

## 傾斜機能材料をインサート材とする複合円筒の動的熱応力解析\*

須見尚文\*<sup>1</sup>, 門奈博\*<sup>2</sup>, 菅野良弘\*<sup>3</sup>Dynamic Thermal Stresses in a Composite Hollow Circular Cylinder  
with an Interlayer of Functionally Graded Material

Naobumi SUMI, Hiroshi MONNA and Yoshihiro SUGANO

This paper is concerned with the dynamic treatment of thermal stresses in a ceramic metal composite hollow circular cylinder with an interlayer of functionally graded material (FGM) subjected to uniform impulsive electromagnetic radiation. Heating is assumed to be a step function in time, and to diminish exponentially with distance from the inner surface of the cylinder, assuming negligible heat conduction. In treating problems, the nature of the stress wave buildup in the absorption cylinder is studied for the case of a temperature dependent solid, i. e., material properties vary with temperature. The nonhomogeneous hollow circular cylinder is approximated as a laminated hollow circular cylinder consisting of different, homogeneous and isotropic cylindrical layers which are perfectly bonded to each neighboring layer. The numerical procedure employs the characteristic method based on the integration of the governing equations along the characteristics. Numerical examples are presented for several cases, which show the significance of the temperature dependent properties of the material and the effects of the thickness and composition distribution of the FGM interlayer on the magnitude of the dynamic thermal stresses.

**Key Words:** Nonhomogeneous Thermoelasticity, Temperature Dependent Property, Ceramic Metal Composite Hollow Circular Cylinder, Functionally Graded Material, Characteristic Method, Dynamic Thermal Stress, Wave Propagation

## 1. 緒 言

物体が電磁波、レーザー、 $\gamma$ 線などの照射を受けて急に内部発熱を受ける場合、材料内部には衝撃的な動的熱応力が発生し、熱応力波の境界や界面での反射と干渉によって、材料内部には複雑かつ大きな衝撃応答が繰返される。

近年、繊維強化複合材料の耐熱構造材料としての使用、さらには熱応力緩和を発現させるための傾斜機能材料(Functionally Graded Material; FGM)の開発など、不均質材料の使用範囲が急速に拡大されはじめた。一般に、セラミックは耐熱性、遮熱性、耐食性、耐摩耗性などの優れた特性を有しているが、その反面、もろさ、信頼性の低さ、難加工性などの明確な欠点をもっている。このように、単一の材料で高い高温強度と優れた耐環境性の両方の特性を満足する材料は見い出されておらず、そこで、実用的には傾斜機能材料やFGMをインサート材として接合したセラミックと金属の複合材料の使用が検討されつつあるが、動的熱応

力緩和に及ぼす傾斜組成分布の検討、セラミックと金属との接合界面での線膨張係数の差に起因する熱応力、さらに熱応力波の有限境界での反射と干渉などについて検討が必要である。また、これらの材料の熱的使用環境は非常に過酷のものであるため、各種の材料定数の温度依存性の影響は大きく、したがって材料定数の温度依存性を考慮した不均質材料の動的熱応力の解析法の確立が重要である。

著者らは前報<sup>(1)</sup>において、材料定数の温度依存性を考慮した傾斜機能平板の動的熱応力を解析したが、本研究では電磁波などにより内面から衝撃的に内部加熱を受ける傾斜機能円筒やFGMをインサート材として接合したセラミックと金属の複合円筒の動的熱応力を材料定数の温度依存性を考慮して解析した。このような不均質円筒の動的熱応力を解析的に求めることは困難なので、本論文では特性曲線法<sup>(1)-(3)</sup>を用い、不均質円筒を各層の厚さが特性曲線格子間隔と一致する多層の複合円筒で近似することにより数値解析を行い、FGMの組成分布やセラミック、FGMインサート材および金属の厚さが動的熱応力に及ぼす影響を定量的に検討した。

\* 原稿受付 1995年11月8日。

<sup>1</sup> 正員、静岡大学教育学部 (〒422 静岡市大谷836)。<sup>2</sup> 静岡大学大学院。<sup>3</sup> 正員、岩手大学工学部 (〒020 盛岡市上田4-3-5)。

2. 解 析

2・1 問題の呈示および温度分布 図1に示すように、高温側の内層を耐熱環境性に優れているセラミック層 ( $a \leq r \leq r_c$ )、低温側の外層を高強度の金属層 ( $r_m \leq r \leq b$ ) とする円筒に、セラミックと金属を組成成分とする FGM をインサート材 ( $r_c \leq r \leq r_m$ ) として接合した複合円筒が、その内面から電磁エネルギーを衝撃的に照射され、内部発熱を受ける場合に生じる動的熱応力を材料定数の温度依存性を考慮して解析する。

