

円板状き裂を有する有限円板の動的熱応力*

須 見 尚 文*¹Dynamic Thermal Stresses in a Finite Circular Plate
with a Penny-Shaped Crack Generated by Impulsive Heating

Naobumi SUMI

A solution is presented for the stress-wave response of a partially transparent finite elastic circular plate with a penny-shaped crack subjected to electromagnetic radiation. The radiation is assumed to occur at a constant rate for the duration of the pulse and to be deposited with a radial Gaussian distribution and to diminish exponentially with distance from the surface of the plate. The development is based on the equations of uncoupled dynamic thermoelasticity with heat conduction neglected. The numerical procedure employs the explicit finite-difference approximations with second-order accuracy based on the integration of the governing equations along the bicharacteristics. Numerical calculations are carried out for the dynamic behavior of the thermal stresses and the stress intensity factors, and the results are shown in figures.

Key Words: Thermoelasticity, Finite Plate, Penny-Shaped Crack, Wave Propagation, Dynamic Stress Intensity Factor, Finite-Difference Method, Bicharacteristic Method

1. 緒 言

弾性体が電磁エネルギー、レーザー光、電子ビーム等の照射・吸収によって急激かつ直接的に内部加熱を受けると、材料内部には慣性効果による動的熱応力が発生する。動的熱応力に関しては、これまでにも種々の研究^{(1)~(6)}がなされているが、これらの解析は Sve ら⁽⁷⁾による二次元温度変化を受ける無限円板を除いて、いずれも半無限体や無限平板の一次元解析である。しかしながら、レーザー装置のミラーに用いられる有限円板のように、動的熱応力は有限境界やき裂の存在によってさまざまな挙動を示し、応力波の反射や分散、入力波と反射波の干渉等によって、材料内部には複雑かつ大きな衝撃応答が繰返され、これら有限境界をもつ弾性体の動的挙動を解明することは材料の安全設計のため重要な問題である。

そこで本研究では、電磁波等により衝撃的に内部加熱を受ける円板状き裂を有する有限円板の三次元軸対称動的熱応力を、熱波動問題に対する双曲形偏微分方程式を従特性曲線に沿って積分する従特性曲線法⁽⁸⁾

を用いて定式化し、円板状き裂面、有限円板の境界上の点それぞれに対して成立する差分方程式を誘導し、これを数値解析することにより、円板状き裂を有する有限円板の衝撃応答および動的応力拡大係数の挙動を明らかにした。

2. 理論解析

2.1 基礎式 図1に示すように、円柱座標系(r, θ, z)において、最初静止状態にある中心に半径 a の円板状き裂を有する半径 b 、厚さ $2h$ の有限円板が、時間 $t=0$ の瞬間にその上表面 $z=-h$ から電磁エネルギーの照射を受けて急激に内部加熱される場合の三次元軸対称動的熱応力を解析する。電磁エネルギー照射による動的熱応力問題の初期応答を扱う場合、 l を特性距離、 κ を温度伝導率、 c を弾性波の伝ば速度とすると、一般に熱拡散に関する特性時間($t_T = l^2/\kappa$)

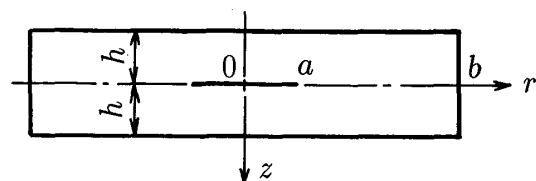


図1 円板状き裂を有する有限円板

* 平成5年11月15日 材料力学部門講演会において講演、原稿受付 平成6年4月21日。

*¹ 正員、静岡大学教育学部 (〒422 静岡市大谷 836)。

は熱応力波の伝ばに関する特性時間($t_M=l/c$)に比べて非常に大きい。したがってこの種の問題は瞬時的内部発熱の問題として熱伝導を無視することができる⁽¹⁾。

一般に、電磁エネルギーは時間的にはステップ関数的に照射され、空間的には指数関数的に減少するので、有限円板の非定常温度分布は、円板状き裂の存在によって乱されないものとして、次式で与える⁽²⁾。

$$T = T_0 f(t) \cdot \exp\{-(z+h)/l\} \cdot \exp\{-r^2/d^2\} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 T_0 は一定温度、 l および d は温度がその最大値の $1/e$ に減少する特性加熱深さおよび特性加熱半径を表し、 t_0 を一定の加熱時間(加熱の立上り時間)とするとき、 $f(t)$ は次式で与えられる。

$$f(t) = \begin{cases} t/t_0, & t \leq t_0 \\ 1, & t \geq t_0 \end{cases} \dots\dots\dots (2)$$

