

ヘルツ荷重を受ける傾斜機能無限円板の応力解析*

中村 貴明*¹, 野田 直剛*², 石原 正行*²Stress Analysis in a Functionally Graded Material
Infinite Circular Plate under Hertz LoadTakaaki NAKAMURA, Naotake NODA*³ and Masayuki ISHIHARA*³ Department of Mechanical Engineering, Shizuoka University,
3-5-1 Johoku, Hamamatsu-shi, Shizuoka, 432-8561 Japan

This study investigates the stress analysis in a functionally graded material plate (FGP) under Hertz load. The FGP is made of n -layered circular plate, and is analyzed by use of Michell's function. The homogeneous circular plate is treated firstly, a two layered circular plate is analyzed secondly, and the FGP circular plate is discussed. Numerical calculations are carried out, and the effect of the functional gradation of the plate on stress distribution and maximum stresses in the FGP is discussed.

Key Words: Stress Analysis, Functionally Graded Materials, Elasticity, Hertz Load

1. 緒 言

近年急速に発展し続ける科学技術に伴い、さまざまな分野で高性能化、高速化、ハイパワー化が進められている。そのため、厳しい熱的環境化に曝される場合が増加し、熱応力軽減のため熱応力緩和型傾斜機能材料の研究が進められている⁽¹⁾⁻⁽⁶⁾。熱応力緩和型傾斜機能材料の研究により、熱応力が大幅に緩和されることが報告されている。

一方、自動車分野、航空・宇宙分野などの駆動部品、例えば転がり軸受における使用環境は大変苛酷なものとなり、耐久性、耐磨耗、耐衝撃性が求められている。そのため、転がり接触を受ける物体の応力解析や破壊力学的研究が進められている⁽⁷⁾⁻⁽¹⁰⁾。これらの研究は、均質材料に対して与えられた条件における応力状態、応力拡大係数、疲労進展挙動等の、評価に関する研究である。各種損傷は材料内部の応力状態が関係しており、解決策として応力緩和が考えられる。熱応力緩和型傾斜機能材料に関する研究⁽¹⁾⁻⁽⁶⁾をヒントとして、力学的負荷を受ける材料を適切に材料を傾斜させる

ことで応力緩和が可能であるかを検討するため本研究を行った。

そこで本研究では、ヘルツ荷重を受ける傾斜機能無限円板の応力解析を行った。解析は任意の傾斜機能を表現するため、多層積層無限円板とし、各層は均質であるが層ごとに材質が異なるとして取り扱い、ヘルツ荷重を受ける傾斜機能無限円板の応力解析を行った。ただし、接触表面に摩擦は存在しないものとした。本論文では、まず均質無限円板、次に2層無限円板、最後に傾斜機能無限円板の解析を行った。2層無限円板ではそれぞれの応力に対してヘルツの接触半径、板厚比が及ぼす影響を明らかにした。傾斜機能無限円板ではそれぞれの応力に対してヘルツの接触半径、組成分布パラメータが及ぼす影響を明らかにし、適切に材料を傾斜させることで応力緩和が可能であるかを検討した。

2. 問題設定

2・1 解析モデル 図1に示すように、剛体上にある n 層からなる厚さ H の積層無限円板表面にヘルツ接触圧が負荷された軸対称問題を考える。剛体と n 層目との間に摩擦はなく、それ以外の弾性層間は完全に接着しているものとする。ここで、 $i(=1,2,\dots,n)$ は積層板の i 層目を意味し、 h_i は円板の上面から i 層目の底面までの距離、 a は接触半径、 p_0 を最大接触圧とする。

* 原稿受付 2006年3月20日。

¹ 静岡大学大学院理工学研究科(☎432-8561 浜松市城北3-5-1)。² 正員、静岡大学工学部。

E-mail: tmnmoda@ipc.shizuoka.ac.jp

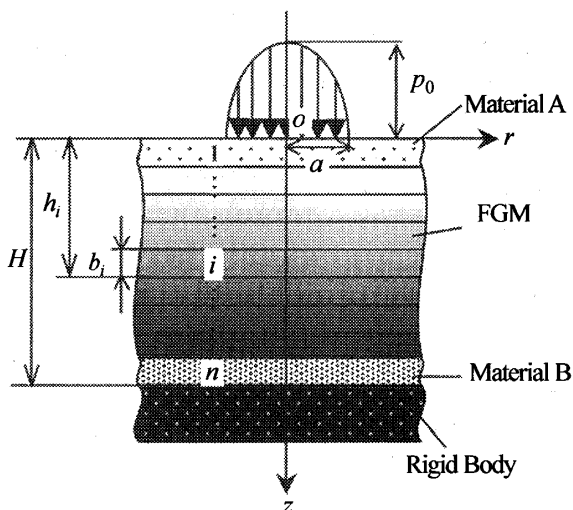


Figure 1 Analytical model

2-2 傾斜機能材料の組成分布 第1層および、第 n 層はそれぞれ弾性体 A100%と弾性体 B100%である。第 2~($n-1$)層間は板厚方向に段階的組成傾斜をしており、各層の弾性体 A と B の体積分率 $V_A^{(i)}, V_B^{(i)}$ は板厚方向の関数 z_i' を用いて次式で表されるとする。

$$V_B^{(i)} = \bar{z}_i'^m, \quad V_A^{(i)} = 1 - V_B^{(i)} \quad (1)$$

ここで、 \bar{z}_i' は円板厚さ方向の無次元座標である。

$$\left. \begin{aligned} \bar{z}_i' &= \frac{z_i'}{H'} \\ z_i' &= h_i - b_1 - \frac{b_i}{2} \\ H' &= H - b_1 - b_n \end{aligned} \right\} \quad (2 \leq i \leq n-1) \quad (2)$$

