

無限円柱の非定常熱応力*
(熱伝達率が位置の関数の場合)

野田直剛**, 小林和幸***

Transient Thermal Stress Problem in an Infinite Circular Cylinder
(The Heat-Transfer Coefficient Depends on a Position)

Naotake NODA and Kazuyuki KOBAYASHI

This paper deals with a transient thermal stress problem in an infinite circular cylinder whose the heat-transfer coefficient depends on a position. The finite difference method is used with respect to a time variable, because of difficulty in obtaining the analytical expression. Thus, the analytical expression with respect to the spatial variables may be obtained. The temperature solution is reduced to solution of a dual-integral equation. The numerical results of the effect of variation of the heat-transfer coefficient as to a position on thermal stresses are shown in figures.

Key Words: Elasticity, Thermal Stress, Variable Heat Transfer Coefficient, Infinite Circular Cylinder

1. 緒 言

近年、機械・構造物の大規模化、高出力化、高性能化に伴い、厳しい熱的環境下に各部材がおかれるようになり、各部材が大きな温度変化を受けるようになってきた。そのため以前から熱応力解析に用いられてきた物性値が一定とした仮定の妥当性が問題となり、物性値が変化することを考慮した熱応力解析、特に物性値の温度依存性を考慮した熱応力の解析が数多く行われてきた。一方、各部材に生ずる熱応力の大多数は部材と媒質間の熱の授受に関する。熱の授受には媒質温度、部材と媒質間の熱発生、熱伝達率が関係するため、媒質温度と熱発生の形状や時間変動に対する熱応力問題が解析されてきた。しかし、いずれにしろ熱伝達係数は一定として取扱われてきた。ところが、高温媒質からの熱伝達率と低温媒質からの熱伝達率が同じであることは一般的でなく、両者の熱伝達率は異なっているほうが一般的である。熱伝達率が場所により異なる場合の熱応力問題は熱伝導問題の解析が困難であるため、解析例は見当たらないようである。

* 昭和61年10月25日 山梨地方講演会において講演、原稿受付 昭和61年3月25日。

** 正員、静岡大学工学部 (〒432 浜松市城北三)。

*** 学生員、静岡大学大学院。

そこで本研究では、熱伝達率がステップ関数的に変化する場合の無限円柱の非定常熱応力問題を解析した。熱伝達率が位置についてステップ関数的に変化する場合の非定常熱伝導の厳密解を得ることが困難であるので、時間に対して差分法を用いることにより、位置に関して双積分方程式を解く問題に帰着し解析解を得た。熱伝達率の変化が熱応力に与える影響について調査し、図示した。

2. 解 析

2・1 温度場の解析 時間 t についてのみ差分法を用いた熱伝導問題は次のようにして解析⁽¹⁾⁽²⁾できる。熱伝導基礎方程式は

$$\nabla^2 T = T_{,i}/x - W(P, t)/\lambda \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 ∇^2 はラプラス演算子、 T は温度、 x は熱拡散率、 W は単位時間、単位体積当たりの発熱量、 λ は熱伝導率、 P は位置、コンマは後に続く変数での偏微分を表す。初期条件と境界条件は

$$t=0 \text{ で}$$

$$T = \psi(P) \dots \dots \dots (2)$$

境界上で

$$T_{,n} = -h\{T - \theta(P, t)\} + q(P, t)/\lambda \dots \dots \dots (3)$$

ここで、 $\psi(P)$ は初期温度、 h は相対熱伝達率、 $\theta(P,$

t は媒質温度, q は単位面積, 単位時間当たりの発熱量. 時間 t について差分法を用いると, 式(1)は

$$\nabla^2 T_j = \frac{1}{\alpha \Delta t_j} (T_j - T_{j-1}) + \frac{W(P, t_j)}{\lambda} \dots\dots\dots (4)$$

