

## 小特集

プラズマ中の渦とその相互作用

# 2. ドリフト波の渦

佐伯 紘一  
(静岡大学理学部)

## Drift-Wave Vortices

SAEKI Koichi

*Department of Physics, Faculty of Science, Shizuoka University, Shizuoka 422-8529, Japan*

(Received 15 January 2001)

### Abstract

Drift-wave vortices are vortices existing in a magnetized nonuniform plasma. In this plasma, linear drift waves propagate. In order to treat nonlinear drift waves, we must take into account the nonlinear term as the origin of vortex formation. Dipole drift-wave vortices exist outside the region of drift-wave propagation. On the other hand, monopole drift-wave vortices propagate with the drift wave velocity, and emit drift waves of short wavelength. These characteristics of monopole vortices are observed experimentally.

### Keywords:

magnetized nonuniform plasma, drift wave, drift-wave vortex, monopole vortex, Rossby wave, modon

### 2.1 はじめに

ドリフト波渦とは、ドリフト波が存在するプラズマ中における渦である。ドリフト波は、磁場方向の位相速度が電子の熱速度より十分に遅く、電子が磁力線に沿って補給される場合に、不均一密度磁化プラズマ中に存在する。イオンサイクロトロン周波数より十分に低周波の波動であるため、イオンは磁場に垂直方向に  $E \times B$  ドリフト運動をする。密度勾配のあるプラズマ中において、イオンの  $E \times B$  ドリフトにより生じる密度変動が、電子のボルツマンの関係式と結びついて生じたものがドリフト波である。一方、プラズマ中の渦運動は、プラズマの  $E \times B$  ドリフトに駆動されて生じる。プラズマ中の渦もドリフト波も、ともに  $E \times B$  ドリフトが重要な役割をしている。ドリフト波と渦運動との関係に最初に着目したのは、長谷川、三間の両氏である [1, 2]。彼らは線形なドリフト波を記述する方程式に、非線形項として渦運動を

引き起こす項を加えることにより、長谷川・三間方程式と呼ばれる式を導いた。この方程式は、核融合を目的とした磁化閉じ込めプラズマのドリフト波乱流・ドリフト波渦を記述するための最も基本となる方程式として広く認められている。

一方、ドリフト波とよく似た波動に、ロスビー波がある [3-5]。この波は回転流体において観測される。回転流体に乗って観測すると流体に対してコリオリ力が働くために、流体の回転が磁場と同じ働きをする。このコリオリ力と圧力の釣り合いから地衡流という回転流体特有の流れが生じる。地衡流はプラズマにおける  $E \times B$  ドリフトに対応している。この結果、地衡流そのものが駆動力となって回転流体特有の渦が生じ、また、地衡流がコリオリ力の不均一性と結びついてロスビー波が発生する。このロスビー波についても本質的には長谷川・三間方程式と同じ方程式が成立する。

author's e-mail: spksaek@ipc.shizuoka.ac.jp

ここでは、ドリフト波が存在するプラズマ中の渦として、双極ドリフト波渦と単極ドリフト波渦について考える。長谷川・三間方程式は双極ドリフト波渦の定常解を持っている[1,2]。一方、単極ドリフト波渦は長谷川・三間方程式の定常解ではない。単極渦は渦の形状を保ちながらドリフト波速度より少し遅く伝播する[8-10]。したがってこの渦は渦の周辺で短波長のドリフト波を励起し後方に放出しながらゆっくり減衰する。これらの特徴あるドリフト波渦の性質を以下に述べたい。

### 2.2 長谷川・三間方程式

ここでは、まず非線形ドリフト波を記述する長谷川・三間方程式を導く[1,2]。この方程式はドリフト波に非線形性を取り入れた方程式として有名であり、ドリフト波に乗って動くドリフト渦を記述することができる。Fig. 1(a)のように、 $z$  方向に一様な磁場  $B$  があり、 $x$  方向に密度勾配を持つ磁化プラズマを考える。電子については、磁場に平行方向のドリフト波の位相速度が電子の熱速度より十分に遅いため、電子が磁場に沿って十分に補給され、同一磁力線上の電子に関して、以下のボルツマンの関係式が成立していると仮定する。

$$n_e = n_0(x) \exp \frac{e\phi}{xT_e} \quad (1)$$

ここで  $n_e$  は電子の密度、 $n_0(x)$  は  $x$  方向の密度分布、

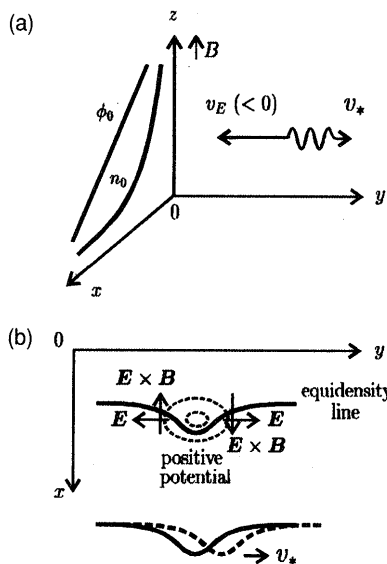


Fig. 1 Drift wave propagation. (a) Configuration of a magnetized nonuniform plasma. Drift waves propagate in the direction of  $y$ . Here,  $v_E$ , ( $< 0$ ) is in the direction of  $-y$ . (b) Propagation mechanism of drift wave. Here,  $v_E = 0$ .