さて、温度変化が円筒の半径方向のみの一次元非定常熱伝導方程式は

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \Delta T + \frac{W}{\rho c_v}, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 $\kappa$  は温度伝導率、 $\rho$  は密度、 $c_v$  は比熱、 $W$  は単位時間、単位体積当たりの内部発熱量である。このとき、衝撃的に電磁波の照射を受けて内部発熱をする円筒の温度分布の第一の特徴は、 $l$  を電磁エネルギーを吸収し内部発熱する特性距離、 $c$  を膨張波の伝ば速度とすると、熱応力波が距離  $l$  を伝ばするに要する特性時間  $t_M = l/c$  は熱拡散に関する特性時間  $t_T = l^2/\kappa$  に比べて非常に小さく ( $t_M \leq t_T$ )、したがって、温度解析において式(1)の右辺第1項の熱拡散に関する項を無視できることにある。また第二の特徴として、電磁エネルギーが照射される時間  $t_a$  は特性時間  $t_M$  に比べて極めて短く ( $t_a \leq t_M$ )、したがって、照射エネルギー量は時間  $t_a$  の間は一定と考えてよく、また空間的には照射面からの距離に関して指数関数的に減少することである。したがって、内面からエネルギー照射を受ける円筒の内部発熱量  $W$  は次式で与えられる。

$$W = \frac{q_a}{l} e^{-(r-a)/l} \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 $q_a$  は  $r=a$  を通過する単位時間、単位面積当

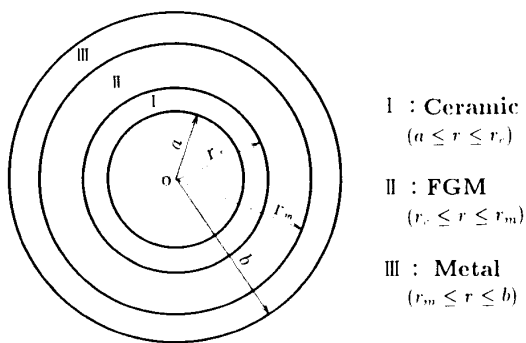


Fig. 1 Ceramic metal composite hollow circular cylinder with an interlayer of FGM

りのエネルギー量である。したがって、中空円筒の温度分布は次式で近似することができる<sup>(4)(5)</sup>。

$$T = T_0 + T_a H(t) e^{-(r-a)/l} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $T_0$  は円筒の初期温度、 $H(t)$  は Heaviside のステップ関数である。また、 $T_a$  は円筒内面での一定の温度上昇であり、 $Q_a$  を照射全エネルギー量とすると次式で与えられる。

$$T_a = \int_0^{t_a} \frac{q_a}{\rho c_v l} dt = \frac{q_a t_a}{\rho c_v l} = \frac{Q_a}{\rho c_v l} \dots\dots\dots (4)$$

したがって、このような温度場のもとで解析した動的熱応力は、電磁エネルギーが照射されてから熱拡散で内面から距離  $l$  の所まで温度が伝わるまでの時間  $t_a \leq t \leq t_T$  に対して成立することになる。

図2に数値計算の際に採用した  $T_0=300$  K、 $T_a=500$  K とした場合の  $b/a=2$  の中空円筒の式(3)による温度分布を特性距離  $l/a$  をパラメータとして示す。 $l/a=0.2$  以下の場合にはエネルギーが円筒の深部まで到達せず局所的な表面加熱を受ける場合に対応し、 $l/a=0.5$  以上の場合には全体的な内部加熱を受ける場合に対応する。

2・2 動的熱応力問題の基礎式および特性曲線方程式 縦弾性係数  $E$ 、ポアソン比  $\nu$ 、線膨張係数  $\alpha$ 、密度  $\rho$  がいずれも座標  $r$  と温度  $T$  の関数である場合の極座標  $(r, \theta)$  系による一次元動的熱応力問題に対する基礎式は次式で与えられる。

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial t} = C_{11} \frac{\partial v}{\partial r} + C_{12} \frac{v}{r} - \beta \frac{\partial}{\partial t} \int a dT \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial t} = C_{12} \frac{\partial v}{\partial r} + C_{11} \frac{v}{r} - \beta \frac{\partial}{\partial t} \int a dT \dots\dots\dots (7)$$

ただし、 $\sigma_{rr}$ 、 $\sigma_{\theta\theta}$  は垂直応力、 $v$  は粒子速度であり、 $C_{11}$ 、 $C_{12}$  および  $\beta$  は次式で定義される。

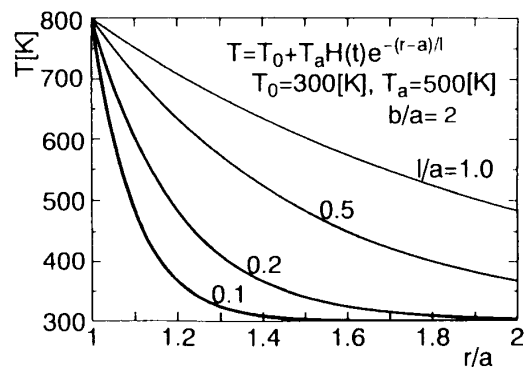


Fig. 2 Temperature distribution of hollow circular cylinder

$$\left. \begin{aligned} C_{11} &= \frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)} = \rho c^2, \quad C_{12} = \frac{\nu}{1-\nu} C_{11} \\ \beta &= \frac{E}{1-2\nu} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

式(5)~(7)は  $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{\theta\theta}$  と  $v$  に関する双曲形3元連立1階偏微分方程式であり、 $(r-t)$  平面においては特性曲線方向(I<sup>+</sup>, I<sup>-</sup>, II)に沿って常微分関係式(特性曲線方程式)で与えられる。すなわち、方向微分法を用いれば、特性曲線は

$$\left. \begin{aligned} \text{I}^+ : dr/dt &= \sqrt{C_{11}/\rho} \\ \text{I}^- : dr/dt &= -\sqrt{C_{11}/\rho} \\ \text{II} : dr &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