ただし, T_j は時間 t_j における温度, t_j は時間, $\Delta t_j = t_j - t_{j-1}$ は時間差, $t_j = \sum_{k=1}^j \Delta t_k$. 式(4)の一般解は Δt_j のとる値により異なるので, ここでは一般的な Δt_j がすべて異なる場合について述べる. Δt_j がすべて異なる場合, 式(4)の一般解は

$$T_j = T_{jc} + T_{jp}^A + T_{jp}^B \dots\dots\dots (5)$$

ここで, T_{jc} , T_{jp}^A , T_{jp}^B は次式を満足する一般解および特解である.

$$\nabla^2 T_{jc} - T_{jc}/\alpha \Delta t_j = 0 \dots\dots\dots (6)$$

$$\nabla^2 T_{jp}^A - T_{jp}^A/\alpha \Delta t_j = -(T_{(j-1)c} + T_{(j-1)p}^A)/\alpha \Delta t_j \dots\dots\dots (7)$$

$$\nabla^2 T_{jp}^B - T_{jp}^B/\alpha \Delta t_j = -(1 - \delta_{ji}) T_{(j-1)p}^B/\alpha \Delta t_j - \delta_{ji} \Psi(P)/\alpha \Delta t_j + W(P, t_j)/\lambda \dots\dots\dots (8)$$

ここで, δ_{ji} はクロネッカのデルタである.

式(7)の特解は

$$T_{jp}^A = (1 - \delta_{ji}) \sum_{k=1}^{j-1} C_{jk} T_{kc} \dots\dots\dots (9)$$

ただし,

$$C_{jk} = (\Delta t_k)^{j-k} / \prod_{m=k+1}^j (\Delta t_k - \Delta t_m) \dots\dots\dots (10)$$

境界条件(3)は

$$T_{jc,n} + h T_{jc} = E_j(P) \dots\dots\dots (11)$$

ただし,

$$E_j(P) = -(T_{jp,n}^B + h T_{jp}^B) + h \theta(P, t_j) + q(P, t_j)/\lambda - (1 - \delta_{ji}) \sum_{k=1}^{j-1} C_{jk} E_k(P) \dots\dots\dots (12)$$

以上の一般解析法を無限円柱の非定常熱伝導問題に適用する.

内部熱発生のない軸対称無限中実円柱を考える. 熱伝導方程式は

$$\nabla^2 T = T_i/\alpha \dots\dots\dots (13)$$

ただし, $\nabla^2 = \partial^2/\partial r^2 + r^{-1} \partial/\partial r + \partial^2/\partial z^2$.

初期条件は

$$t=0 \text{ で } T=0 \dots\dots\dots (14)$$

図1に示すように半径 a の無限円柱の $|z| \leq b$ での熱伝達率を $\bar{\alpha}_1$, $|z| > b$ の熱伝達率を $\bar{\alpha}_2$ とすれば, 境界条件は

$$r=a \text{ で } |z| \leq b \text{ に対し } T_r + h_1 \{ T - \theta_1(z, t) \} = q_1(z, t)/\lambda \dots\dots\dots (15)$$

$$r=a \text{ で } |z| > b \text{ に対し } T_r + h_2 \{ T - \theta_2(z, t) \} = q_2(z, t)/\lambda \dots\dots\dots (16)$$

ただし, h_i は相対熱伝達率で, $h_i = \bar{\alpha}_i/\lambda$ である. 時間

に対し差分表示すると, 一般解 T_j は式(5), (9)より

$$T_j = T_{jc} + (1 - \delta_{ji}) \sum_{k=1}^{j-1} C_{jk} T_{kc} \dots\dots\dots (17)$$

式(15), (16)の境界条件は $r=a$ 上で

$$\left. \begin{aligned} |z| \leq b \text{ に対し } T_{jc,r} + h_1 T_{jc} &= E_{1j}(z) \\ |z| > b \text{ に対し } T_{jc,r} + h_2 T_{jc} &= E_{2j}(z) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

ただし

$$\begin{aligned} E_{ij}(z) &= h_i \theta_i(z, t_j) + q_i(z, t_j)/\lambda \\ &- (1 - \delta_{ij}) \sum_{k=1}^{j-1} C_{jk} E_{ik}(z) \quad i=1, 2 \end{aligned} \dots\dots\dots (19)$$

