

交通渋滞ソリトンの発生機構に関する研究*

村松 将 邦*¹, 長 谷 隆*²

Nonlinear Analysis and Simulation of Soliton in the Traffic Flow

Masakuni MURAMATSU and Takashi NAGATANI*³*³ Shizuoka University, Dept. of Mechanical Engineering,
Jouhoku 3-5-1, Hamamatsu Shizuoka, 432-8561 Japan

Traffic jams are investigated numerically and analytically in the optimal velocity model on a single-line highway. The condition is found whether or not traffic jams occur when a car stops instantly. It is shown that traffic soliton appears at the threshold of occurrence of traffic jams. The Korteweg-de Vries (KdV) equation is derived from the optimal velocity model by the use of the nonlinear analysis. It is found that the traffic soliton appears only near the neutral stability point. The soliton obtained from the nonlinear analysis is consistent with that of the numerical simulation.

Key Words: Traffic Flow, Traffic Jam, Soliton, Kink, KdV Equation, Nonlinear Wave

1. 緒言

最近, 交通渋滞問題について多くの関心もたれ⁽¹⁾⁻⁽⁷⁾, 交通渋滞の改善が早急に望まれている. 交通流は巨視的に見ると典型的な流体力学問題として取り扱うことができる. 交通流における渋滞波はグローバルには密度の不連続面として現われ, 衝撃波と同等な解析も行なわれている. またその不連続面の前後で流量の連続性が成り立っている. 流体力学の立場から見ると, 交通渋滞問題は非線形波動問題⁽⁸⁾のひとつであると考えられる. 代表的な交通流モデルとして, 連続体モデル⁽⁹⁾⁻⁽¹¹⁾ (流体力学の方程式によって記述されるモデル) と粒子モデル⁽¹²⁾⁻⁽¹⁶⁾ (追従モデル) がある.

過去, Newell, Whitham⁽¹²⁾によって, 追従モデルによる交通ソリトンの存在が, 非線形解析を用いることによって示された. その後, Kenner, Konhäuserら⁽¹⁰⁾によって流体力学モデル

のコンピュータシミュレーションが行われ, 交通ソリトンの存在が発見された. しかしながらその後の研究によって, 今まで交通ソリトンであると思われてきたものはキंक (矩形波) 解であることがわかった. そして, 現在まで交通ソリトンの存在は確認されていない. 交通ソリトンの存在を確認するためには数値解析と理論解析を行ない両者を比較しなければならない.

前報⁽¹⁷⁾において, 線形安定解析と分子動力学的シミュレーションを用いて, ボトルネックによって発生する交通渋滞の時空構造についての研究を行なった. この研究は, トンネルや交通規制などの固定された減速区間を想定したシミュレーションであった.

本論文では, ある一台の車の一瞬の減速によって発生する渋滞の時空構造について数値シミュレーションと非線形解析を行なう. これは, 突然のアクシデント (例えば人や動物の飛び出しによる急ブレーキ) が交通流に及ぼす影響を想定している. 開放端境界条件を用いた数値シミュレーションにおいて, ソリトンのような渋滞が観測されることが期待され

* 原稿受付 1998年10月9日.

*¹ 静岡大学大学院 (〒432-8561 浜松市城北3-5-1) .*² 正員, 静岡大学工学部.

E-mail: tmtnaga@ipc.shizuoka.ac.jp

る。そこで、短時間の減速が交通流に及ぼす影響と交通ソリトンの発生機構を調べる。

主な記号

- n : 車の番号
 x_n : n 番目の車の位置
 Δx_n : n 番目の車の車間距離 ($= x_{n+1} - x_n$)
 $\Delta x_n^{(0)}$: 定常状態の車間距離
 x_c : 安全距離
 $V_n(\Delta x_n)$: 車間距離 Δx_n のときの n 番目の車の最適速度
 a_n : n 番目の車の運転手の感度
 t : 時刻
 ε : 微小量 ($0 < \varepsilon \ll 1$)
 $\hat{R}(\varepsilon(n+b\hat{t}), \varepsilon^3\hat{t}) \equiv \hat{R}(\hat{X}, \hat{T})$: 定常状態からの車間距離のずれ
 \tilde{R}_0 : KdV 方程式のソリトン解
 A : ソリトン解の振幅
 k : 規格化定数
ハットのついた変数は無次元量
チルダのついた変数は規格化量

2. モデルと基礎方程式

2.1 モデル 一般に追い越しをしない場合、運転手は直前の車に反応してアクセルとブレーキをコントロールすることにより、先行する車に衝突しないように走行する。ここでは、運転手は先行する車との車間距離を目測して、それに応じた最適速度を決定するものと仮定する。したがって、運転手は最適速度に近づくように加速減速する。このモデルを最適速度モデルと呼ぶ。モデルの概略図を図 1 に示す。

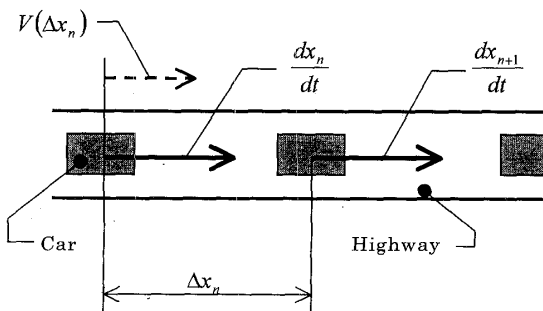


Fig.1 Model

2.2 基礎方程式 最適速度モデルの運動方程式は、車の加速度が最適速度と現在の車の速度との差に比例することから、以下のように与えられる⁽¹⁸⁾。

$$\frac{d^2 x_n}{dt^2} = a_n \left\{ V_n(\Delta x_n) - \frac{dx_n}{dt} \right\} \quad (1)$$