特性曲線方程式は、特性曲線 I<sup>+</sup> に沿って

$$\begin{aligned} d\sigma_{rr} - \sqrt{\rho C_{11}} dv \\ = \left\{ -(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}} + C_{12}v \right\} \frac{dr}{r} \\ - \beta \frac{\partial}{\partial t} \int adTdt \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

特性曲線 I<sup>-</sup> に沿って

$$\begin{aligned} d\sigma_{rr} + \sqrt{\rho C_{11}} dv = \left\{ (\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}} + C_{12}v \right\} \frac{dr}{r} \\ - \beta \frac{\partial}{\partial t} \int adTdt \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

特性曲線 II に沿って

$$\begin{aligned} d\sigma_{rr} - \frac{C_{11}}{C_{12}} d\sigma_{\theta\theta} + \frac{C_{11}^2 - C_{12}^2}{C_{12}} \frac{v}{r} dt \\ + \frac{(C_{12} - C_{11})\beta}{C_{12}} \frac{\partial}{\partial t} \int adTdt = 0 \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

数値解法としての特性曲線法は、特性曲線に沿って成立する特性曲線方程式(10)~(12)を差分化し数値積分する方法である。不均質材料の場合、あるいは、たとえ均質材料でもその材料定数が温度依存性を示す場合には、組成分布が与えられたと同様の不均質特性を示すことから、式(9)の特性曲線は  $(r-t)$  平面では曲線格子網となる。

**2.3 特性曲線方程式の離散化** さて、材料の不均質特性が座標の簡単な関数で表される場合には、特性曲線の傾きが一定となるように空間座標の座標変換

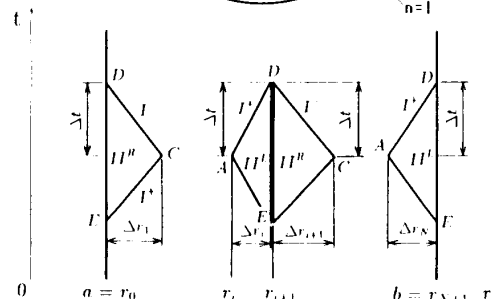
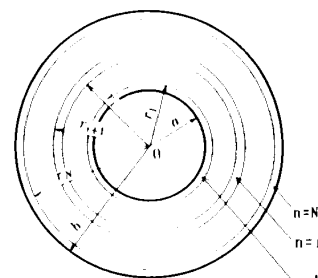


Fig. 3 Characteristic network for numerical procedure

を行い、等間隔な空間座標格子を用いる特性曲線法<sup>(6)-(8)</sup>が有効であるが、材料定数が温度依存性を示す場合には不均質特性が非常に複雑であり、座標変換を用いるのが困難である。したがって、本論文では図3に示すように不均質円筒を多層の均質な複合円筒で近似する方法を用いる。すなわち、差分法における微小時間格子間隔  $\Delta t$  に対する空間格子間隔  $(\Delta r)_i = (\sqrt{C_{11}/\rho})_{r=r_i} \Delta t$ ,  $(i=1, 2, \dots, N)$  を各層の厚さとする  $N$  層の不等厚な複合円筒で近似し、各層内での材料定数はそれぞれの層の左端の座標点における一定値を取るものと仮定して特性曲線方程式を差分化して数値積分する。不均質円筒を材料定数の異なる多層の均質・等方な複合円筒で近似する場合、 $\sigma_{rr}$  と  $v$  は界面の左右において連続であるが、 $\sigma_{\theta\theta}$  は界面の左右で異なった値を取る。したがって、特性曲線 I<sup>+</sup>, I<sup>-</sup> および界面の左右の材料に対する II<sup>L</sup>, II<sup>R</sup> に沿って式(10)~(12)を積分して離散化する。すなわち、図3において第  $i$  層の I<sup>+</sup> に沿って点 A から点 D まで積分すれば

$$\begin{aligned} \sigma_{rD} - \sigma_{rA} - (\sqrt{\rho C_{11}})_A (v_D - v_A) = -\frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}} \right)_A \left\{ \left( \frac{\sigma_{rr}}{r} \right)_D + \left( \frac{\sigma_{rr}}{r} \right)_A \right\} \Delta t + \frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}} \right)_A \left\{ \left( \frac{\sigma_{\theta\theta}}{r} \right)_D + \left( \frac{\sigma_{\theta\theta}}{r} \right)_A \right\} \Delta t \\ + \frac{1}{2} (C_{12})_A \left\{ \left( \frac{v}{r} \right)_D + \left( \frac{v}{r} \right)_A \right\} \Delta t - \int_A^D \beta \frac{\partial}{\partial t} \int adTdt \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

第  $(i+1)$  の I<sup>-</sup> に沿って点 C から点 D まで積分すれば

$$\begin{aligned} \sigma_{rD} - \sigma_{rC} + (\sqrt{\rho C_{11}})_D (v_D - v_C) = +\frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}} \right)_D \left\{ \left( \frac{\sigma_{rr}}{r} \right)_D + \left( \frac{\sigma_{rr}}{r} \right)_C \right\} \Delta t - \frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}} \right)_D \left\{ \left( \frac{\sigma_{\theta\theta}}{r} \right)_D + \left( \frac{\sigma_{\theta\theta}}{r} \right)_C \right\} \Delta t \\ + \frac{1}{2} (C_{12})_D \left\{ \left( \frac{v}{r} \right)_D + \left( \frac{v}{r} \right)_C \right\} \Delta t - \int_C^D \beta \frac{\partial}{\partial t} \int adTdt \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