本問題に適する T_{jc} は

$$T_{jc} = \int_0^\infty A_j(p) I_0(s_j r) \cos p z dp \dots\dots\dots (20)$$

ここで, $I_0(\quad)$ は零次の変形ベッセル関数であり,

$$s_j = \sqrt{p^2 + 1/\alpha \Delta t_j} \dots\dots\dots (21)$$

式(20)を式(18)に代入すると

$$\left. \begin{aligned} |z| \leq b \text{ のとき } & \int_0^\infty A_j(p) \{ s_j I_1(s_j a) + h_1 I_0(s_j a) \} \cos p z dp \\ &= \int_0^\infty E_j^*(p) \cos p z dp \\ |z| > b \text{ のとき } & \int_0^\infty A_j(p) \{ s_j I_1(s_j a) + h_2 I_0(s_j a) \} \cos p z dp \\ &= \int_0^\infty E_j^*(p) \cos p z dp \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

ただし

$$\begin{aligned} E_j^*(p) &= \frac{2}{\pi} \left\{ \int_0^b E_{1j}(z) \cos p z dz \right. \\ & \left. + \int_b^\infty E_{2j}(z) \cos p z dz \right\} \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

よって, 式(22)の双積分方程式を解けばよい. そこで, 未知数 A_j をノイマン級数を用いて

$$\begin{aligned} A_j(p) &= \frac{1}{s_j I_1(s_j a) + h_2 I_0(s_j a)} \left\{ E_j^*(p) \right. \\ & \left. + \frac{1}{p} \sum_{n=0}^\infty A_{jn} J_{2n+1}(pb) \right\} \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

とおくと, 式(22)の第2式は恒等的に満足しているこ

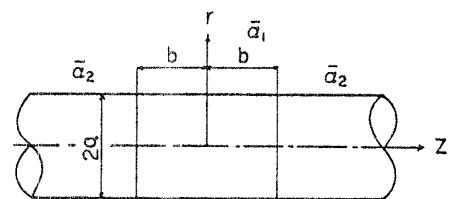


図1 熱伝達率が変化する場合の無限円柱

とがわかる。

式(24)を式(22)に代入すると

$|z| \leq b$ のとき

$$\int_0^\infty \frac{s_j I_1(s_j a) + h_1 I_0(s_j a)}{s_j I_1(s_j a) + h_2 I_0(s_j a)} \frac{1}{p} \times \sum_{n=0}^\infty A_{jn} J_{2n+1}(pb) \cos pzd p = (h_2 - h_1) \int_0^\infty \frac{E_j^*(p) I_0(s_j a)}{s_j I_1(s_j a) + h_2 I_0(s_j a)} \cos pzd p \quad (25)$$

いま

$$\theta = \sin^{-1}(z/b)$$

とおき、ノイマン級数展開

$$\cos pz = \sum_{l=0}^\infty \varepsilon_l \cos 2l\theta J_{2l}(pz) \quad (26)$$

ただし

$$\varepsilon_0 = 1, \quad \varepsilon_l = 2 \quad (l \geq 1)$$

を式(25)に代入し、任意の θ について成立することから次式を得る。

$$\sum_{n=0}^\infty D_{jln} A_{jn} = D_{jl}, \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (27)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} D_{jln} &= \int_0^\infty \frac{s_j I_1(s_j a) + h_1 I_0(s_j a)}{p \{s_j I_1(s_j a) + h_2 I_0(s_j a)\}} J_{2n+1}(pb) J_{2l}(pb) dp \\ D_{jn} &= (h_2 - h_1) \int_0^\infty \frac{E_j^*(p) I_0(s_j a)}{s_j I_1(s_j a) + h_2 I_0(s_j a)} J_{2l}(pb) dp \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

無限連立一次方程式(27)を有項限で打ち切り、連立方程式を解けば A_{jn} が求まる。よって、時刻 t_j の温度は

$$T_j = \sum_{k=1}^j C_{jk} \left\{ \sum_{n=0}^\infty A_{kn} \int_0^\infty \frac{I_0(s_k r) J_{2n+1}(pb) \cos pz}{p \{s_k I_1(s_k a) + h_2 I_0(s_k a)\}} dp + \int_0^\infty \frac{E_k^*(p) I_0(s_k r)}{s_k I_1(s_k a) + h_2 I_0(s_k a)} \cos pzd p \right\} \quad (29)$$