ここで、 x_n は n 番目の車の位置、 $\Delta x_n (= x_{n+1} - x_n)$ は先行する車との車間距離、 $V_n(\Delta x_n)$ は車間距離 Δx_n のときの最適速度、 a_n は運転手の感度（反応の速さ）を表わしている。

式 (1) は簡単な非線形方程式であるが、十分多くの車が相互作用する高速道路においては、典型的な多体問題を構成している。一般に多体問題は非常に複雑な挙動を示すことが知られている。

そこで、簡単化のために感度をすべての運転手で一定とし、さらに最適速度は運転手に依存しないものとする。また、計算の一般化のために、代表長さを L 、代表速度を U として以下の無次元化を行なう。

$$\hat{x}_n = \frac{x_n}{L}, \quad \hat{v} = \frac{v}{U}, \quad \hat{t} = \frac{t}{L/U}, \quad (2)$$

$$\frac{d\hat{x}_n}{d\hat{t}} = \frac{1}{U} \frac{dx_n}{dt}, \quad \frac{d^2 \hat{x}_n}{d\hat{t}^2} = \frac{1}{U^2} \frac{d^2 x_n}{dt^2}, \quad \hat{a} = \frac{a}{L/U}$$

これによりハットのついた変数は無次元変数となる。式 (2) の無次元変数を用いて、式 (1) を無次元化すると次式が得られる。

$$\frac{d^2 \hat{x}_n}{d\hat{t}^2} = \hat{a} \left\{ \hat{V}(\Delta \hat{x}_n) - \frac{d\hat{x}_n}{d\hat{t}} \right\} \quad (3)$$

この無次元化により、状況によって変化するパラメータは L 、 U 、 a から \hat{a} のみとなり、相似則が成り立つために無次元量 \hat{a} が等しければ同一の交通流を表わす。

次に問題となるのは最適速度であるが、最適速度はつぎの条件を満たさなければならない。i) 車間距離に対して単調増加、ii) 車間距離が長くなると一定値（最大速度）に漸近、iii) 安全距離 x_c 付近で急激に変化。この条件を満たす関数として次式の最適速度関数を採用する。

$$\hat{V}(\Delta \hat{x}_n) = \tanh(\Delta \hat{x}_n - \hat{x}_c) + \tanh(\hat{x}_c) \quad (4)$$

また、実際の観測データをもとに最適速度関数を決定することもできる。板東らは⁽¹⁴⁾ 実際の観測データから、安全距離 x_c を 20 m として得られた最適速度関数を用いてシミュレーションを実行し、高速道

路における交通渋滞データとの比較をおこないモデルの妥当性を説いている。そこで我々は彼らのモデルを採用した。

3. シミュレーション

3.1 シミュレーション方法 本研究では、先頭の車が出口に到達したら取り除き、入口から最後尾までの距離がある値に達したら新たに入口に車を挿入する開放端境界条件を用いた場合を考える (図 2)。また減速方法は、ある一定時間の間先頭の車 (出口に一番近い車) の最適速度を減少させて減速させるというものである (減少させた最適速度値を、これ以降減速速度と呼ぶ)。これは緒言で述べた突然のアクシデントによる瞬間的な減速に相当する。

シミュレーションを行なうにあたり、代表長さ L を $x_c/3$ 、代表速度 U を $v_{max}/2$ (v_{max} は最高速度) とする。また、式 (3)、式 (4) の数値計算は、4 次の Runge-Kutta 法を用いて行ない、刻み幅は $1/128$ とする。

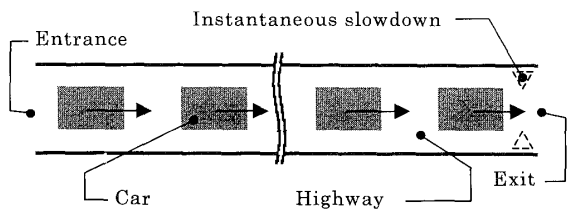


Fig.2 Simulation model

3.2 シミュレーション結果 レーンの全長は 600 とし、出口はスムーズに通過できるものとする。十分時間が経過した後、定常状態にあるときの流入時の密度 (流入間隔) に対する交通流量を、感度を変化させて示すと図 3 のようになる。

図 3 より、流入密度 20% の最大流量までは理論曲線にのるが、流入密度が 20% を越えると感度によって変化し、感度が 2.0 以上の場合はそのまま最大流量を、感度が 2.0 未満の場合は感度が低くなればなるほど減少し、感度によって決定される一定値に収束する。ここで、理論曲線は $\hat{Q} = \hat{V}(\Delta \hat{x}_n^{(0)}) / (\Delta \hat{x}_n^{(0)} + 1)$ である。次に、定常状態の入口から出口までの位置に対する車間距離を図 4 に示す。