界面の左側 II<sup>L</sup> に沿って点 E から点 D まで積分すれば

$$\sigma_{rD} - \sigma_{rE} - \left( \frac{1-\nu}{\nu} \right)_A (\sigma_{\theta D}^L - \sigma_{\theta E}^L) + \frac{1}{2} \left( \frac{E}{\nu(1+\nu)} \right)_A \left\{ \left( \frac{v}{r} \right)_D + \left( \frac{v}{r} \right)_E \right\} 2\Delta t - \left( \frac{1-2\nu}{\nu} \right)_A \int_E^D \beta \frac{\partial}{\partial t} \int adTdt = 0 \dots\dots\dots (15)$$

界面の右側 II<sup>R</sup> に沿って点 E から点 D まで積分すれば

$$\sigma_{rD} - \sigma_{rE} - \left( \frac{1-\nu}{\nu} \right)_D (\sigma_{\theta D}^R - \sigma_{\theta E}^R) - \frac{1}{2} \left( \frac{E}{\nu(1+\nu)} \right)_D \times \left\{ \left( \frac{v}{r} \right)_D + \left( \frac{v}{r} \right)_E \right\} 2\Delta t - \left( \frac{1-2\nu}{\nu} \right)_D \int_E^D \beta \frac{\partial}{\partial t} \int adTdt = 0 \dots\dots\dots (16)$$

が得られる。ただし、上添字 L および R は界面の左右の材料 *i* および *i*+1 に対する値を表す。したがって、材料内部の格子点 D における 4 個の未知量  $\sigma_{rD}$ ,  $\sigma_{\theta D}^L$ ,  $\sigma_{\theta D}^R$ ,  $v_D$  は、式(13)~(16)の 4 式を連立させて解くことにより隣接の格子点 A, C, E における既知の諸量を用いて求めることができる。なお、円筒の内外境界上の点 D においては、応力自由な境界条件より、 $\sigma_{rD}=0$  であるので  $r=a$  の内面上の点 D では式(14)と式

(16)より  $\sigma_{\theta D}$  と  $v_D$  が、 $r=b$  の外面上の点 D では式(13)と式(15)より  $\sigma_{\theta D}$  と  $v_D$  が求められる。

### 3. 数値計算と考察

#### 3.1 材料定数の温度依存性と FGM の組成分布

数値計算においては、セラミックとして PSZ(部分安定化ジルコニア)、金属として SUS<sub>304</sub>(オーステナイト系ステンレス)を用い、それぞれの材料の温度範囲 300 K~800 K における *E* と  $\alpha$  の温度依存性は図 4 に示すようであり、これらは最小二乗法により温度の多項式で近似される<sup>(9)</sup>。なお、これらの材料のポアソン比および密度の温度依存性は小さいので、それぞれ一定と仮定し、次の値を使用した。

- (a) ポアソン比:  $\nu_{PSZ}=0.3, \nu_{SUS}=0.3$
- (b) 密度 [Kg/cm<sup>3</sup>]:  $\rho_{PSZ}=6070, \rho_{SUS}=8000$

また、これらの材料からなる傾斜機能材料の組成分布としては実際に合成されているセラミック/金属系 FGM の体積分率が座標のべき乗で表現される場合が多いので、SUS<sub>304</sub> の体積分率  $V_m$  と PSZ の体積分率  $V_c$  を

$$V_m = \frac{r^n - r_c^n}{r_m^n - r_c^n}, V_c = 1 - V_m; r_c \leq r \leq r_m \dots (17)$$

として与え、このような組成成分をもつ FGM の線膨張係数、ポアソン比、縦弾性係数は球状粒子分散形複合材料に対する Mori-Tanaka の理論<sup>(10)</sup> により導出した。なお、式(17)において、 $r_c=a, r_m=b$  と置けば

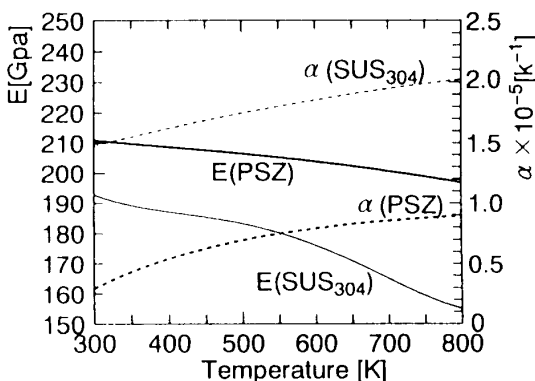


Fig. 4 Temperature dependent properties of *E* and  $\alpha$  for PSZ and SUS<sub>304</sub>

