

円環状き裂を有する無限体の非定常熱応力*

松永泰弘^{*1}, 入交裕^{*1}, 野田直剛^{*2}

Transient Thermal Stress in an Infinite Elastic Solid Containing an Annular Crack

Yasuhiro MATSUNAGA, Hiroshi NYUKO, and Naotake NODA

The present paper seeks to solve the transient thermal stress in an infinite, isotropic solid containing an annular crack. It is assumed that the transient thermal stress is set up by the application of the heat exchange by convection on the crack surface. By use of the finite difference method for only the time variable, the analytical solution for spatial variables can be obtained. The numerical results are shown for the temperature and stress intensity factor.

Key Words: Elasticity, Thermoelasticity, Infinite Solid, Annular Crack, Unsteady State, Axial Symmetry

1. 緒言

き裂を有する物体において、き裂近傍の応力場とともに応力拡大係数を明らかにすることは構造物の破壊を推定するうえで重要である。そのため、き裂を有する物体の熱応力は数多く報告されているが、大多数は定常熱応力に関してである。非定常熱応力については、き裂を有する物体の温度分布の解析の困難さのため、あまり報告されていない^{(1)~(4)}。

そこで、理論解析の困難なき裂を有する非定常熱伝導問題に対し、著者らは時間変数のみに階差法を用いることにより空間変数に対して解析解を得る方法を提案し、直線き裂を有する平板、円形き裂を有する無限体、外部き裂を有する無限体の非定常熱応力^{(5)~(7)}の解析を行っている。

本研究では、き裂を有する非定常熱応力問題として、非定常熱伝導の解析には著者らの提案した方法を用いて、円環状き裂を有する無限体の非定常熱応力の解析を行った。また、数値計算を実行し、温度分布および応

力拡大係数について図示した。

2. 解析

2.1 温度分布 図1に示すように円環状き裂を有する無限体において、き裂表面に熱吸収 $-q_0f(r)g(t)$ (ただし、 t は時間)が存在し、かつ熱放散がある場合の軸対称非定常熱伝導問題について考える。

熱伝導の基礎方程式は

$$\nabla^2 T = T_t/x \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 $\nabla^2 = \partial^2/\partial r^2 + r^{-1}\partial/\partial r + \partial^2/\partial z^2$, x は熱拡散率、 T は温度、 $T_t \equiv \partial T/\partial t$ である。

初期条件、境界条件は

$$t=0 \text{ で } T=0 \dots\dots\dots (2)$$

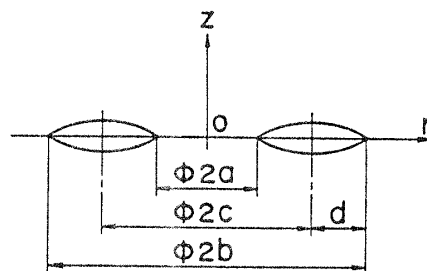


図1 円環状き裂を有する無限体

* 昭和62年7月14日 東海支部三重地方講演会において講演, 原稿受付 昭和62年1月14日.

^{*1} 正員, 阿南工業高等専門学校 (〒774 阿南市見能林町青木265).

^{*2} 正員, 静岡大学工学部 (〒432 浜松市城北3-5-1).

$$z=0 \text{ で } T_z = \{hT - [-q_0 f(r)g(t)/\lambda]\} \times H(r-a)H(b-r) \dots\dots\dots (3)$$

で与えられるとする。ただし、 h は相対熱伝達率、 λ は熱伝導率、 $-q_0$ は一定な負の発熱量、 $H(\)$ はヘビサイドのステップ関数である。

式(2)、(3)の条件下で式(1)の厳密解を求めるのは困難であるので、時間に対してのみ階差法を用いて解析する。そこで、任意時間 t_j と時間きざみ Δt_j を

$$t_j = \sum_{k=1}^j \Delta t_k, \Delta t_j = t_j - t_{j-1}$$

で表す。時間 t_j における温度を T_j とすると、式(1)の階差表示は

$$\nabla^2 T_j - \frac{1}{x\Delta t_j} T_j = -\frac{1}{x\Delta t_j} T_{j-1} \dots\dots\dots (4)$$