図 4 より定常状態において、入口と出口付近以外は一樣な車間距離となっている。よって、中間部分の一樣な密度に対する交通流量を、図 5 に示す。

ここで、理論曲線は $\hat{Q} = \hat{V}(\Delta \hat{x}_n^{(0)}) / (\Delta \hat{x}_n^{(0)} + 1)$ である。

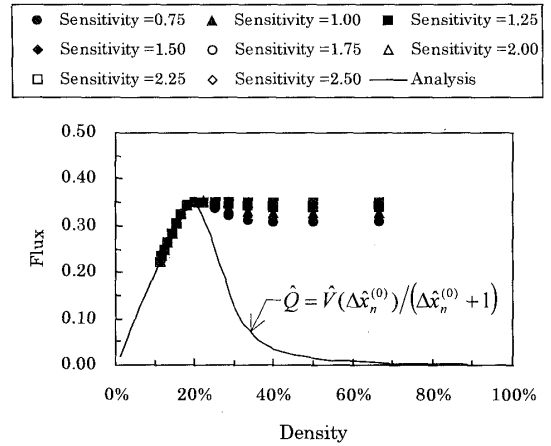


Fig.3 Flux against entrance density ($\hat{x}_c = 3.0$)

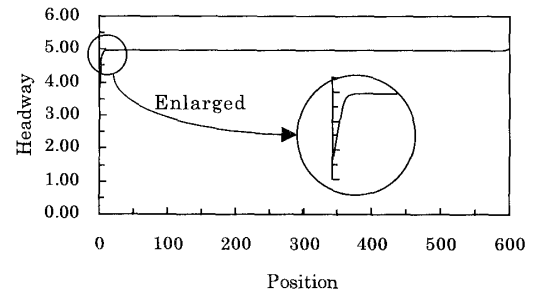


Fig.4 Headway profile at steady state ($\hat{x}_c = 3.0$, $\hat{a} = 1.0$, Entrance density = 50%)

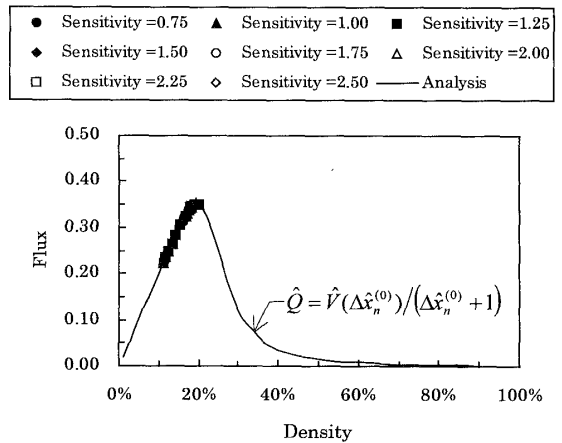


Fig.5 Flux against density ($\hat{x}_c = 3.0$)

図 5 より出口がスムーズに抜けられる場合は、中間領域の密度が高くなり、すべて同一の理論曲線にのることがわかる。そこで、流入密度が 50% の場合と、20% (最大流量) の場合との二つの場合に

ついて、感度に対する車間距離の変化を調べると図6のようになる。

図6より最大流量（流入密度20%（○））のときは、感度に変化しても車間距離は一定であるが、中立安定曲線にぶつかると自発渋滞が発生する。流入密度が高い場合（流入密度50%（●））は、感度が低くなるにしたがい相分離線（キंक渋滞の発生する限界線）に近づく。しかし、相分離線の理論値（式（20）参照）は感度が低ければ低いほどずれが大きくなっていく。そこで、キंक解となる渋滞をシミュレーションし、渋滞の外側の車間距離を同図上にプロット（▲）すると、そのプロットと流入密度が高い場合の曲線が漸近する。さらに感度が高いときの一定値は最大流量のときの車間距離に等しい。

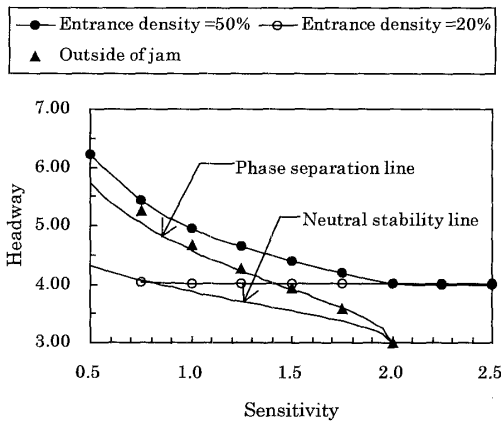


Fig.6 Headway against sensitivity ($\hat{x}_c = 3.0$)

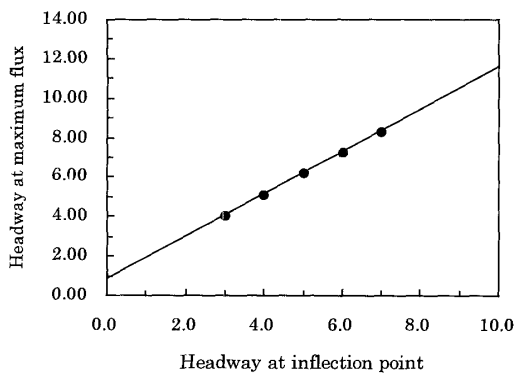


Fig.7 Headway at maximum flux

また、最適速度関数の変極点 \hat{x}_c と理論流量曲線の極大値をとる車間距離との関係を調べると図7の実線のようなになる。プロット点（●）は感度が高いときの一定車間距離をシミュレーションから実測した値であり、最大流量時の車間距離に一致している。

