

## Development of Teaching Materials for Mathematical Making Activities to Create Laminate Bodies

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2022-12-22 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 松永, 泰弘, 守屋, 太雅, 松永, 元輝 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="https://doi.org/10.14945/00029245">https://doi.org/10.14945/00029245</a>

## 積層体を創る数学的ものづくり活動教材の開発

Development of Teaching Materials for Mathematical Making Activities to Create Laminate Bodies

松永 泰弘<sup>1</sup>, 守屋 太雅<sup>2</sup>, 松永 元輝<sup>3</sup>

Yasuhiro MATSUNAGA, Taiga MORIYA and Genki MATSUNAGA

（令和4年11月30日受理）

### ABSTRACT

High school mathematics needs to reflect the process of finding mathematical problem from real phenomena and solving the problem mathematically in the learning process. Therefore, there is a great need for teaching materials including mathematical activities that move back and forth between real phenomena and mathematical abstraction. In this paper, we studied about mathematical activities included in engineering and technology, and developed teaching materials "Create Laminated Bodies" for new subjects "Science and Mathematics" and STEM. On the laminated bodies as teaching materials, the students explore the solid bodies formed when the boards of cross-sectional figures are stacked and the cross-sectional shape. We focused for a cone from the solid bodies learned in high school mathematics, analyzed the cross-sectional figures, and created laminated bodies. In addition, we clarified the mathematical activities to create the laminated bodies.

### 1. 緒言

PISA2015 や TIMSS2015 の調査を受けて、中央教育審議会答申<sup>1</sup>では、「数学の平均得点の高まりが見られ、中学生が数学を学ぶ楽しさや、実社会との関連に対して肯定的な回答をする割合の改善が見られた一方、いまだ諸外国と比べると低い状況にあるなど学習意欲面で課題がある」とされた。さらに同答申において、様々な課題の解決手段としてイノベーションに大きな期待が寄せられており、強い知的好奇心や自発的な研究態度、自ら課題を発見したり未知のものに挑戦したりする態度の育成が求められている。

これらの課題を解決する数学科の目標の改善として、高等学校学習指導要領解説数学編<sup>2</sup>では、「数学的活動の一層の充実」とある。数学科の目標としている資質・能力を育成していくためには、「事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決し、

---

<sup>1</sup> 技術教育系列

<sup>2</sup> 教育実践高度化専攻

<sup>3</sup> 静岡県立静岡中央高等学校(元静岡県立浜松北高等学校)

解決過程を振り返って概念を形成したり体系化したりする過程」の果たす役割が重要であり、数学的に問題発見・解決する過程を学習過程に反映することを重視している。

さらに、各学科に共通する教科として、数学と理科にわたる教科「理数」が新設され、高等学校学習指導要領解説理数編<sup>3)</sup>では、「様々な事象に関わり、数学的な見方・考え方や理科の見方・考え方を組み合わせるなどして働かせ、探究の過程を通して、課題を解決するために必要な資質・能力を次のとおり育成することを旨とする」こととし、より高度な思考力・判断力・表現力の育成を図ることが求められている。

また、STEM教育においては、数学の重要性が挙げられている。上田ら<sup>4)</sup>は、「現実世界における複雑な問題を自分の持っている数学の知識や概念で解決できるように数学化することは、STEM教育において重要である」とし、STEM教育における数学化の役割とその重要性をあげている。二宮<sup>5)</sup>は、STEM教育における数学について、科学技術の内容を数学的な方法を用いて学習する際に価値ある数学的な内容を全く伴わない形で数学的な方法が位置づけられているのであれば、「数学」は単なる道具であるとし、STEM教育における価値ある数学の内容を重視している。

そこで、ものづくりの中に数学的活動を見出し、ものづくりの視点から数学へとアプローチする数学的ものづくり活動教材<sup>6)9)</sup>を取り上げる。数学的ものづくり活動教材は、生活や社会における数学の有用性を理解し、問題解決場面で、事象を数理的に捉え、数学的に処理することの有用性を、設計・製作や視覚・可視化の活動を通して理解することが期待できる教材である。

本研究では、高校数学で重視されている数学的活動に対して、ものづくり活動を取り入れ、ものづくり教育の視点から数学教育へとアプローチする教材として、また、新教科「理数」、STEM教育につながる教材として、積層体を創る数学的ものづくり活動教材を開発し、数学的抽象化と現実事象の間を往還する活動内容を提案する。

## 2. 数学的活動の背景ともものづくり活動

学習指導要領において、数学的活動は「事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行すること」と定義されている。現実の事象を数学化し問題解決を目指す活動に関する研究は、1970年代に始まり数多くの研究が行われ、現在の数学的活動につながっている<sup>10),11)</sup>。