となる。式(4)の解の形が各ステップにおける時間きざみ Δt_j の値のとり方に依存するので、 Δt_j がすべて異なる場合について考える。

式(4)の一般解は補助解 T_{jc} と特解 T_{jp} の和

$$T_j = T_{jc} + T_{jp} \dots\dots\dots (5)$$

で与えられる。この場合 T_{jc} と T_{jp} はそれぞれ次式で与えられる。

$$T_{jc} = \int_0^\infty A_j \rho J_0(\rho r) e^{-s_j z} d\rho \dots\dots\dots (6)$$

$$T_{jp} = \sum_{k=1}^{j-1} C_{jk} T_{kc} \dots\dots\dots (7)$$

ただし、 $J_\nu(\)$ は第1種 ν 次のベッセル関数で、

$$C_{jk} = \prod_{m=k+1}^j \frac{\Delta t_m}{\Delta t_k - \Delta t_m}$$

$$s_k = \sqrt{p^2 + 1/\kappa \Delta t_k}$$

式(5)を式(3)に代入すると、三重連立積分方程式

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^j C_{jk} \int_0^\infty A_k s_k \rho J_0(\rho r) d\rho = 0 & (0 \leq r < a, b < r < \infty) \\ \sum_{k=1}^j C_{jk} \int_0^\infty A_k (s_k + h) \rho J_0(\rho r) d\rho = -\frac{q_0}{\lambda} f(r) g(t_j) & (a < r < b) \end{cases} \dots\dots\dots (8)$$

を得る。式(8)を変形すると

$$\begin{cases} \int_0^\infty A_j s_j \rho J_0(\rho r) d\rho = 0 & (0 \leq r < a, b < r < \infty) \\ \int_0^\infty A_j (s_j + h) \rho J_0(\rho r) d\rho = -\frac{q_0}{\lambda} f(r) E_j & (a < r < b) \end{cases} \dots\dots\dots (9)$$

ただし、

$$E_j = g(t_j) - (1 - \delta_{j1}) \sum_{k=1}^{j-1} C_{jk} E_k \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。式(9)の

第1式を恒等的に満足するように、未知係数 A_j を

$$A_j = -\frac{q_0}{\lambda} \frac{1}{s_j \rho} \sum_{n=1}^\infty A_{jn} Z_n(\rho) \dots\dots\dots (11)$$

とおく⁽⁸⁾。ただし、

$$\begin{cases} Z_n(\rho) = \rho \{G_{n-1}(\rho) - G_{n+1}(\rho)\} \\ G_n(\rho) = J_n(\rho c) J_n(\rho d) \end{cases} \dots\dots\dots (12)$$

$2c, 2d$ はそれぞれ円環状き裂の平均直径およびき裂の幅であり

$$c = (a+b)/2, d = (b-a)/2$$

で表される。式(11)を式(9)の第2式に代入すると、

$$\sum_{n=1}^\infty A_{jn} \int_0^\infty \left(1 + \frac{h}{s_j}\right) Z_n(\rho) J_0(\rho r) d\rho = f(r) E_j, \quad (a < r < b) \dots\dots\dots (13)$$

ここで、変数 r を

$$r = \sqrt{c^2 + d^2 - 2cd \cos \phi}$$

により新しい変数 ϕ に変換すれば変域 $a \leq r \leq b$ は $0 \leq \phi \leq \pi$ ($r=a$ で $\phi=0$, $r=b$ で $\phi=\pi$) になる。ノイマンの加法定理を用いて $J_0(\rho r)$ を $a \leq r \leq b$ で展開すれば

$$J_0(\rho r) = G_0(\rho) + 2 \sum_{i=1}^\infty G_i(\rho) \cos i\phi \dots\dots\dots (14)$$

また、 $f(r)$ をフーリエ級数に展開すると、

$$f(r) = f_0 + 2 \sum_{i=1}^\infty f_i \cos i\phi \dots\dots\dots (15)$$

となる。ただし、

$$f_i = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi f(\sqrt{c^2 + d^2 - 2cd \cos \phi}) \cos i\phi d\phi$$

$$(i=0, 1, 2, \dots)$$

式(14)、(15)を式(13)に代入すると

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^\infty A_{jn} \int_0^\infty \left(1 + \frac{h}{s_j}\right) Z_n(\rho) \{G_0(\rho) \\ + 2 \sum_{i=1}^\infty G_i(\rho) \cos i\phi\} d\rho \\ = \{f_0 + 2 \sum_{i=1}^\infty f_i \cos i\phi\} E_j, \quad (0 < \phi < \pi) \dots\dots (16) \end{aligned}$$

