

## Teaching Function to Emphasize Activities of Regarding as Linear Function

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2022-07-04 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 高橋, 達也, 鈴木, 直, 國宗, 進, 熊倉, 啓之 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="https://doi.org/10.14945/00029051">https://doi.org/10.14945/00029051</a>

## 1次関数とみなす活動を重視した学習指導

高橋達也<sup>\*</sup>・鈴木直<sup>\*</sup>・國宗進<sup>\*\*</sup>・熊倉 啓之<sup>\*\*</sup>

## Teaching Function to Emphasize Activities of Regarding as Linear Function

Tatsuya TAKAHASHI, Tadashi SUZUKI, Susumu KUNIMUNE, Hiroyuki KUMAKURA

## Abstract

The purpose of this study is to consider the desirable teaching by emphasizing activities of regarding as linear function in junior high school and to gain the suggestions about it. First, we clarified that there are little descriptions in the textbooks and preceding studies about activities of regarding as function. Second, we practiced lessons by emphasizing activities of regarding as linear function, and students could understand the meaning and usefulness of activities. Third, we gained four suggestions as follows;

- 1) Setting the materials that students feel a necessity of solving problem,
- 2) Setting the materials that students can't understand intuitively the relation between two quantities,
- 3) Discussing with all students about usefulness and limitation of activities of regarding as function,
- 4) Teaching gradually by emphasizing activities of regarding as function in junior high school.

キーワード：関数指導，1次関数，みなす，活用

## 1. はじめに

小学校，中学校，高等学校を通して，関数指導は表1に示した関数を主な対象にして行われている。

表1 小・中・高の関数指導

小	5学年	簡単な比例の関係
	6学年	比例と反比例
中	1学年	比例，反比例
	2学年	1次関数
	3学年	関数 $y=ax^2$ ，いろいろな関数
高	数学Ⅰ	2次関数
	数学Ⅱ	指数関数・対数関数，三角関数，3次関数（ $n$ 次関数）
	数学Ⅲ	分数関数と無理関数

表1から，長い期間をかけて関数指導が行われていることがわかる。それにもかかわらず，「関数の理解が十分でない」「関数の学習に否定的」という生徒は少なくないという状況がある。

例えば，平成26年度全国学力・学習状況調査での「宅配サービスの重量と料金」に関する基本的な問題（数学A⑧）の正答率は36.7%にとどまり，「関数

の意味の理解に課題がある」と分析されている（国立教育政策研究所，2014）。

さらに全国学力・学習状況調査の4年間のまとめでも，中学校数学の課題の1つとして「関数領域の問題全般」が挙げられている（国立教育政策研究所，2012）。

また，高校1年生（半数前後の生徒がセンター試験を受験する学校に所属する778名）を対象に実施した意識調査において，中学校での学習内容である「比例，反比例」「1次関数」「関数 $y=ax^2$ 」のそれぞれに対して「嫌いである」とした回答の割合は，いずれも50%程である（日本数学教育学会，2013）。

これらの結果は，関数指導について多くの課題があり，その改善が求められていることを示している。

本研究では，関数指導の中でも，関数の活用場面での指導，特に関数とみなす活動を取り入れた指導に焦点を当てる。その理由は，次の通りである。

- ・4で後述するように，現実事象の問題解決に関数を活用する場面では，関数とみなす活動が重要であること。
- ・これまでの関数指導の中で，関数とみなす活動が必ずしも十分に扱われてこなかったこと（例えば，永田，2004；横関，2004）。
- ・平成19，20，23，25，26年度の全国学力・学習状況調査の数学Bに，関数とみなす活動に関わる問題が出題されるなど，近年この活動の重要性が読み取れること。

\*静岡大学教育学部附属島田中学校

\*\*静岡大学教育学部

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、中学校数学科における関数指導において、関数とみなす活動を重視した望ましい指導のあり方を実践を通して追究し、指導への示唆を得ることである。

## 3. 研究の方法

以下の手順にしたがって、研究を進める。

- (1) 関数とみなす活動の重要性について考察する。
- (2) 関数指導において、関数とみなす活動がどの程度扱われているかを、教科書分析を通して明らかにする。
- (3) 関数指導において、関数とみなす活動に関する先行研究を分析し、そこでの知見をまとめる。
- (4) 1次関数とみなす活動を重視した中2での授業における生徒の反応と意識調査の結果から、関数とみなすことについての理解の様相を明らかにする。
- (5) (1)～(4)を踏まえて、関数とみなす活動を重視した望ましい指導のあり方についての示唆を得る。

## 4. 関数とみなす活動の重要性

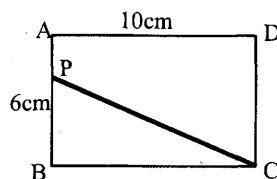
関数を活用する場面としては、伴って変わる2つの量の関係を調べて、その関係をもとに未知の値を予測したり、求めたりすることが多い。そのような問題解決においては、次の活動を順に行っていくことが重要である(熊倉, 2003)。

- ア 伴って変わる2つの量の関係を表に示し、変化や対応の決まりを調べる。
- イ 表をもとにグラフに表し、グラフの概形を調べる。
- ウ アやイで調べた結果から、その関係がどのような関数になるかを判断して、みなす関数を定める。
- エ ウで定めた関数の式を、表やグラフから求める。
- オ エで求めた関数の式を使って、未知の値を求め、問題を解決する。

上記ウが、関数とみなす活動であり、一連の活動の中で不可欠なものであることがわかる。同時に、この関数とみなす活動は、ア～オの一連の活動と共に行うことが重要であるといえることができる。