Frendenthal<sup>12),13)</sup>、Treffers<sup>14)</sup>は、数学教育は数学者が導き出した最終結果を出発点とするのではなく、活動としての数学の中に出発点を見出すべきであるとし、現実の問題を数学化する事を重視した。この「活動としての数学」という考えを基に「数学化」と「追発明」を核としたRME理論(Realistic Mathematics Education theory)に発展し、多くの研究が進められている。

近年、国内において、現実事象の抽象事象の往還を繰り返しながら問題解決を目指す数学的活動が注目され<sup>15)</sup>、H10年改訂の学習指導要領において、「数学的活動」という用語が教科目標に位置付けられて以降、着実にその概念は重要視されており、数学科において、実生活と数学のつながりを意識した学習の実現をこれまで以上に意識し、積極的に指導に活かしていくことが期待されている。

阿部<sup>16)</sup>は「日本の教育は、構造指向に傾いていたが、構造指向よりもむしろ応用指向的数学的方法的側面への注目こそ重要である」とし、日本で多く行われている「現実の事象から数学

化し、さらに数学内で数学化し、数学の概念形成及び数学を発展させる」数学から、「現実の事象から数学化し、数学的モデルを作り、数学を現実へと応用する」数学をより重視している。また、池田<sup>17)</sup>は、構造指向と応用指向を統合した「モデル志向」の立場を提案しており、「現実と数学」の相互作用的な過程を重要視している。一方で、従来の構造指向と応用指向では、「現実→数学」の過程はみられるものの、「数学→現実」の過程が欠けていることも課題として挙げられている<sup>18)</sup>。

高等学校数学科(以下「高校数学」という)における数学的活動の授業実践<sup>19),20)</sup>では、数学と日常生活のつながりを意識した授業が行われているが、すでに文字化・図形化された情報として生徒に提示され、生徒による現実の事象との関りが少ない実践例がほとんどである。また、具体物を用いて実験・検証を行うことで生徒が現実事象を文字化・図形化する実践例においても、現実にかかず活動は見られず、現実事象と抽象事象の往還がなされていないことも課題として挙げられる。また、その他の実践例においても、数学的な考察を現実に生かしたものづくり活動は、見当たらない。

このような背景のもと、松永ら<sup>9-9)</sup>は、日常生活や現実社会を支えるものづくりと数学を融合し、ものづくり活動での問題を数学的に解決する活動を通して、生活や社会における事象を数理的に捉え、数学的に処理することの有用性を理解する「数学的ものづくり活動」として提案した。

日本産業技術教育学会においても、「塩山を創る数学的ものづくり活動」<sup>9)</sup>に見られるように、高校数学の数学的活動にもものづくりを取り入れ、実践を行う研究が取り組まれている。数学教育で求められる現実の事象を数学化し、問題解決を目指す数学的活動に対してものづくりの視点を取り入れることで、ものづくりから数学にアプローチし、新教科「理数」、STEM教育に展開する研究が期待される。

### 3. 積層体を創る数学的ものづくり活動

数学的ものづくり活動教材として、積層体教材の開発を行った。積層体教材は、断面図形の層を積み重ねた時にできる図形やその断面図形の形状等について探究し立体を製作する数学的ものづくり活動である。ここで扱う積層体の内容は、現実事象の問題として、積層加工や3Dプリンターなどで応用されている。

技術教育における積層体を用いた動くおもちゃものづくり教材として、断差で転がるゾウのおもちゃ(図1)がある。図1(a)の断差で転がり立ち上がる模型<sup>21)</sup>は、レーザー加工を用いて積層体の組立式の模型にすることで、製作が簡易化されており、ゾウの牙など木材での製作が容易ではない形状も設計に取り入れている。図1(b)の斜面を車輪で移動し断差で転がる模型<sup>22)</sup>では、段ボールを積み重ねることで、動物の模型を製作している。ゾウの形を段ボールに描き、はさみで切断し、ボンドで接着を行うことで、製作が容易ではない立体を生徒自らが製作できるように開発された。

一方、数学的ものづくり活動としての積層体教材は、立体の断面形状を解析し、断面図形的设计・製作を行い、製作した断面の層を組み合わせ、立体を創ることで、現実の物体を通して自らの解析の確からしさを検証する。本研究では、現実にある様々な立体をモデル化し、断面を解析し、製作を行う。現実にある様々な立体の中から、高校数学の教科書<sup>23),24)</sup>で扱われている立体として円錐を取り上げる。円錐は、断面と底面のなす角度により、断面形状が円、楕