さて、三次元軸対称動的熱応力問題における運動方程式は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{1}{r}(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) \\ \rho \frac{\partial w}{\partial t} &= \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{1}{r} \sigma_{rz} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

また、応力成分、速度成分、温度の関係は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial t} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u}{\partial r} + \lambda \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \frac{u}{r} - \beta \frac{\partial T}{\partial t} \\ \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial t} &= \lambda \frac{\partial u}{\partial r} + \lambda \frac{\partial w}{\partial z} + (\lambda + 2\mu) \frac{u}{r} - \beta \frac{\partial T}{\partial t} \\ \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial t} &= \lambda \frac{\partial u}{\partial r} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \frac{u}{r} - \beta \frac{\partial T}{\partial t} \\ \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial t} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 U, W をそれぞれ r, z 軸方向変位とすると、 $u = \partial U / \partial t, w = \partial W / \partial t$ はそれぞれ r, z 軸方向の粒子速度成分を表す。また、 ρ は密度、 σ_{ij} は応力成分、 T は温度である。また、 λ と μ はLameの定数、 α_t を線膨張係数とすると、 $\beta = \alpha_t(3\lambda + 2\mu)$ である。

さて、有限円板の上下表面および側面、さらに円板状き裂面はすべて応力自由とすれば、境界条件は次式

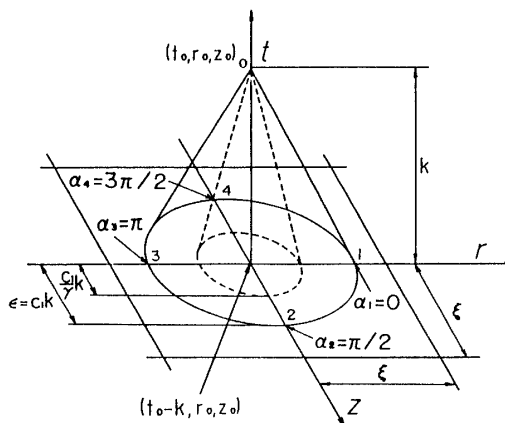


図 2 特性円すい

となる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{zz} = \sigma_{rz} = 0; & \quad z = \pm h, & \quad 0 \leq r \leq b \\ \sigma_{rr} = \sigma_{rz} = 0; & \quad -h \leq z \leq h, & \quad r = b \\ \sigma_{zz} = \sigma_{rz} = 0; & \quad z = 0, & \quad 0 \leq r \leq a \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

2.2 従特性曲線法 式(3)-(5)を満足する応力および粒子速度を求めるために、本論文では従特性曲線法を用いる。式(3)、(4)は双曲形六元連立1階偏微分方程式であり、その特性曲面は図2に示すように (t, r, z) 空間において、点 (t_0, x_0, z_0) を頂点とする円すい面で与えられ、外側および内側の円すいは、それぞれ膨張波およびせん断波に対応する。ここで k は時間増分、 ξ は後述の差分格子間隔である。この円すい面の母線が従特性曲線であり、 α をパラメータとすれば、次式となる。

$$\left. \begin{aligned} x - x_0 &= c(t - t_0) \cos \alpha \\ z - z_0 &= c(t - t_0) \sin \alpha \end{aligned} \right\} c = c_1, c_2 \dots\dots\dots (6)$$

ここで c_1 および c_2 は膨張波およびせん断波の伝ば速度であり、それぞれ次式で定義される。

$$c_1 = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}, \quad c_2 = \sqrt{\mu/\rho} \dots\dots\dots (7)$$

この場合、式(3)、(4)の偏微分方程式を解くことは、式(6)で与えられる従特性曲線に沿って成立する次式の常微分方程式(従特性曲線方程式)を解くことと同じになる。

$$-\rho c_1 \cos \alpha du - \rho c_1 \sin \alpha dw - dp - \cos 2\alpha dq - \sin 2\alpha dn = S_1(\alpha) dt \dots\dots\dots (8)$$

$$-\rho c_2 \sin \alpha du + \rho c_2 \cos \alpha dw - \sin 2\alpha dq + \cos 2\alpha dn = S_2(\alpha) dt \dots\dots\dots (9)$$

ただし、

$$p = \frac{\sigma_{rr} + \sigma_{zz}}{2}, \quad q = \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{zz}}{2}, \quad m = \sigma_{\theta\theta}, \quad n = \sigma_{rz} \dots\dots\dots (10)$$