ところで、教科書には、例えば次のような関数を活用する問題がある(H23 検定大日本図書2年, p101)。

(例1) 長方形 ABCD で、点 P は辺 AB を点 B から A, D を通って C まで動く。点 P が B から  $x$  cm 動いたときの  $\triangle PBC$  の面積を  $y$   $\text{cm}^2$  として、次の(1)～(3)に答えなさい。



- (1) (一部略)x と y の関係を式で表しなさい。
- (2) 変域に注意して、グラフをかきなさい。
- (3)  $\triangle PBC$  の面積が  $25\text{cm}^2$  になるときの y の値を求めなさい。

この問題は、(1)～(3)にあるように、2つの数量の関係を調べ、「式を求める」→「グラフをかく」→「式やグラフをもとに未知の値を求める」の順に問題を解決する。しかし、ここでは、図形的に式を求めることができるため、関数とみなす活動は必要ない。この問題のように、一般に2つの数量の関係を演繹的に導くことができる場合は、関数とみなす活動は必要ない。また、2つの数量の関係がどのような関数になるかが生活経験から明らかであったり、最初から関数が示されていたりする場合にも、関数とみなす活動は不要であることは言うまでもない。

一方で、教科書に、次のような関数を活用する問題がある(H23 検定大日本図書2年, p99)。

(例2) ある液体をアルコールランプで熱して、熱し始めてからの時間を x 分、そのときの温度を y  $^{\circ}\text{C}$  として、x と y の関係を調べたところ、次の表のようになった。

x(分)	1	2	3	4	5	6
y( $^{\circ}\text{C}$ )	35	44	54	63	73	82

7分後には何 $^{\circ}\text{C}$ ぐらいになるかを調べよう。

この問題の場合は、2つの数量の関係を表に示した上で、「グラフをかく」→「1次関数とみなす」→「式を求める」→「式をもとに未知の値を求める」の順に問題を解決する。このように、2つの数量の関係を演繹的に導くことができず、いくつかのデータから帰納的に導くときに、関数とみなす活動が必要となる。

現行の学習指導要領解説数学編(文部科学省, 2008)には、関数とみなす活動に関わって次の記述がある。

- ・具体的な事象を比例、反比例とみなすことによって問題を解決したりすることができるようにする。
- ・具体的な事象に関する観察や実験の結果を一次関数、とみなすことによって、未知の状況を予測したりできるようにする。
- ・具体的な事象に関する観察や実験の結果を関数  $y = ax^2$  とみなすことによって、未知の状況を予測したりすることが大切である。

これらの記述から、学習指導要領において、関数とみなす活動を各学年で重視していることが読み取れる。

また先行研究においても、「現実事象を数理的に捉え、『一次関数とみる』学習は、関数の理解にとって重要であるばかりでなく、現実事象を数理的に考察するために数学をどのように活用していくかという立場からも重要である」(清野, 2004)、「自然現象や日

常事象を、すでに学習した数学的知識に符合するものとして『みなす』活動を行うとき、『関数』はその特性上大変有効な手段となり、表、式、グラフを使うことの必要性を実感することが予想され(中略)関数のよさを感じることができる(南後ら, 2009)等、関数とみなす活動の重要性を指摘する意見は少なくない。

5. 関数とみなす活動の教科書での扱い

ここでは、関数とみなす活動が、中学校の教科書でどのように扱われているかについて、本文や例で示されている問題を中心に、題材と上記ア～オの扱いをまとめておく。分析した教科書は、平成23年検定済みの7社<sup>1)</sup>(A～G)すべてである。

(1) 中1での比例・反比例とみなす活動

比例・反比例とみなす活動を扱っている教科書は、A, Cの2社である。

表2 比例・反比例とみなす活動

	題材	ア～オの活動
A	行列の人数と待ち時間	<u>1組の値</u> → <u>比例とみなす</u> →未知の値
C	天秤の錘の重さと支点からの距離	<u>表(理想値)</u> → <u>反比例とみなす</u> → <u>式</u> →未知の値

※下線部は教科書に最初から記述されている。

A社の場合は、生活経験から数量の関係を比例とみなしている。また、C社の場合は、表に示された値が理想値になっていて、しかも、小学校の理科で扱う「てこの規則性」を前提にしているため、「反比例とみなす」のではなく「反比例になっている」ととらえてしまう生徒が少なくないと考えられる。

(2) 中2での1次関数とみなす活動

1次関数とみなす活動を扱っている教科書は、Fを除く6社である。

表3 1次関数とみなす活動

	題材	ア～オの活動
A	飲料の保管時間と温度 蚊取り線香の使用時間と残りの長さ	表→グラフ→1次関数とみなす→式→未知の値
B	水を熱する時間と水温	
C	水を熱する時間と水温	
D	水を熱する時間と水温 高度と気温	
E	水を熱する時間と水温	表→グラフ→1次関数とみなす→式→未知の値
G	水を熱する時間と水温	表→グラフ→1次関数とみなす→式→未知の値

※下線部は教科書に最初から記述されている。

いずれの題材も、自然現象に関わるものであり、従来「実験式」として扱われてきた理科の内容に関するものである。それらの扱いは、誤差を含む値を示した表をもとに、グラフをかき、点がほぼ一直線上に並んでいることから1次関数とみなしている。ただし、「1次関数とみなす」部分を生徒に考えさせる活動のある教科書(A～D)と、そうでない教科書(E, G)がある。また、いずれの教科書においても、「最後に求めた問題の答えが、唯一絶対的な答えでない」ことについての記述はない。

(3) 中3での関数  $y=ax^2$  とみなす活動

関数  $y=ax^2$  とみなす活動を扱っている教科書は、C, Dの2社である。

表4 関数  $y=ax^2$  とみなす活動

	題材	ア～オの活動
C	短距離走の走った時間と距離	表→グラフ→関数 $y=ax^2$ とみなす→未知の値
D	自動車の速度と制動距離	表→グラフ→関数 $y=ax^2$ とみなす→式→未知の値