円，双曲線，放物線と変化する。図2に示すように，底面の半径 $a$ ，高さ $h$ の円錐を考える。底面の中心を原点とし，高さ方向に $z$ 軸をとる。母線と底面がなす角は $\alpha = \text{Tan}^{-1}(h/a)$ で与えられ， $yz$ 面に垂直な断面を考え，底面と断面がなす角度を $\theta$ とする。円錐の底面と平行な断面 $\theta = 0$ は円となり，次式で与えられる。

$$x^2 + y^2 = \frac{a^2(h-z)^2}{h^2} \quad (1)$$

$\theta \neq 0$ の場合，楕円，放物線，双曲線を境界を持つ断面となる。以下において断面境界の解析を示す。



(a) 組立式の模型<sup>21)</sup> (b) 段ボールで製作した模型<sup>22)</sup>

図1 積層体で製作した動物の模型

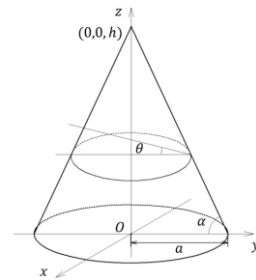


図2 円錐と座標軸

### 3-1 稜線の法則の探究活動の分析

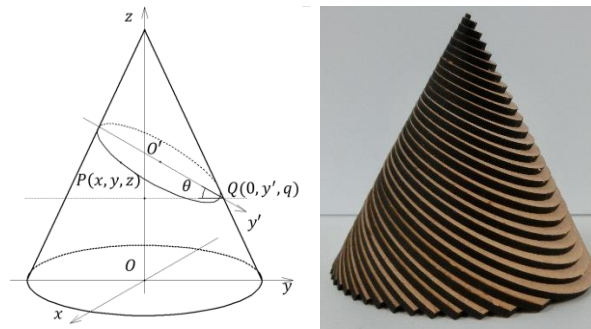
断面が楕円となる $0 < \theta < \alpha$ の場合を考える(図3(a))。yz平面と断面境界の2交点の中点を原点 $O'$ とし，2交点を通る直線を $y'$ 軸とする。断面境界上の点を $P(x, y, z)$ ， $y'$ 軸上( $y' > 0$ )の交点を $Q$ とし，点 $Q$ の $z$ 座標を $q$ とする。点 $P$ の $y'$ 座標は， $y$ を用いて

$$y' = \frac{y}{\cos \theta} - \frac{a(h-q)}{h} \left( \frac{\sin \alpha}{\sin(\theta+\alpha)} - \frac{1}{\cos \theta} \right) \quad (2)$$

で与えられる。 $xy$ 面は円形断面となり， $x, y$ が満足する円の方程式(1)に式(2)を代入すると，断面境界は次式の楕円となる。

$$\frac{x^2}{\left( \frac{h-q}{\tan \alpha} \sqrt{\frac{\sin(\alpha-\theta)}{\sin(\theta+\alpha)}} \right)^2} + \frac{y'^2}{\left( \frac{(h-q) \cos \alpha}{\sin(\theta+\alpha)} \right)^2} = 1 \quad (3)$$

解析した式(3)を用い，提示用教材として積層体を製作する。断面図形の製作にはレーザー加工を用い，層を重ね合わせて円錐を形成することで，断面境界の数学的解析を現実事象で検証する。レーザー加工による製作では，断面境界の座標を表計算ソフトで計算し，求めた座標から断面形状をCAD上で設計し，断面図形の製作を行う。材料に繊維板(厚さ2.5mm，密度 $0.816 \times 10^{-3} \text{g/mm}^3$ )を使用し，高さ $h=100\text{mm}$ ，底面の半径 $a=50\text{mm}$ の円錐を， $\theta=30^\circ$ で切断した場合の積層体として製作する。製作した積層体を図3(b)に示す。楕円板を固定するために，穴をもうけ，板を貫通させ円錐に組み合わせる。さらに，断面図形の形状が確認できるように，立体を3つに分離できる構造とした(図4)。



(a) 楕円断面 (b) 楕円断面の積層体

図3 楕円断面と円錐積層体

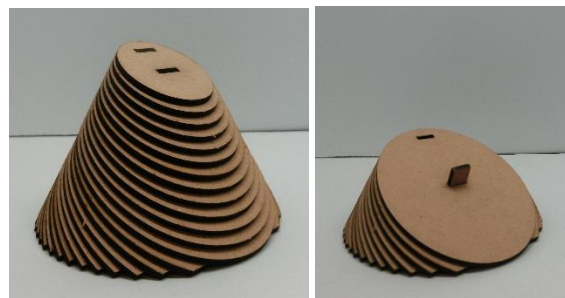


図4 楕円断面の円錐積層体が分離する様子

### 3-2 放物線を境界に持つ円錐断面

断面が放物線となる $\theta = \alpha$ の場合を考える(図5)。断面は円錐の母線と平行となり、断面上の点 $(0, k, 0)$ を原点 $O'$ 、中心線上に $y'$ 軸をとる。断面境界上の点 $P(x, y, z)$ の $y'$ 座標は $y$ を用いて