であり、 $S_1(\alpha)$ および $S_2(\alpha)$ は次式で定義される。

$$\begin{aligned}
S_1(\alpha) = & c_1 \cos \alpha (\cos 2\alpha - 1) \frac{\partial q}{\partial r} + c_1 \sin \alpha (\cos 2\alpha + 1) \frac{\partial q}{\partial z} + c_1 (\sin 2\alpha \cos \alpha - \sin \alpha) \frac{\partial n}{\partial r} \\
& + c_1 (\sin 2\alpha \sin \alpha - \cos \alpha) \frac{\partial n}{\partial z} - \{(\lambda + 2\mu) \sin^2 \alpha + \mu \cos 2\alpha - \mu\} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{2} \lambda \sin 2\alpha \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2} \lambda \sin 2\alpha \frac{\partial w}{\partial r} \\
& - \{(\lambda + 2\mu) \cos^2 \alpha - \mu \cos 2\alpha - \mu\} \frac{\partial w}{\partial z} + \beta \frac{\partial T}{\partial t} - c_1 \cos \alpha \left(\frac{p+q-m}{r} \right) - c_1 \sin \alpha \frac{n}{r} - \lambda \frac{u}{r} \dots \dots \dots (11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_2(\alpha) = & -c_2 (\sin \alpha - \sin 2\alpha \cos \alpha) \frac{\partial q}{\partial r} - c_2 \sin \alpha \frac{\partial p}{\partial r} - c_2 (\cos \alpha - \sin 2\alpha \sin \alpha) \frac{\partial q}{\partial z} + c_2 \cos \alpha \frac{\partial p}{\partial z} \\
& + c_2 \cos \alpha (1 - \cos 2\alpha) \frac{\partial n}{\partial r} - c_2 \sin \alpha (1 + \cos 2\alpha) \frac{\partial n}{\partial z} - \frac{1}{2} \mu \sin 2\alpha \frac{\partial u}{\partial r} + \mu \cos^2 \alpha \frac{\partial u}{\partial z} \\
& - \mu \sin^2 \alpha \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{2} \mu \sin 2\alpha \frac{\partial w}{\partial z} - c_2 \sin \alpha \left(\frac{p+q-m}{r} \right) + c_2 \cos \alpha \frac{n}{r} \dots \dots \dots (12)
\end{aligned}$$

独立変数が r のみの関数である場合、式(8)、(9)において $\alpha=0, \pi$ と取り、 $w=n=0$ と置けば、一次元問題に対する特性曲線方程式が得られ、結果は文献⁽¹¹⁾と一致する。

さて、従特性曲線方程式(8)、(9)から差分方程式を誘導する手順は以下のとおりである。一般に、従特性曲線に沿って関数 $w(p, q, m, n, u, w)$ は常微分関係で与えられ、 $dw=g(a)dt$ と表される。これを外側および内側の従特性曲線に沿って $\alpha_i=(i-1)\pi/2$, ($i=1, 2, 3, 4$) とする $t=t_0-k$ 平面上の点 i から $t=t_0$ の点 0 まで積分すれば、

$$\delta w = \frac{k}{2} \{g(\alpha_i)^0 + g(\alpha_i)_i\} - (w_0 - w_i) + O(k^3) \dots \dots \dots (13)$$

ここで、 δw は $\delta w = w^0 - w_0 = w(t_0, r_0, z_0) - w(t_0 - k, r_0, z_0)$ 、すなわち関数 w の時間増分であり、上添字 0 および下添字 0 はそれぞれ点 (t_0, r_0, z_0) および $(t_0 - k, r_0, z_0)$ における値を示す。このとき、式(8)、(9)、(11)、(12)を式(13)に適用すれば8個の式が得られ、一方、基礎式(3)、(4)を時間軸に沿って $t=t_0-k$ から $t=t_0$ まで積分すれば6個の式が得られる。これら合計14個の式を連立させて、各式に含まれる点 (t_0, r_0, z_0) における未知の偏導関数 w^0, w_z^0 を消去し、 $O(k^3)$ 以下の高次の微小項を省略すれば、領域内の任意点に対して成立する次式の連立の差分方程式が求められる。