を得る。式(16)は任意の ϕ について成立しなければならないから、両辺の係数を等しくおくと未知係数 A_{jn} を決定する無限連立一次方程式

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^\infty A_{jn} \int_0^\infty \left(1 + \frac{h}{s_j}\right) \frac{1}{\rho} Z_n(\rho) Z_i(\rho) d\rho \\ = (f_{i-1} - f_{i+1}) E_j \\ (i=1, 2, 3, \dots) \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

を得る。したがって、温度分布 T_j は

$$T_j = -\frac{q_0}{\lambda} \sum_{k=1}^j C_{jk} \sum_{n=1}^\infty A_{kn} \int_0^\infty \frac{1}{s_n} Z_n(\rho) J_0(\rho r) e^{-s_n z} d\rho \dots\dots\dots (18)$$

で与えられる。

定常状態の温度分布 T は厳密解が求まり、次式で

与えられる。

$$T = -\frac{q_0}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} A_{\infty n} \int_0^{\infty} \frac{1}{p} Z_n(p) J_0(pr) e^{-pz} dp \quad \dots\dots\dots (19)$$

ただし、 $A_{\infty n}$ は式(17)で s_j, E_j をそれぞれ $p, g(\infty)$ に置き換えた無限連立一次方程式の解である。

次に $h=0$ の特別な場合、すなわち、き裂表面から時間と位置の関数の熱流束が流出する場合、階差法を用いなくてもハンケル変換を用いて厳密解を求めることができ、温度分布は次式となる。

$$\begin{aligned} T &= -\frac{2}{\pi} \frac{q_0}{\lambda} \int_0^{\infty} p J_0(pr) \bar{f}(p) \int_0^{\infty} xg(t-s) \\ &\times \int_0^{\infty} \cos \xi z e^{-\kappa s} e^{-(p^2+z^2)s} d\xi ds dp \\ &= -\frac{q_0}{\lambda} \int_0^{\infty} p J_0(pr) \bar{f}(p) \int_0^{\infty} xg(t-s) \\ &\times \frac{1}{\sqrt{\pi \kappa s}} e^{-(\kappa s p^2 + z^2/4 \kappa s)} ds dp \quad \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

ただし、 $\bar{f}(p)$ は $f(r)H(r-a)H(b-r)$ をハンケル変換したものであり次式で与えられる。

$$\bar{f}(p) = \int_a^b f(r) r J_0(pr) dr$$

2.2 応力解析 三次元軸対称熱応力問題は熱弾

性変位ポテンシャル Φ とラブの関数 L を用いて解析できる。このとき、変位 u_j と応力成分 σ_{ij} は

$$\left. \begin{aligned} u_r &= \Phi_{,r} - L_{,rz} \\ u_z &= \Phi_{,z} + 2(1-\nu)\nabla^2 L - L_{,zz} \\ \sigma_{rr} &= 2\mu[\Phi_{,rr} - \nabla^2 \Phi + (\nu\nabla^2 L - L_{,rr})_{,z}] \\ \sigma_{\theta\theta} &= 2\mu[r^{-1}\Phi_{,r} - \nabla^2 \Phi + (\nu\nabla^2 L - r^{-1}L_{,r})_{,z}] \\ \sigma_{zz} &= 2\mu[\Phi_{,zz} - \nabla^2 \Phi + \{(2-\nu)\nabla^2 L - L_{,zz}\}_{,z}] \\ \sigma_{rz} &= 2\mu[\Phi_{,rz} + \{(1-\nu)\nabla^2 L - L_{,zz}\}_{,r}] \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (21)$$

で与えられる。ただし、 μ はラーメの定数、 ν はポアソン比である。この場合、 Φ と L の満足すべき方程式は

$$\nabla^2 \Phi = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha T, \quad \nabla^4 L = 0 \quad \dots\dots\dots (22)$$

である。ただし、 α は線膨張係数である。

境界条件は次式で与えられる。

$$z=0 \text{ で } \sigma_{rz} = 0 \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$z=0 \text{ で } \begin{cases} u_z = 0 & (0 \leq r < a, b < r < \infty) \\ \sigma_{zz} = 0 & (a < r < b) \end{cases} \quad (24)$$

