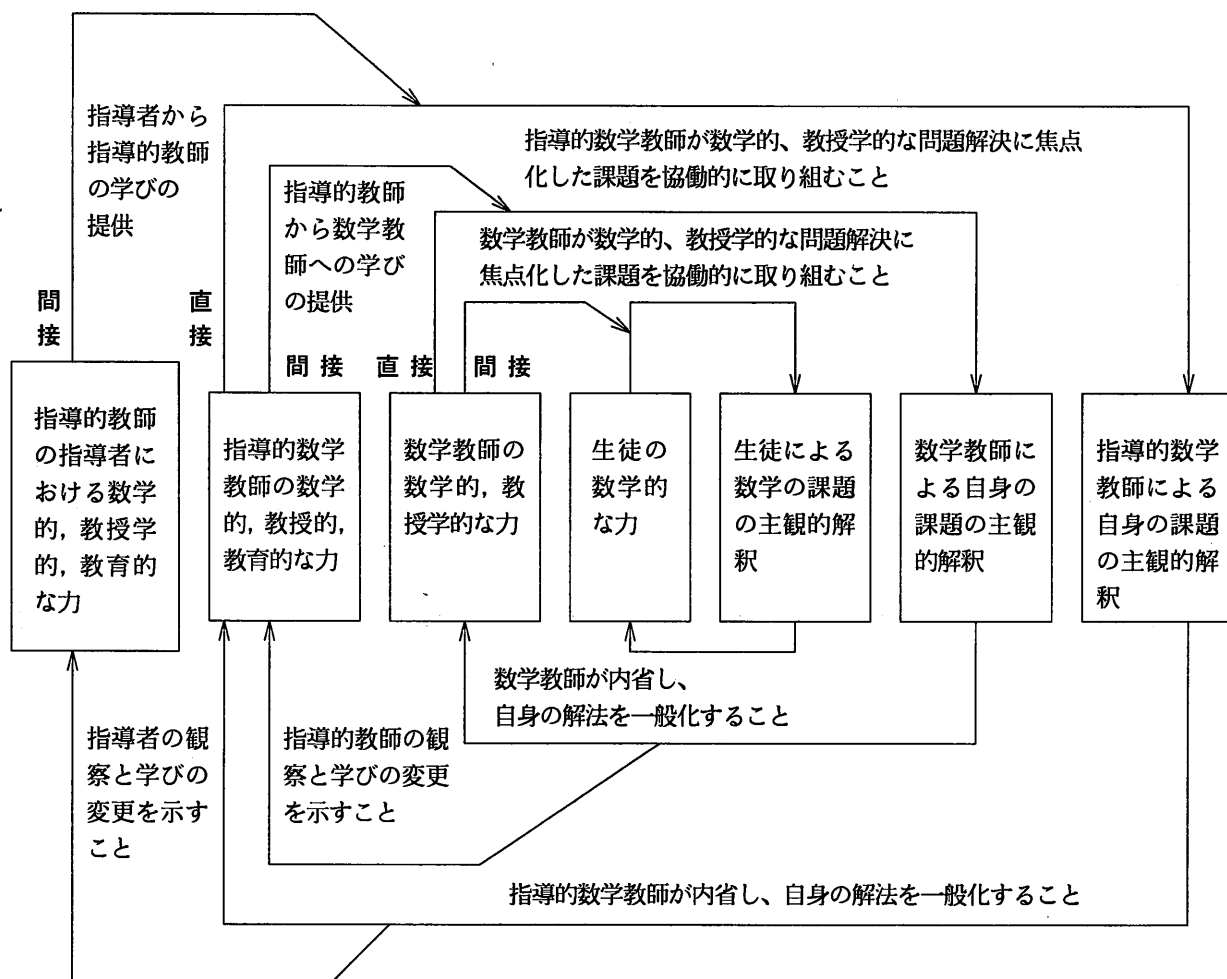
①の指摘は「教育実践を内省するための活動に自ら参加し、自分自身の教授活動が何であったか意識し、その教授活動の妥当性や必要性などを「問い」として持つこと」という姿勢を持つこと、すなわち徒弟的・状況的な取り組みにより教授活動を捉えることにつながるといえる。②の指摘からは、教育実践を内省することが教師の専門的力高めるために、必要不可欠であることが伝わる。