※下線部は教科書に最初から記述されている。

どちらの題材も、自然現象に関わるものであり、誤差を含む値を示した表をもとに、グラフをかき、プロットした点がほぼ放物線上に並んでいるとして関数  $y=ax^2$  とみなしている。

以上述べたように、中2での1次関数とみなす活動はほとんどの教科書で扱われている一方で、中1での比例・反比例、中3での関数  $y=ax^2$  とみなす活動を扱っている教科書は2社にとどまることがわかった。また、1次関数の場合でも、関数とみなす活動を生徒に取り組みさせていない教科書があったり、求めた結果の評価についてはいずれの教科書も触れていなかったり、その扱いは必ずしも十分でないことが明らかになった。

関数とみなす活動が、現行の学習指導要領において重視されているものの、中学校数学の教科書での扱いは特に中1と中3において十分でなく、実践レベルにおいてその位置づけが確定していないことが現れていると考える。

6. 関数とみなす活動に関わる先行研究

中学校数学科における関数指導に関する先行研究は、以前より様々な研究がある(例えば、國宗, 1987; 大坂誠, 1996など)が、その中で関数とみなす活動に関わる先行研究は、必ずしも多くない。本研究のテーマに関わる中学校の関数指導に係る実践的な論文を調査した結果、該当する論文は次の18本のみである。(CiNiiにより、関数、比例、みなす、みる、予測、予想、実験、回帰のキーワードで検索)

表5 関数とみなす活動に関わる先行研究

	内容	題材
清水 (2003)	比例	特急列車の走る時間と距離
永田 (2004)	比例	マラソン選手の走った時間と距離
南後他 (2009)	比例/ 1次関数	鳥の体重と翼の面積/ 100m 走の世界記録を出した年とその記録 他
小寺 (1997)	1次関数	水を加熱するときの時間と温度
川上 (2002)	1次関数	手を握って合図を送るとき の並んだ人数と時間
清野 (2004)	1次関数	追いつき算での時間と距離
横関 (2004)	1次関数	線香の燃焼における時間と 線香の長さ
新井 (2005・ 2006・ 2010)	1次(2次) 関数	都道府県の戸数と乗用車の 保有台数 気象とスギ花粉飛散量 自動車の給油日からの日 数と累積給油量
藤原 (2010)	1次関数	イチロー選手の各年の安打 数 他
古尾 (1989)	関数 $y=ax^2$	ビー玉が落下する時間と距 離
大澤 (1996)	関数 $y=ax^2$	リレーのバトンパス時の時 間と距離
清野 (2005)	関数 $y=ax^2$	車の制動初速度と制動距離
横関 (2005)	関数 $y=ax^2$	斜面を転がる台車の時間と 距離 他
清水 (2007)	2次関数 (1次関数)	T シャツの値段と売上金額 (期待される販売数)
小寺 (2003b)	指数関数	時間とウサギの集団の個体 数
岩田 (2005)	いろいろな 関数	斜面の傾きとボールの転が る距離

## (1) 比例とみなす活動

比例とみなす活動に関わる研究は3つある。これらの実践について、次の点を指摘することができる。

ア. 清水、永田は、いずれも「道のりが時間に比例するとみなす」活動を扱っている。無意識のうちに「比例とみなして」しまう関係を、厳密には比例しないが意識的に比例とみなす活動として、あらためて取り上げている点に特徴がある。

イ. 南後らは、比例するかどうかわからない事象として「鳥の重さと翼の面積」の関係を扱い、提示され

たデータをもとに「比例とみなす」活動を扱っている。そして「体重 50kg の人間が空を飛ぶとしたらどのくらいの羽をつければよいか」という生徒が興味・関心を持てる課題を設定している。南後らの指導展開も、清水、永田の扱いと同様、関数のよさを理解し、関数を活用する力を高める上で重要である。

## (2) 1次関数とみなす活動

1次関数に関わる研究は10あり、教科書での扱いと同様に、他学年に比べて最も多い。これらの実践について、次の点を指摘することができる。

ア. 川上は、「何人かが1列に手をつないで手を握って合図を送るとき、人数と最後まで合図が届く時間との関係を調べる」という興味深い題材を扱っている。多くの実践が、あらかじめ示された表をもとに、1次関数とみなす活動を扱っているのに対して、この実践では、生徒自らが実際に実験を行って表を作成する活動に取り組んでいる。

イ. 1次関数とみなす活動を、グラフ電卓の機能を使用して最小2乗法等により式を求めている実践が4つある(川上、新井)。このような扱いにおいては、グラフ電卓を用いることで、面倒な計算をすることなく式を容易に求めることが可能になる。また、求めた式が生徒によって異なることがないため、問題の答えも基本的に同じになる。一方で、式の求め方を中学生に理解させることは難しいため、求め方の部分はブラックボックスにならざるをえない。また、求めた答えが唯一絶対だと勘違いしてしまう可能性も生ずる。

ウ. 藤原(2010)は、1次関数とみなすことの指導について、題材を次の3段階に分けて順に扱うことが重要であるという。

- I 1次関数である事象
- II ほぼ1次関数である事象
- III 1次関数かどうか不明な事象

II, IIIが「関数とみなす」活動に関わる事象である。1次関数に関わる10の先行実践のうち、小寺(1997)、川上、清野(2004)、横関(2004)はIIの事象を、また南後、新井(2005・2006・2010)、藤原はIIIの事象を扱っている。いずれの事象を扱った指導も重要であるが、藤原の指摘通り、両方の事象をこの順に実施することが望ましいといえよう。

