数学科授業案：教科で育みたい人間像「論理的かつ客観的に解決にあたる人」

数　学　科　授　業　案

教科で育みたい人間像　「論理的かつ客観的に解決にあたる人」

授業者　安　濃　勇　太

1　日　時　令和４年10月14日（金）第２時　11：30～12：20

2　学　級　３年Ａ組（３年Ａ組教室）

3　題材名　**東京タワーとスカイツリーが同じ高さに見える場所を考えよう**
―アポロニウスの円から考える相似な図形と円―

4　本題材で願う学び

東京タワーとスカイツリーが同じ高さに見える場所の軌跡が円になることについて、既習の図形の性質を利用し、見当をつけて論証していく活動を通して、未習の円の性質にも関心をもち、相似な図形と円を往還しながらよりよい推論にこだわって論証することで図形の概念を再構築すること。

（学習指導要領との関連：B⑴図形の相似　イ㈦　B⑵円周角と中心角の関係　イ㈠）

5　題材観

⑴　これまでの子どもたちの学び

①小中での学習のつながり

これまで子どもたちは、小学５年生で合同について、小学６年生で縮図・拡大図について学習してきた。図形をかいたりつくったりするなどの操作活動から与えられた図形ともう一つの図形の関係を見いだすなど、図形を構成する要素及び図形間の関係に着目して、合同や縮図・拡大図の性質を理解してきた。しかし、小学校では直観的な取り扱いが多く、図形の概念、図形の性質や関係を部分的に扱ってきたものであったため、意味理解や論証までは行っていなかった。

中学２年生になって合同な図形の性質や三角形の合同条件など理解を深め、論証へとつなげていった。

また、円については、小学３年生で円周上のどの点も中心から等距離にあることを、観察などを通して理解してきた。この学習内容は、中学１年生の作図の学習で円の中心を求めたり、３点が円周上にあるときの円の復元をしたりする学習につながる内容である。図形に限らず、小学校で構築された概念を価値づけながら中学校の学習につなげることで概念の再構築につながっていくだろう。

②よりよい推論をめざして

小学校算数科と中学校数学科の指導の大きな違いは、「文字の使用」と「論証」であるといえるだろう。特に、「論証」は論理的に解決するために必要不可欠なものである。

中学１年生までは、数や図形の性質を見いだすために、既習の性質をもとに帰納的類推的な方法を中心として推論してきた。しかし、この考えではいつでも正しいかどうかは証明できない。そのため、中学２年生の図形の領域からは、数学的な推論の過程を簡潔・明瞭に表現することができるように、段階的に演繹的な推論へと方法を変えていき、演繹（えんえき）的な推論の良さに気づいていった。例えば、折り紙を用いて任意の角の三等分線を折る折り方について、本当に折ることができているのか証明するために、切ったり重ねたりすることで角が三等分されているという説明では、角の大きさを変えると成り立たない。そこで、平行線の性質や三角形の合同、三角形の性質など根拠を明確にして証明していくことで、誰もが納得する論証へとなる。このように題材を通して、演繹的な推論の良さにふれることができた。論証についてふれていくことで、より筋道の通った誰もが納得する論証へと興味・関心を高め、より論理的に解決にあたる人になっていくだろう。

⑵　日常で活用される図形の世界

数学が誕生したきっかけは、土地の測量など現実の生活での必要性から生まれた学問である。そんな数学誕生のきっかけにもなった図形は、現在でも日常の様々なところにひそんでいるといえる。

①日常で活用される相似な図形の世界

土地の長さや面積など直接測量できるものだけではなく、山の高さなど直接測定することが困難なものでも、測量できないかと先人たちは知恵を絞ってきた。紀元前１世紀から紀元後２世紀に完成したとされる中国の数学書『九章算術』には、山の高さを測量する方法について（**図１**）のように示されている。