き裂表面に熱吸収 $-q_0 f(r)g(t)$ が存在し、かつ熱放散がある場合、式(22)の関数形として

$$\Phi = -\frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha \frac{q_0}{\lambda} \sum_{k=1}^j C_{jk} \sum_{n=1}^{\infty} A_{kn} \chi \Delta t_k \int_0^{\infty} \frac{1}{s_k} Z_n(p) J_0(pr) e^{-s_k z} dp \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$L = \alpha \int_0^{\infty} \frac{1}{p^2} (A + pBz) J_0(pr) e^{-pz} dp \quad \dots\dots\dots (26)$$

を採用する。ただし、 A, B は境界条件で決定される未知数である。式(25)、(26)を式(21)に代入すると

$$\left. \begin{aligned} u_r &= \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha \frac{q_0}{\lambda} \sum_{k=1}^j C_{jk} \sum_{n=1}^{\infty} A_{kn} \chi \Delta t_k \int_0^{\infty} \frac{p}{s_k} Z_n(p) J_1(pr) e^{-s_k z} dp - \alpha \int_0^{\infty} [A + (pz-1)B] J_1(pr) e^{-pz} dp \\ u_z &= \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha \frac{q_0}{\lambda} \sum_{k=1}^j C_{jk} \sum_{n=1}^{\infty} A_{kn} \chi \Delta t_k \int_0^{\infty} Z_n(p) J_0(pr) e^{-s_k z} dp \\ &\quad - \alpha \int_0^{\infty} [A + \{2(1-2\nu) + pz\}B] J_0(pr) e^{-pz} dp \\ \sigma_{rr} &= -2 \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha \mu \frac{q_0}{\lambda} \sum_{k=1}^j C_{jk} \sum_{n=1}^{\infty} A_{kn} \chi \Delta t_k \int_0^{\infty} \frac{1}{s_k} Z_n(p) [pr^{-1} J_1(pr) - s_k^2 J_0(pr)] e^{-s_k z} dp \\ &\quad + 2\alpha \mu \int_0^{\infty} p [-A + \{(1-2\nu) - pz\}B] J_0(pr) e^{-pz} dp + 2\alpha \mu \int_0^{\infty} [A - (1-pz)B] r^{-1} J_1(pr) e^{-pz} dp \\ \sigma_{\theta\theta} &= 2 \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha \mu \frac{q_0}{\lambda} \sum_{k=1}^j C_{jk} \sum_{n=1}^{\infty} A_{kn} \chi \Delta t_k \int_0^{\infty} \frac{1}{s_k} Z_n(p) [\chi \Delta t_k pr^{-1} J_1(pr) + J_0(pr)] e^{-s_k z} dp \\ &\quad + 4\nu \alpha \mu \int_0^{\infty} p B J_0(pr) e^{-pz} dp - 2\alpha \mu \int_0^{\infty} (A + pBz) r^{-1} J_1(pr) e^{-pz} dp \\ \sigma_{zz} &= -2 \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha \mu \frac{q_0}{\lambda} \sum_{k=1}^j C_{jk} \sum_{n=1}^{\infty} A_{kn} \chi \Delta t_k \int_0^{\infty} \frac{p^2}{s_k} Z_n(p) J_0(pr) e^{-s_k z} dp \\ &\quad + 2\alpha \mu \int_0^{\infty} p [A + \{(1-2\nu) + pz\}B] J_0(pr) e^{-pz} dp \\ \sigma_{rz} &= -2 \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha \mu \frac{q_0}{\lambda} \sum_{k=1}^j C_{jk} \sum_{n=1}^{\infty} A_{kn} \chi \Delta t_k \int_0^{\infty} p Z_n(p) J_1(pr) e^{-s_k z} dp \\ &\quad + 2\alpha \mu \int_0^{\infty} p [A + (-2\nu + pz)B] J_1(pr) e^{-pz} dp \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (27)$$

となる。境界条件式(23)より、

$$A = 2\nu B + \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{q_0}{\lambda} \sum_{k=1}^j C_{jk} \sum_{n=1}^{\infty} A_{kn} \chi \Delta t_k Z_n(p) \dots\dots\dots (28)$$

で表される。式(27)を式(24)に代入し、式(28)の関係をを用いると、未知数 B を決定する方程式として次式で示される三重連立積分方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{\infty} B J_0(pr) dp &= 0 & (0 \leq r < a, b < r < \infty) \\ \int_0^{\infty} p B J_0(pr) dp &= -\frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{q_0}{\lambda} \sum_{k=1}^j C_{jk} \sum_{n=1}^{\infty} A_{kn} \chi \Delta t_k \int_0^{\infty} p \left(1 - \frac{p}{s_k}\right) Z_n(p) J_0(pr) dp & (a < r < b) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (29)$$