$\phi$  はプラズマの変動電位、 $x$ ,  $T_e$  はそれぞれボルツマン定数、電子温度である。波の周波数はイオンプラズマ周波数より十分に小さく波の波長は電子のデバイ長より十分長いのでプラズマの準中性条件が成立し  $n = n_i = n_e$  となる。したがって

$$\ln n = \ln n_0(x) + \frac{e\phi}{xT_e} \quad (2)$$

次に、イオン温度を零とし、磁場方向の波の位相速度はイオン音波の位相速度に比べて十分に速いものとする。したがって磁場に垂直なイオンの運動を考えればよい。磁場に垂直なイオンの速度を  $v_{\perp}$  とすると、イオンの運動方程式は、

$$m_i \frac{dv_{\perp}}{dt} = -e \nabla_{\perp} (\phi_0 + \phi) + m_i \omega_c v_{\perp} \times \hat{z} \quad (3)$$

となる。 $t$ ,  $m_i$ ,  $\phi_0$  はそれぞれ時間、イオンの質量、零次のプラズマ電位であり、 $\omega_c = eB/m_i$  はイオンのサイクロトロン角周波数、 $\hat{z}$  は  $z$  方向の単位ベクトルである。イオンの速度  $v_{\perp}$  に関する渦度  $\Omega$  を用いると、 $\Omega = \nabla_{\perp} \times v_{\perp}$  であるから、イオンの運動方程式の回転をとると、

$$\begin{aligned} \nabla_{\perp} \times \left( \frac{dv_{\perp}}{dt} \right) &= \nabla_{\perp} \times \left[ \frac{\partial v_{\perp}}{\partial t} + \nabla_{\perp} \left( \frac{1}{2} v_{\perp}^2 \right) - v_{\perp} \times \Omega \right] \\ &= \frac{d\Omega}{dt} + \Omega (\nabla_{\perp} \cdot v_{\perp}) \\ &= \nabla_{\perp} \times \left[ -\frac{e}{m_i} \nabla_{\perp} (\phi_0 + \phi) + m_i \omega_c v_{\perp} \times \hat{z} \right] \\ &= -\omega_c \hat{z} (\nabla_{\perp} \cdot v_{\perp}). \end{aligned}$$

したがって、

$$\frac{d\Omega}{dt} + (\Omega + \omega_c) (\nabla_{\perp} \cdot v_{\perp}) = 0 \quad (4)$$

が導かれる。イオンの連続の式はイオンは磁場に垂直方向に動くことを考慮すると、

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla_{\perp} \cdot (n v_{\perp}) = 0 \quad (5)$$

となる。

$$\begin{aligned} \nabla_{\perp} \cdot v_{\perp} &= -\frac{1}{n} \left[ \frac{\partial n}{\partial t} + (v_{\perp} \cdot \nabla_{\perp}) n \right] \\ &= -\frac{1}{n} \frac{dn}{dt} = -\frac{d}{dt} \ln n \end{aligned} \quad (6)$$

なる変形をして(4)式に代入すると

$$\frac{d}{dt} \ln \left( \frac{\Omega + \omega_c}{n} \right) = 0 \quad (7)$$

が得られる。これをポテンシャル渦度保存則という。イオンの変動がゆっくり ( $\Omega, \partial/\partial t \ll \omega_c$ ) であると仮定すると,  $v_{\perp}$  を  $v_E$  とみなしてよい。したがって,

$$\frac{d}{dt} \ln \left( \frac{\Omega + \omega_c}{n} \right) \cong \frac{d}{dt} \left( \frac{\Omega}{\omega_c} - \ln n \right) = 0. \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \Omega &= \nabla_{\perp} \times v_{\perp} \cong \nabla_{\perp} \times v_E \\ &= \frac{1}{B} \nabla_{\perp} \times [-\nabla_{\perp} (\phi_0 + \phi) \times \hat{z}] = \frac{1}{B} \nabla_{\perp}^2 (\phi_0 + \phi) \hat{z}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} &= \frac{\partial}{\partial t} + (v_{\perp} \cdot \nabla_{\perp}) \cong \frac{\partial}{\partial t} + (v_E \cdot \nabla_{\perp}) \\ &= \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{B} \left[ \frac{\partial (\phi_0 + \phi)}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} \right]. \end{aligned}$$

ここで, 零次の電位  $\phi_0$  は,  $x$  方向のみに変化するものとする。したがって,

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{B} \left( \frac{\partial (\phi_0 + \phi)}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} \right) \right] \left[ \frac{1}{B\omega_c} \nabla_{\perp}^2 (\phi_0 + \phi) - \ln n \right] = 0. \quad (9)$$

このイオンの式と, プラズマの準中性条件が成立することを考慮して, 電子に関するボルツマン平衡の式と結びつけると, 以下の  $x$  方向の零次の電位変化を考慮した非線形ドリフト波方程式が得られる。

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{B} \left( \frac{\partial (\phi_0 + \phi)}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} \right) \right] \left[ \frac{1}{B\omega_c} \nabla_{\perp}^2 (\phi_0 + \phi) - \frac{e\phi}{xT_e} - \ln n_0 \right] = 0 \quad (10)$$

ここで簡単のために, 電子温度が一様であり, 零次の電位  $\phi_0$  が  $x$  に関して一次の関数である一様電場の場合を考えると,

$$\begin{aligned} &\left( \frac{\partial}{\partial t} + v_E \frac{\partial}{\partial y} \right) \left( \frac{e\phi}{xT_e} - \rho_s^2 \nabla_{\perp}^2 \frac{e\phi}{xT_e} \right) + v_* \frac{\partial}{\partial y} \frac{e\phi}{xT_e} \\ &= \omega_c \left( \frac{e\rho_s^2}{xT_e} \right)^2 \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} \right) \nabla_{\perp}^2 \phi. \quad (11) \end{aligned}$$

ここで,  $v_E = (\partial\phi_0/\partial x)/B$  は零次の電場による  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  ドリフト速度,  $v_* = c_s (\rho_s/a_*) = -(\partial \ln n_0/\partial x) x T_e / eB$  は電子反磁性ドリフト速度である。また,  $c_s = (xT_e/m)^{1/2}$  はイ

オン音波速度,  $a_* = -[\partial \ln n_0(x)/\partial x]^{-1}$  は  $x$  方向の密度勾配の特性長である。  $\rho_s = c_s/\omega_c$  はイオンの温度が電子温度に等しいとした時のイオンの等価ラーモア半径であり, ドリフト波の特徴的な長さを示す。