山の高さの測り方

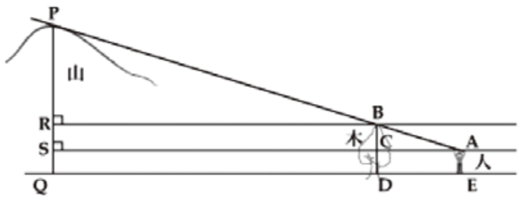


図１　九章算術に載っている方法

人と木でできる三角形（△ABC）と、人と山でできる三角形（△APS）が相似な直角三角形になるため、人の長さ（AE）や木の長さ（BD）、人と木までの距離（AC）と人と山までの距離（AS）が分かれば、山の高さ（PQ）を求めることができるのである。このように、2000年前から相似な図形の性質が日常で活用されていたが、現在も相似な図形が日常で活用されている場面が多くある。

日常生活で相似な図形の性質を活用している場面として、地図があげられる。地図は縮図になっており、訪れたことのない場所でも、地図上で位置関係を把握したり、実際の距離を推定したりすることができる。直接測定することが困難なものや、間に池などの障害物がある２本の木の間の距離を求める際には、測定可能な距離や角をもとに、相似な図形を活用することで必要な高さや距離を求めることを可能にした。

他にも、毎日のように目にするコピー用紙も相似な図形が活用されている（**図２**）。コピー用紙は形を変えずに縦：横＝１：$\sqrt{2}$ とすることで、面積が２倍になったり半分になったり、という関係になっている。

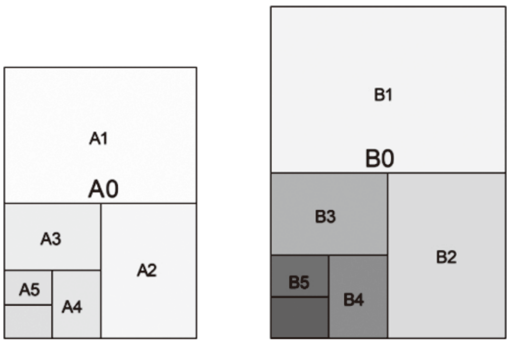


図２　コピー用紙のサイズ関係

さらには、写真やテレビは実際の大きさではなく、縮小された大きさで映し出されている。電気製品などの小さな部品の設計図には拡大図が利用され、プラモデルは実際の大きさを縮小したものといえるだろう。

二つの図形がぴったり重なることで気づきやすい合同とは違い、大きさが違えど形は同じである相似な図形は、気づきづらいが日常に多くひそんでいるのである。

②日常で活用される円の世界

自転車やタイヤ、硬貨、マンホール、……。日常には円の形になっているものは数多くひそんでいる。さらに、これらは円であることに意味がある。例えば、マンホールの形が円になっているのは、どんな向きに置いても中心からの距離が変わらないため、穴からずれても落ちないことが理由である。

円の形に着目したもの以外でも、サッカーのシュートコース範囲やカメラの撮影範囲を考えたり、曲尺（差金）を使って丸太の直径を測ったりするなど、円周角の定理を活用して考察するものも存在する。円も相似な図形と同様、日常に多くひそんでいる。

⑶　本題材の価値

①数理的にとらえる東京タワーとスカイツリー

小学校の修学旅行で東京を訪れた際、様々な観光地の中で東京タワーやスカイツリーを訪れたり、訪れなかったとしても遠くからこの二つの塔を見たりする機会があったであろう。新旧の電波塔として注目されている東京タワーとスカイツリー。この二つの塔を題材にする授業は数多く展開されている。

表１　東京タワーとスカイツリーを扱った授業

第１学年	累乗
厚さ１mmの紙を何回折ったら、東京タワーやスカイツリーの高さを越えるか	
第１学年	平面図形
スカイツリーの断面図を考えよう～上部に行くにつれて三角形から円に変化していく～	
第１学年	平面図形
東京タワーの脚は４本だけど、スカイツリーの脚は３本、大丈夫？	
第３学年	平方根
スカイツリーの展望台までの距離と頂上までの高さの比が１：$\sqrt{2}$ になっている⁉	
第３学年	関数$y＝ax^2$
東京タワーとスカイツリーから物が落下したら、何秒で地面に到達するか	
第３学年	三平方の定理
東京タワーとスカイツリーの展望台からどこまでの距離を見渡すことができるだろうか	

多くの題材で活用されている東京タワーやスカイツリーは、誰もが目にとめるような高さであったり、それぞれの高さ（東京タワー（333m）、スカイツリー（634m））も意図的な高さであったりするからこそ、二つの塔を数理的にとらえることが多いのだろう。