(3) 関数  $y=ax^2$ 等とみなす活動

関数  $y=ax^2$ に関わる研究は4つ、高等学校で扱う関数に関わる発展的な研究は2つある。これらの実践について、次の点を指摘することができる。

ア. 関数  $y=ax^2$ に関わる実践は、落下運動、人の走り始めの運動、車が停止する運動を扱っていて、いずれも等加速度運動に関わる事象である。

イ. 関数  $y=ax^2$ とみなす活動としては、表をもとに第2階差まで調べて式化するもの、グラフ電卓の機能を用いて最小2乗法等により式化するものがある。

1次関数の場合と異なり、誤差のあるデータをもとにグラフをかいたとしても、そのグラフが放物線に近似できるかどうかの判断は難しいために、表をもとに決まりを見つけるか、グラフ電卓の機能を利用するかのどちらかの活動になってしまうのであろう。

ウ. 関数  $y=ax^2$  以外の関数とみなす活動として、2次関数や指数関数等を扱っている。これらの場合の関数とみなす活動も、グラフ電卓の機能を利用しているが、その理由は、関数  $y=ax^2$  の場合と同様であらう。

以上の先行研究の分析から、関数とみなす活動を重視した指導の改善点として、次の点を挙げることができる。

- ・南後らの「鳥の重さと翼の面積」や川上の「手を握って合図を送るときの並んだ人数と時間」のように、生徒にとって興味深い題材を扱う。
- ・清水や永田の「比例とみなす」実践のように、無意識のうちに関数とみなしてしまう関係を、厳密にはその関数にならないが、意識的に関数とみなす活動として、あらためて取り上げる。
- ・藤原の指摘する「1次関数かどうか不明な事象」を扱う。

### 7. 1次関数とみなす活動を重視した実践

ここでは、中学校第2学年での1次関数とみなす活動を重視して行った実践を報告する。静岡大学附属中学校3学級(120名)を対象に、生徒にとって興味があり、「ほぼ1次関数」「1次関数かどうか不明」である2つの事象を用意して2014年11月に行った。

#### (1) 1次関数の単元計画

単元計画は、表6の通りである。

表6 1次関数の単元計画

時間	学習内容
1	【関数・1次関数】
2	・具体的な事象からともなって変わる2つの数量を見だし、その数量に関して、変化の様子や対応の仕方を表や式を用いて表し、関数の意味を理解する。 ・1次関数の特徴を理解し、式の意味を考察することができる。
3	【変化の割合】 ・変化の割合の意味を理解し、1次関数では変化の割合が一定であることを理解する。
4	【1次関数のグラフ】
5	・ $y=ax+b$ の $a$ や $b$ の値をいろいろ変えてグラフをかき、1次関数のグラフの特徴を見つけ理解する。 ・1次関数のグラフの特徴を利用して、グラフをかくことができる。
6	【1次関数の式の求め方】

7	・1次関数(直線)の式をいろいろな方法で求めることができる。
8	【変域と1次関数のグラフ】
9	・具体的な事象の $x$ と $y$ の関係を対応表、式、グラフで表すとともに、 $x$ と $y$ の変域について調べ、変域が限られている場合のグラフの表し方を理解する。 ・変域を考えてグラフをかくことができる。
10	【方程式と1次関数】
11	・2つの直線の交点の座標をいろいろな方法で求めることができる。 ・2つの2元1次方程式のグラフの交点の座標がその2つの方程式を組にした連立方程式の解を表していることを理解する。
12	【1次関数の活用】(実践1, 実践2)
13	・事象を1次関数とみなし、数量の関係を表、式、グラフなどで表し、時間と料金の関係を表現したり処理したりすることができる。
14	・1次関数を活用して具体的な事象をとらえ、調べたことを筋道立てて説明することができる。
15	・年数と借金の関係を1次関数とみなし、表、式、グラフなどを用いて、表現したり処理したりすることで、未来を予測し説明することができる。 ・予想した値が異なる理由を議論することを通して、1次関数とみなす方法を理解する。
16	【単元のまとめ】

この単元では、数量の関係を追究し、具体的な事象を考察することを通して、関数関係を見だし、表現し、説明する能力を育成することが重要である。特に、表やグラフ、式などを利用し、予想したり検証したりする学習場面を取り入れる。

第12~15時の「1次関数の活用」では、4時間を使って、単元の総まとめとして、1次関数とみなす活動を重視した授業を設定している。

#### (2) 「1次関数の活用」の教材について

1次関数の有用性を生徒に実感させるために、身のまわりの事象で、生徒が興味・関心を持てるものとして、次の2つの教材を作成した。

##### ① 携帯電話の料金プラン(実践1:12~13時)

携帯電話の料金プランについて考えさせる課題である。実際の携帯会社の料金プランでは、各種サービスや家族セット料金などいろいろな企画があるが、ここでは、次のようなシンプルな料金設定とした。

【課題1】高校に入学すると同時に、携帯電話をもたせてもらえることになりました。ある電話会社には、次のような料金プランがあります。

プラン	月額基本使用料	1分ごとの通話料
A	3500 円	30 円
B	2000 円	40 円

上記料金プランからわかることを調べてみよう。  
 ※1か月の使用量＝基本使用料＋通話料×時間  
 ※いろいろなサービスは考えないとする。

通話時間が  $x$  分のときの月額使用料を  $y$  円として、それぞれのプランについて  $y$  を  $x$  の式で表すと、次のような1次関数となる。

プラン A :  $y=30x+3500$  ( $x \geq 0$ )

プラン B :  $y=40x+2000$  ( $x \geq 0$ )