$$\begin{aligned}
2\rho c_1 \delta u = & \epsilon^2 \left\{ \frac{1}{c_1} (\lambda + \mu \gamma) w_{rz} + \rho c_1 u_{rr} + \rho c_1 u_{zz} \right\}_0 + 2\epsilon (p_r + q_r + \gamma n_z)_0 + \frac{1}{2} \frac{\epsilon}{r_0} \frac{\lambda}{c_1} 2\epsilon (u_r)_0 \\
& + \frac{\epsilon}{r_0} \{ (p+q-m)^0 + (p+q-m)_0 \} + \frac{1}{2} \frac{\epsilon}{r_0} \epsilon^2 (p_{rr} + q_{rr} - m_{rr} + p_{zz} + q_{zz} - m_{zz})_0 \dots \dots \dots (14 \cdot a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2\rho c_1 \delta w = & \epsilon^2 \left\{ \frac{1}{c_1} (\lambda + \mu \gamma) u_{rz} + \rho c_1 w_{zz} + \rho c_1 w_{rr} \right\}_0 + 2\epsilon (p_z - q_z + \gamma n_r)_0 + \frac{\epsilon}{r_0} \{ (n)^0 + (n)_0 \} \\
& + \frac{1}{2} \frac{\epsilon}{r_0} \epsilon^2 (n_{zz} + n_{rr})_0 + \frac{1}{2} \frac{\epsilon}{r_0} \frac{\lambda}{c_1} 2\epsilon (u_z)_0 \dots \dots \dots (14 \cdot b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2 \frac{\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} \delta p = & \epsilon^2 (2n_{rz} + p_{rr} + q_{rr} + p_{zz} - q_{zz})_0 + 2\epsilon (\rho c_1 u_r + \rho c_1 w_z)_0 - 2 \frac{\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} \beta \delta T \\
& + \frac{\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} \frac{\epsilon}{r_0} \frac{\lambda}{c_1} \{ (u)^0 + (u)_0 \} + \frac{1}{2} \frac{\epsilon}{r_0} \frac{\lambda}{c_1} \epsilon^2 (u_{rr} + u_{zz})_0 + \frac{1}{2} \frac{\epsilon}{r_0} 2\epsilon (n_z + p_r + q_r - m_r)_0 \dots \dots \dots (14 \cdot c)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2 \frac{\lambda + 2\mu}{\mu} \delta q = & \epsilon^2 (p_{rr} + q_{rr} - p_{zz} + q_{zz})_0 + 2\epsilon (\rho c_1 u_r - \rho c_1 w_z)_0 + \frac{1}{2} \frac{\epsilon}{r_0} \frac{\lambda}{c_1} \epsilon^2 (u_{rr} - u_{zz})_0 \\
& - \frac{1}{2} \frac{\epsilon}{r_0} 2\epsilon (n_z - p_r - q_r + m_r)_0 \dots \dots \dots (14 \cdot d)
\end{aligned}$$

$$2\delta n = \epsilon^2 \left(2 \frac{1}{\gamma} p_{rz} + n_{rr} + n_{zz} \right)_0 + 2\epsilon \left(\frac{1}{\gamma} \rho c_1 w_r + \frac{1}{\gamma} \rho c_1 u_z \right)_0 + \frac{1}{2} \frac{\epsilon}{r_0} \frac{1}{\gamma} 2\epsilon (n_r + p_z + q_z - m_z)_0 \dots \dots \dots (14 \cdot e)$$

$$\delta m = \frac{1}{2} \left(\frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} \right) \frac{\epsilon}{r_0} \frac{\mu}{c_1} \{ (u)^0 + (u)_0 \} - \frac{\mu}{\lambda + \mu} \beta \delta T + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \delta p \dots \dots \dots (14 \cdot f)$$

ここで、下添字 r, z はその量についての偏微分を表し、 ϵ と γ は次式で定義される。

$$\epsilon = c_1 k, \quad \gamma = c_1 / c_2 \dots \dots \dots (15)$$

なお、円板状き裂面、有限円板の上下表面および側面、さらに角の点では図2に示す特性円すい面の一部が存在せず、未知の偏導関数 w^0, w_z^0 を消去するための従特性曲線の数が減少するが、その分、境界条件によって条件が補足され、それぞれの点に応じた式(14)に対応する差分方程式が得られるが、それらの誘導および表示式は紙面の都合で省略する。

さて、破壊力学における解析解が示すところによれば、き裂先端での動的熱応力場はき裂先端からの距離 ρ_a について $1/\sqrt{\rho_a}$ の特異性をもち、偏角についても静的な場合とまったく同じ分布をするので、き裂先端でのモード I およびモード II の動的応力拡大係数は、それぞれ次式で与えられる⁽⁹⁾。

$$\left. \begin{aligned} K_I(t) &= \lim_{r \rightarrow a} \sqrt{2\pi(r-a)} \sigma_{rr}(t, r, 0) \\ K_{II}(t) &= \lim_{r \rightarrow a} \sqrt{2\pi(r-a)} \sigma_{rz}(t, r, 0) \end{aligned} \right\} \dots (16)$$