次に、二種類の流入密度において一定時間の減速を与えた場合を考える。減速は700タイムステップから10タイムステップの間、先頭の車の最適速度を減速速度まで減少させるという方法で与えている。流入密度が50%のときは大きな擾乱を与えても渋滞は消えてしまう。よって、流入密度が20%のときを図8に示す。

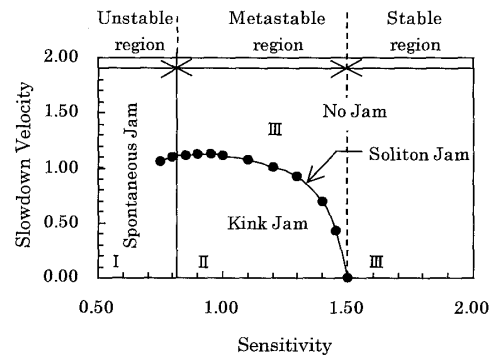


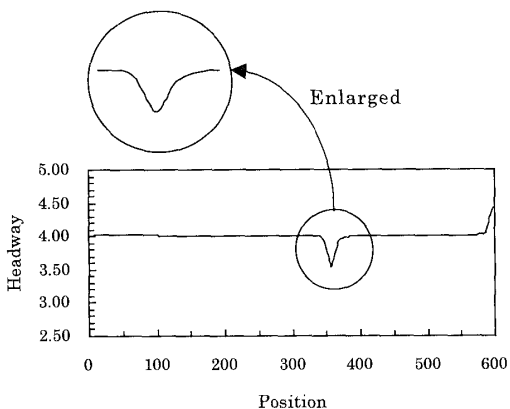
Fig.8 Region of jams ($\hat{x}_c = 3.0$)

図8は、横軸を感度、縦軸を減速速度（減少させた最適速度値）として、渋滞発生限界を●で表している。定常状態における車間距離（ $\Delta \hat{x}_n^{(0)} = 4.0$ ）に対して、感度が1.50以上のとき系は安定、感度が0.84未満のとき系は不安定、そしてその中間で系は準安定となる。また、領域Iで自発渋滞が発生し、領域IIで渋滞キंकが発生するが、領域IIIでは渋滞は消滅する。曲線はキंक解と非渋滞（消滅する渋滞）の境界であり、その境界線上にソリトンは存在する。図6と図8を比較すると、相分離曲線と中立安定曲線の間で減速による渋滞が発生し、中立安定曲線より内側（感度が低い側）では自発渋滞が発生する。また、相分離曲線より外側（感度が高い側）では、渋滞は発生しない。

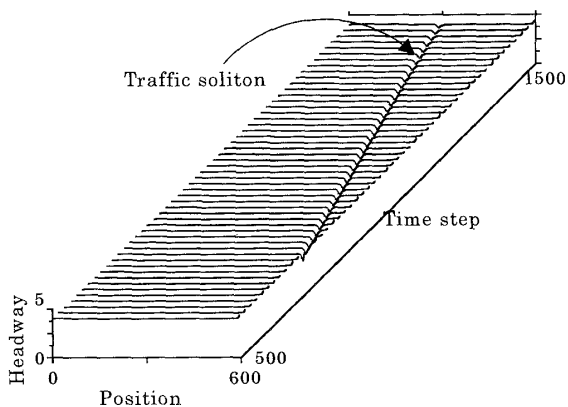
それぞれの渋滞（渋滞ソリトン、渋滞キंक、消滅渋滞）の時空構造を以下の図9～11に示す。渋滞の時空構造は、500～1500タイムステップの間を縦軸に車間距離、横軸に位置、斜軸に時間をとってプロットしている。

図9(a) 渋滞ソリトンと図10(a) 渋滞キंकの拡大図を比較すると、ソリトンとキंकはまったく異なった形状をしている。さらに、図10(b)のソリトンからキंकへの転移を見てもわかるように、ソリトンの後方への伝播速度より、キंकの後方への伝播速度の方が速く、伝播速度の点においても異なっている。また、渋滞の消滅はソリトンの伝播速