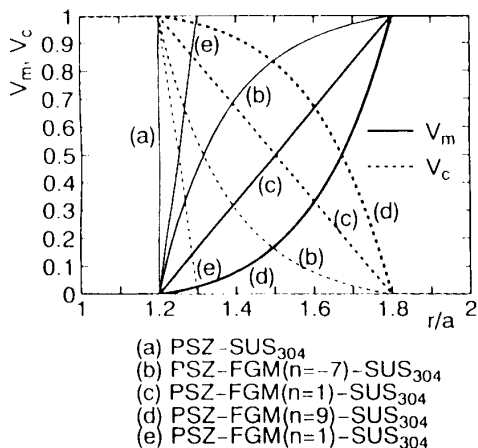


Fig. 5 Volume fraction of various composite hollow circular cylinder with an interlayer of FGM

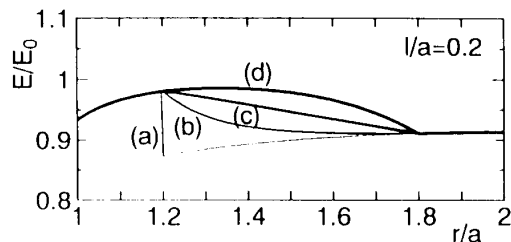


Fig. 6 Distribution of  $E/E_0$  for materials (a)~(d)

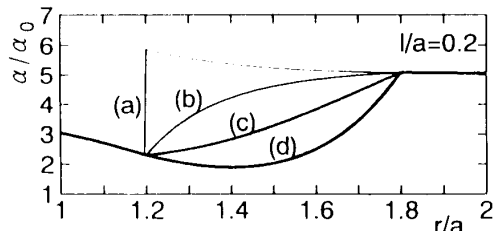


Fig. 7 Distribution of  $\alpha/\alpha_0$  for materials (a)~(d)

内外半径が  $a, b$  の傾斜機能円筒の体積分率が、 $a < r_c < r_m < b$  と取れば FGM インサート材の体積分率が得られる。図5は実線を SUS<sub>304</sub> の体積分率  $V_m$ 、破線を PSZ の体積分率  $V_c$  とする種々の複合円筒の体積分率を示す。材料(a)は PSZ( $1 \leq r/a \leq 1.2$ ) と SUS<sub>304</sub>( $1.2 \leq r/a \leq 2$ ) からなる二層複合円筒に対応し、材料(b), (c), (d)は  $r_c/a=1.2, r_m/a=1.8$  とする FGM をインサート材とした複合円筒に対応する。なお、材料(b)は  $n=-7$  とするメタルリッチな FGM を、(c)は  $n=1$  とする線形組成分布の FGM を、(d)は  $n=9$  とするセラミックリッチな FGM をインサート材とする複合円筒である。また、材料(e)は異種材料間のぬれ性の問題や化学反応を押しやるためのインサート材として  $n=1$  の線形組成分布の薄い FGM を適用した場合に対応する。図6および図7は  $l/a=0.2$  の温度分布を受ける材料(a)~(d)の縦弾性係数  $E$  および線膨張係数  $\alpha$  の分布を示す。材料定数の温度依存性および FGM の不均質性により材料定数は円筒の場所により大きく変化している。二層複合円筒(a)の場合は接合界面で材料定数の不連続性を生じるが、材料(b)~(d)のように FGM をインサート材として用いることでこれらの不連続性をなくすことが可能となる。

**3.2 無次元化および温度分布** 本論文では、数値計算において次の無次元量を用いた。

$$\left. \begin{aligned} r^* &= r/a, t^* = c_0 t/a, l^* = l/a \\ T^* &= (T - T_0)/T_a, E^* = E/E_0, c^* = c/c_0 \\ \nu^* &= \nu/\nu_0, \alpha^* = \alpha/a_0, \rho^* = \rho/\rho_0 \\ (\sigma_{rr}^*, \sigma_{\theta\theta}^*) &= \frac{1 - \nu_0}{a_0 E_0 T_a} (\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}) \\ v^* &= \frac{1 - \nu_0}{1 + \nu_0} \frac{1}{a_0 T_a c_0} v \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

ここで、下添字0の付いた諸量はセラミックの温度  $T_0$  における値であることを示す。数値計算は、 $b/a=2$  の種々の傾斜組成成分をもつ円筒に対して実行し、格子間隔の増減と解の収束状況を吟味することによって無次元時間格子間隔  $\Delta t^*$  を  $\Delta t^*=0.005$  と取った。これに対応する各層の幅は  $(\Delta r^*)_i = (c^*)_i \Delta t^*$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ) となるが、この分割数により、連続な材料定数をもつ不均質円筒を多層の均質な複合円筒で近似する場合に生じる仮想界面の左右における  $\sigma_{\theta\theta}^*$  と  $\sigma_{rr}^*$  の相対誤差を1%以下におさえることができ、十分な精度をもった解が得られることを確認した。

**3.3 材料定数の温度依存性の影響** 図8は  $l^*=0.2$  および  $l^*=0.5$  の場合の FGM をインサート材とする複合円筒(c)の内面  $r^*=1.0$  における  $\sigma_{\theta\theta}^*$  の時間的変動を、材料定数の温度依存性を考慮した場合(実線)と基準温度 300 K における物性値を使った場合(破線)について比較する。図2に示すように材料定数の温度依存性は大きく、 $T=300$  K での基準の物性値を使った場合、動的熱応力は過小評価されてしまう。これらの材料の使用環境は苛酷であり材料定数の温度依存性は大きいので、材料定数の温度依存性を考慮した解析は不可欠であることを示している。したがって、本論文での解はすべて材料定数の温度依存性を考慮して得られている。