ただし、上の式が成立するのは、厳密には  $x$  が整数の場合に限られる。このときグラフも直線にはならず、直線上に離れて並ぶ点の集合になる。

もし、変域を 0 以上の実数で考える場合には、正確にはガウス記号を用いて次のように表される。

プラン A :  $y=30[-x]+3500$  ( $x \geq 0$ )

プラン B :  $y=40[-x]+2000$  ( $x \geq 0$ )

また、グラフは階段関数になる。

実際の指導では、階段関数として扱うのではなく、「1次関数とみなして」問題を解決する。

また、問いかけは、どちらかのプランを選ばせるのではなく、この情報からわかることをいろいろな角度から考察するようにした。

② 2020 年の日本の借金予想 (実践 2: 14~15 時)

「2020 年の日本の借金を予想しよう」という課題である。2020 年は、授業対象生徒が成人を迎える年であり、東京オリンピックが開かれる年でもある。その年に、日本の借金がどれくらいであるのかを考えることは、生徒の興味・興味をひくと考えた。次のように、2000 年から 2013 年までのデータを提示し、社会の情勢は考えず、この情報だけで予想することにした。

[課題 II] 次の情報から、2020 年の日本の借金を予想してみよう。

年	借金(円)	年	借金(円)
2000	733兆	2007	938兆
2001	776兆	2008	961兆
2002	818兆	2009	990兆
2003	845兆	2010	1041兆
2004	910兆	2011	1083兆
2005	939兆	2012	1124兆
2006	942兆	2013	1163兆

2000 年から  $x$  年後の借金を  $y$  兆円として、 $x$  と  $y$  の関係をグラフで示すと、図 2 のようになる。

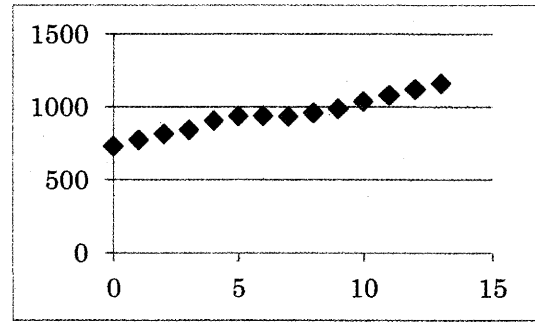


図 2 日本の借金

$x$  と  $y$  の相関係数を計算すると  $r=0.984$  であり、プロットした点が概ね一直線上に並んでいることから、1次関数とみなすことが可能である。また、最小 2 乗法により回帰直線の式を求めると、次の通りである。

$y=29.971x+752.54$

実際の指導では、最小 2 乗法等は使わずに、各自の方法で自由に 1 次関数とみなす活動に取り組み、2020 年の借金を予想させるようにした。

(3) 実践 1 ~携帯電話の料金プラン~

① 授業のねらい

- ・事象を 1 次関数とみなし、数量の関係を表、式、グラフなどで表し、時間と料金の関係を表現したり処理したりすることができる。
- ・1 次関数を活用して具体的な事象をとらえ、調べたことを筋道立てて説明することができる。

② 授業の概要

第 12 時では、課題 I を提示し、課題の内容について全体で確認した上で、個人追究を行った。

第 13 時では、最初に小集団での追究を行った上で、一斉での追究を行った。最後に「自分が電話会社の社長になったらどんなプランを考えるか」という課題を提示し、プラン作りを行った。

③ 授業時の生徒の考え

個人追究の場面では、次のア、イ、ウのような生徒の考えが見られた。

ア. 式を利用する。

プラン A :  $y=3500+30x$

プラン B :  $y=2000+40x$

イ. 表を利用する。

	Aプラン	Bプラン
基本料	高い	安い
通話料	安い	高い

通話時間	0~149	150	151以上
お得な方	Bプラン	同じ	Aプラン

ウ. グラフを利用する。

- ・1 か月の使用料をグラフで表す
- ・通話料のみをグラフで表す
- ・目盛りのとり方が異なるグラフ

小集団での追究の場面では、「自分だったらどちらのプランにするか」という話し合いから、「利用する人の立場によって選択肢が変わる」、「判断材料となるグラフの目盛りのとり方によって2つのプランの関係が異なって見える」こと等が議論された。

一斉での追究の場面では、グラフの目盛りのとり方やどのようなグラフを作成したかについて、多様な表し方がみられたので、それらを紹介した。また、ある生徒から「例えば、通話時間が1分と2分の間を考えると、正確には1次関数にならないのではないか」という意見が出たので、それを全体で取り上げた。この場合厳密には1次関数にならないが、単純化して1次関数とみなすことにより、問題を容易に解決できることを強調した。指摘した生徒を除くほとんどの生徒は、暗黙理に1次関数と考えて問題を解決していたが、この生徒の指摘により、関数とみなす活動の意味と重要性が意識化されて、次時につなげることができた。

#### (4) 実践2～2020年の日本の借金を予想しよう～

##### ① 授業のねらい

- ・年数と借金の関係を、表、グラフ、式などを用いて、表現したり処理したりすることで、未来を予測し説明することができる。
- ・予想した値が異なる理由を議論することを通して、1次関数とみなす方法を理解する。

##### ② 授業の概要

第14時は、課題Ⅱを提示し、社会情勢による影響は考えずに、提示したデータのみで予想することを確認して、個人追究を行った。その際、グラフ用紙は希望する生徒にのみ配布するようにした。また、自分の予想値の根拠を明確にすることを強調した。

第15時は、自分が予想した2020年の日本の借金について、何を根拠としたのか相手にわかりやすく説明することをねらいとして、最初に小集団での追究を行った。続いて、「多様に出された考え方はいずれも1次関数の考えを利用していること」「正確には1次関数ではないが、1次関数とみなして考えていること」「どのような1次関数とみなしたかによって、予想が変わること」に気づかせることをねらいとして、一斉での追究を行った。最後に、1次関数を学習する意義について考えた。