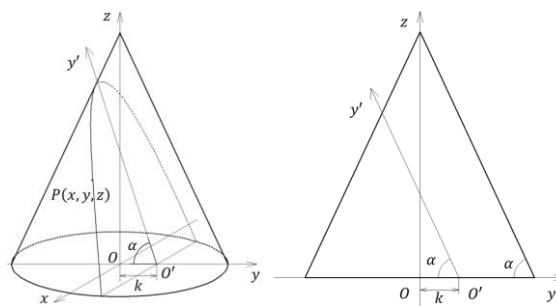
$$y' = \frac{k-y}{\cos \alpha} \tag{4}$$

で与えられる。 $x, y$ が満足する円の方程式(1)に式(4)を代入すると、

$$x^2 + (k - y' \cos \alpha)^2 = \frac{a^2}{h^2} (h - y' \sin \alpha)^2 \tag{5}$$

上式(5)を式変形すると、次式の放物線となる。

$$y' = -\frac{x^2}{2(a-k) \cos \alpha} + \frac{a+k}{2 \cos \alpha} \tag{6}$$



(a) 放物線断面 (b) yz平面における断面

図5 放物線断面となる円錐断面図

### 3-3 双曲線を境界に持つ円錐断面

断面が双曲線となる $\theta > \alpha$ の場合を考える(図6)。前節と同様に断面境界は式(5)で与えられる。式(5)を変形すると

$$x^2 + y'^2 \left( \cos^2 \theta - \frac{a^2}{h^2} \sin^2 \theta \right) - 2y' \left( k \cos \theta + \frac{a^2}{h^2} h \sin \theta \right) = a^2 - k^2 \quad (7)$$

となり、 $y'^2$ の係数において、

$$\cos^2 \theta - \frac{a^2}{h^2} \sin^2 \theta < 0 \quad (8)$$

が成り立ち、断面形状は双曲線であることがわかる。

特別な場合として、軸に平行な断面( $\theta = \pi/2$ )を考える(図7(a))。このとき、 $y' = z$ となり、断面境界上の点 $P(x, k, z)$ は次式を満足し、双曲線の方程式となる。

$$x^2 - \left( \frac{a(h-z)}{h} \right)^2 = -k^2 \quad (9)$$

式(9)を用い、3.1節と同じ形状(高さ100mm、底面の半径50mm)の円錐を積層体として製作する(図7(b))。断面図形を確かめることができるように、1つおきに層を間引いた2つの積層体(図8)を製作し、2つの円錐を組み合わせて1つの密な円錐が完成し、積層体に動きを加える工夫を行った。そうすることで、生徒が面白さや驚きを感じる事が期待できる。また、提示用教材を生徒に示し、円錐の断面図形が底面となす角度によって異なることを視覚的に理解し、円錐断面について興味・関心を高め、断面の探究への意欲を引き出すことが期待できる。