非線形ドリフト波方程式を単純化するために,  $\omega_c t \rightarrow T$ ,  $x/\rho_s \rightarrow X$ ,  $y/\rho_s \rightarrow Y$ ,  $e\phi/xT_e \rightarrow \Phi$ ,  $v_E/c_s \rightarrow V_E$ ,  $v_*/c_s \rightarrow V_*$  の置き換えを行う。その結果, 以下の式を得る。

$$\begin{aligned} &\left( \frac{\partial}{\partial T} + V_E \frac{\partial}{\partial Y} \right) (\Phi - \nabla_{\perp}^2 \Phi) + V_* \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \\ &= \left( \frac{\partial \Phi}{\partial X} \frac{\partial}{\partial Y} - \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \frac{\partial}{\partial X} \right) \nabla_{\perp}^2 \Phi. \quad (12) \end{aligned}$$

(11) (12) 式は,  $Y$  方向に零次のプラズマの様な流れ ( $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  ドリフト  $V_E$ ) がある時の不均一密度磁化プラズマ中の非線形ドリフト波方程式であり, 長谷川・三間方程式と呼ばれている。プラズマの密度変動はこの方程式から得られた電位変動  $\phi$  を, プラズマ密度  $n$  との関係式(1)式に代入すれば求めることができる。(11) (12) 式の右辺は非線形項であり, 渦の効果を表す。(12)式において零次の電位勾配, 密度勾配を無視し, かつ  $\partial\Phi/\partial T$  の項を無視すれば, 粘性を無視した時の二次元非圧縮性流体の運動を記述するオイラー方程式を流線関数で表した式になる。線形なドリフト波の分散式は, 非線形ドリフト波方程式の非線形項を無視することにより求めることができる。(11)式において  $\phi \propto \exp[i(k_x x + k_y y) - \omega t]$  と置く

$$\omega = \frac{v_* k_y}{1 + \rho_s^2 (k_x^2 + k_y^2)} + v_E k_y. \quad (13)$$

この式がドリフト波の分散式である。これを Fig. 2 に示す。この図からわかるように  $k_y$  が小さい, すなわち波長の長いドリフト波の位相速度  $v_{\text{drift}}$  は  $v_* + v_E$  であるが, 波長が短くなるにつれて波の位相速度は小さくなり次第に  $v_E$  の速度に近づいていく。実際の実験ではドリフト波の短波長の波は励起されにくい。ドリフト波の伝播のメカニズムを Fig. 1(b) に示す。等密度線が  $x$  方向に膨れている部分は, 電子に関するボルツマンの関係式より正の電位を持つ。その結果, 周囲にできる電場による  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  ドリフト運動は, ドリフト波パルス  $v_*$  の方向に伝播させることになる。ドリフト波の実験は主に Q マシンを用い, ドリフト波の, 衝突や電流による不安定性やその不安定波スペクトラムの研究がなされた[11-13]。しかしながら磁場に垂直方向の分散関係の直接的な測定などは

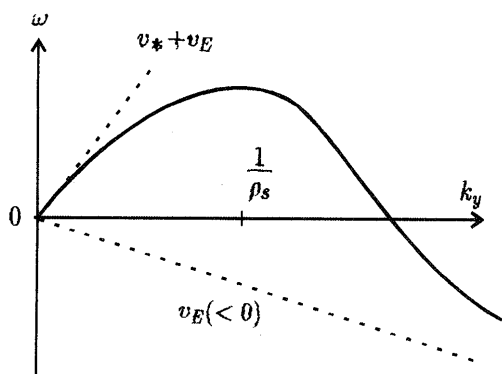


Fig. 2 Dispersion relation of drift wave.  $\rho_s$  is an equivalent Larmor radius.

なされていない。

### 2.3 ロスビー波との対応関係

前節で得られたプラズマ中のドリフト波およびドリフト波渦に似た現象は、たとえば回転流体中でも観測される。具体的には惑星表面の流体や回転するパラボラ状の容器中の流体などが考えられ、ロスビー波およびロスビー波渦と呼ばれる波や渦が存在する[3-5]。ここではFig. 3のような惑星表面の流体について考える。惑星上の流体は零次近似として回転する惑星上とともに回転し、惑星上の点から見れば静止しているものとする。Fig. 3のように角速度 $\Omega$ で回転する惑星の表面において、極角 $\psi$ の点の流体は角速度 $\Omega \cos \psi$ で回転しているとみなせる。流体においては波の波長に比べて、平衡時の流体の高さ $h_0$ が十分に小さい場合、静力学的平衡近似が成立する。静力学的平衡近似が成り立つ時の、極角 $\psi$ の近傍にある惑星表面の流体の運動方程式は、

$$\rho \frac{dv_{\perp}}{dt} = -\rho g \nabla_{\perp} \delta h + \rho f v_{\perp} \times \hat{z} \quad (14)$$

である。ここで、右辺第1項は圧力項であり第2項はコリオリ力項である。ここで $f = 2\Omega \cos \psi$ はコリオリパラメータと呼ばれ、極角 $\psi$ の点の流体の角速度 $\Omega \cos \psi$ の2倍である。 $\rho$ は流体の密度、 $g$ は重力加速度である。(3)式と比較すると、回転流体においては、流体の変動部分の高さ $\delta h$ がプラズマの変動電位 $\phi$ に対応し、コリオリ力がローレンツ力に対応する。さらにサイクロトロン角周波数 $\omega_c$ はコリオリパラメータ $f$ に対応する。渦を形成するためには、プラズマにおいては $E \times B$ ドリフト運動が必要である。一方、回転流体においては、(14)式の圧力項とコリオリ力項の釣り合いの式から回転流体特有

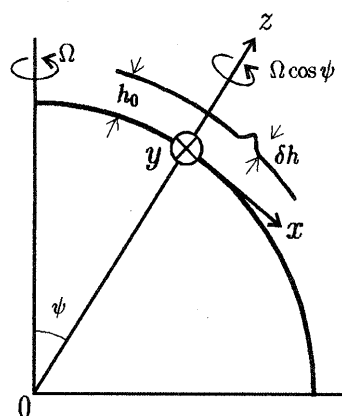


Fig. 3 Configuration of a rotating fluid on a planet. Rossby waves propagate in the direction of  $-y$  (westward direction).