##### ③ 授業時の生徒の考え

個人追究の場面では、次のア、イのような生徒の考えが見られた。

ア. 表の数値をもとに計算する。

- ・最初の10年間で年間平均約30兆円増えているので、次の10年も $30 \times 10 = 300$ 兆円増えると考え、 $1041 + 300 = 1340$ 兆円と求めた。
- ・13年間で430兆円増えているので、年間平均約33兆円の増加だから、後7年で $33 \times 7 = 231$ 兆円増えると考え、 $1163 + 231 = 1394$ 兆円と求

めた。

- ・最近の3年間だけを考えると、年間平均約40兆円の増加なので、後7年で $40 \times 7 + 1163 = 1443$ 兆円と求めた。

イ. グラフを利用する。

- ・1次関数のグラフに近かったので、切片を730兆、点(10, 1041)を通ると考えて傾きを31兆にするとき、式は $y = 31x + 730$ となり、 $x = 20$ を代入して、 $y = 1350$ 兆円と求めた。
- ・1次関数と考えて直線をだいたい引き、 $x = 20$ のときの値を読み取った。

2000年から2013年までの増加量の平均を求めてから考える生徒が多かった。ただし、その計算は、13年間の平均であったり、5年ごと・7年ごと・10年ごとに期間を区切った平均であったりと、多様であった。表の数値をもとに計算して求めた生徒は、1次関数を利用しているという意識は弱かったと考えられる。時間の経過に伴い、グラフを利用したり式をつくったりする生徒が現れた。グラフをかくのに、どのように点を結び、どのように直線を引けばいいのか迷っている生徒も見られた。

小集団での追究の場面では、例えば次のような生徒たちのやり取りが見られた。

(S1～S4が順に自分の考えを発表した後)

- S1: みんなの借金の値が出たけど、全部違うね。こんなに借金があったら大変だよ。
- S3: どの方法が近い値が出るのかな。
- S4: 平均を考えるのがいい気がするけど、S3さんの考えは、今の日本の社会の流れを利用しているようで、近い値が出そうな気がする。
- S2: この問題は、予想だから違っていいと思うけど、いろいろな予想の仕方があるね。この他にもありそうだね。隣の班は四捨五入とか切り捨てなんかを使っているみたいだしね。
- S1: でも、今回のグラフって点が規則的に並んでないから、結構困ったけどみんなどう？
- S3: 僕もグラフをかいてみたけど、どうしていいかわからなかったの、後半3年分の借金のグラフがほぼ直線になったところを利用して考えたんだ。
- S2: だいたいところで線を引いてみるってこと理科でもやったことあるよね。あれ使えるのかな。
- S4: 予想だからいいと思うよ。
- S1: グラフの引き方で2020年の借金額が何兆円か違ってくるから、グラフの引き方って大切だし、難しいね。

小集団で出された4人の予想値が正しいかどうかは



判断できない様子だったが、未来のことを考えているので、仕方がないと考えていた。また、予想の仕方やグラフの引き方の違いによって金額が変わることについて、議論していた。

一斉での追究の場面では、多様に出された方法の共通点として、「1次関数の考えを利用している」ことを確認した。また、「グラフを利用して求めた」生徒の考えをもとに、厳密には1次関数ではないが、1次関数とみなすことで、未来を予想することができることを強調した。さらに、「予想値が違っているのはなぜか」という生徒の意見が出されたので、どのような1次関数とみなすかによって予想値が変わることを確認した。これらの活動を通して、関数とみなすことの有用性と限界について理解することができたと考えられる。そのことは、授業後に生徒に書かせた次の感想からも読み取れる。

- ・今回の授業では、2020年の借金を予想するということが答えがはっきりしない問題でしたが、「予想」だからこそ、根拠や理由が必要になるのだとわかりました。また、人それぞれの解答になったのは、予想値を出す根拠が違うからだと思いました。「みなす」という言葉を今後も使ってみたいと思いました。
- ・表をグラフにすることで規則性が見えてきたりするので、予想の仕方は1つではないことがわかった。また、この授業を通して、1次関数には未来を予想する力があることがわかったので、1次関数は生きていく中で使える単元だと改めてわかった。
- ・今日は日本の借金について考えました。日本の借金に規則性があるとみなして考えた時、借金を1次関数をうまく使って求められることがわかりました。また、日本の借金が本当にこのまま増え続けたらいつかとんでもない額になっちゃうから、やはり変域が必要なのかなと思いました。2020年に本当に借金がどうなっているのか、成人式に答え合わせをしたいです。

また、これらの記述から、関数の学習に興味・関心を持ち、関数を学習する意義についての理解を深めたことも読み取れる。なお、ここには3人分の感想を挙げたが、ほとんどの生徒が、関数とみなすことの有用性や限界、関数を学習する意義に関わる内容を記述していた。

##### (5) 関数の学習に関わる意識調査

本実践が生徒の意識にどの程度影響を与えたかを調査を通して明らかにすることをねらいとして、単元の途中と単元末に、以下のような「数学」や「関数」の学習に関する意識調査を、授業対象生徒120名に対し

て実施した。

- ア. 数学の授業で学習したことは、将来社会に出たときに役に立つと思うか。  
 イ. 数学を勉強すれば論理的に考えることができるようになると思うか。  
 ウ. 2年の2学期までに学習した内容で将来役に立つと思われる単元は何か。  
 エ. 関数を学習する意義は何か。

調査結果は、次の表7～表10の通りである。

表7 ア. 将来に役に立つ (%)