②多くの場面で浸ることができる相似な図形

このように、誰もが知っている東京タワーとスカイツリーを本題材では同時に取り扱うことで、より数理的にとらえる機会を増やし、学習の理解を深めていきたい。東京タワーとスカイツリーを数理的に比較すると高さが倍近く違っていることに改めて気づいたり、二つの塔の距離が離れていたりすることが見えてくるだろう（**図３**）。

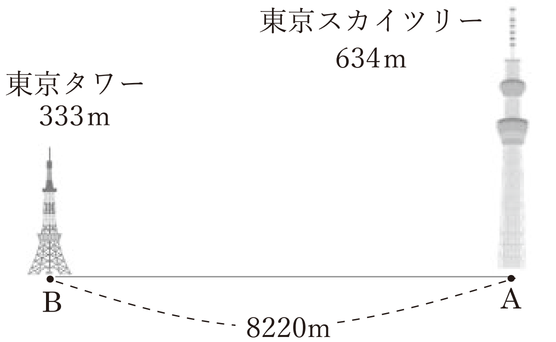


図３　東京タワーとスカイツリーの位置関係

しかし、東京タワーとスカイツリーが同じ高さに見える場所があると知ったとき、これまでとは違った視点でとらえるようになり、二つの塔に対して新たな視点から魅力を感じることになるだろう。

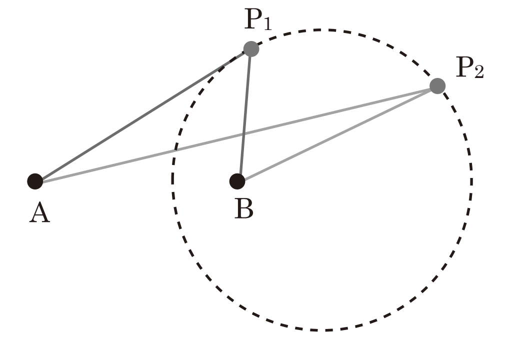
同じ高さに見えることを考察するためには、塔の高さや見上げる角度に着目することが必要不可欠である。高さについては、東京タワーとスカイツリーの高さがそれぞれ違うため、比を用いて考察することも予想される。これらをふまえて、必然的に相似な図形の性質が必要となってくるだろう。

二つの塔がぴったり重なる場所を求めるために相似な三角形を見いだし、線分の比から距離を求めることができる。また、塔までの距離の比を高さの比と同じにすることで相似な三角形をつくり、見上げる角度を等しくすることができる。さらには、同じ高さに見える場所の軌跡が円になることを相似な図形の性質を用いて論証することができる。このように、本題材では相似な図形の性質を扱う場面が多くの場面で存在するのである。

③必要性を感じることができる円の学習

最初は本題材を相似な図形として扱っていくが、二つの塔が同じ高さに見える場所を考察していくことで、その軌跡が円になることに気づき、円についての知識が必要になることに気づくだろう。相似な図形ととらえていた子どもたちも自然な流れで円について学習することの必要性を感じ、円として扱うことにも題材の価値を見いだすことができる。

東京タワーとスカイツリーが同じ高さに見える場所の軌跡が円になることは、アポロニウスの円と呼ばれる定理である（**図４**）。

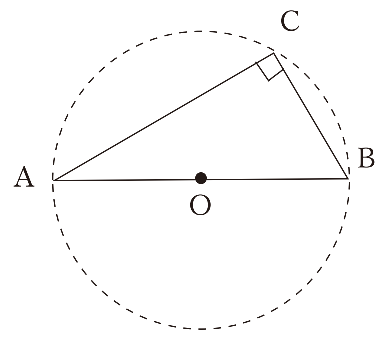


$AP_1:BP_1=AP_2:BP_2=m:n$のように、２点A、Bからの距離の比がm:nで一定になる点の軌跡は円になる。

図４　アポロニウスの円

アポロニウスの円は高校数学における図形と方程式という単元の軌跡と領域の分野や円の方程式、ベクトルや複素数平面などの単元で取り扱うことが多い。高校数学の知識がないと証明が難しそうなアポロニウスの円だが、実は相似な図形と円の性質を使って論証することができるのである。