の流れが得られ、 $-g \nabla_{\perp} \delta h \times \hat{z} / f$ で表される。これは地衡流と呼ばれ、渦を形成する原因となる。さらに重力が加わっている場合に伝わる流体の波を重力波と言い、その中でも波の波長に比べて平衡時の流体の高さ $h_0$ が十分に小さい場合の重力波を浅水波と呼ぶ。浅水波の速度は $v_g = (gh_0)^{1/2}$ であり、これはプラズマにおけるイオン音波速度 $c_s$ に対応している。一方、静力学的平衡近似が成立する時、連続の式より

$$\nabla_{\perp} \cdot v_{\perp} = -\frac{d}{dt} \ln h \quad (15)$$

を導くことができる。ここで $h = h_0 + \delta h$ は流体の高さである。これより前節と同様の計算を行えば、回転流体における次のようなポテンシャル渦度保存則を得る。

$$\frac{d}{dt} \ln \left( \frac{\Omega + f}{h} \right) = 0. \quad (16)$$

ここで、コリオリパラメータ $f$ および平衡時の流体の高さ $h_0$ が $x$ 方向に変化することを考慮しながら、前節と同様の計算を行うと次のような非線形ロスビー波方程式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\delta h}{h_0} - \rho_R^2 \nabla_{\perp}^2 \frac{\delta h}{h_0} \right) - v_R \frac{\partial}{\partial y} \frac{\delta h}{h_0} \\ = f \left( \frac{\rho_R^2}{h_0} \right)^2 \left( \frac{\partial \delta h}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial \delta h}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} \right) \nabla_{\perp}^2 \delta h. \end{aligned} \quad (17)$$

ここで、 $\rho_R = v_g / f$ はロスビー半径であり、ロスビー波の特徴的な長さを示す。このロスビー半径は、等価ラーモア半径 $\rho_s = c_s / \omega_c$ に対応している。一方、ロスビー波の速度 $v_R = -c_g \rho_R \frac{\partial}{\partial x} \ln \left( \frac{f}{h_0} \right)$ はコリオリパラメータ $f$ およ

び平衡時の流体の高さ  $h_0$  の  $x$  方向の変化で決まり、 $x$  方向のプラズマの密度変化から決まるドリフト波の速度 (電子反磁性ドリフト)  $v_* = -c_s \rho_s \frac{\partial}{\partial x} \ln n_0$  に対応している。以上のドリフト波とロスビー波との対応を Table 1 に示す。

非線形ロスビー波方程式を単純化するために、 $ft \rightarrow T$ ,  $x/\rho_R \rightarrow X$ ,  $y/\rho_R Y$ ,  $\delta h/h_0 \rightarrow H$ ,  $v_R/c_g \rightarrow V_R$  なる置き換えを行う。その結果、以下の式を得る。

$$\frac{\partial}{\partial T} (H - \nabla_{\perp}^2 H) - V_R \frac{\partial H}{\partial Y} = \left( \frac{\partial H}{\partial X} \frac{\partial}{\partial Y} - \frac{\partial H}{\partial Y} \frac{\partial}{\partial X} \right) \nabla_{\perp}^2 H. \quad (18)$$

この式は Charney 方程式と呼ばれている [14]。ここでは惑星に対する零次の流体の流れは考慮していない。この式は長谷川・三間方程式と同一の形式を持つ方程式である。(17) 式の非線形項を無視することにより、以下のような線形の分散式を得る。

$$\omega = -v_R k_y / (1 + k^2 \rho_R^2). \quad (19)$$

ドリフト波が  $y$  方向に伝播するのに対して、ロスビー波は  $-y$  方向に伝播する。すなわち惑星上を西の方向に伝播する。この点を除けば非線形ドリフト波と非線形ロスビー波は同様の性質を示すことになる。

Table 1 Analogy between drift wave and Rossby wave.

Drift Wave	Rossby Wave
perturbed electrostatic potential $e\phi/\kappa T_e$	perturbed fluid height $\delta h/h_0$
Lorentz force $m_i \omega_c \mathbf{v}_{\perp} \times \hat{\mathbf{z}}$	Coriolis force $\rho f \mathbf{v}_{\perp} \times \hat{\mathbf{z}}$
cyclotron frequency $\omega_c$	Coriolis parameter $f = 2\Omega \cos \psi$
$\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ drift $-\nabla_{\perp} \phi \times \hat{\mathbf{z}}/B$	geostrophic flow $-g \nabla_{\perp} \delta h \times \hat{\mathbf{z}}/f$
ion acoustic velocity $c_s = (\kappa T_e/m_i)^{1/2}$	gravity wave velocity $v_g = (gh_0)^{1/2}$
equivalent Larmor radius $\rho_s = c_s/\omega_c$	Rossby radius $\rho_R = v_g/f$
drift wave velocity $v_* = -c_s \rho_s \frac{\partial}{\partial x} \ln n_0$	Rossby velocity $v_R = -c_g \rho_R \frac{\partial}{\partial x} \ln(f/h_0)$
dispersion relation $\omega = v_* k_y / (1 + k^2 \rho_s^2)$	dispersion relation $\omega = -v_R k_y / (1 + k^2 \rho_R^2)$