しかしながら、差分法による数値解は、き裂先端での特異応力を表現できないので、具体的数値計算においては、き裂先端近傍の各格子点上で式の値を求め、これを $r \rightarrow a$ に直線で外挿する方法⁽¹⁰⁾ により、各時間ステップごとの動的応力拡大係数を求める。

3. 数値計算

本論文では、数値計算にあたり次の無次元量を用いた。

$$\begin{aligned} r^* &= r/h, \quad z^* = z/h, \quad t^* = c_1 t/h, \quad t_0^* = c_1 t_0/h \\ a^* &= a/h, \quad b^* = b/h, \quad \eta^* = h/l, \quad d^* = d/h \\ \sigma_{ij}^* &= \frac{1-\nu}{\alpha_i E T_0} \sigma_{ij}, \quad (u^*, w^*) = \frac{1-\nu}{1+\nu} \frac{1}{\alpha_i T_0 c_1} (u, w) \\ T^* &= T/T_0, \quad (K_I^*, K_{II}^*) = \frac{1-\nu}{\alpha_i E T_0} \frac{1}{\sqrt{2\pi a}} (K_I, K_{II}) \end{aligned}$$

この場合、無次元の膨張波およびせん断波の伝ば速度は $c_1^* = 1$, $c_2^* = 1/\gamma$ となり、無次元の温度分布は次式となる。

$$T^* = f(t^*) \cdot \exp\{-(z^*+1)\eta^*\} \cdot \exp\{-r^{*2}/d^{*2}\} \dots (17)$$

数値計算においては、各差分方程式に含まれる各変数に関する偏導関数を、領域内の点に対しては中央差分、境界および角の点に対しては前方あるいは後方差

分を用いて、座標格子間隔 ξ^* の $O(\xi^{*2})$ の精度で差分近似した。その際、差分法における解の安定条件を考慮して、座標格子間隔 ξ^* と時間格子間隔 k^* の比を $\xi^*/k^* = 4$ と取り、差分格子間隔の増減と解の収束状況から $\xi^* = 0.02$, $k^* = \epsilon^* = 0.005$ と取ることで安定した解が得られた。また、形状が特異となるき裂先端では、新たな差分格子を考えなければならないが、本論文ではき裂先端の一つ内側のき裂上下面の点での値を相加平均して、き裂先端を材料内部の格子点と見たてて計算することにより、安定した解を得た。

まず、衝撃的に内部加熱を受ける有限円板の動的熱応力の特徴を吟味するために、円板状き裂のない場合の結果を図3～8に示す。図3および図4は $\eta^* = 0$, $d^* = 4$, すなわち板厚方向には温度が一様で、半径方向にガウス分布の温度変化を受ける $b^* = 8$ の有限円板の中心 ($r^* = 0, z^* = 0$) での σ_{rr}^* および σ_{zz}^* の時間的変動を、加熱の立上り時間 t_0^* をパラメータとして示す。図中の破線は対応する一次元解 ($\eta^* = 0, d^* = b^* = \infty$)⁽¹¹⁾ である。 σ_{rr}^* および σ_{zz}^* は、応力自由の初期状態から t_0^* の立上りで圧縮応力が漸増し、その後上下自由表面から応力の符号が反転した反射波が到達するので、圧縮応力から引張応力になり、以下、反射波の影響で交互に圧縮と引張りの応力が繰返される。この場合、 $d^* = 4$ であるので円板の側面 ($r^* = 8$) での温度上昇、したがって熱応力は小さく、中心における $t^* = 8$ 後の側面からの反射波の影響は小さい。一次元解と比較して、二次元解は鋭い波頭を表現せず、波頭近傍では応力は振動し、この振動現象は t_0^* が小さいほど顕著となっている。図5は $t_0^* = 0.5$, $\eta^* = 0, d^* = 4$, 図6は $t_0^* = 0.5$, $\eta^* = 1, d^* = 4$ の加熱条件における $b^* = 8$ の有限円板の中心 ($r^* = 0, z^* = 0$) と点 ($r^* = 4, z^*$

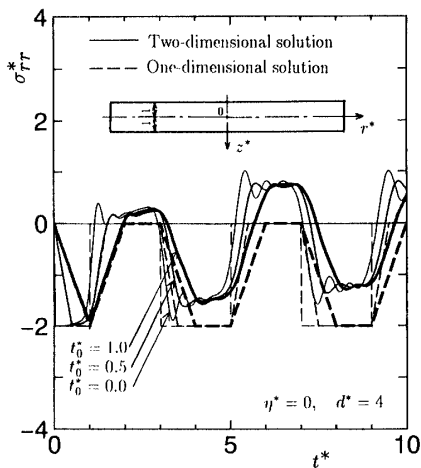


図3 σ_{rr}^* の時間的変動 ($r^* = 0, z^* = 0 : b^* = 8$)