ただし、 $C_{jj} = 1$ と約束する。

定常温度分布は同様に次式となる。

$$T = \sum_{n=0}^\infty A_{sn} \int_0^\infty \frac{A_{sn} J_{2n+1}(pb)}{p \{p I_1(pa) + h_2 I_0(pa)\}} I_0(pr) \cos pzd p + \int_0^\infty \frac{E_s^*(p)}{p I_1(pa) + h_2 I_0(pa)} I_0(pr) \cos pzd p \quad (30)$$

ただし、 A_{sn} は次式で表される連立方程式の解である。

$$\sum_{n=0}^\infty A_{sn} \int_0^\infty \frac{p I_1(pa) + h_1 I_0(pa)}{p \{p I_1(pa) + h_2 I_0(pa)\}} J_{2n+1}(pb) J_{2l}(pb) dp = (h_2 - h_1) \int_0^\infty \frac{E_s^*(p) I_0(pa)}{p I_1(pa) + h_2 I_0(pa)} J_{2l}(pb) dp, \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (31)$$

ここで、

$$E_s^*(p) = \frac{2}{\pi} \left[\int_0^b \{h_1 \theta_1(z) + q_1(z)/\lambda\} \cos pzd z + \int_b^\infty \{h_2 \theta_2(z) + q_2(z)/\lambda\} \cos pzd z \right]$$

2.2 熱応力場の解析 三次元軸対称熱応力問題は熱弾性変位ポテンシャル Φ とラヴの関数 L を用いて解析できる。このとき、変位と応力は

$$\left. \begin{aligned} u_r &= \Phi_{,r} - L_{,rz}, & u_z &= \Phi_{,z} + 2(1-\nu)\nabla^2 L - L_{,zz} \\ \sigma_{rr} &= 2\mu\{\Phi_{,rr} - \nabla^2 \Phi + (\nu\nabla^2 L - L_{,rr})_{,z}\}, & \sigma_{\theta\theta} &= 2\mu\{r^{-1}\Phi_{,r} - \nabla^2 \Phi + (\nu\nabla^2 L - r^{-1}L_{,r})_{,z}\} \\ \sigma_{zz} &= 2\mu\{\Phi_{,zz} - \nabla^2 \Phi + \{(2-\nu)\nabla^2 L - L_{,zz}\}_{,z}\}, & \sigma_{rz} &= 2\mu\{\Phi_{,rz} + \{(1-\nu)\nabla^2 L - L_{,zz}\}_{,r}\} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

で与えられる。ただし、 μ はラーメの定数、 ν はポアソン比である。この場合、 Φ と L の満足すべき方程式は

$$\nabla^2 \Phi = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha T, \quad \nabla^2 \nabla^2 L = 0 \quad (33)$$

である。ただし、 α は線膨張係数である。

境界条件は次式で与えられるとする。

$$r = a \text{ で } \sigma_{rr} = 0, \quad \sigma_{rz} = 0 \quad (34)$$

式(29)の温度分布は

$$T_j = \sum_{k=1}^j C_{jk} \int_0^\infty A_k(p) I_0(s_k r) \cos pzd p \quad (35)$$

と表されるから、本問題に適する Φ と L の関数形は次式で与えられる。

$$\Phi = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha \sum_{k=1}^j x \Delta t_k C_{jk} \int_0^\infty A_k(p) I_0(s_k r) \cos pzd p \quad (36)$$

$$L = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha \int_0^\infty p^{-2} \{A(p) I_0(pr) + B(p) p r I_1(pr)\} \sin pzd p \quad (37)$$