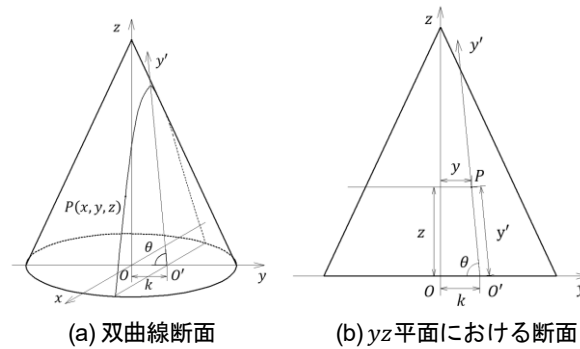


図6 双曲線断面と円錐

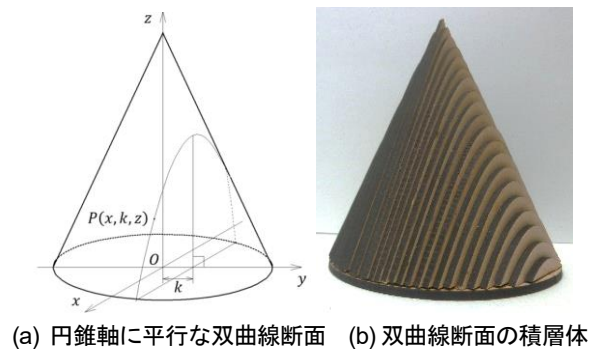


図7 双曲線断面と円錐積層体

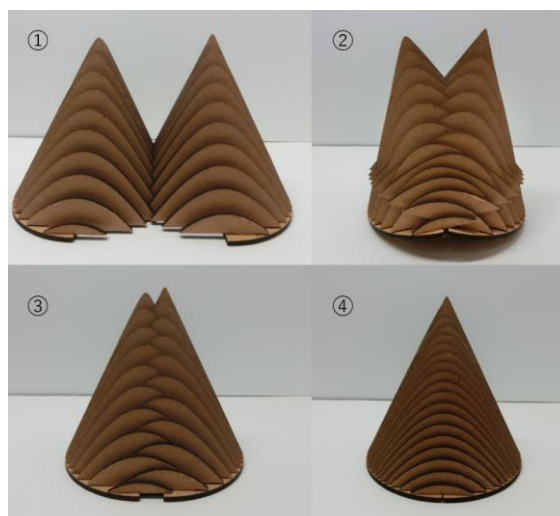


図8 双曲線断面で間引いた積層体が合体する様子

#### 4. 数学的ものづくり活動

高校数学における積層体を用いた数学的活動の授業展開を、知的好奇心を引き出す導入、基礎的概念・原理の探究、様々な積層体に挑戦する製作、数学的ものづくり活動のまとめの各段階に分けて提案する。また、生徒が行う活動の一例として積層体を紙で製作する活動を示す。

##### 4-1 積層体を用いた数学的ものづくり活動の流れ

導入から基礎的概念の獲得、数学的推論・数式表現、現実との比較、数理的考察・批判的考察、法則・知識の枠組みを図9に示す。

###### 【知的好奇心を引き出す導入】

- ① 積層体の概要を説明する。
- ② 積層加工の技術や積層の原理で立体を形成する 3D プリンターの例を提示する。積層の技術が、現実の世界で生かされていることを示すことで、積層体が現実の事象の問題として扱う。
- ③ 生徒が興味・関心を引きやすい積層体の提示用教材を示し、内発的動機づけにつなげる。

###### 【基礎的概念・原理の探究】

- ④ 現実の立体のモデルとして、積層体の断面形状を数式で表す活動を行い、形状を数式にする基礎的概念を探究する。他の生徒と話し合いながら、数式で表現する。
- ⑤ 数式からグラフをかき、断面図形的设计・製作を行う。数学的な推論を現実に応用し立体を形成する。
- ⑥ 教員が製作した立体と比較し、生徒自身の数学的解析の確からしさを検証する。現実事象において間違いが見つかった場合には、数学的推論を検討し解析を修正後、再度製作し確認を行う。

###### 【様々な積層体に挑戦する製作】

- ⑦ 導入で提示された積層体とは異なる断面形状を検討し、生徒が興味・関心を持つ解析に挑戦する。
- ⑧ 導入における基礎的概念・原理を用い、積層体の断面形状の軌跡を数式で表現する活動



を行い、知識を活用する能力を養う。

- ⑨ 数学的推論・数式表現を検証するために、製作を行い、数理的考察・批判的考察を行う。
- ⑩ 話し合いの時間を設け、対話的探究や、数学的推論の変更を行うことで、数学的見方・考え方の変革が起こる。
- ⑪ 二つの活動⑨、⑩を繰り返し、具体物・具体量と一致した数式表現に到達し知識・法則を獲得する。

【数学的ものづくり活動のまとめ】

- ⑫ 積層体の数学的ものづくり活動について、獲得した知識・活用する能力・問題探究の手法・見通しなどを話し合う。さらに、積層体の新たな課題として、相貫体などの発展的な立体に挑戦する。