Zaslavsky, et alは、「実践を通して間接的に学ぶ過程」として3層にわたって、順々に成長していく様子を「教育実践を通して成長していく3層モデル」として図式に示している。この3層モデルは、中央に「生徒の数学的な力/生徒による数学の課題の主観的解釈」、その外側に「数学教師の数学的、教授学的な力/数学教師による自身の課題の主観的解釈」、さらにその外側に「指導的教師の数学的、教授学的、教育学的な力/指導的教師による自身の課題の主観的な解釈」を配置したものであり、次ページのように同心円上に拡大していくように示されている。その様相を【1層から2層へ】【2層から3層へ】と分けて示すことにする。

【1層から2層へ】



## 【2層から3層へ】



(Zaslavsky, et al(2003), pp. 881)

この図式における1層とは、「生徒の数学的な力／生徒による数学の課題の主観的解釈」に関わる部分である。数学授業においては、数学教師から生徒への学びの場の提供があり、それをきっかけにして学習が始まっていく。学びの場の提供とは、数学の課題の提示であったり、広い意味での学びの場の提示であったり、問題意識を高めるための対話であったりする。学びのきっかけを経て、生徒は既に自分自身もつ「数学的な力」をもとに、当面の数学の課題や数学的な活動を行っていく。生徒自身の思考を通して得られるのが、「生徒による数学の課題の主観的解釈」である。「数学的な力」を主観とすれば、課題解決や数学的な活動を通して得られた「生徒による数学の課題の主観的解釈」は客観といえる。

続いて、数学の課題に対する「私の解釈」は何であったのか、その「私の解釈」は他者と同じなのか、正しい解釈であったのかという、内省を行うことが行われる。「生徒による数学の課題の主観的解釈」を主観とみたときに、自分自身のもつ「数学的な力」を客観とみること、すなわち自分自身の思考過程、獲得してきたことから、解決行動などを客観視することである。

この内省を起すためには、「数学教師の観察と学びの変更を示すこと」という他者からの刺激が契機になることもある。自分自身の客観視、他者からの刺激、他者との差異性などを契機とし内省する。内省を経て、改めて「生徒の数学的な力」を高めていく。

こうした過程を経て、「生徒の数学的な力／生徒による数学の課題の主観的解釈」の2軸のサイクルが循環されていく。

2層では、「生徒の数学的な力／生徒による数学の課題の主観的解釈」を中核におき、その外側に「数学教師の数学的、教授学的な力／数学教師による自身の課題の主観的解釈」という2軸が設定される。生徒に対しては「数学教師から生徒への学びの提供」および「数学教師の観察と学びの変更を示すこと」が間接的に行われ、生徒の数学的な力／生徒による数学の課題の主観的解釈の形成に影響を与えている。同時に、生徒に対する関わりを通して、教師自身の数学的な力や教授学的な力も間接的に形成されていくとしている。

同時に、数学教師のすでもつ「数学的、教授学的な力」をもとにして、数学教授のあり方など教育実践に関わる課題に取り組む。その課題に対して「数学教師による自身の課題の主観的解釈」が行われる。この段階では、「数学的、教授学的な力」を主観と捉え、課題解決を通して得られた「課題の主観的解釈」が客観の状態といえる。続いて、数学教師が自分自身の解釈の妥当性や必要性、さらなる一般化を検討していく。例えば、数学教授において私がとった行動が妥当であったのか、という判断がここにあたる。この段階は「課題の主観的解釈」を主観とみたととき、数学教師自身の「数学的、教授学的な力」を客観とみる内省の状態といえる。

また、1層同様、内省の契機を与える「他者の存在」もみられる。2層においては、指導的教師による観察と学びの変更を示すことがこれにあたる。

「数学的、教授学的な力」と「課題の主観的解釈」の2軸の間の循環、「数学的、教授学的な力」と「課題の主観的解釈」を主観・客観および客観・主観と相互にとらえ解釈すること、「生徒→数学教師→指導的教師→指導的教師の指導者」による同心円上の拡大、他者の存在による協働的な学びと内省の契機を生むこと、などが Zaslavsky, et al の図式の特徴といえる。