度が減少して消滅していく。

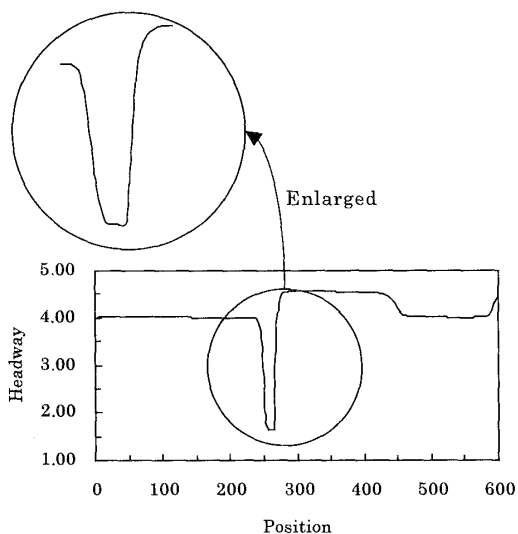


(a) Headway profile at 1300 time step

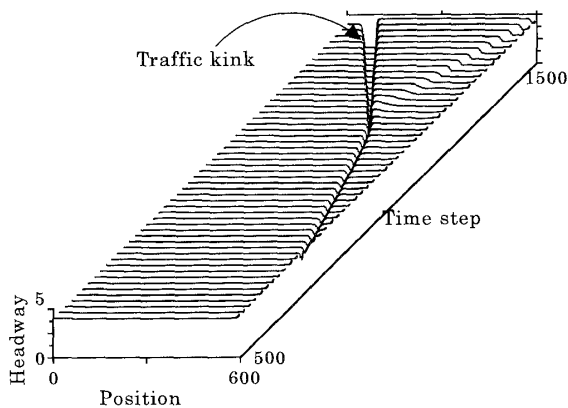


(b) Time-space evolution of headway

Fig.9 Traffic soliton
($\hat{x}_c = 3.0, \hat{a} = 1.0, \hat{v}_s = 1.1175$)



(a) Headway profile at 1300 time step



(b) Time-space evolution of headway

Fig.10 Traffic kink

($\hat{x}_c = 3.0, \hat{a} = 1.0, \hat{v}_s = 1.1170$)

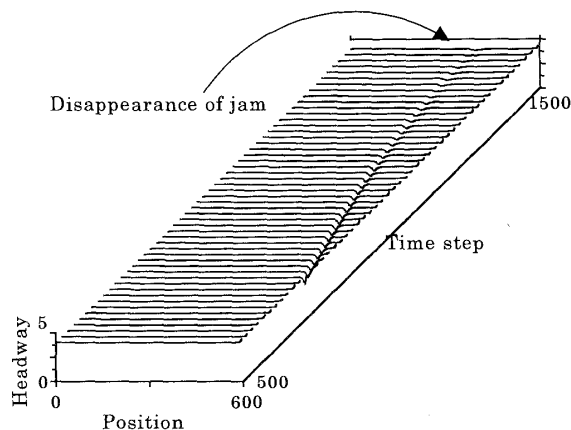


Fig.11 Disappearance of jam

($\hat{x}_c = 3.0, \hat{a} = 1.0, \hat{v}_s = 1.1180$)

4. 非線形解析

非線型方程式 (3) の線形安定解析は板東ら⁽¹³⁾によってなされ、またより詳細な線形解析は著者らの前報⁽¹⁷⁾によりなされている。

$$\hat{V}'(\Delta \hat{x}_n^{(0)}) = \frac{1}{2} \hat{a} = \frac{1}{2} \hat{a}_c \quad (5)$$

のとき中立安定となり、

$$\hat{V}'(\Delta \hat{x}_n^{(0)}) < \frac{1}{2} \hat{a} \quad (6)$$

のとき安定となる。ここで、ダッシュは微分を表わし、 $\Delta \hat{x}_n^{(0)}$ は定常状態のときの車間距離を表わして

いる。

今回、我々は通減摂動法を用いて非線形方程式 (3) の摂動展開を行ない、Korteweg-de Vries (KdV) 方程式を導出する。

粗いスケールにおける協力現象を記述する方程式を導出するために、長波長領域における緩やかな変化の粗視的運動を考える。空間変数 n と時間変数 t に対する緩やかな変数 \hat{X} , \hat{T} を以下のように定義する。

$$\hat{X} = \varepsilon(n + bt), \quad \hat{T} = \varepsilon^3 t \quad (7)$$

ただし、 ε は微小パラメータ ($0 < \varepsilon \ll 1$) とする。式 (3) を以下のように書き換える。

$$\frac{d^2 \Delta \hat{x}_n}{d\hat{t}^2} + \hat{a} \frac{d\Delta \hat{x}_n}{d\hat{t}} - a(\hat{V}'(\Delta \hat{x}_{n+1}) - \hat{V}'(\Delta \hat{x}_n)) = 0 \quad (8)$$

また、車間距離を以下のようにおく。

$$\Delta \hat{x}_n = \Delta \hat{x}_n^{(0)} + \varepsilon^2 \hat{R}(\hat{X}, \hat{T}) \quad (9)$$

これを式 (8) に代入して ε^6 のオーダーまでの摂動展開を行なうと以下の式が得られる (付録参照)。

$$\begin{aligned} & \hat{a} \varepsilon^3 \left(b - \hat{V}'(\Delta \hat{x}_n^{(0)}) \right) \frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{X}} \\ & + \varepsilon^4 \left(b^2 - \frac{1}{2} \hat{a} \hat{V}'(\Delta \hat{x}_n^{(0)}) \right) \frac{\partial^2 \hat{R}}{\partial \hat{X}^2} \\ & + \hat{a} \varepsilon^5 \left(\frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{T}} - \frac{1}{6} \hat{V}'(\Delta \hat{x}_n^{(0)}) \frac{\partial^3 \hat{R}}{\partial \hat{X}^3} - \hat{V}''(\Delta \hat{x}_n^{(0)}) \hat{R} \frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{X}} \right) \\ & + \varepsilon^6 \left[2b \frac{\partial^2 \hat{R}}{\partial \hat{X} \partial \hat{T}} - \frac{1}{24} \hat{a} \hat{V}'(\Delta \hat{x}_n^{(0)}) \frac{\partial^4 \hat{R}}{\partial \hat{X}^4} \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} \hat{a} \hat{V}'' \left\{ \left(\frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{X}} \right)^2 + \hat{R} \frac{\partial^2 \hat{R}}{\partial \hat{X}^2} \right\} \right] = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