二つの塔が同じ高さに見える場所の軌跡が円になることを証明するためには、タレスの定理の逆を用いることで論証することができる（**図５**）。



$\angle C=90°$の直角三角形ABCがあるとき、斜辺ABを直径とする円をかくことができる。

図５　タレスの定理の逆

アポロニウスの円を証明するためには、相似な図形の性質に着目したり円の性質に着目したりと、二つの単元を往還しながら論証をしていくため、それぞれの単元を別々で扱う以上に、図形の概念の再構築がより深まることにもつながるだろう。

④本題材におけるタブレット型端末の有用性

本題材では、「東京タワーとスカイツリーが同じ高さ

に見える場所はどこだろう」と子どもが抱いた疑問をもとに授業が展開されていく。その過程で、「実際に写真を撮ってみたい」という声も出てくるだろう。そこで今年度より使用が始まったタブレット型端末を有効的に使えるとよい。東京タワーとスカイツリーの模型を用意し、実際に写真を撮影してみるなど操作活動を取り入れることで、どの子どももイメージがもちやすくなり、本題材に浸るきっかけになるだろう。また撮影した写真や「GeoGebra」などのアプリを根拠に曖昧だった自分の考えを明確にしていき、その後の論証へとつなげることで、本題材をより味わい深いものにできるだろう。本題材を通して、タブレット型端末の有用性を感じることができる場面で活用していきたい。

⑷ 本題材で願う子どもの姿

本題材では、子どもたちが東京タワーとスカイツリーの高さが同じに見える場所の軌跡が円になることを論証することを通して、見当をつけて論証する姿や場面に応じた推論をしていくことで図形の概念を再構築していく姿を期待したい。

二つの塔が同じ高さに見える場所を見つけるために写真を撮ろうと試行錯誤する子どもたちは、「同じ高さになる場所を闇雲に探すのは大変だ」と大変さを感じるだろう。闇雲に問題解決を図ろうとするのではなく、「見上げる角度が同じになるようにすればいいのではないか」、「二つの塔までの距離の比と高さの比がそれぞれ同じになる場所を見つけよう」と見当をつけることによって、同じ高さに見える場所の軌跡が円になることを効率的に見つけることができるだろう。軌跡が円になることを証明するためにも、相似な図形や円の性質のどれを用いればよいか、どの図形に着目すればよいか、見通しをもってから証明を進めることで、無駄を省いて簡潔に証明することができる。このように、簡潔・明瞭・的確に表現するために、見当をつけて論証を進められるとよい。

また前述したように、子どもたちは帰納的・類推的・演繹的な推論の方法についてふれながら、図形の論証を行ってきた。本題材では、問題解決に向けて場面に応じてこれらの推論を適切に活用していきたい。例えば、東京タワーとスカイツリーの高さが同じに見える場所はどこだろうと考察するために、いきなり演繹的な推論をしようとすると見通しがもちづらくなるだろう。そこで二つの塔の模型を用意しタブレット型端末を用いて実際に撮影するという操作活動を取り入れることで、イメージがもちやすくなるはずである。また二つの塔がぴったり重なる場所を探したり、同じ高さになる場所を求めたりする際には、帰納的類推的に考察したりすることが有効だろう。これらの推論を通して、軌跡が円になることに気づき、それを証明するために、既習の図形の性質を利用して演繹的に推論することの必要性をより見いだすことができるだろう。

誰もが納得する論証をするためには、演繹的な推論が必要であることに気づいてほしいが、それとともに、操作活動や帰納的、類推的に推論することの必要性にも気づき、場面に応じて推論することの大切さを味わうことができるとよい。

このようによりよい推論にこだわることで、図形の概念を再構築することができるだろう。

6 題材構想（全11時間）

⑴ 東京タワーとスカイツリーが重なって見える場所はどこだろう（１時間）
⑵ 東京タワーとスカイツリーが同じ高さに見える場所はどこだろう（３時間）
⑶ 同じ高さに見える場所の軌跡は円になるのか（１時間）
⑷ 円の性質を見いだそう（２時間）
⑸ アポロニウスの円が成り立つことを証明しよう（２時間）
⑹ 追究レポートを作成しよう（２時間）

7 題材構想にあたって

本題材を構想するにあたって、相似な図形と円の単元をそれぞれ別に学習するのではなく、子どもたちの追究の視点が自然な流れで相似な図形から円へ移行していくことを大切にした。