式(36), (37)を式(32)に代入すると, 熱応力は

$$\sigma_{rr} = \frac{\alpha E}{1-\nu} \int_0^\infty \left[A(p) \left\{ \frac{1}{r} I_1(pr) - p I_0(pr) \right\} + B(p) \{ (2\nu-1)p I_0(pr) - p^2 r I_1(pr) \} \right. \\ \left. + \sum_{k=1}^j C_{jk} A_k(p) \chi \Delta t_k \left\{ p^2 I_0(s_k r) - \frac{s_k}{r} I_1(s_k r) \right\} \right] \cos p z d p \dots\dots\dots (38)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{\alpha E}{1-\nu} \int_0^\infty \left[-A(p) \frac{1}{r} I_1(pr) + B(p) (2\nu-1) p I_0(pr) + \sum_{k=1}^j C_{jk} A_k(p) \left\{ \chi \Delta t_k \frac{s_k}{r} I_1(s_k r) \right. \right. \\ \left. \left. - I_0(s_k r) \right\} \right] \cos p z d p \dots\dots\dots (39)$$

$$\sigma_{zz} = \frac{\alpha E}{1-\nu} \int_0^\infty \left[A(p) p I_0(pr) + B(p) p \{ 2(2-\nu) I_0(pr) + pr I_1(pr) \} \right. \\ \left. - \sum_{k=1}^j C_{jk} (1 + \chi \Delta t_k p^2) A_k(p) I_0(s_k r) \right] \cos p z d p \dots\dots\dots (40)$$

$$\sigma_{rz} = \frac{\alpha E}{1-\nu} \int_0^\infty \left[A(p) I_1(pr) + B(p) \{ 2(1-\nu) I_1(pr) + pr I_0(pr) \} \right. \\ \left. - \sum_{k=1}^j C_{jk} \chi \Delta t_k s_k A_k(p) I_1(s_k r) \right] p \sin p z d p \dots\dots\dots (41)$$

境界条件式(34)より

$$\left. \begin{aligned} A(p) \{ I_1(pa) - pa I_0(pa) \} + B(p) \{ (2\nu-1) pa I_0(pa) - p^2 a^2 I_1(pa) \} \\ = \sum_{k=1}^j C_{jk} \chi \Delta t_k A_k(p) \{ a p^2 I_0(s_k a) - s_k I_1(s_k a) \} \\ A(p) I_1(pa) + B(p) \{ 2(1-\nu) I_1(pa) + pa I_0(pa) \} = \sum_{k=1}^j C_{jk} \chi \Delta t_k A_k(p) s_k I_1(s_k a) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (42)$$

式(42)より, 未知数 $A(p)$, $B(p)$ は決定される。

3. 数値計算

数値計算は次の場合について行なった。

$$\left. \begin{aligned} \theta_1(z, t) = 0, \quad q_1(z, t) = q_0 \\ \theta_2(z, t) = 0, \quad q_2(z, t) = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (43)$$

すなわち, $|z| \leq b$ 内に一定な発熱があり, $|z| > b$ では発熱がない場合である。数値計算にあたり無次元量を導入する。

$$\rho = \frac{r}{a}, \quad \zeta = \frac{z}{a}, \quad \zeta_0 = \frac{b}{a}, \quad t' = \frac{\chi t}{a^2} \\ B_{i1} = ah_{i1}, \quad B_{i2} = ah_{i2} \\ \widehat{ij} = \frac{(1-\nu)\lambda}{\alpha E q_0 a} \sigma_{ij} \quad (i, j = \rho, \theta, \zeta), \quad \widehat{T} = \frac{\lambda T}{q_0 a}$$

また, 数値計算では

$$\nu = 0.3 \quad \zeta_0 = 1.0$$

とした。

式(27)の連立方程式を解くとき, 式(28)の係数 D_{jin} の無限積分の収束が遅いため, 次のように有限区間積分と漸近積分に分離して, D_{jin} の値を求めた。

$$D_{jin} = \int_0^{\rho_0} \frac{s_j + B_{i1} M(s_j)}{p(s_j + B_{i2} M(s_j))} \\ \times J_{2n+1}(p\zeta_0) J_{2l}(p\zeta_0) dp \\ + \sum_{m=1}^\infty d_m \zeta_0^{m-1} W_m(2n+1, 2l, p_0 \zeta_0)$$