式(29)は式(9)と同じ形の積分方程式であるので同様に求めると、

$$B = -\frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{q_0}{\lambda} \sum_{m=1}^{\infty} B_m Z_m(p) \dots\dots\dots (30)$$

を得る。ただし、 $Z_m(p)$ は式(12)で与えられ、 B_m は次式の無限連立一次方程式の解である。

$$\sum_{m=1}^{\infty} B_m \int_0^{\infty} Z_m(p) Z_i(p) dp = \sum_{k=1}^j C_{jk} \sum_{n=1}^{\infty} A_{kn} \chi \Delta t_k \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{p}{s_k}\right) Z_n(p) Z_i(p) dp \quad (i=1, 2, 3, \dots) \dots\dots\dots (31)$$

したがって、式(28)、(30)を式(27)に代入すると、 $z=0$ 上の垂直応力 σ_{zz} と開口変位 u_z は次式となる。

$$(\sigma_{zz})_{z=0} = \begin{cases} 0 & (a < r < b) \\ 2 \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha \mu \frac{q_0}{\lambda} \left[\sum_{k=1}^j C_{jk} \sum_{n=1}^{\infty} A_{kn} \chi \Delta t_k \int_0^{\infty} p \left(1 - \frac{p}{s_k}\right) Z_n(p) J_0(pr) dp \right. \\ \left. - \sum_{m=1}^{\infty} B_m \int_0^{\infty} p Z_m(p) J_0(pr) dp \right] & (0 \leq r < a, b < r < \infty) \end{cases} \dots\dots\dots (32)$$

$$(u_z)_{z=0} = \begin{cases} 0 & (0 \leq r < a, b < r < \infty) \\ \frac{4}{\pi c d} (1+\nu) \alpha \frac{q_0}{\lambda} \sum_{m=1}^{\infty} B_m \sin m\theta & (a < r < b) \end{cases} \dots\dots\dots (33)$$

よって、き裂の内側先端 ($r=a$) および外側先端 ($r=b$) におけるモード I の応力拡大係数 K_{Ii}, K_{Io} はそれぞれ

$$K_{Ii} = \frac{\mu}{1-\nu} \lim_{r \rightarrow a^+} \sqrt{\frac{\pi}{2(r-a)}} (u_z)_{z=0}, \quad K_{Io} = \frac{\mu}{1-\nu} \lim_{r \rightarrow b^-} \sqrt{\frac{\pi}{2(b-r)}} (u_z)_{z=0} \dots\dots\dots (34)$$

で定義され、

$$K_{Ii} = \frac{4\sqrt{a}}{cd\sqrt{\pi cd}} \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha \mu \frac{q_0}{\lambda} \sum_{m=1}^{\infty} B_m m, \quad K_{Io} = \frac{4\sqrt{b}}{cd\sqrt{\pi cd}} \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha \mu \frac{q_0}{\lambda} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m+1} B_m m \dots\dots\dots (35)$$

を得る。

同様にして、温度分布が式(19)で与えられる定常状態における応力拡大係数 K_{Ii}, K_{Io} は、厳密解が求まり式(35)で B_m を $B_{\infty m}$ で置き換えた形となる。ただし、 $B_{\infty m}$ は次式の無限連立一次方程式の解である。

$$\sum_{m=1}^{\infty} B_{\infty m} \int_0^{\infty} Z_m(p) Z_i(p) dp = \sum_{n=1}^{\infty} A_{\infty n} \int_0^{\infty} \frac{1}{p^2} Z_n(p) Z_i(p) dp \quad (i=1, 2, 3, \dots) \dots\dots\dots (36)$$

温度分布が式(20)で与えられるき裂面から時間と位置の関数の熱流束が流出する場合も、応力拡大係数 K_{Ii}, K_{Io} は厳密解が求まり式(35)で B_m を \bar{B}_m で置き換えた形となる。ただし、 \bar{B}_m は次式の無限連立一次方程式の解である。

$$\sum_{m=1}^{\infty} \bar{B}_m \int_0^{\infty} Z_m(p) Z_i(p) dp = \int_0^{\infty} p \bar{f}(p) Z_i(p) \int_0^t x g(t-s) \operatorname{erfc}(p\sqrt{xs}) ds dp \quad (i=1, 2, 3, \dots) \dots\dots\dots (37)$$