東京タワーとスカイツリーが写る写真から、「同じ高さに見える場所はどこか」という疑問を抱いた子どもたちは、はじめは「見上げる角度が等しくなれば二つの塔が同じ高さに見える」「二つの塔までの距離の比を考えればよい」と相似な図形の性質に着目して、考察をしていくだろう。相似な図形の単元をイメージしながら追究していく子どもたちだが、その軌跡が円になりそうだということに気づくと、相似な図形だけではなく円が関係していそうだということに驚きを感じるとともに、子どもたちはさらなる疑問に直面するはず

である。子どもたちは軌跡が円になることを証明していこうとするが、円の性質を知らないと証明できないため、そこに円の性質を学習する必要性が見いだすことで、円の学習へとスムーズに移行できるようにしていきたい。このように、一つの題材で複数の単元を自然な流れで学習することによって、図形の概念の再構築がより深まるようにしたい。

また、相似な図形や円の学習のイメージをもちやすくできることをふまえて、題材構想を考えた。

「同じ高さに見える場所はどこか」と子どもたちの疑問からいきなり同じ高さに見える場所を考察していくのではなく、二つの塔が重なって見える場所はどこかに着目することで、相似な図形が想起しやすくなるだろう。また軌跡が円になることを証明する場面や円の性質を見いだす場面では、「GeoGebra」などのアプリを用いて操作活動を取り入れることで、イメージをもって論証を進めたり、円の性質を見いだしたりすることができるようになるだろう。

その他にも、見当をつけて論証を進めていくことや、レポートを作成する時間を確保することを題材構想に取り入れていく。構築されてきた図形の概念について整理したりまとめたりすることで、子どもたちがそれぞれの図形論をもつようになり、図形の概念の再構築へとつなげていくことを願う。

以下は、題材構想にこめた思いを実現するための予想される子どものあらわれと授業者のかかわりである。

⑴　東京タワーとスカイツリーが重なって見える場所はどこだろう（１時間）

題材観でも述べたように、高さが違う東京タワーとスカイツリーの二つの塔には魅力があり、同じ高さに見えたときには、子どもたちは驚きを感じたり関心をもったりするだろう。そこで、授業者は初めに東京タワーとスカイツリーが写る写真を提示する（**図６**）。

図６　東京タワーとスカイツリーが写る写真

子どもたちは、この写真を見て、「東京タワーとスカイツリーが重なりそう」「同じ高さに見えるなんてすごい」と写真のすごさに驚きを感じる一方で、「なぜ高さが違うのに、同じ高さに見えるのだろう」「ぴったり重なるためにはどこから写真を撮ればよいのだろう」と数理的にとらえる子どもも出てくる。そこで、「東京タワーとスカイツリーが同じ高さで重なって見える場所はどこだろう」と追究をしていく。追究していく中で、同じ高さに見えるということは、見上げる角度が等しくなっているということに気づくだろう。そこから子どもたちは二つの塔に潜む相似な三角形の関係に容易に気づくため、見いだして終わりにせず、「なぜ相似な三角形になっているのかについて証明しよう」と授業者はなげかける。三角形の相似条件に着目して、誰もが納得できる演繹的な証明をする姿を期待したい。

そして、相似な三角形から線分の比の性質を利用して、二つの塔が同じ高さに見える場所を考察する。地面からの視点で高さを考えたり（**図７**）、日常生活に近づけて地面から少し高いところからの視点で高さを考えたり（**図８**）することが予想されるので、個人やペアで考えを共有し、複数の視点で考察できるようにしたい。その中で、どの考え方も共通して相似な図形の性質を用いることで相似な図形に対する概念を深めていきたい。