## 2.4 双極ドリフト波渦

Larichev, Reznik らは、非線形ロスビー波方程式が双極渦の定常解を持つことを見出した [6]。当然、(12) 式フ非線形ドリフト波方程式も双極のドリフト波渦の定常解を持つ。これを導いてみよう。 $Y$  方向に  $U$  の速度で伝播する定常解を考える。 $Y' = Y - UT$  と置くと、(12) 式より以下の式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial X} [\nabla_{\perp}^2 \Phi - (U - V_E - V_*) X] \frac{\partial}{\partial Y'} [\Phi - (U - V_E) X] \\ = \frac{\partial}{\partial X} [\Phi - (U - V_E) X] \frac{\partial}{\partial Y'} [\nabla_{\perp}^2 \Phi - (U - V_E - V_*) X]. \end{aligned}$$

双極渦の特徴的な半径を  $a$  とし、渦の領域を半径  $r = (X^2 + Y'^2)^{1/2} = a$  の内側と外側に分け、以下のような解を考える。

$$\nabla_{\perp}^2 \Phi = p^2 [\Phi - (U - V_E) X] + (U - V_E - V_*) X, \quad (r > a)$$

$$\nabla_{\perp}^2 \Phi = -q^2 [\Phi - (U - V_E) X] + (U - V_E - V_*) X. \quad (r \leq a)$$

双極渦の解が  $r$  の大きな領域において指数関数的に減衰するためには、 $r > a$  の  $\nabla_{\perp}^2 \Phi$  が  $\Phi$  に比例すればよい。このことより、

$$p^2 = \frac{U - V_E - V_*}{U - V_E} \quad (20)$$

$p^2 > 0$  であることより、双極渦は、 $U > V_* + V_E$ ,  $U < V_E$  なる領域、すなわちドリフト波の伝播しない領域に存在することになる。 $\theta = \tan^{-1}(Y'/X)$  とおき、 $r = a$  における  $\Phi$ ,  $\nabla_{\perp}^2 \Phi$  が連続であることを考慮すると、双極ドリフト波渦解は、

$$\Phi = (U - V_E) a \frac{K_1(pr)}{K_1(pa)} \cos \theta, \quad (r > a) \quad (21)$$

$$\Phi = (U - V_E) \left[ r \left( 1 + \frac{p^2}{q^2} \right) - a \frac{p^2 J_1(qr)}{q^2 J_1(qa)} \right] \cos \theta. \quad (r \leq a) \quad (22)$$

となる。ここで、 $J_1$ ,  $K_1$  はそれぞれ一次の第一種ベッセル関数、一次の第一種変形ベッセル関数である。 $q$  は、 $r = a$  における  $\theta$  方向の流速  $-\partial\phi/\partial r$  が連続であることから求まる関係式、

$$\frac{J_2(qa)}{qaJ_1(qa)} = -\frac{K_2(pa)}{paK_1(pa)}$$

より決定することができる。上式は、 $pa \rightarrow 0$ の時、 $J_1(qa) = 0$ となり、 $pa \rightarrow \infty$ の時、 $J_2(qa) = 0$ となる。上式には多数の根  $q$  があり、それに対応した多数の解がある。また、ベッセル関数、変形ベッセル関数の高次の解も考えることができる。このため双極渦はモードとも呼ばれる。上式の解  $q$  の最小の値に対応した双極ドリフト波解を Fig. 4 に示す。双極解は、ドリフト波の伝播しない  $U > V_* + V_E$ ,  $U < V_E$  なる領域に存在し、その振幅、大きさ、形状は、渦の特徴的な半径  $a$  と伝播速度  $U$  で決まる。すなわち、 $X$  の正の方向に正電位、負の方向に負電位を持つ双極解はドリフト波の伝播速度より速く伝播する。その伝播速度は振幅の大きいほど速い。一方、極性の反転した双極解は、零次のプラズマ流速 ( $E \times B$  ドリフト  $v_E$ ) より遅く伝播することになる。双極ドリフト波渦のダイナミクスは、牧野らによって調べられた[7]。特に特徴的なことは、正面衝突する2つの双極渦は、一次元的にお互いにすり抜け、衝突後も元の形を保ち、ソリトンと同じような性質を示すことである。しかしながら、二次元的な運動が加わると非常に複雑な動きをする[8]。双極ドリフト波渦は現時点では、残念ながら観測されていない。一方、双極ロスビー波渦は、Nezlin らの見事な実験によって観測されている[3, 4]。

### 2.5 単極ドリフト波渦

単極ドリフト波渦は、定常解を持たないため、長谷川・三間方程式を直接解くことにより調べられた[8-10]。まず、Horton が大振幅の単極渦を励起したところ、渦はドリフト波速度より少し遅い速度で安定に伝播した。Hesthaven, Rasmussen らは、ロスビー波の場合について振幅の小さい単極渦の伝播させることにより渦と波の関係を明らかにした。その典型的な結果を Fig. 5 に示す。ここで、Fig. 5の図は、プラズマの場合に合致するように原図を反転してある。以下にプラズマの場合に即して説明をする。図には正の電位を持つ単極ドリフト渦の伝播の様子が、次のポテンシャル渦度  $\Pi$  を用いて示されている。ただし零次のプラズマ流速  $V_E = 0$  である。

$$\Pi = \frac{\Omega}{\omega_c} \ln n = \frac{\Omega}{\omega_c} \frac{e\phi}{xT_e} - \ln n_0 = \nabla_{\perp}^2 \Phi - \Phi + V_* X \quad (23)$$

(8)式に示すように、このポテンシャル渦度  $\Pi$  は流体に乗って来た時に保存される。図から明らかのように、正

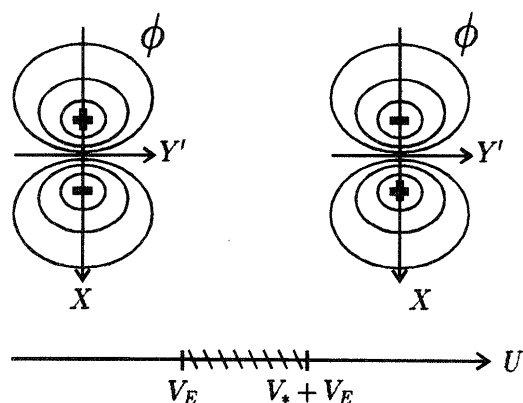


Fig. 4 Dipole drift-wave vortices. The dipole vortices exist outside the region ( $V_E < U < V_* + V_E$ ), where drift waves propagate.