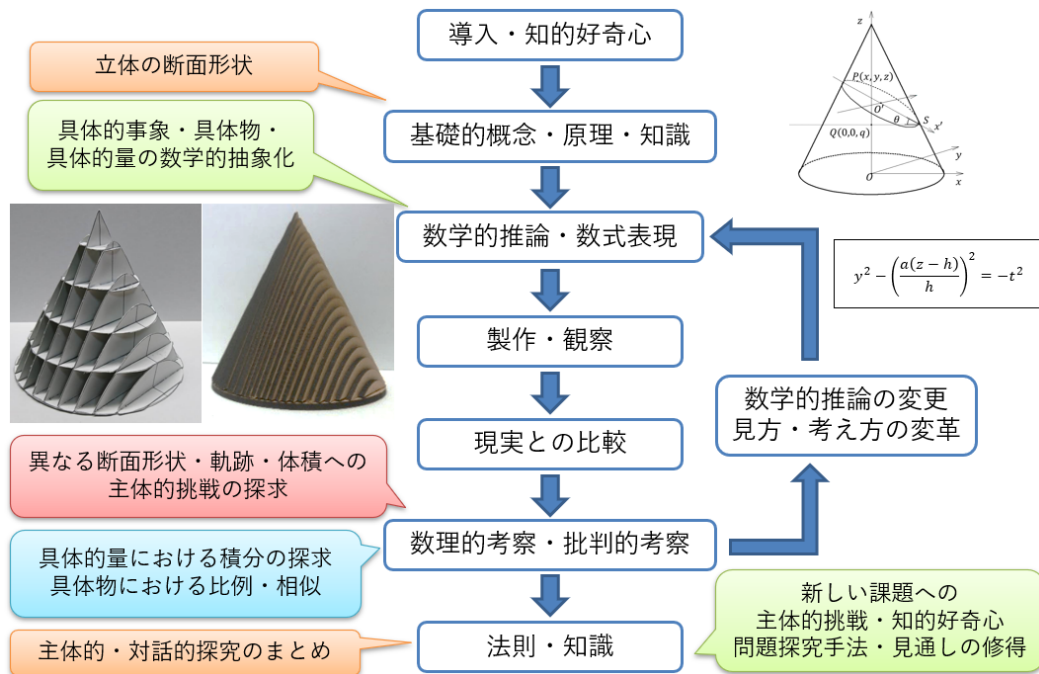


図9 数学的ものづくり活動の枠組み

4-2 積層体における生徒が行うものづくり活動

生徒が行うものづくり活動として、図10に示すように、段ボールを用いて製作<sup>29)</sup>を行う。段ボールの厚さにあわせて断面図形の設計を行い、製作する。段ボールを用いた製作では、一つの積層体をグループで製作し、人数に合わせて、層の数を調整することが可能である(図10(b))。層同士の間隔をあけ、適当な形の層でつなげて、製作することが出来る。また、クラフト紙を用いた積層体<sup>29)</sup>を図11に示す。断面図形の形状として、円錐を垂直に切った双曲線断面と水平に切った円断面を用いた。製作した積層体は、上から見ると水平断面があらわれ、横から見ると双曲線断面があらわれる。空洞のある立体とすることで、生徒が興味・関心を持つように工夫を行った。

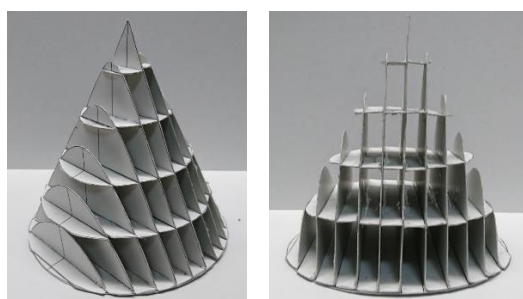
生徒は断面境界を解析し、解析した数式を基に、断面境界の座標をグラフ用紙にプロットすることで作図し、段ボール・クラフト紙に貼り付け、切り取ることで積層体中の一つの層を製

作する。製作した積層体を、前節で提案した提示用教材と比較することで自らの解析を実感をもって確かめられることが期待できる。



(a) 密な立体 (b) 空洞のある立体(左:斜め側面, 右:正面)

図 10 段ボールで製作した円錐積層体



(a) 斜め側面 (b) 正面

図 11 クラフト紙で製作した円錐積層体

## 5. 積層体に関するアンケート調査

高校生を対象に、授業内で扱った立体の断面を考える内容と関連したアンケート調査を行った。アンケート調査では、高校生の断面図形の探究に対する記述を通して、積層体の教育的価値と教育的利用の可能性について明らかにする。

### 5-1 積層体を用いた数学的ものづくり活動の流れ

高校2年次の積分の授業の中で扱った「同一半径の2つの円柱の中心軸が直交している場合の重なった部分の体積を求める問題」に関連して、数学的ものづくり活動教材としての積層体に関するアンケート調査を行った。アンケート調査の概要を以下に示す。

【日 付】2021年9月

【対 象】静岡県立浜松北高等学校 3年生 39名

授業で使用したアンケートの項目を表1に示す。4件法の結果を図12に示す。項目1)は4件法による回答と理由(自由記述)、項目2)は自由記述での回答とした。アンケートは、4件法・自由記述の分析を行い、積層体の教育的価値と教育的利用の可能性を明らかにする。

### 5-2 4件法アンケートの集計・分析

項目1)①においては、肯定的な意見を回答した生徒が16名出現した。理由の記述の中には、「立体の概形が想像しがたくとも体積を求められることが出来るから」、「切り口によって計算

量がかわるので面白い」とあり、断面を探究することが、体積の算出につながることに気づき、学習意欲につながることをわかる。また、「微小な厚さに関する問題に取り組みば求積に対する理解が深まると思う」からは、断面について探究する中で、体積を求める積分について理解を深めることが期待できる。

一方で、否定的な意見を回答した生徒の自由記述からは、「難しい」、「大変そう」といった記述が見られ、数学自体を嫌いとする記述も多く見られた。また、「空間を考えるのが難しい」、「積分の計算が大変だから」といった空間図形や積分といった単元や数学自体に対する苦手意識が否定的な回答につながっている。

項目 1)②では、16名の生徒が肯定的な回答をした。理由の記述の中には、肯定的なテキストコードとして、「不思議」が4回、「おもしろい」が3回、「興味」が1回出現した。「二次曲線というものをただの数式で表現された図形ではなく円錐という空間図形の断面に現れる平面図形として一歩高次の視点からとらえられるから」、「別々に学んだ二次曲線が円錐の断面として統合されることは、数学の美しさ、興味深さを示しているから」という記述からは、円錐とその断面として出現する二次曲線の関係に、興味深く感じていることがわかる。また、否定的な意見を回答した生徒の記述の中にも、「切り方によって断面の型が変わるのは面白い」という記述がみられた。