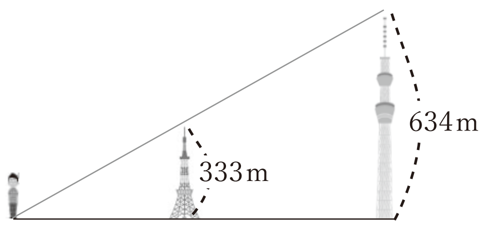


図７　地面から考える二つの塔の位置関係

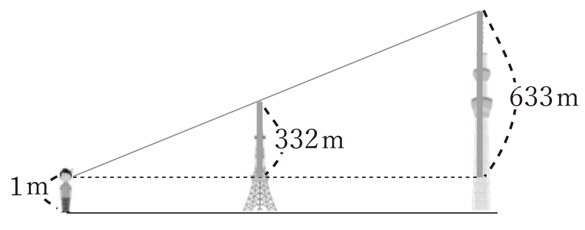


図８　日常を意識して１m視線をあげて考える二つの塔の位置関係

東京タワーとスカイツリーに潜む数理的な問いを解明した子どもたちは、そこから「他の建物でも重なるように写真を撮ってみたい」や「他にも高さが同じに見える場所はあるだろうか」と追究を深めようとする姿が予想できるため、授業者は「他にも同じ高さに見える場所があるか考えよう」と子どもの関心をひろい、次時への追究へとつなげていきたい。

⑵　東京タワーとスカイツリーが同じ高さに見える場所はどこだろう（３時間）

授業者は、前時をふまえて「東京スカイタワーが見える場所以外にも、東京タワーとスカイツリーの高さが同じ高さに見える場所はあるだろうか」となげかける。初めは、「最初に見た写真も同じ高さに見えるのだから、近くだったらいくつか存在するのではないか」「同じ高さに見える場所はいろいろなところに存在するのではないか」と様々な予想を立てる。子どもたちは、予想をふまえて追究をしていくが、「実際に写真を撮ってみたい」という子どもの姿が考えられるため、模型を用意したり、タブレット型端末を活用したりすることで試行錯誤がしやすいようにしておく。

また、東京の地図を配布することで、実際の縮尺で正確さにこだわる子どもたちもいるだろう。追究する過程で、東京タワーとスカイツリーの高さの比が333:634のままでは、距離の比が等しくなる場所を求める際に計算が煩雑になり、「どうやって考えればよいだろうか」と追究しづらさを感じる子どもも出てくるだろう。そのため、「どのように考えればよいだろう」と問い直すことで、数値を単純化（**図９**）すればよいことに気づき、それをもとに追究を進めていけるとよいだろう。

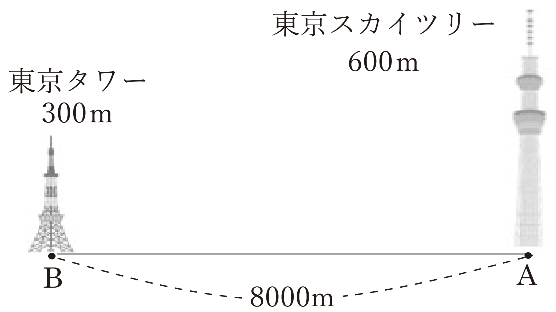


図９　高さや位置関係を単純化して考える例

また、追究していく中で、見当がつけられなかったり見当違いだったりする子どもの姿も予想できる。そのため、どのように追究しているのか全体で共有していきたい。共有していく中で、「第１時と同じように、見上げる角度が同じになるところを探せばよい」と考える子どももいれば、「二つの塔までの距離の比を高さと同じ１：２になるところを探せばよい」と考える子どもも出てくるだろう（**図10**）。

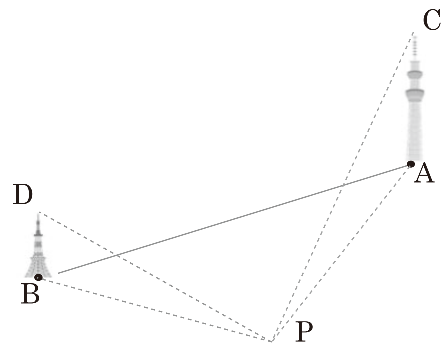


図10　二つの塔が同じ高さに見える位置関係

どちらも同じ高さに見える場所の位置関係を見いだすことができていると価値づけしながらも、「なぜ見上げる角度を同じにすれば（二つの塔までの距離の比を同じにすれば）同じ高さに見えるのだろうか」と授業者が問い直すことで、演繹的に証明を進めていきたい。子どもたちの中には、「二つとも前回やった証明と同じだ」と前時の証明と比較しながら考える姿が予想される。この二つの塔までの距離の比を同じにして考えるという方法は、仮定と結論が逆になっているということに気づき、証明を進めていくだろう。演繹的な証明を通して、仮定と結論を明確にしながら論証を深めていきたい。