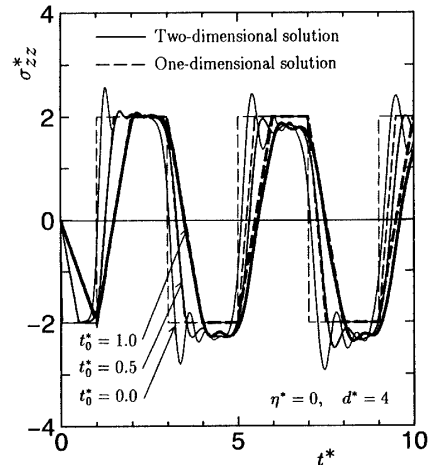


図4 σ_{zz}^* の時間的変動 ($r^* = 0, z^* = 0 : b^* = 8$)

=0)での σ_{rr}^* , $\sigma_{\theta\theta}^*$, σ_{zz}^* の時間的変動を示す。円板の中心では $\sigma_{rr}^* = \sigma_{\theta\theta}^*$ である。図6の $\eta^* = 1$ の場合、上表面から遠ざかるにつれて温度上昇が小さくなるので、図5の $\eta^* = 0$ の場合に比べ熱応力は小さくなる。図7および図8は、 $t_0^* = 0.5$, $\eta^* = 0$, $d^* = 4$ の場合の円板の中心での σ_{rr}^* および σ_{zz}^* の時間的変動を、円板の半径 b^* をパラメータとして示す。有限円板の場合、上下表面のみならず側面からも中心に向かって熱応力波が伝ばし、干渉するので、円板の中心部分には一次元解に見られない大きい複雑な動的熱応力が生じている。

次に、円板状き裂を有する有限円板の結果を図9~14に示す。加熱条件はいずれも $t_0^* = 0.5$, $\eta^* = 0$, $d^* = 4$ の対称モードの場合である。き裂延長線上の σ_{zz}^*

の時間的変動の様子を吟味するために、 $a^* = 1$, $b^* = 8$ および $a^* = 1$, $b^* = 4$ の有限円板に対して、初期応力零の状態から圧縮応力が增大する $t^* = 0.1 \sim 0.5$ の場合について図9および図11に、圧縮応力から引張応力に変化する $t^* = 0.6 \sim 1.6$ の場合について図10および

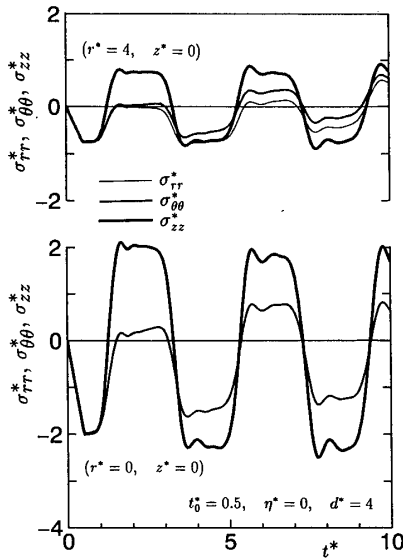


図5 σ_{rr}^* , $\sigma_{\theta\theta}^*$, σ_{zz}^* の時間的変動 ($b^* = 8$)

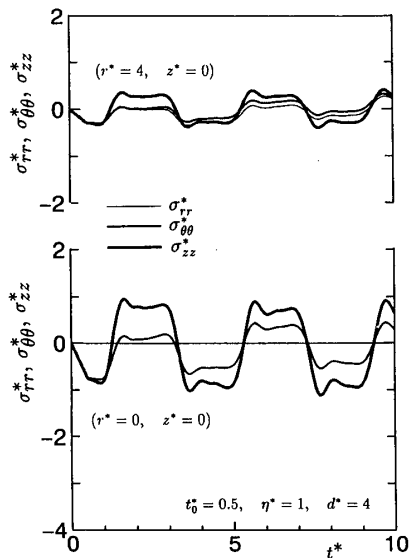


図6 σ_{rr}^* , $\sigma_{\theta\theta}^*$, σ_{zz}^* の時間的変動 ($b^* = 8$)