項目 1)③では、肯定的な意見を回答した生徒が、13名出現した。記述の中に、「数学が人々の生活をどのようによりよくしているのか。という視点と合致するため」とあり、現実の問題を数学の問題として捉えることで、現実で扱われている数学に目を向け、現実世界とのつながりを感じていることがわかる。また、「図の積層体の形がきれいだから」の記述からは、提示用教材として興味を引く教材として評価されている。

表1 アンケートの項目

項目	
1) 以下の質問に対して、最もあてはまるところに○を付け、その理由を記述してください。 *4件法(4:とてもそう思う, 3:そう思う, 2:あまりそう思わない, 1:そう思わない)	
①	立体の体積を求める積分において、断面を考え、微小な厚さの層を探究する、困難な問題に挑戦してみたい。
②	円錐の断面を数学的問題として考えてみたい。
③	3D プリンターのような積層して物体を形成する現実の問題について数学の問題として考えてみたい。
2) 高校数学において現実の問題としてもづくりを通して数学的に検証する活動についてあなたの意見を聞かせてください。(提示用教材(塩山, 積層体, 相貫体)の写真(省略))	

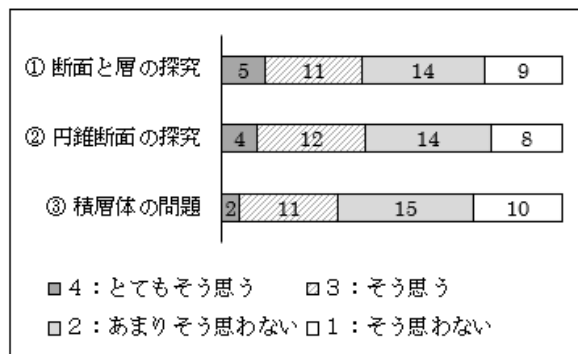


図12 4件法の結果(n=39)

### 5-3 自由記述の集計・分析

松永・守屋の行った授業実践のアンケート分析<sup>9)</sup>を参考に、項目 2)の自由記述から、頻出する語句をテキストコード(表 2)として抜き出し、記述内容の分析を行った。

#### 【テキストコード：有用性】

自由記述の中に、「有用性」に関する記述が 8 件出現した。「ものづくりを通して数学的に検証することで、数学の問題の意味や有用性を理解することが出来る可能性はあるので少しは取り入れていいと思う」、「普段から様々な解法を考え実践している人も頭の中だけで考えるより、現物を用いることで、さらに豊かな発想を得たり、自分の中の常識が覆ったりとプラスの影響が多いと思う」数学にもものづくりを取り入れることを通して現実の問題を数学的に解決することで、その有用性を理解できることが期待でき、その必要性が示された。

#### 【テキストコード：興味・関心・意欲】

自由記述の中に、「興味・関心・意欲」に関する記述が 6 件出現した。「高校では数学と現実が結びついた内容は、ほとんど扱わないので、そのような活動はもっとやってみたい」という記述からは、現実事象と結びつけることにより、主体的・積極的な学びにつながる事がわかる。また、「体積などを考えるときに、典型パターンの解法暗記ばかりで、数学を面白いと思えていない生徒に深く刺さり、新たな視点を与えられると思う」からは、数学的抽象化が困難な生徒に対してとあり、数学の楽しさや面白さを実感し、意欲的に探究を行うことが出来ると感じていることがわかる。

#### 【特徴的な記述】

正の感情に関連するテキストコード「刺激的・きれい・驚き・魅力的」が各 1 件、計 4 件出現した。「現実に行っていることを数学の視点でみることは面白いだけでなく思考力の向上になるのでとてもいいと思います。空間図形の学習はものを使うことなく、頭で立体を考えていくので、実際にもものを使う学習は刺激的になると感じました」とあり「面白い」、「刺激的」の対象が数学と現実事象との関係、学習内容に関連していることがわかり、生徒の主体的な活動を促すことが期待できる。

表 2 抽出したテキストコード

テキストコード	件数
有用性	8
興味・関心・意欲	6
楽しそう・面白そう	6
難しそう・苦手	6
思考力	4
理解しやすい	2

## 6. 結言

本研究は、立体を創る数学的ものづくり活動教材として、積層体を開発し、積層体の数学的活動での活動例を提示した。本研究において明らかになったことを以下に示す。

- ・高校数学で扱われている立体として円錐を取り上げ、楕円、放物線、双曲線の断面形状を解析し、提示用教材を製作した。生徒の興味・関心につながる提示用教材の導入での利用を提案した。