また、 $b = \hat{V}'(\Delta \hat{x}_n^{(0)})$ として、 \hat{a} が式 (5) からわずかにずれた領域にあるとすると、

$$\begin{aligned} \hat{V}'(\Delta \hat{x}_n^{(0)}) - \frac{1}{2} (\hat{a}_c - \delta \hat{a}) &= \frac{1}{2} \delta \hat{a} = \frac{1}{2} \hat{a} \left(\frac{\hat{a}_c}{\hat{a}} - 1 \right) \\ \frac{1}{2} \hat{a} \left| \frac{\hat{a}_c}{\hat{a}} - 1 \right| &= \beta \varepsilon^2 \end{aligned} \quad (11)$$

となり、式 (10) を整理すると以下のように書き直される。

$$\begin{aligned} & \hat{a} \varepsilon^5 \left(\frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{T}} - \frac{1}{6} \hat{V}' \frac{\partial^3 \hat{R}}{\partial \hat{X}^3} - \hat{V}'' \hat{R} \frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{X}} \right) \\ & + \varepsilon^6 \left\{ \frac{1}{3} \left(b - \frac{1}{8} \hat{a} \right) \hat{V}' \frac{\partial^4 \hat{R}}{\partial \hat{X}^4} \right. \\ & \left. + \beta \hat{V}' \frac{\partial^2 \hat{R}}{\partial \hat{X}^2} + \left(b - \frac{1}{4} \hat{a} \right) \hat{V}'' \frac{\partial^2 \hat{R}^2}{\partial \hat{X}^2} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

ここで式 (12) を規格化すると以下ようになる。

$$\begin{aligned} & \hat{a} \varepsilon^5 \frac{|k|^2}{\hat{V}''} \sqrt{\frac{6|k|}{\hat{V}'}} \left(\frac{\partial \tilde{R}}{\partial \tilde{T}} + \frac{\partial^3 \tilde{R}}{\partial \tilde{X}^3} + \tilde{R} \frac{\partial \tilde{R}}{\partial \tilde{X}} \right) \\ & + \varepsilon^6 \frac{6|k|^2}{\hat{V}' \hat{V}''} \left[\beta \hat{V}' \frac{\partial^2 \tilde{R}}{\partial \tilde{X}^2} \right. \\ & \left. + |k| \left\{ \left(b - \frac{1}{4} \hat{a} \right) \frac{\partial^2 \tilde{R}^2}{\partial \tilde{X}^2} + 2 \left(b - \frac{1}{8} \hat{a} \right) \frac{\partial^4 \tilde{R}}{\partial \tilde{X}^4} \right\} \right] = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\hat{T} = \sqrt{\frac{1}{6|k|^3}} \tilde{T}, \quad \hat{X} = -\sqrt{\frac{1}{6|k|}} \tilde{X}, \quad \hat{R} = \frac{|k|}{\hat{V}''} \tilde{R} \quad (14)$$

ここで k は負の任意定数である。式 (13) の ε^5 オーダの項は KdV 方程式となる。一般に KdV 方程式は以下のソリトン解をもつ⁽¹⁸⁾。

$$\tilde{R}_0 = A \operatorname{sech}^2 \left\{ \sqrt{\frac{1}{12}} A \left(\tilde{X} - \frac{1}{3} A \tilde{T} \right) \right\} \quad (15)$$

式 (13) が解をもつ条件 (可解条件) は、

$$\begin{aligned} & M[\tilde{R}_0] \\ & \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \frac{6|k|^2}{\hat{V}' \hat{V}''} \tilde{R}_0 \left[\beta \hat{V}' \frac{\partial^2 \tilde{R}_0}{\partial \tilde{X}^2} \right. \\ & \left. + |k| \left\{ \left(b - \frac{1}{4} \hat{a} \right) \frac{\partial^2 \tilde{R}_0^2}{\partial \tilde{X}^2} + 2 \left(b - \frac{1}{8} \hat{a} \right) \frac{\partial^4 \tilde{R}_0}{\partial \tilde{X}^4} \right\} \right] d\tilde{X} \\ & = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

となり、これを解くと以下ようになる。

$$\frac{48}{105} \frac{|k|^2}{\hat{V}' \hat{V}''} A^2 \sqrt{\frac{A}{3}} \left[\frac{2}{3} A |k| \left(7b - \frac{19}{8} \hat{a} \right) - 7\beta \hat{V}' \right] = 0 \quad (17)$$

式 (5), (11), (17), $b = \hat{V}'(\Delta \hat{x}_n^{(0)})$, $\varepsilon^2 = |\hat{a}_c/\hat{a} - 1|$ より A を求めると、以下ようになる。

$$A = \frac{14 \hat{V}'}{3 |k|} \quad (18)$$

これを式 (9) に代入して、変数を元に戻すと、

$$\Delta \hat{x}_n = \Delta \hat{x}_n^{(0)} + \frac{14}{3} \frac{\hat{V}'(\Delta \hat{x}_n^{(0)})}{\hat{V}''(\Delta \hat{x}_n^{(0)})} \varepsilon^2 \sec h^2 \left[\sqrt{\frac{7}{3}} \varepsilon \{n + \left(1 + \frac{14}{9} \varepsilon^2\right) \hat{V}'(\Delta \hat{x}_n^{(0)}) \hat{t}\} \right] \quad (19)$$