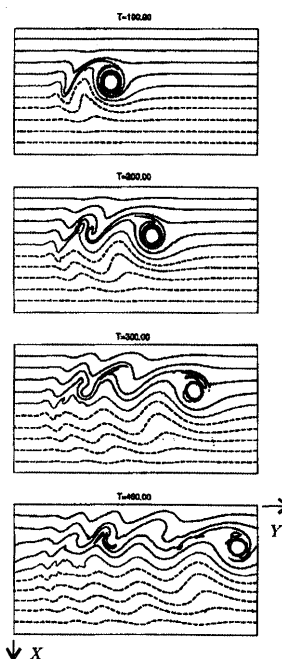


Fig. 5 Propagation of a monopole drift-wave vortex. Isolines of potential vorticity  $\Pi$  are shown in a  $XY$  plane of 25 times 50. Dashed lines represent positive values, solid lines negative values (After Hesthaven *et al.*, 1993 [9]).

の単極渦は時計方向に回転しながら伝播し、同時に渦の周辺部で短波長のドリフト波を励起し後方に放出しながらゆっくり減衰する。すなわち、単極渦は、その伝播速度  $U$  がドリフト波速度  $V_*$  より少し遅いため、渦の周辺部で短波長ドリフト波を放出しながら減衰する渦であることになる。さらに渦の  $X$  方向の動きに着目すると、図より正の単極渦は密度の勾配を遡っているように見える。これは次のように説明できる。正の単極渦の  $\nabla_{\perp}^2 \Phi$ ,  $-\Phi$

は中心部においてともに負の値を持つ。この渦は、伝播しながら減衰し、 $\nabla_{\perp}^2 \phi - \phi$  は徐々に小さい負の値になるため、ポテンシャル渦度  $\Pi$  の保存則より、正の単極渦は  $X$  の負の方向に、すなわち密度勾配の正の方向にドリフトすることになる。

単極ドリフト波渦の実験は、Fig. 6(a)に示すように磁場中の放電プラズマから磁場に垂直に拡散することにより生成される不均一密度磁化プラズマを用いて行った。ドリフト波の伝播速度  $v_*$  は正となり  $y$  の正の方向に伝播する。一般にドリフト波は、零次のプラズマの流速 ( $E \times B$  ドリフト  $v_E$ ) に大きく影響される。我々の実験では、ドリフト波を励起することを目的として、磁場に平行方向の電子の補給を容易にするために、拡散プラズマのプラズマ端に酸化バリウムを塗布した電子エミッタを配置した。電子エミッタの構造を Fig. 6(b)に示す。電子エミッタ A は厚さ 2 mm のニッケル板で、電子エミッタ B は 100 メッシュのニッケルメッシュであり、ともに酸化バリウムが塗布されている。電子エミッタ B のニッケルメッシュには  $x$  方向の電場  $E_{0c}$  を印加することができる。電子エミッタ A の場合、拡散プラズマが電子エミッタに接触することにより自然にできる  $x$  方向の零次の、電位  $\phi_0$  とプラズマ密度  $n_0$  の間には、Q マシンの場合と同じように、ほぼ電子に関するボルツマンの関係式が成立していることが、プローブ特性を吟味することにより実験的に確かめられた。この時、 $x$  方向の零次の電位  $\phi_0$  の勾配から導かれる  $x$  方向の自然にできる電場による、 $y$  方向の零次のプラズマの流速は  $v_E \approx -v_*$  となる。したがって、長波長ドリフト波の速度  $u_{\text{drift}}$  は  $u_{\text{drift}} = v_* + v_E \approx 0$  となって、電子エミッタ A の場合はほとんど静止することになる。実際には  $k_x$  を零にすることは難しく、この効果により  $y$  の負の方向に伝播する。一方、電子エミッタ B においては、 $u_{\text{drift}}/v_*$  を変化させることができる。後に示す実験結果において、 $u_{\text{drift}} \approx 0$  となっているものは、電子エミッタ A を用いて行った。プラズマはアルゴンプラズマであり、カソードとアノードの間に電圧をかけ放電することにより作られる。測定は、プローブ、エミッシブプローブ、多点プローブを用いて行った。プラズマ密度は  $n_0 \approx 10^9 \text{ cm}^{-3}$ 、磁束密度は  $B = 1 - 2.5 \text{ kG}$ 、アルゴンのガス圧は  $(0.4 - 2.5) \times 10^{-3} \text{ Torr}$  である。電子温度は  $0.2 \text{ eV}$  である。ドリフト波やドリフト波渦は励起子に励起電圧  $\phi_{ex}$  を印加することにより励起する。励起子にも酸化バリウムが塗られている。

まず、線形なドリフト波パルス伝播波形を Fig. 7(a)に示す。パルス波は分散性により広がり、高周波（短波

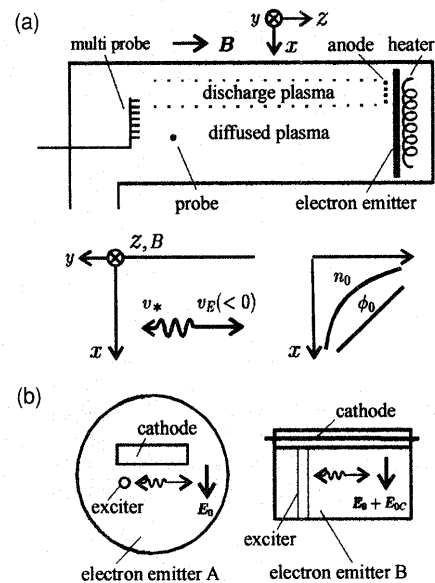


Fig. 6 Experimental apparatus for monopole drift-wave vortices. (a) Configuration of the apparatus. (b) Structure of electron emitters. On the emitter A,  $E_{0c} = 0$  and  $u_{\text{drift}} = v_* + v_E \approx 0$  is maintained. The emitter B is a nickel fine mesh coated by barium oxide.  $E_{0c}$  is applied on the mesh in the  $x$  direction.  $u_{\text{drift}}/v_*$  is variable.