**3.4 複合円筒の動的熱応力** 図9および図10

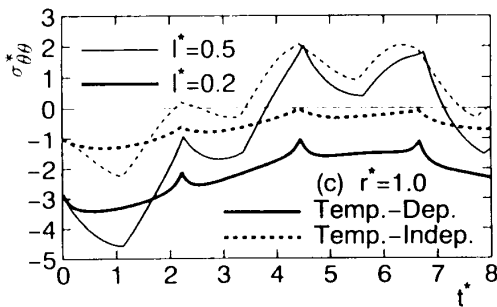


Fig. 8 Comparison of results from time dependent analysis with time independent analysis for material (c)

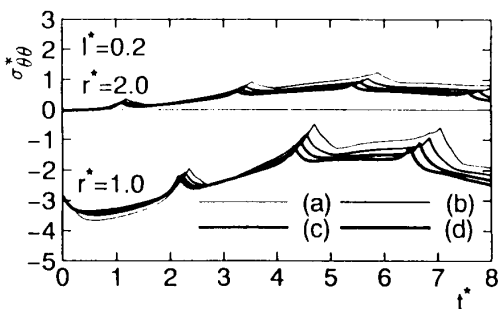


Fig. 9 Time dependence of  $\sigma_{\theta\theta}^*$  at  $r^*=1.0$  and  $2.0$  for material (a)~(d) with  $l^*=0.2$

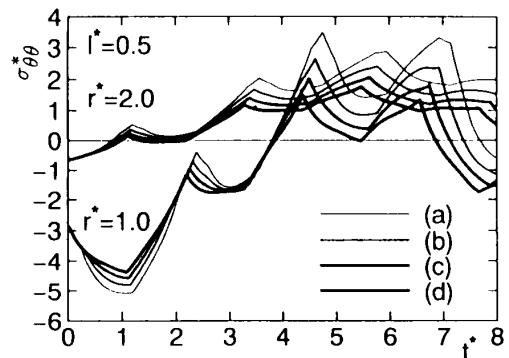


Fig. 10 Time dependence of  $\sigma_{\theta\theta}^*$  at  $r^*=1.0$  and  $2.0$  for material (a)~(d) with  $l^*=0.5$

は、それぞれ  $l^*=0.2$  および  $l^*=0.5$  の場合の各種材料の内表面  $r^*=1.0$  および外表面  $r^*=2.0$  における  $\sigma_{\theta\theta}^*$  の時間的変動を示す。図2の温度分布が示すように、局所的な表面加熱を受ける  $l^*=0.2$  の場合は、外表面近傍ではほとんど温度上昇せず、外表面近傍に生じる衝撃的熱応力は小さい。したがって、外表面から内部に向かって生じる応力波は非常に小さく、内表面近傍での温度上昇による熱応力が伝ばと反射を繰り返すので、動的熱応力は内面近くを除く全体的な組成分布にあまり依存しなくなる。一方、 $l^*=0.5$  の場合、円筒は全体的に温度上昇を受け、内外自由表面での熱応力波の反射と干渉により大きな応力変動を示し、特にセラミック100%の内表面では時間の経過とともに応力  $\sigma_{\theta\theta}^*$  が圧縮から引張りに転じている。PSZが脆性材料であることを考慮すれば、この応力の符号の変化は非常に重要である。この場合、メタルリッチな組成分布

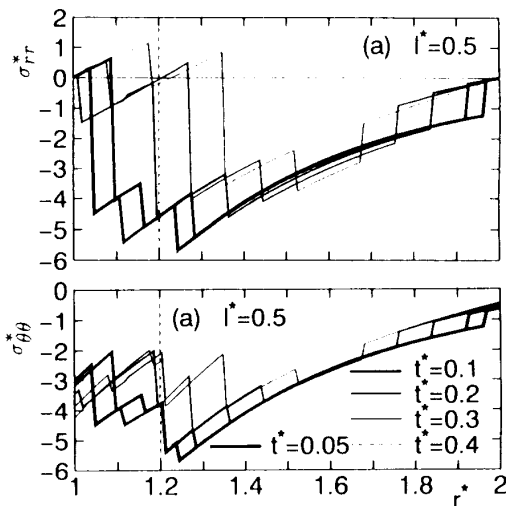


Fig. 11 Stress profiles at different values of time for two layer composite (a) with  $l^* = 0.5$

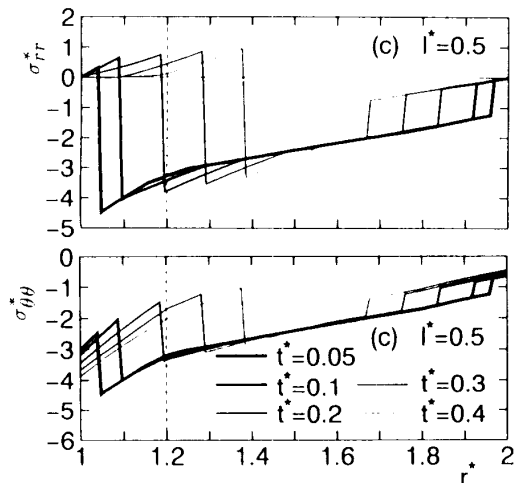


Fig. 12 Stress profiles at different values of time for material (c) with  $l^* = 0.5$