となる。ただし、 $\varepsilon^2 = |\hat{a}_c/\hat{a} - 1|$ である。式(19)は定常状態からの車間距離のずれであり、渋滞ソリトン解を表わしている。

また同様に、Modified Korteweg-de Vries (MKdV)方程式を導出し、これより渋滞キंक解を求める。これは、小松、佐々ら⁽¹⁵⁾によって行なわれているため、結果のみ示す：

$$\Delta \hat{x}_n = \hat{x}_c \pm \sqrt{\frac{5\hat{V}'(\hat{x}_c)}{|\hat{V}''(\hat{x}_c)|}} \varepsilon \tanh \left[\sqrt{\frac{5}{2}} \varepsilon \{n + \left(1 - \frac{5}{6} \varepsilon^2\right) \hat{V}'(\hat{x}_c) \hat{t}\} \right] \quad (20)$$

ただし、 $\varepsilon^2 = |\hat{a}_c/\hat{a} - 1|$ である（この場合 $\hat{a}_c/2 = \hat{V}'(\hat{x}_c)$ ）。

5. シミュレーションと理論の比較

数値シミュレーションにおいて、図8で求めた曲線近傍でソリトンのような波形が現われ、消滅(曲線より感度が高い場合)、または矩形波(曲線より感度が低い場合)に転移していく。つまり、厳密にその曲線上にのっている場合はソリトンのような波形は存在しつづけることになる。また非線形解析においても、中立安定線近傍におけるソリトン解の存在を明らかにした。そこで、数値解析と理論解析の比較を行なう。

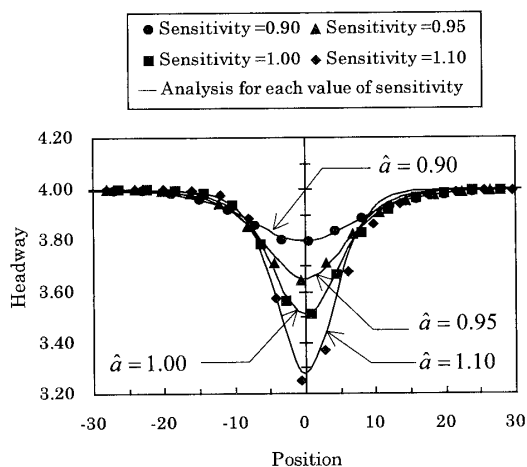


Fig.12 Profiles of soliton ($\hat{x}_c = 3.0$)

まず、ソリトンの車間距離プロファイルの比較結果を図12に示す。ここで、実線は理論解析結果(式(19))、●、▲、■、◆は数値シミュレーション結果である。このように、渋滞ソリトンの車間距離プロファイルにおいてシミュレーション結果と解析解は数%の誤差で一致する。次に、伝播速度の比較を行なう。

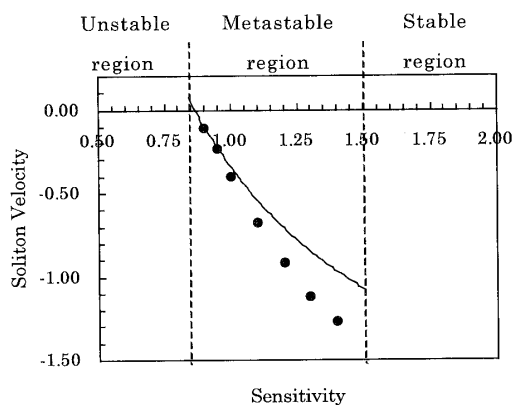


Fig.13 Propagation velocity ($\hat{x}_c = 3.0$)

図13の実線は理論解析結果(式(19))、●はシミュレーション結果を示している。車間距離プロファイルはシミュレーション結果と解析解がよく一致していたが、伝播速度に関しては中立安定線からのずれが大きくなると双方の誤差が顕著に現われる。これは非線形解析の限界によるものと思われる。

今回、数値シミュレーションを行なうにあたり開放端境界条件を用いた。従来の交通渋滞シミュレーションは周期的境界条件を用いて行なわれていたが、周期的境界条件を用いた場合はソリトンの発見はできなかった。その理由として周期的境界条件の場合には渋滞波と膨張波が同時に発生し渋滞波は後方に膨張波は前方に伝播していく。発生した渋滞波と膨張波が相殺するためソリトンの形成には至らなかったと考えられる。

6. 結言

開放端境界条件をもつ交通流の数値シミュレーションと非線形解析を行ない以下の結論を得た。

1. 定常状態の車間距離がキंक渋滞外の車間距離より狭く、さらに線形不安定な車間距離にあると自発渋滞が発生する。
2. 出口が自由に抜ける場合、流量は流入時の

密度がある一定値以上になると感度によって決まる一定流量（渋滞の発生しない限界流量）となる。

3. 流入密度が十分に高く、流量が一定になったときの車間距離はキंक解となる渋滞の渋滞外の車間距離 ($\Delta \hat{x}_n = \hat{x}_c + \sqrt{2.5 \times (\hat{a}_c / \hat{a} - 1)}$) に近づく。
4. 感度が臨界感度 ($\hat{a}_c = 2.0$) 以上で、流入密度 20% を越えると流量は常に最大流量となる。
5. ある擾乱を与えた場合の渋滞は、準安定領域内で発生し、準安定領域外の安定領域では強い擾乱を与えても渋滞は発生しない。
6. 準安定領域内において、渋滞の発生限界線上においてソリトンは発生する。
7. 数値シミュレーションで出現したソリトンは非線形解析から求めたソリトン解とほぼ一致する。