ただし,

$$d_1 = 1, \quad d_2 = B_{i1} - B_{i2},$$

$$d_3 = \{ 2B_{i2}^2 - (2B_{i1} + 1)B_{i2} + B_{i1} \} / 2,$$

$$d_4 = \dots$$

$$W_m(n, l, x_0) = \int_{x_0}^\infty \frac{J_n(x) J_l(x)}{x^m} dx$$

$$M(s_j) = I_0(s_j) / I_1(s_j)$$

次に式(27)の無限連立一次方程式を有限項 N で打ち切った場合の打ち切り項数 N の値は境界上の加熱中心での円周応力 $(\widehat{\theta\theta})_{\rho=1, \zeta=0}$ の収束をみながら決定した。そこで, 表1に $(\widehat{\theta\theta})_{\rho=1, \zeta=0}$ の N による収束性を示す。表1の $t' = \infty$ は差分法から求めた値ではなく, 式(30)の定常温度分布を用いた値である。よって, N による収束性から $N=50$ で十分であり, $t'=10$ と定常解を比較して差分法を用いて解析しても妥当であることがわかる。

図2に $B_{i1}=0, B_{i2}=1$ の場合の円柱表面上の無次元温度を実線で, $B_{i1}=B_{i2}=1$ の場合を破線で示す。図より, 熱伝達率(ここではビオ数)が場所により異なる場合が温度分布に及ぼす影響が大きいことがわかる。

表1 $(\widehat{\theta\theta})_{\rho=1, \zeta=0}$ の N による収束性 ($B_{i1}=0, B_{i2}=1$)

$N \backslash t'$	0.001	0.01	0.1	1	10	∞
30	-0.052	-0.095	-0.197	-0.181	-0.156	-0.156
50	-0.053	-0.094	-0.197	-0.182	-0.158	-0.158
70	-0.053	-0.094	-0.198	-0.182	-0.158	-0.158

図3, 4に円柱表面上の円周応力と軸応力分布を示す。両応力ともビオ数が不連続の場合が大きな値をとり、ビオ数の不連続が応力に与える影響は大きいことがわかる。

図5に $|\zeta| \leq \zeta_0$ 内のビオ数 B_{i1} を一定にし、 $|\zeta| > \zeta_0$ のビオ数 B_{i2} を変化させた場合の円柱表面の加熱中心での温度分布を示す。図6に B_{i2} を一定にし、 B_{i1} を変化させた場合の円柱表面の加熱中心での温度分布を示す。 B_{i2} ＝一定の場合、ビオ数の変化が加熱中心での温度に与える影響は大きいことがわかる。

図7に B_{i2} を一定にし、 B_{i1} を変化させた場合の円柱表面の加熱中心での円周応力と軸応力分布を示す。図8に B_{i1} を一定にし、 B_{i2} を変化させた場合の円柱

表面の加熱中心での円周応力と軸応力分布を示す。両図より、加熱領域のビオ数 B_{i1} により熱応力が基本的に決定されることがわかる。

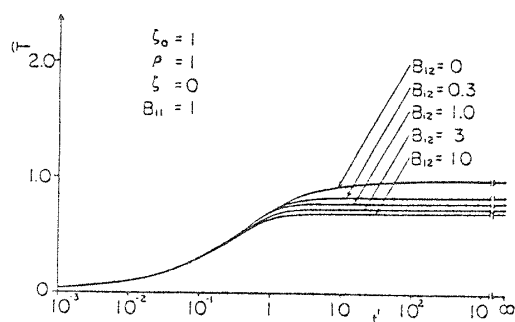


図5 加熱中心での温度 (B_{i1} ＝一定の場合)