## 7-2. 「教師－指導的教師の対話的／有機的な体制づくり」と二面的開示の考えとの融合

Jaworski, Zaslavsky, et al は、教師の数学教授に関わる力量を高めるために、次の①～④が重要であると捉えていた。

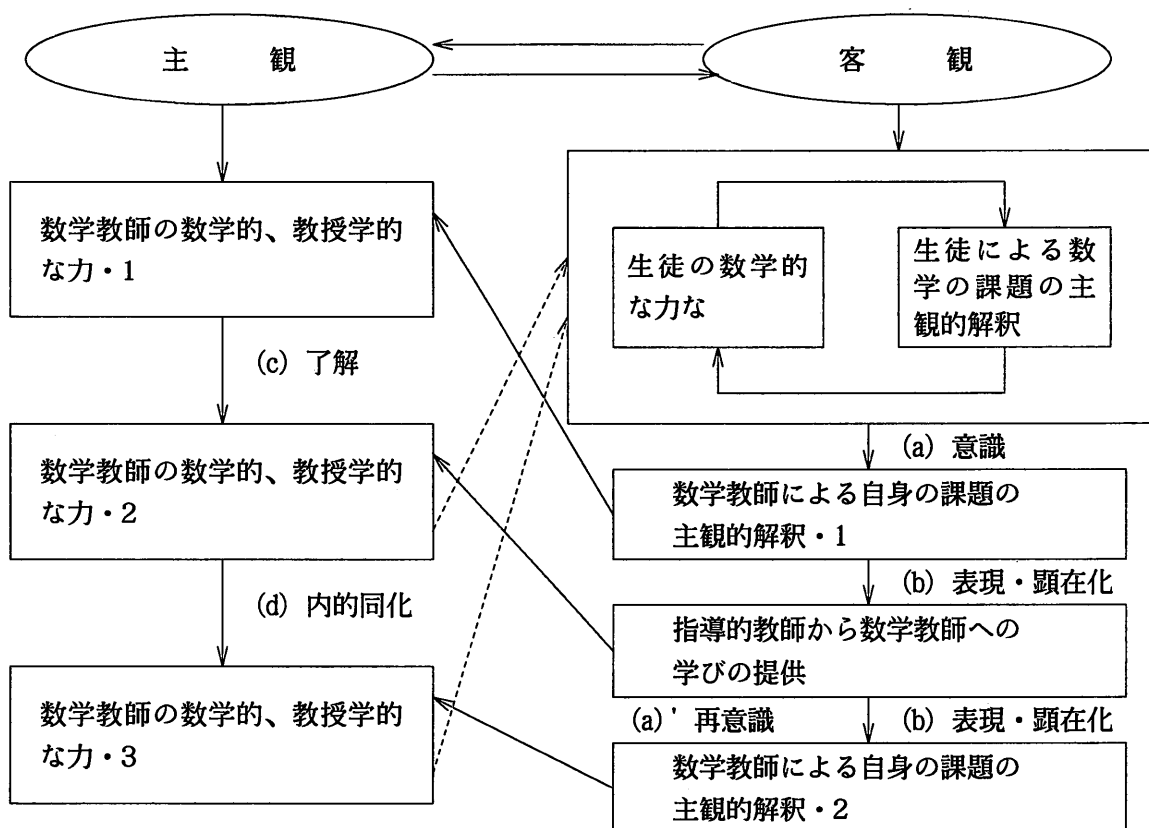
- ① 数学教授に関する力量を高めるためには、教師が自分自身の教授活動を内省する姿勢を持つことが必要である。
- ② 教育実践を内省するための活動に教師自らが参加し、自分の教授活動が何であったかを意識し、その教授活動の妥当性や必要性を「問い」として持つ、という姿勢を教師が有することが大切である。すなわち、徒弟的な取り組みで数学教授に関わることで、数学教授の過程を内省するために有効である。
- ③ 教育実践を内省する姿勢をより高めるために、他者の存在が大きな役割を果たす。他者との対話を通して徐々に教育実践を内省する姿勢を高めること、他者と内省しあう空間をつくる必要がある。特に、異質な他者として、指導的教師との対話と関わりが新たな観方を形成する上で必要である。
- ④ 教師としての力量を高めるために、大きくみて3段階にわたる知識を、実践を通して間接的かつ有機的に培う必要がある。