単純化したり、仮定と結論を明確にしながら論証したりすることで、東京タワーとスカイツリーが同じ高さになる場所について、根拠がより明確になった状態で、追究を進めていくことができるだろう。

⑶　同じ高さに見える場所の軌跡は円になるのか（１時間）

見当をつけながら様々な方法で追究してきた子どもたちの考えをもとに、全体共有を行っていく。

模型を使って試行錯誤をして考えたり、コンパスを使って複数の点を帰納的に考えたり、「GeoGebra」をもとに考えたりするなどの様々な考えから、子どもたちは「高さが同じに見える場所は複数あって、どうやら円になるのではないか」と導くだろう。しかしながら、「なんとなく円になっている気がする」「他の点ではなっていないかもしれない」「本当に円になるのか」と説明に納得できない子どもたちも多いだろう。

そこで、授業者から「円であることを証明するためには、どんなことが言えればよいだろうか」「図からどのようなことが言えそうか」と問い返し、導き出された図（**図11**）からわかっていることは何か整理していくことで、図に潜む様々な決まりを考えていきたい。

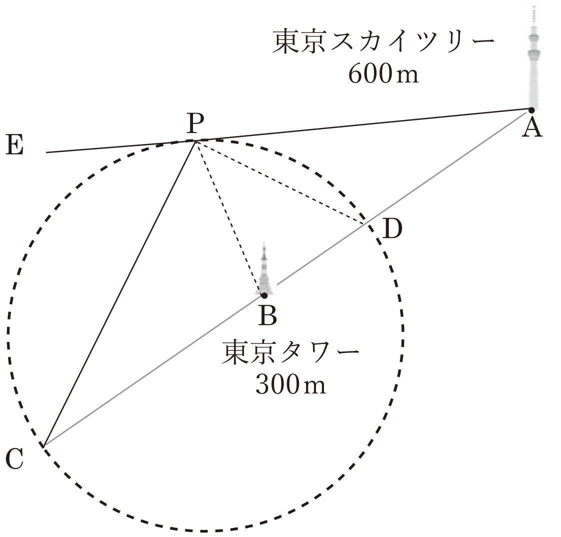


図11　二つの塔が同じ高さに見える軌跡が円だと仮定して導き出された図

与えられた図だけでは、「△PBDは二等辺三角形になる」「△PBAは直角三角形だ」と直感でとらえてしまう子どももいることも予想される。それに対して、「本当に成り立っているのか」「いつでも成り立つのか」「(**図11**）の点Pを動かしても同じことがいえるのか」と疑問を抱く子どもの意見を拾い、演繹的な推論へとつなげていきたい。

線分の比に着目したり、点Pを動かして考えたりすることによって、子どもたちは、「線分の比が等しくなっているから、∠APD＝∠BPD（PDは∠APBの二等分線）になっている」「∠BPC＝∠CPE（PCは∠BPEの二等分線）も成り立つのではないか」「△PCDが直角三角形になっている」ということに気づくだろう。そこから、「∠APD＝∠BPDと∠BPC＝∠CPEが成り立てば、∠CPD＝∠BPD＋∠BPC＝90°ということが言えるから、△PCDが直角三角形になる」ということがつながり、これらを証明することが必要なのではないかと、見当をつけることができるようになるだろう。相似な図形については学習しているため、∠APD＝∠BPDと∠BPC＝∠CPEが成り立つことは論証を進めることができるだろう。しかしながら、円については学習していないため、関心をもって円について学んでいくだろう。