よりセラミックリッチな組成分布にすることで大きな熱応力緩和効果が得られる。

図11および図12はそれぞれ二層複合円筒(a)およびFGMをインサートした複合円筒(c)の初期の時間  $l^*=0.05, 0.1 \sim 0.4$  における  $\sigma_{rr}^*$  と  $\sigma_{\theta\theta}^*$  の分布を  $l^*=0.5$  の場合について示す。衝撃的に加熱された円筒内部には瞬間的に温度分布に応じた圧縮の応力状態が形成されるが、内外自由表面から応力の符号を反転した引張りの応力波が円筒内部に伝ばし、円筒の各位置では波頭の到着とともに圧縮応力が順次解放されていく。この内外表面からの引張りの応力波は円筒内部で干渉し、再び内外表面で反射し、今度は圧縮の応力波となって円筒内部に再伝ばする。以後、この反射・伝ば・干渉を繰り返して静的な場合と異なった応力変動を示す。図11に示すように二層複合円筒(a)の場合、接合界面  $r^*=1.2$  からも円筒の内面、外面に向かって応力波が伝ばし、これが内外表面からの応力波と干渉して複雑かつ大きな応力変動を生じている。これに対し、FGMをインサート材とした材料(c)は界面で材料定数が連続であるので界面からの反射波の影響はほとんど出ていない。

図13は  $l^*=0.5$  の場合の二層複合円筒(a)の接合界面  $r^*=1.2$  上の  $\sigma_{rr}^*$  と  $\sigma_{\theta\theta}^*$  の時間的変動を示す。図中のPSZとは界面の左側の材料(PSZ)、SUS<sub>304</sub>とは界面の右側の材料(SUS<sub>304</sub>)の応力であることを示し、

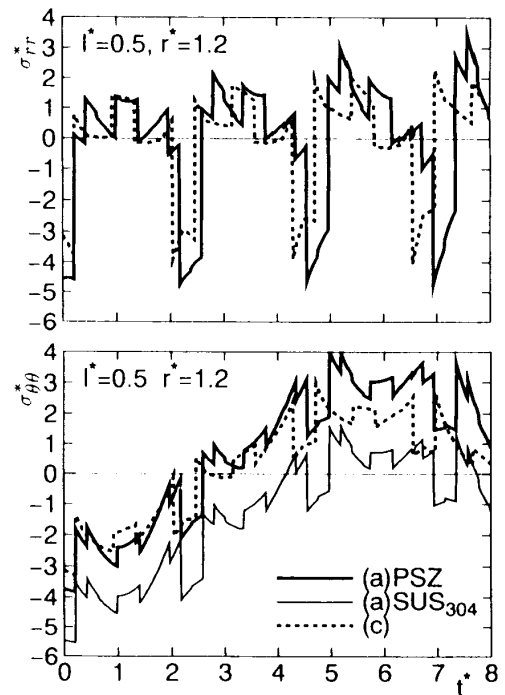


Fig. 13 Time dependence of  $\sigma_{rr}^*$  and  $\sigma_{\theta\theta}^*$  at interface  $r^* = 1.2$  for material (a) with  $l^* = 0.5$

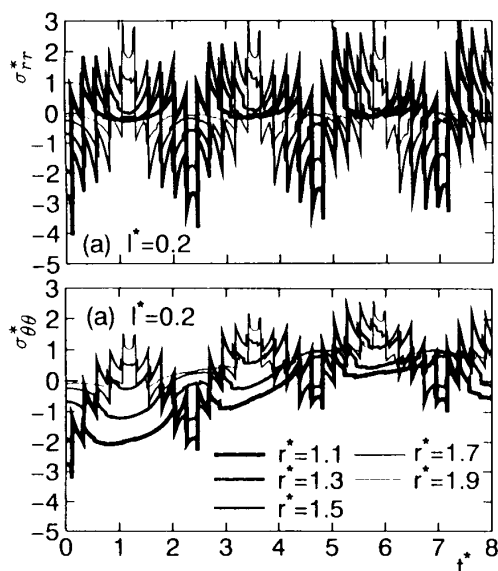


Fig. 14 Time dependence of  $\sigma_{rr}^*$  and  $\sigma_{\theta\theta}^*$  at interior points of cylinder (a) with  $l^*=0.2$

破線は FGM をインサート材とする複合円筒(c)の応力を示す。二層複合円筒(a)の場合、接合界面での材料定数の不連続性により  $\sigma_{\theta\theta}^*$  に不連続を生じることに加え、界面からの応力波と内外表面からの応力波の干渉で大きな熱応力を生じるが、材料(c)のように FGM をインサート材として用い材料定数の不連続性をなくすことにより、円周方向応力の不連続性をなくすと同時に、熱応力緩和が得られる。

図 14 および図 15 は  $l^*=0.2$  の場合の複合円筒(a) および(c)の円筒内部の各点における  $\sigma_{rr}^*$  と  $\sigma_{\theta\theta}^*$  の時間的変動を示す。全体的には高温側のセラミックリッチな内表面近くでは圧縮応力が、低温側のメタルリッチな外表面近くでは引張応力が支配的であり、セラミック側で引張応力を小さくするという傾斜機能あるいは複合円筒の有効性を示しているが、 $\sigma_{rr}^*$  がどの位置においても同レベルの引張応力と圧縮応力を繰返して生じていることから、なお付与すべき組成分布に考慮の余地が残されている。また、二層複合円筒(a)のほうが界面の影響で FGM をインサートした(c)よりも複雑な大きな応力変動を示している。