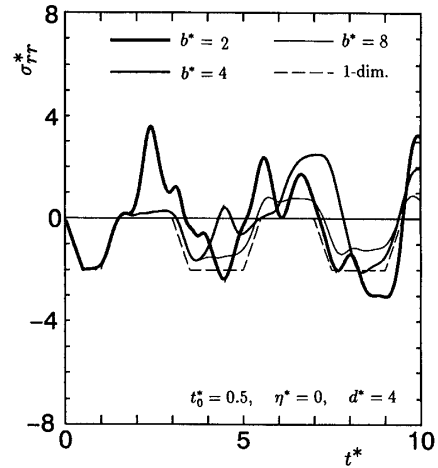


図7 σ_{rr}^* の時間的変動 ($r^* = 0$, $z^* = 0$)

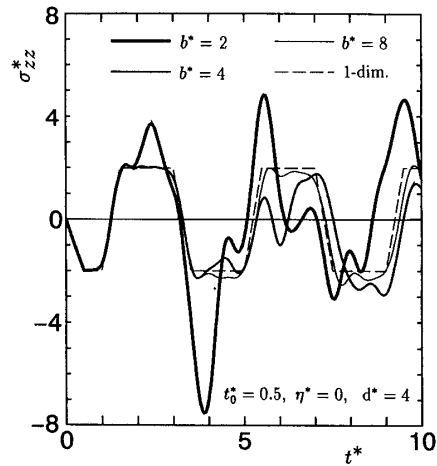


図8 σ_{zz}^* の時間的変動 ($r^* = 0$, $z^* = 0$)

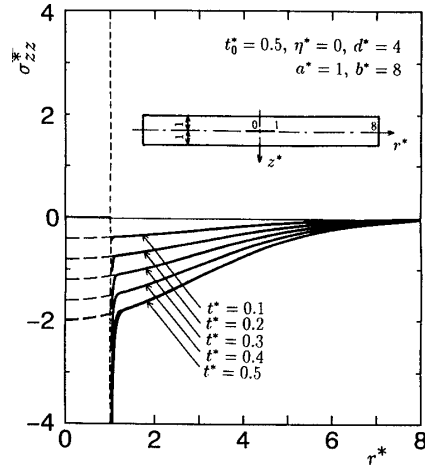


図9 円板状き裂延長上の σ_{zz}^* の時間的変動 ($b^* = 8$)

図 12 に示す。図中の破線は円板状き裂のない場合の結果である。衝撃的加熱の初期の段階では、円板状き裂先端近傍では急激な圧縮の特異応力を生じるが、その後上下自由表面からの反射波の影響で、き裂先端近傍では急激に圧縮応力が開放され、引張りの特異応力へ

と変化し、以降、圧縮および引張りの特異応力が交互に繰返される。図 13 は $b^*=4$ の有限円板の動的応力拡大係数 $K_I^*(t^*)$ をき裂の半径 a^* をパラメータとして示し、図 14 は $a^*=1$ の場合について円板の半径 b^* をパラメータとして示す。これらの動的応力拡大係数の計算においては、き裂先端から 2 格子点を除く 10 格子点に対して式(16)の値を求め、これを直線に外挿することにより求めた。前述のごとく、加熱の初期の段階においてはき裂先端近傍では圧縮の特異応力を示し、動的応力拡大係数は負(図では破線で示す)となり、き裂は進展しないが、その後上下表面からの反射波の影響で動的応力拡大係数は正となり、き裂が進展して材料が破壊する可能性があることが示されている。

4. 結 言

本論文では、電磁波等により衝撃的に内部加熱を受ける円板状き裂を有する有限円板の二次元軸対称動的熱応力を、従特性曲線法を用いて定式化し、これを差

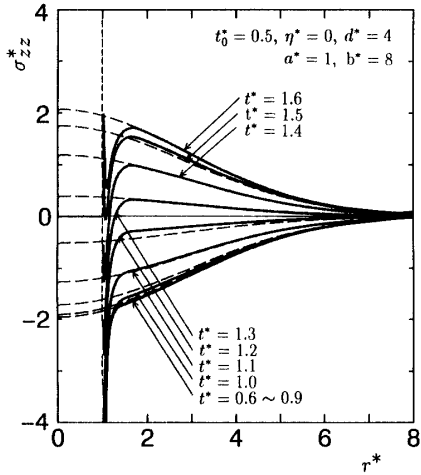


図 10 円板状き裂延長上の σ_{zz}^* の時間的変動 ($b^*=8$)