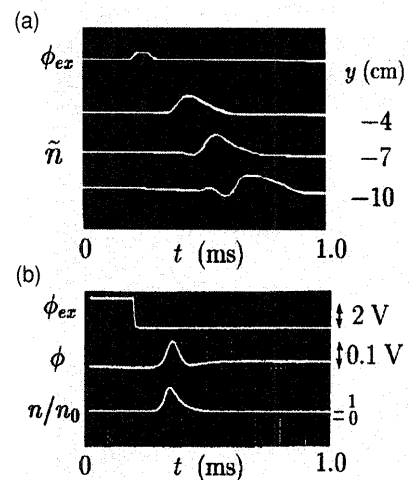


Fig. 7 (a) Linear drift-wave propagation. The pulse is broadened by wave dispersion.  $v_E \approx -0.9v_*$ . (b) The excitation of a large-amplitude drift-wave pulse. The perturbations of density  $n$  and potential  $\phi$  are the same phase.  $v_E \approx -0.9v_*$ .

長)成分が  $-y$  の方向に速く伝わるのがわかる。次に、多点プローブを用いて、周波数  $f$  kHz のドリフト波の作る  $y-t$  図 (距離  $y$  - 時間  $t$  図) 上の密度変動の同位相点の測定より位相速度を決定し、ドリフト波の分散図を Fig. 8 のように求めた。ドリフト波の位相速度の方向は、 $y$  の負の方向である。この時、電子エミッタ A を用いた

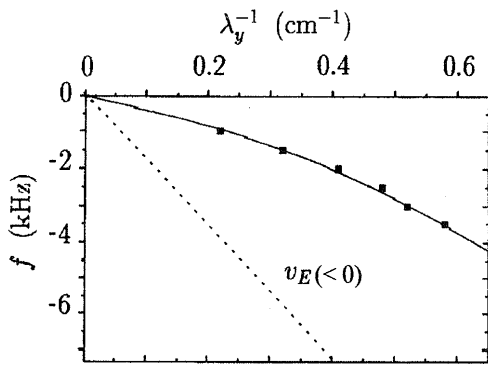


Fig. 8 Dispersion relation of the drift wave propagating perpendicularly to the magnetic field and the plasma density gradient. The frequencies are expressed as negative values, because the phase velocities in the direction of  $y$  are negative.  $u_{\text{drift}} \approx 0$ .

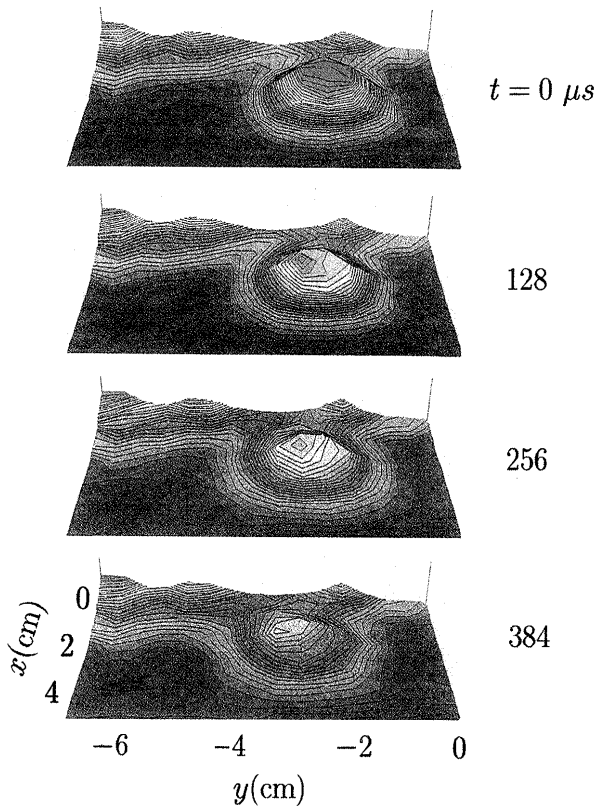


Fig. 9 A monopole drift-wave vortex observed on a  $x$ - $y$  plane.  $u_{\text{drift}} \approx 0$ .

ため、 $u_{\text{drift}} = v_* + v_E \approx 0$ である。現実には  $x$  方向の波数  $k_x$  が有限であるため、ドリフト波の位相速度の方向は、 $y$  の負の方向である。得られた分散図は、 $x$  方向の密度勾配の特性長  $a_* = 0.5$  cm, 磁束密度  $B = 2.3$  kG,  $k_x \rho_s = 0.5$  とおいた時の分散式 (実線) で良く説明できる。