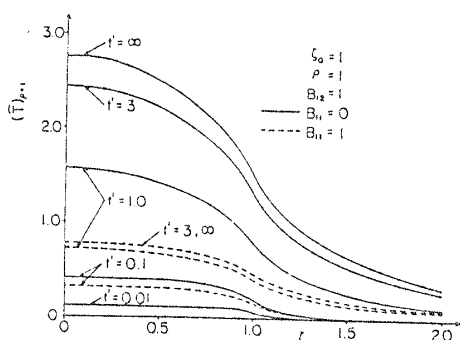


図2 円柱表面の温度分布

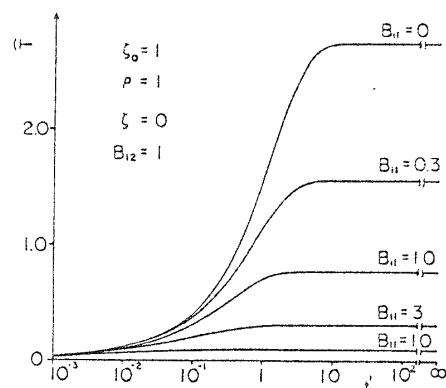


図6 加熱中心での温度 (B_{i2} ＝一定の場合)

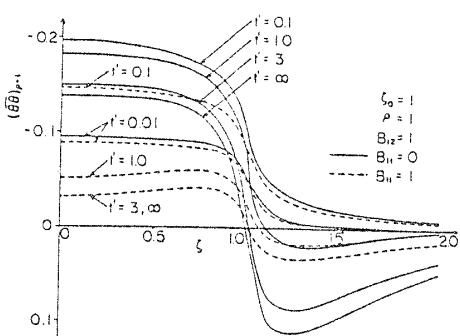
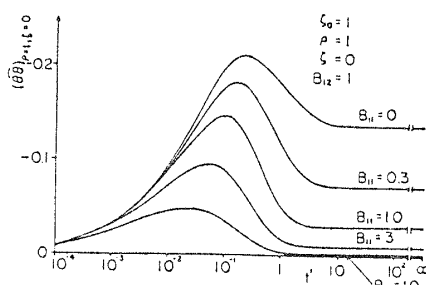


図3 円柱表面の円周応力分布



(a) 円周応力

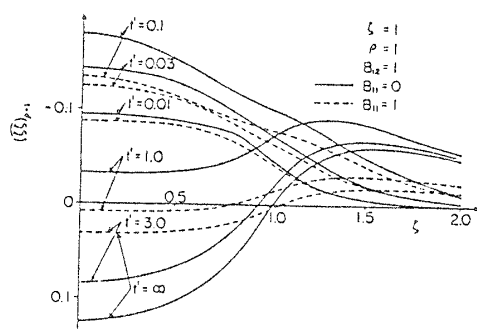
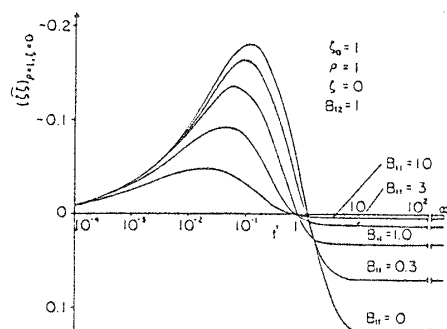


図4 円柱表面上の軸応力分布



(b) 軸応力

図7 加熱中心での円周応力と軸応力 (B_{i2} ＝一定)

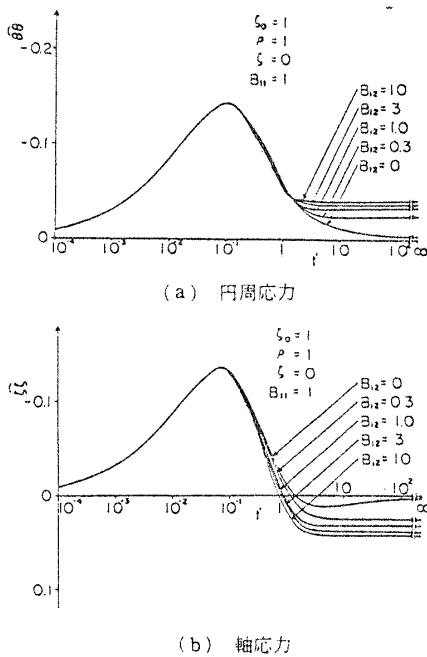


図 8 加熱中心での円周応力と軸応力 ($B_{11}=一定$)