ただし、 $\operatorname{erfc}(\)$ は次式で表される余誤差関数である。

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-y^2} dy$$

3. 数値計算結果と考察

数値計算にあたり、円環状き裂の外径 b を代表長さにとり次式で示される無次元量を導入する。

$$\rho = r/b, \quad \zeta = z/b, \quad \gamma = a/b, \\ t' = xt/b^2, \quad B_i = bh, \quad \bar{T} = T/\theta_0,$$

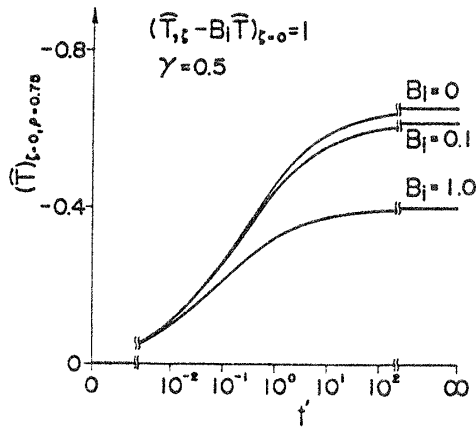
$$\bar{K}_i = K_i / \{2(1+\nu) \alpha \mu \sqrt{b} \theta_0 / (1-\nu)\}$$

ただし、 γ は円環状き裂の内外径比、 t' はフーリエ数、 B_i はビオ数、 $\theta_0 = bq_0/\lambda$ である。

この解法の妥当性と式(35)の m に関する収束性の吟味のため、厳密解が得られる $B_i = 0$ の場合について

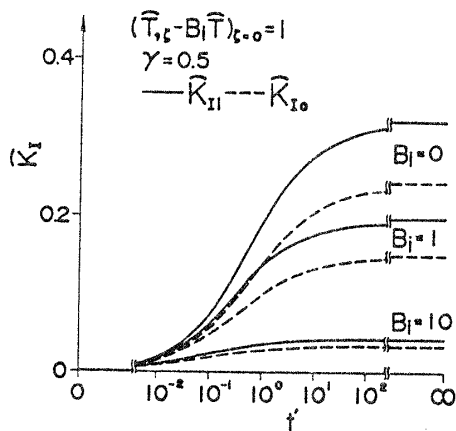
表 1 本解法と厳密解による応力拡大係数の比較
および m に関する収束性

$M \setminus f$	0.1	1.0	10.0	100.0	∞
5	0.059	0.142	0.208	0.232	0.245
10	0.059	0.142	0.209	0.233	0.245
R.S.	0.059	0.142	0.209	0.234	0.245



(吸収熱量が $-q_0 f(r)g(t) = -q_0$ で与えられる場合)

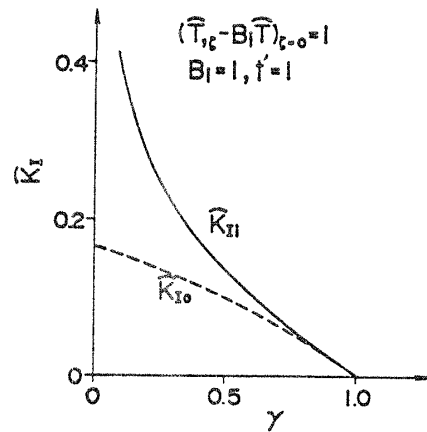
図 2 温度 $(\bar{T})_{z=0, \rho=0.75}$ の時間変化



(吸収熱量が $-q_0 f(r)g(t) = -q_0$ で与えられる場合)

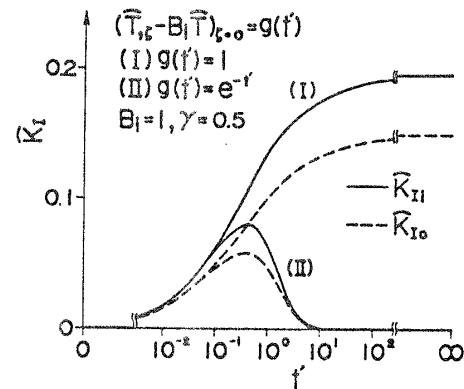
図 3 無次元応力拡大係数 \bar{K}_I の時間変化

外側き裂先端の応力拡大係数 K_{I0} を計算し、その結果を表 1 に示す。ここで、 $\gamma=0.5$ 、熱吸収 $-q_0 f(r)g(t) = -q_0$ とした。表 1 において M は式(35)中の $\sum_{m=0}^M$ を $\sum_{m=0}^{\infty}$ で打ち切ったときの上限の値である。解の収束性については $M=10$ ($\gamma=0.5$ の場合) を採用すれば十分であることがわかる。本解法の妥当性については、各フーリエ数に対し本解法による応力拡大係数が厳密解と一致していることにより、本解法により十分精度のよい