次に大振幅にした時のパルス伝播のデータを、Fig. 7

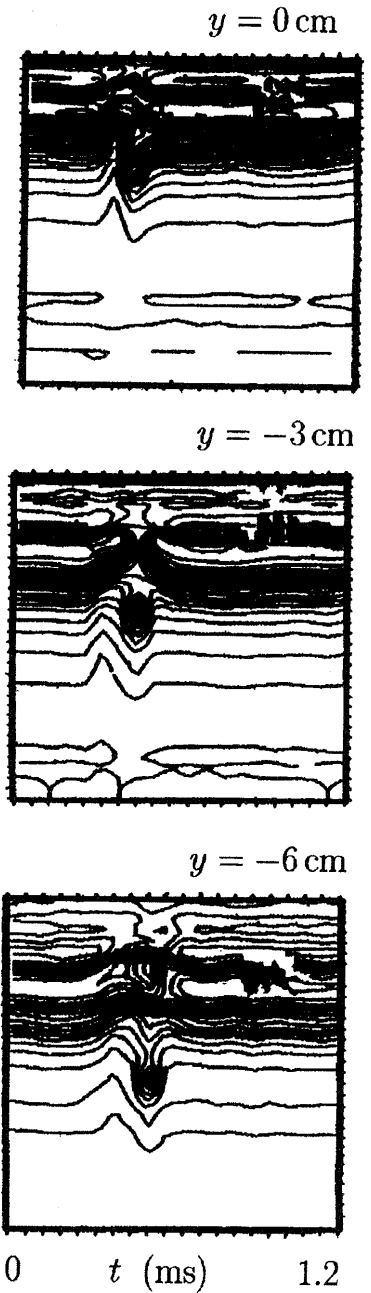


Fig. 10 A monopole drift-wave vortex observed on a  $x$ - $t$  plane.  $v_E \approx -0.9 v_*$ .

(b), Fig. 9, Fig. 10 に示す。Fig. 7(b)はパルス波の密度変動  $\tilde{n}$  と電位  $\phi$  を示しており、両者の位相は同相である。このパルスは正の密度変動、正の電位変動を持っていることになる。このような大振幅パルス伝播の二次的な密度変動の振る舞いを、 $x$ - $y$ ,  $x$ - $t$  図上で示したのが Fig. 9 と Fig. 10 である。Fig. 9 においては、正の電位変動、正の密度変動の渦が  $-y$  の方向にゆっくり伝播する。しかも振幅を増すにしたがいより遅く伝播するよう



になる。この時、 $u_{\text{drift}} = v_* + v_E \approx 0$ であるので、 $v_E$ に乗って考えると、単極ドリフト渦は $v_*$ より少し遅い速度で $y$ 方向に伝播し、振幅を増すにしたがい $v_*$ により近い速度で伝播することを意味している。

また、渦は $-y$ の方向に( $v_E$ に乗って考えると、 $y$ 方向に進む渦の後方に)波を放出している。このことをより明確に示すために、単極ドリフト渦を、 $x-t$ 図上で示した(Fig. 10)。図から明らかなように、単極渦はドリフト波の分散性にしたがい渦の周辺部より高周波(短波長)の波を放出しながら伝播する。すなわち $v_E$ に乗って考えると、単極ドリフト渦は $v_*$ より少し遅い速度でドリフト波に乗って伝播し、渦の周辺部より分散性にしたがい短波長のドリフト波を後方に放出しながらゆっくり減衰する渦であることがわかる。

## 2.6 おわりに

以上、ドリフト波・ドリフト波渦を記述する長谷川・三間方程式、ドリフト波・ドリフト波渦とロスビー波・ロスビー波渦の対応関係について述べた。次に、双極ドリフト波渦の理論に触れ、さらに単極ドリフト波渦の長谷川・三間方程式を用いた計算結果について示した。実験的には、まず磁場と密度勾配に垂直に伝播するドリフト波の分散式を確定し、さらに単極ドリフト波渦が短波長のドリフト波を後方に放出しながら、ドリフト波の速度に近い速度でドリフト波に乗って伝播することを見出した。しかしながら、計算結果に見られるような正電位の単極ドリフト波渦の $x$ の負の方向へのドリフトは、明確には観測されていない。また、双極ドリフト波渦も実験的に見出されていない。今後、渦の相互作用も含めてさらにドリフト波渦を実験的に研究したい。

## 謝辞

ドリフト波およびドリフト波渦の実験を立ち上げるに際して天岸祥光博士に支えていただきましたことに感謝いたします。この実験は大学院生、安田 哲氏、安江秀介氏、川本佳延氏らの協力のもとに行われました。堀畑聡博士、佐藤正知博士、羽鳥尹承博士、河野光雄博士の議論に感謝いたします。この小論を掲載するあたって田中雅慶博士にお世話になりました。

## 参考文献

- [1] A. Hasegawa and K. Mima, *Phys. Fluids* **21**, 87 (1978).
- [2] A. Hasegawa, C.G. MacLennan and Y. Kodama, *Phys. Fluids* **22**, 2122 (1979).
- [3] M.V. Nezlin, *Sov. Phys. Usp.* **29**, 807 (1986).
- [4] M.V. Nezlin and E. Snezhkin, *Rossby Vortices, Spiral Structures, Solitons* (Springer-Verlag, 1993).
- [5] W. Horton and Y.H. Ichikawa, *Chaos and Structures in Nonlinear Plasmas* (World Scientific, 1996).
- [6] V.D. Larichev and G.K. Reznik, *Polymode News* **19**, 3 (1976).
- [7] M. Makino, T. Kamimura and T. Taniuti, *J. Phys. Soc. Japan* **50**, 980 (1981).
- [8] W. Horton, *Phys. Fluids B* **1**, 524 (1989).
- [9] J.S. Hesthaven, J.P. Lynov, J.J. Rasmussen and G.G. Sutyryn, *Phys. Fluids A* **5**, 1674 (1993).
- [10] J.J. Rasmussen, J.P. Lynov, J.S. Hesthaven and G.G. Sutyryn, *Plasma Phys. Control. Fusion* **36**, B193 (1994).
- [11] H.W. Hendel, T.K. Chu and P.A. Politzer, *Phys. Fluids* **11**, 2426 (1968).
- [12] P.A. Politzer, *Phys. Fluids* **14**, 2410 (1971).
- [13] R.F. Ellis and R.W. Motley, *Phys. Fluids* **17**, 582 (1974).
- [14] J.G. Charney, *Geophys. Public. Kosjones Nors. Viden-shap.-Akad. Oslo* **17**, 3 (1948).