4. 結 論

- (1) 熱伝達率がステップ関数的に変化する場合の温度分布は時間に対し差分法を用いることにより、位置の関数について双積分方程式を解くことにより求めることができる。
- (2) 加熱中心の温度はビオ数 B_{11} の変化に大きく影響され、また、熱応力は基本的には加熱領域のビオ数に大きく影響される。

文 献

- (1) Noda, N., and Matsunaga, Y., *Z.A.M.M.*, 66-6 (1986), 233.
- (2) Noda, N., ほか2名, *J. Thermal Stresses*, 9-2 (1986), 119.

討 論

〔質問〕 五嶋孝仁〔富山大学工学部〕

熱伝達率に関して、より实际的に有意義な熱応力問題を解析されたことに敬意を表す。

(1) 本解析は熱伝達率がステップ関数の場合を扱っておられるが、熱伝達率が位置の任意関数となった場合の解析は可能か。

(2) 数値計算で式(28)の D_{jin} の積分の収束について、例えば具体的な P_0 の値や、 $w_m(n, l, x_0)$ の積分の上限値などについて簡単にご教示願いたい。

〔回答〕 (1) 熱伝達率が位置の任意の関数の場合、解析は非常に困難であると考えます。

(2) $p_0=40$ とした。 $w_m(n, l, x_0)$ は数値積分は行わず、積分を実行した。結果は

$$w_1(n, l, x_0) = \frac{2 \sin \frac{n-l}{2} \pi}{\pi(n^2 - l^2)} + \frac{x_0}{n^2 - l^2} \times \{J_{n+1}(x_0)J_l(x_0) - J_n(x_0)J_{l+1}(x_0)\} - \frac{J_n(x_0)J_l(x_0)}{n+l} \quad (n \neq l)$$

$$w_1(n, n, x_0) = \frac{1}{2n} \{J_0^2(x_0) + 2 \sum_{k=1}^{n-1} J_k^2(x_0) + J_n^2(x_0)\}$$

$$w_2(n, l, x_0) = \frac{1}{n+l-1} \{w_1(n, l+1, x_0) + w_1(n+1, l, x_0) - \frac{1}{x_0} J_l(x_0)J_n(x_0)\}$$

($n+l \neq 1$)

$$w_3(n, l, x_0) = \dots$$

である。

〔質問〕 谷川義信〔大阪府立大学工学部〕

大多尾 義弘〔大阪府立工業技術研究所〕

時間に対する差分法により複雑な問題を解析されたことに敬意を表す。

(1) 本報では、解析例として軸対称無限円柱を扱っておられるが、さらに発展した課題として軸対称無限中空円筒、あるいは三次元非軸対称無限円柱の解析の見通しはいかがか。特に、このような課題を扱おうとする場合の温度解の解析の見通しについてご教示願いたい。

(2) 時間分割 Δt_i がすべて異なる場合について解析されているが、実際に数値計算を実行するにあたりどのような理由でどのように与えたかご教示願いたい。

(3) 係数 D_{jin} の計算において、有限区間 p_0 の設定値および $w_m(2n+1, 2l, p_0, z_0)$ の漸近積分の計算方法についてご教示願いたい。

〔回答〕 (1) 熱伝達率が軸方向にステップ関数的に変化する場合は軸対称無限中空円筒、三次元非軸対称無限円柱とも解析が可能である。熱伝達率が z 、

θ) 方向ともステップ関数的に変化する場合については今後検討したい。熱伝達率が位置の任意の関数の場合、解析は非常に困難であると考える。

(2) 無限円柱の非定常温度は時間に対し、一般的には指数関数で表示されるため、温度変化をほぼ同じ

にしたい場合、時間きざみはすべての時間で異なる。そこで、具体的には計算を安易にするため、時間を $t_j = 10^{-4+(j-1)/8}$ ($j=1\sim 41$) とした。

(3) 五嶋氏への回答(2)を参照されたい。