選択肢	単元途中	単元末
そう思う	65	70
そう思わない	5	4
わからない	28	24
その他	2	2

表8 イ. 論理的に考えることができる (%)

選択肢	単元途中	単元末
そう思う	69	71
そう思わない	2	3
わからない	27	23
その他	2	3

表9 ウ. 将来役に立つ単元 (%)

選択肢	単元途中	単元末
数と式	45	38
関数	8	20
図形	10	10
資料の活用	37	29

表10 エ. 関数を学習する意義 (%)

内容の項目	単元途中	単元末
数量の関係(規則性)を考 える	12	20
先を読む、未来を予測する	4	32
資料をまとめる力が付く (グラフをかく・読む、グ ラフで説明する等)	13	17
将来使う可能性がある	24	0
テスト、受験のため	15	19
その他(白紙、不明)	32	12

これらの結果から、次の点を指摘することができる。

ア. 単元途中での回答結果で、表7から、約2/3の生徒が数学の学習は役に立つとしている一方で、表9からは、役に立つ内容の第1に関数をあげる生徒は8%しかいないことがわかる。すなわち、多くの対象生徒は、この段階で関数の学習を肯定的にとらえていないわけではない。

イ. 単元途中と単元末の結果を比較すると、表 7、表 8 では大きな変化はない。一方、表 9 では、特に関数領域の数値が、8%→20%と大幅に増加している。この結果から、第 12～15 時の学習を通して、関数の有用性に関する生徒の意識が大いに向上したことが読み取れる。

ウ. 質問工については、記述内容をいくつかの項目に分類して表 10 のように集計した。記述内容について、単元途中と単元末の結果を比較すると、関数を学習する意義について、「テストのため」等の消極的な意義ではなく、積極的な意義を具体的に書いた生徒が、29%→69%と大幅に増加している。単元末での積極的な意義の具体的な記述内容は、表 11 の通りである。中でも「未来を予測する」ことに関わる記述をした生徒が 4%→32%に増えている。このことから、関数とみなす活動を重視した実践を通して、関数を学習する意義を理解した生徒が増加したことが読み取れる。

表 11 単元末における関数を学習する意義

内容の項目	具体的な内容
数量の関係(規則性)を考える 20%	<ul style="list-style-type: none"> <li>・何かの規則性をみつけられる。</li> <li>・2つの数を求めたいときに、一方がわかればもう一方もわかる。</li> <li>・数が決定していないときに、計算して求めることができる。</li> <li>・数のつながりがわかる。</li> </ul>
先を読む、未来を予測する 32%	<ul style="list-style-type: none"> <li>・数量関係から、未来を予想できる。</li> <li>・何かわからないものがあるとき、推測できる。</li> <li>・先を見通したり、2つの事柄にどんな関係性があるのか考えたりできる。</li> <li>・どれぐらいの量になるか予想できる。</li> <li>・将来のデータを予想する場合に使う</li> <li>・いろいろな可能性を考えられる。</li> <li>・将来社会に出たときに、売り上げとかの計算に使える。</li> <li>・先のことを予想してグラフにすることで、商売のもうけにつながる。</li> </ul>
資料をまとめる力(グラフをかく・読む、グラフで説明する等) 17%	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ある物事を簡単にわかりやすくまとめられる。</li> <li>・グラフの読み取り方を学び、グラフから気づいたことをまとめられる。</li> <li>・グラフのかき方を覚えられる。</li> <li>・いろいろなことを整理して考えることができる。</li> <li>・数の増減を理解し、資料の活用に関連して会社などで使える。</li> </ul>

### 8. 関数とみなす活動を重視した望ましい指導

5, 6の調査結果、および7で述べた実践結果から、関数とみなす活動を重視した望ましい指導への示唆と

して、「取り上げる課題」および「指導の手立て」の2つの観点について、次の4点を挙げるができる。

#### (1) 取り上げる課題

##### ① 解決の必要感が持てる課題を設定する

教科書には、車の制動距離、線香、ばね、水温など理科的な実験に関する課題が多くみられるが、生徒にとって解決の必要感があるものかは疑わしい。6で挙げた先行研究で扱われた課題も同様である。一方、今回取り扱った課題Ⅰ「携帯電話の通話料と通話時間」や課題Ⅱ「2020年の日本の借金の予想」は、いずれも今後の自分に深く関わる話題を取り上げた題材であり、生徒の授業への取り組みの様子や、授業後の感想、意識調査の結果からすると、解決の必要感が持てる課題であったということが出来る。関数とみなす活動に意欲的に取り組ませ、関数を活用しようという態度を育成する上からも、解決の必要感が持てる課題を設定することは重要であると考えられる。

##### ② 関数関係が直観的に明らかでない課題を設定する

課題Ⅰの場合は、数量の関係が1次関数であることが直観的にわかるが、課題Ⅱの場合は、表からだけではわからず、グラフをかいて初めて1次関数に近似できると判断できる。このような課題に取り組むことで、初めて関数とみなす活動の有用性を理解することができるといえよう。この意味から、関数関係が直観的に明らかでない課題を設定することが重要である。

#### (2) 指導の手だて

##### ③ 関数とみなす活動の有用性と限界を議論する

実践2の個人での追究の段階では、「1次関数とみなすことで未来が予測できる」ことの有用性や、「どのような関数とみなすかによって予想値は異なり、自分が出した答えは唯一絶対でない」という限界について、生徒は必ずしも理解していたわけではなかった。しかし、小集団での追究、そして一斉での追究の中で、生徒同士が十分に議論することを通して、上記の理解が深まっていった。このことから、関数とみなす活動の有用性と限界を理解させるためには、生徒同士の議論が重要であると考えられる。