「内省すること、徒弟的な取り組み、他者の存在、異質な他者との関わり、実践を通して学ぶこと」を重視する考えは、Zaslavsky, et al による「実践を通して成長していく3層モデル」の図式に代表さ

れる。そこで、この図式と二面的開示の考えとの融合を検討する。

例えば、客観として1層の「生徒の数学的な力／生徒による数学の課題の主観的解釈」「数学教師による自身の課題の主観的解釈」「指導的教師から数学教師への学びの提供」、主観として「数学教師の数学的、教授学的な力」を位置づけ、二面的開示の考えを反省させてみる。客観としての「数学教師による自身の課題の主観的解釈」、主観としての「数学教師の数学的、教授学的な力」の変容を込めて解釈した図式が、以下に示すものである。

〔二面的開示の視点からみた「実践を通して成長していく3層モデル」の解釈〕



(a) 生徒の実相を通して、自分自身の教育実践、教育実践に対する自分の解釈を意識する段階

「私の行った教育実践って何だろうか?」「私の行った教授活動に対して、生徒はこのような活動を行った。生徒の活動は何だろうか?」など、「□って何だろうか?」の問いを通して、教師が自分の教育実践そのもの、生徒の活動に即しての教育実践の意味を意識していく段階。

(b) 他者の存在を契機として、自分自身の教育実践、教育実践に対する自分の解釈をまとめる段階

指導的教師との対話や関わり、同僚の教師との関わり、自分自身の徒弟的および能動的な取り組みを契機として、改めて「私の行った教育実践って何だろうか?」「私の行った教育実践は、他者の行ったものとどのような異同があるのだろうか?」という「□って何だろうか?」の問いに関する思考が行われる段階。さらに、異質な観方をもつ他者との対話や関わりを契機として「その教育実践を行うことが、私や生徒にどのようなよさがあるのだろうか?」など、自身の教育実践やその解釈を改めて行う段階。

## (c) 他者の存在を契機として、自分自身の数学的な力や教授学的な力を強く意識していく段階

教育実践の意味や意義を、自分の行った教育実践のよさを思考することにより、あるいは他者との対話や関わりを通して、「私自身にはどのような数学的な力があり、教授学的な力があるのか」を強く意識していく段階。

## (d) 私にとっての意味を深く考えることを通して、自分自身の数学的な力や教授学的な力、その力の高まりを洞察する段階

「そのことを知ることが、私に何を語りかけてくれるのだろうか？」に関わる思考を通して、自分自身のもつ数学的な力や教授学的な力が何かを洞察していく段階。さらに、客観と主観とのやりとりを通し、自分自身の数学的・教授学的な力の変容や高まりを意識する段階。

## 8. おわりに

3つの問い「□って何だろうか?」「□を知っていると、どんないいことがあるだろうか?」「□を学ぶことが、私に何を語りかけてくれるだろうか?」によって、「意識→表現・顕在化→了解→内的同化→…」という活動が促され、二面的開示が行われること、ひいては「自分の言動、思想、意識などの内面を深く省みる」内省の過程が促されることを述べてきた。本稿では、数学教授と教授過程の内省に焦点をあて、二面的開示の考えと「理論と実践との統合」「教師-指導的教師の対話的/有機的な体制づくり」の理論との融合を考察してきた。その考察を通して、二面的開示の視点からみた「理論知と実践知との対話的な循環図」の解釈、二面的開示の視点からみた「実践を通して成長していく3層モデル」の解釈を提示した。

今後の課題として、次の3点を挙げたい。

- ① 提示した2つの図式に関して、先行研究のさらなる分析、実践知の同定に関する調査などの面から、図式のさらなる検討と修正を行っていくこと
- ② 二面的開示の考え、内省、問うことなど、本稿において鍵概念となる事柄について、数学教育や教授学の観点から考察を深めていくこと
- ③ 理論と実践との統合、教師-指導的教師の対話的/有機的な体制づくりに関して、静岡市内の中学校と浜松市近郊の小学校との連携を通して、実証的に検討を進めていくこと