- ・生徒の数学的ものづくり活動として、積層体を厚紙でつくる活動と活動の枠組みを提案した。
- ・交差する円柱の重なる部分の体積を求める問題に取り組んだ高校生を対象に積層体に関するアンケート調査を行い、数学的活動として、積層体の教育的利用の可能性を明らかにした。

本研究は JSPS 科研費 JP21K02924 の助成を受けたものである。

## 参考文献

- 1) 文部科学省：中央教育審議会 幼稚園，小学校，中学校，高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について(答申)(中教審第 197 号)(2016)
- 2) 文部科学省：高等学校学習指導要領解説 数学編 (2018)
- 3) 文部科学省：高等学校学習指導要領解説 理数編 (2018)
- 4) 上田洋平・平林真伊・清水美憲：STEM 教育における生徒の探究活動における数学化の役割，日本科学教育学会年会論文集，Vol.38, pp.491-492 (2014)
- 5) 二宮裕之：STEM 教育における数学の位置づけ：—数学は STEM の「道具」に過ぎないのか—，日本科学教育学会年会論文集，Vol.41, pp.209-210 (2017)
- 6) 松永泰弘，八木涼，古田このみ，松永元輝：STEM 教育における数学的ものづくり活動教材，日本産業技術教育学会第 60 回全国大会(弘前)講演要旨集，p.47 (2017)
- 7) 松永泰弘，八木涼，松永元輝，大西俊弘：理数探究における数学的ものづくり活動教材"塩山"の開発，静岡大学教育学部研究報告 教科教育学編，第 49 号，pp.115-127 (2017)
- 8) 松永泰弘：立体を創る数学的活動—現実事象と数学的抽象化を往還する教材塩山から相貫体・積層体・組木への展開—，第 9 回教科開発学研究会発表論文集，pp.29-32 (2019)
- 9) 松永泰弘，守屋太雅，松永元輝：高校数学における塩山を用いた数学的活動と授業実践，日本産業技術教育学会誌，第 63 巻，第 2 号 pp.229-237 (2021)
- 10) 池田敏和：数学的活動を再考する—その性格と意図—，日本数学教育学会誌，第 90 巻，第 9 号，pp.56-64 (2008)
- 11) 池田敏和：モデルに焦点を当てた数学的活動に関する研究の世界的傾向とそれらの関連性，日本数学教育学会誌，第 95 巻，第 5 号，pp.2-12 (2013)
- 12) Freudenthal. H : Mathematics as an Educational Task, Reidel, Dordrecht (1973)
- 13) Freudenthal. H : Revisiting Mathematics Education : China lectures , Kluwer Academic Publishers. (1991)
- 14) Treffers. A : Three Dimensions, Mathematics Education Library , D. Reidel Publishing Company (1987)
- 15) 島田茂：算数・数学科のオープンエンドアプローチ，みずうみ書房(1977)
- 16) 阿部好貴：数学的モデル化と論証の接続に関する一考察—数学的リテラシーの視点から—，日本数学教育学会誌，第 97 巻，pp.1-8 (2015)
- 17) 池田敏和：モデルを志向した数学教育の展開—「応用指向 vs 構造指向」を超えて—，東洋館出版社 (2017)
- 18) 石川雅章：事象と数学を相互作用的に解釈することの困難性と課題—数学化サイクルとモデル志向の視点から—，日本科学教育学会研究会研究報告，Vol.32, No. 5, pp.83-88 (2017)
- 19) 長崎栄三：算数・数学と社会・文化のつながり，明治図書 (2001)
- 20) 磯田正美：算数・数学教育における数学的活動による学習過程の構成，共立出版 (2015)

- 21) 松永泰弘・八木涼・伊藤航大：レーザー加工を用いた厚紙製組立式動くおもちゃの開発, 第34回日本産業技術教育学会東海支部大会講演論文集, pp.145-148 (2016)
- 22) 松永泰弘：知的障害児と探究する動くおもちゃものづくりとあそびークラス・家庭の中での United by Emotion と Unite in Diversityー, 日本特殊教育学会第58回大会発表論文集, O-R201 (2021)
- 23) 俣野博・河野俊丈ほか27名：数学Ⅲ, 東京書籍 (2012)
- 24) 岡部恒治ほか17名；高等学校 数学Ⅲ, 数研出版 (2012)
- 25) 本堀雄二：一紙の断層 透過する仏一展, [https://livingculture.lixil.com/archives/gallery/contemporary/detail/d\\_001608.html](https://livingculture.lixil.com/archives/gallery/contemporary/detail/d_001608.html) (2010) (最終アクセス日：2022年4月14日)
- 26) 工業高校数学 教材・教具 HP, <https://taka3224.jimdofree.com/>媒介変数曲線-二次曲線/(最終アクセス日：2022年4月14日)