(吸収熱量が $-q_0 f(r)g(t) = -q_0$ で与えられる場合)

図 4 無次元応力拡大係数 \bar{K}_I に及ぼす内外径比 γ の影響



(吸収熱量が $-q_0 f(r)g(t) = -q_0 g(t)$ で与えられる場合)

図 5 無次元応力拡大係数 \bar{K}_I の時間変化

解が得られることがわかる。

図 2 に吸収熱量が $-q_0 f(r)g(t) = -q_0$ で与えられる場合の温度 $(\bar{T})_{z=0, \rho=0.75}$ の時間変化を示す。フーリエ数が大きくなるほど、また、ビオ数が小さくなるほど温度は低下していることがわかる。

図 3 に吸収熱量が $-q_0 f(r)g(t) = -q_0$ で与えられる場合の無次元応力拡大係数 \bar{K}_I の時間変化を示す。無次元応力拡大係数は時間とともに大きくなる。また、ビオ数が小さくなるほど大きくなっていることがわかる。これはビオ数が小さいほど吸収熱量の影響が温度変化により大きく影響するためと考えられる。また、 \bar{K}_{II} はつねに \bar{K}_{I0} より大きいことがわかる。

図 4 に吸収熱量が $-q_0 f(r)g(t) = -q_0$ で与えられる場合の無次元応力拡大係数 \bar{K}_I と内外径比 γ との関係を示す。き裂の内半径が大きくなるとともに $\bar{K}_{II}, \bar{K}_{I0}$ の値は近づき、内半径が小さくなるとともに \bar{K}_{II} の値は急こう配で大きくなり \bar{K}_{I0} は円形き裂の値⁽⁶⁾に漸近する。また、 \bar{K}_{II} はつねに \bar{K}_{I0} より大きいことがわ

かる。

図5に吸収熱量が $-q_0f(r)g(t)=-q_0g(t)$ で与えられる場合の無次元応力拡大係数 \widehat{K}_I の時間変化を示す。(I) $g(t)=1$ は時間とともに大きくなり、(II) $g(t)=e^{-t}$ は(I)とともに増加し最大値を示したのち減少して零となることがわかる。また、 \widehat{K}_{II} はつねに \widehat{K}_{I0} より大きいことがわかる。

4. 結 論

き裂表面に時間と位置により変化する熱吸収が存在する円環状き裂を有する無限体の非定常熱応力を解析し、与えられた熱的および力学的境界条件のもとに数値計算し、次の結論を得た。

(1) 著者らによって示された時間に対して階差法を用い空間変数に対し解析解を得る方法が、き裂表面に時間と位置により変化する熱吸収が存在する円環状き裂を有する無限体の非定常熱応力の解析に有効な解析法であることを示した。

(2) 無次元応力拡大係数はビオ数が小さいほど大きくなる。また、熱吸収を位置のみの関数とした場合、応力拡大係数はフーリエ数が大きくなるほど大きな値を示す。

(3) 熱吸収が時間のみの関数で与えられる場合、き裂内側の応力拡大係数はつねにき裂外側の応力拡大係数より大きくなる。終わりに、本研究の遂行にあたり東京工業大学工学部 渋谷寿一教授には有益なご助言をいただき、ここに記してお礼申し上げます。

文 献

- (1) 小泉・丹羽, 機論, 43-366 (昭52), 442.
- (2) 辻・ほか3名, 機論, 51-466, A (昭60), 1549.
- (3) 阿部・ほか2名, 機論, 48-431, A (昭57), 899.
- (4) 阿部・ほか2名, 機論, 49-446, A (昭58), 1300.
- (5) 野田・新保, 機論, 51-462, A (昭60), 463.
- (6) 野田・松永, 機論, 52-475, A (昭61), 625.
- (7) 野田・ほか2名, 機論, 52-473, A (昭61), 174.
- (8) 渋谷・ほか2名, 機論, 40-339, (昭49), 2968.