最後に、図 16 は材料(e)のように二層複合材料の接合界面に幅  $h^*=r_c^*-r_c^*=0.1$  の薄い FGM 層をインサートした場合の内外表面上の  $\sigma_{\theta\theta}^*$  の時間的変動をインサート材の位置  $r^*$  をパラメータとして示す。FGM をインサートする位置が中心より離れセラミック層が厚くなるにつれ、図 10 の場合と同様な熱応力緩和効果を示している。このように薄い FGM 層をインサートする方法は、接合界面上の周方向応力  $\sigma_{\theta\theta}^*$  の不連続を除去することができることを考え合わせれ

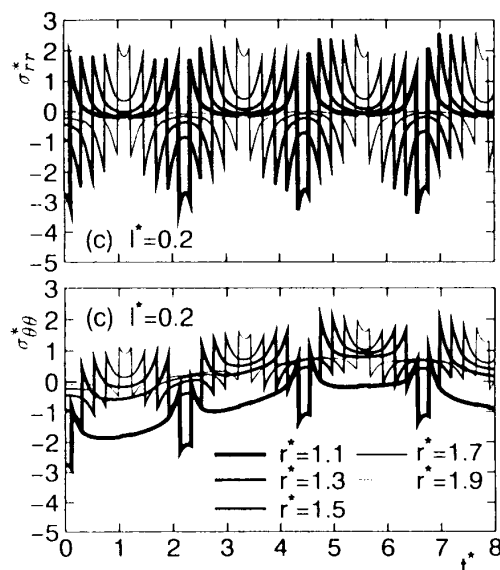


Fig. 15 Time dependence of  $\sigma_{rr}^*$  and  $\sigma_{\theta\theta}^*$  at interior points of cylinder (c) with  $l^*=0.2$

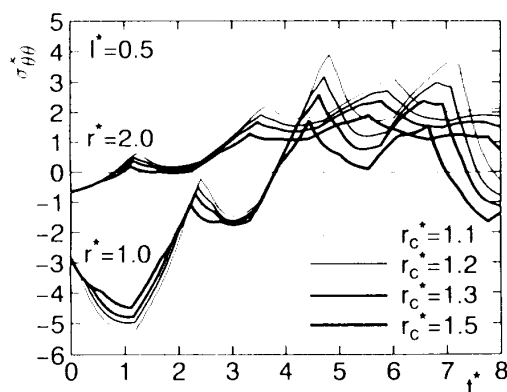


Fig. 16 Time dependence of  $\sigma_{\theta\theta}^*$  at  $r^*=1.0$  and  $2.0$  for material (e) with  $h^*=0.1$  for various position of  $r^*$

ば、有効な方法といえる。

#### 4. 結 言

本論文では、衝撃加熱を受ける傾斜機能材料をインサート材とするセラミックと金属の複合円筒の動的熱応力を特性曲線法を用いて数値解析した。不均質材料の特性曲線は曲線格子網となるが、不均質円筒を各層の厚さが特性曲線格子間隔と一致する多層の均質な複合円筒で近似し、特性曲線方程式を数値積分したために、波動の伝ばを詳しく表現した解が得られた。種々の組成分布をもつ複合円筒について数値計算を行った結果、高温側にセラミックリッチな組成分布をもった材料を用いることにより、動的熱応力緩和が得られることがわかった。また、異種材料接合界面の応力特異性を除去するために、傾斜機能材料をインサートする方法は有効な手段であることがわかった。さらに、傾斜組成化による熱応力緩和効果はあらゆる場合に効果

を發揮するとは限らず、表面のごく近傍を局部加熱される場合は、動的熱応力は傾斜組成分布にあまり依存しないことがわかった。一般に、苛酷な熱的環境下で使用される傾斜機能円筒や複合円筒の物性値の温度依存性の影響は大きく、温度依存性を考慮した動的解析は不可欠であることがわかった。

### 文 献

- (1) 須見尚文・菅野良弘, 機論, **61** 590, A(1995), 2296-2301.
- (2) Chou, P. C. and Koenig, H., *J. Appl. Mech.*, **33** 1(1966), 159-167.
- (3) Chou, S. C. and Greif, R., *AIAA J.*, **6** 6(1968), 1067-1074.
- (4) Morland, L. W., *AIAA J.*, **6**-6(1968), 1063-1066.
- (5) Hegamier, G. A. and Tzung, F., *J. Appl. Mech.*, **37** 2(1970), 339-344.
- (6) Greif, R. and Chou, S. C., *J. Appl. Mech.*, **38** 1(1971), 51-57.
- (7) 須見尚文, 機論, **58** 548, A(1992), 574-578.
- (8) 伊藤禎元・須見尚文, 機論, **58** 548, A(1992), 579-584.
- (9) 菅野良弘・ほか2名, 機論, **59** 562, A(1993), 1505-1513.
- (10) Mura, T., *Micromechanics of Defects in Solids*, 2nd ed., (1987), 394, Martinus Nijhoff.