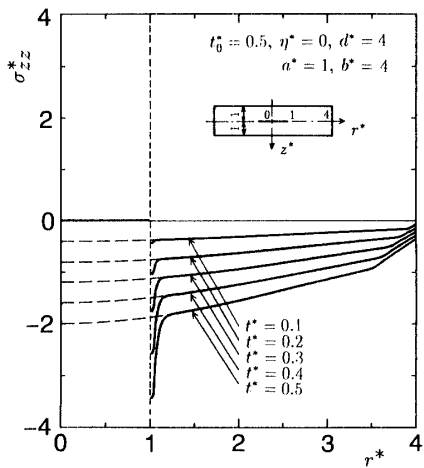


図 11 円板状き裂延長上の σ_{zz}^* の時間的変動 ($b^*=4$)

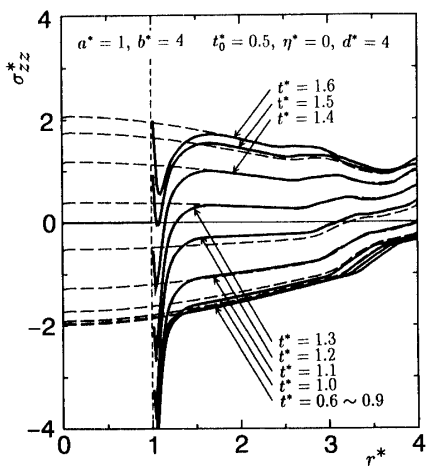


図 12 円板状き裂延長上の σ_{zz}^* の時間的変動 ($b^*=4$)

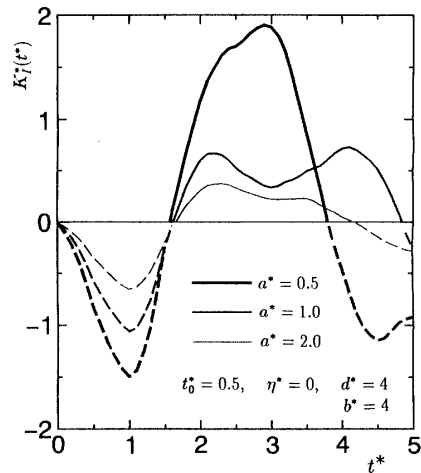


図 13 $K_I^*(t^*)$ の時間的変動 ($b^*=4$)

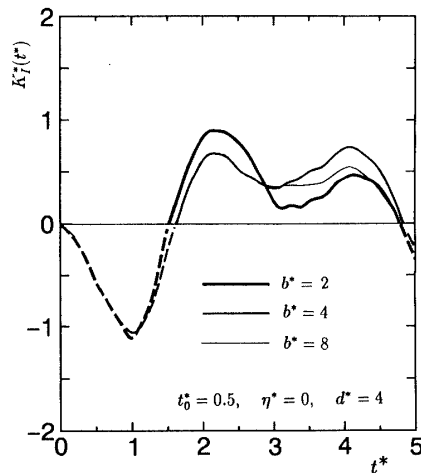


図 14 $K_I^*(t^*)$ の時間的変動 ($a^*=1$)

分法により数値解析する方法を示し、具体的数値計算により動的熱応力および動的応力拡大係数を求めた。有限境界をもつ弾性体の動的熱応力は、自由境界で応力が符号を反転して反射するため、材料内部では入射波と反射波の干渉により、大きな複雑な動的応力が交互に繰返され、円板状き裂先端では引張りの特異応力によりき裂が進展して、材料が破壊する可能性があることが示された。最後に、本研究は文部省科学研究費によることを記し、謝意を表す。

文 献

(1) Zaker, T. A., *J. Appl. Mech.*, 32-1(1965), 143.

- (2) Morland, L. W., *AIAA J.*, 6-6(1968), 1063.
 (3) Rausch, P. J., *J. Appl. Mech.*, 36-2(1969), 340.
 (4) Hegemier, G. A. and Tzung, F., *J. Appl. Mech.*, 37-2(1970), 339.
 (5) Johnston, B. M., *Nucl. Eng. Des.*, 9(1969), 327.
 (6) Gascoigne, H. E. and McIvor, I. K., *AIAA J.*, 9-5(1971), 937.
 (7) Sve, C. and Miklowitz, J., *J. Appl. Mech.*, 40-1(1973), 161.
 (8) Clifton, R. J., *Q. Appl. Math.*, 25-1(1967), 97.
 (9) Sih, G. C., *Elastodynamic Crack Problems*, (1977), 32, Noordhoff.
 (10) Chen, Y. M., *Eng. Fract. Mech.*, 7(1975), 653.
 (11) 須見・伊藤, 機論, 57-542, A(1991), 2409.