【附記】本論文は、「数学学習における二面的開示を促す問いに関する研究」(第36回数学教育論文発表会論文集論文, 日本数学教育学会, 2003) を基に、その理論部、数学教授と教授過程の内省に関わる部分を大幅に加筆し作成したものである。

なお、本研究は、平成14~16年度 科学教育研究費補助金 若手研究B「範例的教授・学習理論に基づく数学授業の教授と数学的活動に関する研究」(課題番号14780098、研究代表者 両角達男)、平成15年度 静岡総合研究機構 学術教育研究推進補助金「子どもの「問い」を軸とした算数学習に関する研究」(研究代表者 両角達男)の交付を受けて行われた研究成果の一部である。

【謝辞】長野県岡谷市長地小学校 西村健治校長先生はじめ、長地小学校の先生方に深く感謝申し上げます。

## 【引用・参考文献】

- ボルノー著・森田孝他訳(1997).「問いへの教育」,川島書店
- 両角達男研究代表(2003).「数学学習における内省的な記述に関する実証的研究」,研究報告書
- 岡本光司(2001).「算数・数学教育研究と私」,数学教育論文集
- 浜松市立村櫛小学校(2003).「躍動する算数学習」,第54回 算数教育研究発表会研究紀要
- 浜松市立村櫛小学校(2003).「第54回算数教育研究発表会 指導案集」
- 静岡大学教育学部附属浜松小学校(2003).「夢をもち、自分を拓く子ども(第4年次)」,浜松小学校研究紀要
- 渡邊光雄(1994).「クラフキの「二面的開示」に関する研究」,勁草書房
- 渡邊光雄(1988).「ジャン・パウルの『レヴァナ』における人間形成について」,教育方法学研究 第7集, pp. 21-44, 教育方法研究会
- 大高泉(1988).「自然科学の陶冶価値の認識構造分析 -M. ヴァーゲンシャインの物理教育論の場合-」,教育方法学研究 第7集, pp. 63-86, 教育方法研究会
- 渡邊光雄(1989).「フレーベルの「内と外の関係」における「二面的開示」について」,教育方法学研究 第8集, pp. 43-64, 教育方法研究会
- 渡邊光雄(1991).「「二面的開示」のための授業準備にみられる「回帰」思考」,教育方法学研究 第9集, pp. 115-131, 教育方法研究会
- 渡邊光雄(1993).「「二面的開示」を形成する心理学脈略 -言語事象の事例分析をてがかりとして-」,教育方法学研究 第11集, pp. 43-57, 教育方法研究会
- 高久清吉(1968).「教授学 -教科教育学の構造-」,協同出版
- 大高泉(1999).「ドイツ科学教育史」,協同出版
- Kenneth Ruthven(2002). "Linking Research With Teaching :Towards Synergy of Scholarly and Craft Knowledge", Handbook of International Research in Mathematics Education, edited by Lyn English, pp. 581-598, Lawrence Erlbaum Associates.
- Kenneth Ruthven(2001). "Mathematics Teaching , Teacher Education and Educational Reserch: Developing "Practical Theorising" in Initial Teacher Education", Making Sense of Mathematics Teacher Education, edited by Fou-Lai Lin and J. Cooney, pp. 165-183, Kluwer Academic Publishers.
- Thomas Cooney and Heide Wiegel(2003). "Examining in mathematics in mathematics teacher education", Second International Handbook of Mathematics Education, edited by Bishop, Clements, Keitel, Kilpatrick and Leung, pp. 795-822, Kluwer Academic Publishers.
- Barbara Jaworski and Uwe Gellert(2003). "Educating new mathematics teachers: Integrating theory and practice, and the roles of practising teachers", Second International Handbook of Mathematics Education, edited by Bishop, Clements, Keitel, Kilpatrick and Leung, pp. 823-876, Kluwer Academic Publishers.
- Orit Zaslavski, Olive Chapman and Roza Leikin(2003). "Professional development in mathematics education: Trends and tasks", Second International Handbook of Mathematics Education, edited by Bishop, Clements, Keitel, Kilpatrick and Leung, pp. 877-918, Kluwer Academic Publishers.
- Barbara Jaworski(1998). "Mathematics teacher reserch: Prosess, practice and the development of teaching", Journal of Mathematics Teacher Education, 1(1), pp. 3-31, Kluwer Academic Publishers.