⑷　円の性質を見いだそう（２時間）

円の性質の学習に必要性を感じた子どもたちに、授業者は「GeoGebra」のアプリを提示する（**図12**）。

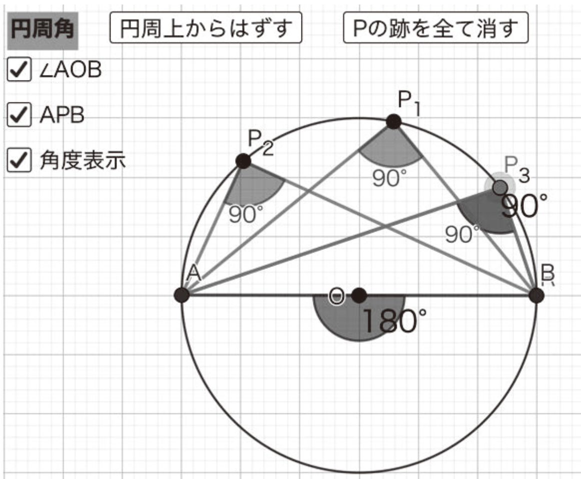


図12　「GeoGebra」を用いて、円の性質を見いだす

「「GeoGebra」を使って、円の性質を見いだそう」となげかけると、以下のような性質を見いだすだろう。

- 円周上の２点A、Bから円周上にある別の点Pを結んだときにできる角（円周角）の大きさは、すべて等しくなる。
- 円周上の２点A、Bから中心の点Oを結んでできる角（中心角）は円周角の２倍になる。
- 円周上の２点A、Bが直径になっているとき、円周上にある別の点Pの３点を結んでできる△ABPは直径（AB）を斜辺とする直角三角形になる。

など

「GeoGebra」を用いて円の性質を見いだした子どもたちは、「本当に見いだした性質が成り立つだろうか」と演繹的な推論の必要性に気づきながら、証明していくだろう。証明していくことで、円周角の定理やタレスの定理を導きだすことができる。円の性質を学んだ子どもたちは、アポロニウスの円が成り立つことを証明したいと目を向けるだろう。

⑸　アポロニウスの円が成り立つことを証明しよう（２時間）

円の性質について学習した子どもたちは、これをふまえてアポロニウスの円に立ち返る。円を学習する前には、論証できなかった子どもたちだが、円の性質を知ることで、「相似な図形と円の性質を使って証明しよう」「円であることを証明するためには、タレスの定理を使って証明できそうだ」と見通しをもって進めていく。その際、グループや全体で共有しながら、誰もが納得できる論証をつくりあげたい。また、相似な図形と円の性質を往還しながら論証していくことで、相似な図形や円の概念の構築につなげたい。

⑹ 追究レポートを作成しよう（２時間）

アポロニウスの円について論証をしてきた子どもたちに、授業者から「さらにどんなことが追究できそうか」となげかけると、「東京タワーとスカイツリーではなく、違う建物で考えたらどうなるだろうか」「東京タワーとスカイツリーが同じ高さになる考え方を使えば、身近な建物や木の高さを求めることができるのではないか」「証明で大切なことを整理したい」とさらなる追究テーマを考えるだろう。そこで、「追究レポートを作成しよう」とうながし、個人でレポート作成を行う時間を確保する。個人で追究テーマを考えレポートを作成することで、それぞれに合った追究を進めることができ、図形の概念の再構築につながるだろう。

・東京タワーとスカイツリーの高さが同じに見える場所が円になることに驚いた。日常の中にも数学がたくさん潜んでいるということに改めてすごいと感じた
・円の性質だけではなく、相似な図形の性質も使って証明することで、アポロニウスの円が証明できた。いろんな性質をつなげて考えていくことが大切だと思った。
・いろんな証明をしてきたから、それぞれのよさをまとめて問題によって使い分けられようにしたい。仮定と結論が何かはっきりさせて誰もが納得する証明ができるようにしたい。　　　　　　　など

本題材を通して図形を学習してきた子どもたちは、この後学習する中学校数学最後の図形の単元である「三平方の定理」において、本題材での学びをつなげて理解を深めていくことを願う。さらに、中学校で学習してきた図形の領域について整理することで、図形の概念を再構築されるだろう。自分なりの図形論を語れる子どもの姿に夢をふくらませて、本題材を閉じる。

参考文献：飯塚康之（2021）『ICTで変わる数学的探究』明治図書.
國宗　進（2017）『数学教育における論証の理解とその学習指導』東洋館出版社.
参考資料：江戸の数学　－国立国会図書館－
https://www.ndl.go.jp/math/
空間情報クラブ『東京タワーとスカイツリーが同じ高さに見える場所を空間情報で分析』
https:// club.informatix.co.jp/?p=2763