付記 最近 ITS (Intelligent Transportation System) に代表されるような、自動車の自動運転化をめざす傾向がある⁽¹⁹⁾。現在考えられているシステムとしては、道路状況を観測し、それを各自動車に送信するものや、道路上に磁気ラインを引き、それに沿って走行するものなどがある。ここで考えた交通流モデルは、前方をカメラで監視し、障害物、車などに反応して最適速度に近づくように加速減速するものに相当する。本研究結果が ITS に貢献できるものであると期待される。

[付録 摂動展開]

式 (10) を導入するために式 (8) の各項の摂動展開を以下に示す。

- ・ 車間距離の時間に対する一階微分 :

$$\frac{d\Delta \hat{x}_n}{dt} = \varepsilon^3 b \frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{X}} + \varepsilon^5 \frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{T}}$$

- ・ 車間距離の時間に対する二階微分 :

$$\frac{d^2 \Delta \hat{x}_n}{dt^2} = \varepsilon^4 b^2 \frac{\partial^2 \hat{R}}{\partial \hat{X}^2} + 2\varepsilon^6 b \frac{\partial^2 \hat{R}}{\partial \hat{X} \partial \hat{T}}$$

- ・ 直前の車の車間距離 :

$$\begin{aligned} \Delta \hat{x}_{n+1} &= \Delta \hat{x}_n^{(0)} + \varepsilon^2 \hat{R} + \varepsilon^3 \frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{X}} \\ &+ \frac{1}{2} \varepsilon^4 \frac{\partial^2 \hat{R}}{\partial \hat{X}^2} + \frac{1}{6} \varepsilon^5 \frac{\partial^3 \hat{R}}{\partial \hat{X}^3} + \frac{1}{24} \varepsilon^6 \frac{\partial^4 \hat{R}}{\partial \hat{X}^4} \end{aligned}$$

- ・ 最適速度の差 :

$$\begin{aligned} &\hat{V}(\Delta \hat{x}_{n+1}) - \hat{V}(\Delta \hat{x}_n) \\ &= \varepsilon^3 \hat{V}'(\Delta \hat{x}_n^{(0)}) \frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{X}} + \frac{1}{2} \varepsilon^4 \hat{V}''(\Delta \hat{x}_n^{(0)}) \frac{\partial^2 \hat{R}}{\partial \hat{X}^2} \\ &+ \varepsilon^5 \left\{ \frac{1}{6} \hat{V}'''(\Delta \hat{x}_n^{(0)}) \frac{\partial^3 \hat{R}}{\partial \hat{X}^3} + \hat{V}''(\Delta \hat{x}_n^{(0)}) \hat{R} \frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{X}} \right\} \\ &+ \varepsilon^6 \left\{ \frac{1}{24} \hat{V}^{(4)}(\Delta \hat{x}_n^{(0)}) \frac{\partial^4 \hat{R}}{\partial \hat{X}^4} + \frac{1}{4} \hat{V}'''(\Delta \hat{x}_n^{(0)}) \frac{\partial^2 \hat{R}^2}{\partial \hat{X}^2} \right\} \end{aligned}$$

参考文献

- (1) Wolf, D.E., ほか 2 名, Traffic and Granular Flow, World Scientific, Singapore, 1996.
- (2) Prigogine, I. and Herman, R., Kinetic Theory of Vehicular Traffic, Elsevier, New York, 1971.
- (3) Helbing, D., Phys. Rev. E53 (1996) 2366.
- (4) 斎藤威, 電学誌, J. IEE Japan, Vol.117, No.9 (1997) 600.
- (5) 池辺豊, 日経サイエンス, 6月号 (1996) 70.
- (6) 吉川泰男, ほか 4 名, 機論, 63-610, B (1997), 2252.
- (7) 長谷隆, 科学, Vol.66 No.9 Sep. (1996), 617.
- (8) Ott, E. and Sudan, R.N., Phys. Fluids 12 (1969) 2388.
- (9) Lighthill, M.J. and Whitham, G.B., Proc. R. Soc. Lond. A229 (1955) 281.
- (10) Kerner, B.S. and Konhäuser, P., Phys. Rev. E48 (1993) 2335.
- (11) Kurtze, D.A. and Hong, D.C., Phys. Rev. E52 (1995) 218.
- (12) Whitham, G.B., Proc. R. Soc. Lond. A428 (1990) 49.
- (13) Bando, M., ほか 4 名, Phys. Rev. E51 (1995) 1035.
- (14) Bando, M., ほか 4 名, J. Phys. I France (1995) 1389.
- (15) Komatsu, T. and Sasa, S., Phys. Rev. E52 (1995) 5574.
- (16) Nagatani, T. and Nakanishi, K., Phys. Rev. E57 (1998) 6415.
- (17) 村松将邦, 長谷隆, 機論, 65-633, B (1999), 1599.
- (18) 川原琢治, ソリトンからカオスへ, 朝倉書店, (1993) 36.
- (19) 岩田武夫, 精密工学会誌, Vol.64, No.1, (1998) 32.