##### ④ 関数とみなす活動を段階的に指導する

関数とみなす活動は、理科の授業でも扱われている。例えば中1で「フックの法則：ばねののび」、中2で「オームの法則：電流、電圧」、中3では「等加速度運動」などである。実験値をプロットし、グラフより考察・結論へと導いている。このように、理科では3年間で段階的な指導がなされているということが出来る。

一方、数学では、5の教科書分析で明らかにしたように、中1「比例・反比例」、中3「関数  $y=ax^2$ 」に

についての学習指導において、関数とみなす活動の扱いは十分ではない。実際、今回の実践の対象生徒は、中1のときに関数とみなす活動をきちんと指導されていない。そのこともあって、実践1では、ほとんどの生徒が関数とみなすことを意識できていなかった。関数とみなす活動の有用性と限界についての理解を深め、関数を学習する意義を理解するためには、中1～中3の関数指導全体を見通して、各学年の授業計画の中に、関数とみなす活動を重視した学習指導が段階的に的確に位置づけられ、実践されることが重要である。

## 9. 今後の課題

今後の課題として、次の点を挙げることができる。

- (1) 1次関数とみなす活動に適する教材をさらに検討し、実践を通してその有効性を検証する。
- (2) 中1や中3における関数とみなす活動を重視した指導について検討し、実践を通してその有効性を検証する。

## <引用・参考文献>

- 新井仁(2005)「事象を読み取る力を高める関数領域の指導のあり方に関する研究」日本数学教育学会誌,87巻5号 pp.12-19
- 新井仁(2006)「スギ花粉飛散量予測を題材とした関数領域の指導について」日本数学教育学会誌,88巻11号, pp.11-18
- 新井仁(2010)「統計資料を取り入れた関数領域の教材開発に関する研究-統計資料の数学的モデルの実践を通して-」第43回数学教育論文発表会論文集, pp.241-246
- 藤原大樹(2010)「1次関数とみなすことの指導についての事例的研究」日本科学教育学会年会論文集,34, pp.137-140
- 古尾宣良(1989)「実験を取り入れた関数指導の一考察-2乗に比例する関数の導入部分-」日本数学教育学会誌,71巻7号, pp.12-18
- 岩田和也・愛木豊彦(2005)「関数を用いた予測を題材とする数学授業案の開発と実践」岐阜大学数学教育研究,Vol.4, pp.23-28
- 川上公一(2002)「中学校での関数の学習における実験・観察」第35回数学教育論文発表会論文集, pp.639-640
- 熊倉啓之(2003)「学ぶ意義を実感させる関数の指導に関する研究」日本数学教育学会誌,85巻11号, pp.40-49
- 國宗進(1987)「関数の課題解決場面における子どもの考え方」日本数学教育学会誌,69巻9号, pp.4-13
- 小寺隆幸(1997)「現実の事象のモデル化を通して数学の有用性を理解させる指導の在り方」第30回数学教育論文発表会論文集, pp.433-438
- 小寺隆幸(2003a)「中学校関数におけるデータの分析

の指導の実際と考察」第36回数学教育論文発表会論文集, pp.241-246

- 小寺隆幸(2003b)「事象の変化を差分でとらえる力を育てる中学校の関数指導-生物の個数数の変化を素材として-」日本数学教育学会誌,85巻11号, pp.3-14
- 国立教育政策研究所(2012)「全国学力・学習状況調査の4年間の調査結果から今後の取組が期待される内容のまとめ(中学校編)」教育出版
- 国立教育政策研究所(2014)「平成26年度全国学力・学習状況調査報告書」
- 文部科学省(2008)「中学校学習指導要領解説数学編」教育出版
- 永田潤一郎(2004)「「比例するとみなす」ことのよさについての考察」日本数学教育学会誌,86巻3号, pp.13-20
- 南後とも子・田村みどり(2009)「現象を関数とみなす活動を通して数学を活用する力を育てる学習指導の研究」鳥取大学数学教育研究,Vol.12,No.5, pp.1-15
- 日本数学教育学会(2013)「これでいいのか学校数学パート6」日本数学教育学会意識調査委員会報告書, pp.81-100
- 大坂誠(1996)「関数関係の指導」『楽しい数学の授業』,Vol.3,明治図書, pp.55-58
- 大澤弘典(1996)「現実場面に基づく問題解決-グラフ電卓を利用した合科的授業展開を通して-」東京理科大学理学専攻雑誌,38巻2号, pp.6-10
- 清野辰彦(2004)「「仮定の意識化」を重視した数学的モデル化の授業-「一次関数とみる」見方に焦点を当てて-」日本数学教育学会誌,86巻1号, pp.11-21
- 清野辰彦(2005)「「仮定の意識化」を重視した数学的モデル化の学習指導に関する研究-2乗に比例する関数に焦点を当てて-」日本科学教育学会年会論文集,29, pp.183-186
- 清水宏幸(2003)「比例とみて問題を解くことのよさを感じさせる指導」日本数学教育学会誌,85巻11号, pp.25-30
- 清水宏幸(2007)「日常の場面で関数を活用させる指導」日本数学教育学会誌,89巻11号, pp.10-18
- 横関達人(2004)「実験を伴う関数の授業における子どもの思考過程について」上越教育大学数学教育研究, No.19, pp.159-170
- 横関達人(2005)「実験を伴う関数の授業における子どもの思考過程について-数学的モデリングに着目して-」上越教育大学数学教育研究, No.20, pp.121-132
- <註>
- 1) 分析した平成23年検定済み教科書は、次の7社のものである(番号は、教科書番号を表す)。東京書籍 721～921, 大日本図書 722～922, 学校図書 723～923, 教育出版 724～924, 啓林館 725～925, 数研出版 726～926, 日本文教出版 727～927