傾斜機能無限円板の組成分布は、式(1)の指数係数である組成分布パラメータ m によって決定される。

$m=1$ で傾斜層が 10 層では図 2 の点線のように段階的な傾斜組成となるが、100 層では図 2 の実線のようにほぼ連続的な変化をするようになる。組成パラメータが $m > 1.0$ の場合は円板に含まれる弾性体 A の体積分率が増加し、 m の値が大きくなるほど傾斜機能無限円板は弾性体 A がリッチになる。反対に、組成分布パラメータが $m < 1.0$ の場合、円板に含まれる弾性体 B の体積分率が増加し、 m の値が小さくなるほど傾斜機能無限円板は弾性体 B がリッチになることがわかる。

2-3 材料の混合則 本研究で考える傾斜機能平板は球状粒子分散型であると想定し混合則は以下の式を用いる⁽¹⁾。

$$K_i = V_B^{(i)} K_B + V_A^{(i)} K_A$$

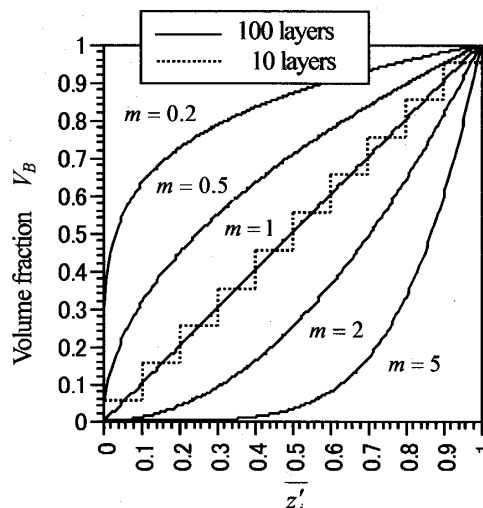


Figure 2 Volume fraction of a metal

$$+ V_A^{(i)} V_B^{(i)} \frac{(K_B - K_A) \left(\frac{1}{K_B} - \frac{1}{K_A} \right)}{\frac{V_A^{(i)}}{K_A} + \frac{V_B^{(i)}}{K_B} + \frac{4\mu_B}{3K_A K_B}} \quad (3)$$

$$\mu_i = V_A^{(i)} \mu_A + V_B^{(i)} \mu_B +$$

$$+ V_A^{(i)} V_B^{(i)} \frac{(\mu_B - \mu_A) \left(\frac{1}{\mu_B} - \frac{1}{\mu_A} \right)}{\frac{V_A^{(i)}}{\mu_A} + \frac{V_B^{(i)}}{\mu_B} + \frac{(9K_B + 8\mu_B)}{6\mu_B(K_B + 2\mu_B)}} \quad (4)$$

$$v_i = \frac{3K_i - 2\mu_i}{2(3K_i + \mu_i)} \quad (5)$$

$$K_i = \frac{E_i}{3(1-2\nu_i)}, \quad \mu_i = \frac{E_i}{2(1+\nu_i)} \quad (6)$$

また、 E_i, ν_i, K_i, μ_i はそれぞれ i 層目のヤング率、ポアソン比、体積弾性率、剛性率である。添字 i は i 層目、A, B は弾性体 A と弾性体 B を表す。なお、式(3)~(5)は弾性体 B がマトリックス、弾性体 A が球状粒子分散相としている。弾性体 A と弾性体 B のマトリックス相と分散相の関係が逆の場合には、添え字 A, B を入れ換える。

3. 応力解析

3-1 基礎式 軸対称問題であるから変位ベクトル u は $(u_r, 0, u_z)$ の成分を持ち、体積力を持たない場合の釣合方程式は次式で与えられる。

$$\mu \nabla^2 u + (\lambda + \mu) \nabla(\nabla \cdot u) = 0 \quad (7)$$

ここで、 λ はラーメの定数である。

次に、解析で使用する無次元量を定義する。

$$\bar{r} = \frac{r}{H}, \quad \bar{z} = \frac{z}{H}, \quad \bar{h}_i = \frac{h_i}{H}, \quad \bar{a} = \frac{a}{H} \quad (8)$$

ここで、 \bar{h}_i は板厚比、 \bar{a} は無次元接触半径である。式(7)を満たす関数として第*i*層目の Michell の関数 Φ_i を用いると、変位と応力は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} u_r^{(i)} &= -\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial r \partial z} \\ u_z^{(i)} &= 2(1-\nu_i) \nabla^2 \Phi_i - \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial z^2} \\ \frac{\sigma_r^{(i)}}{2\mu_i} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_i \nabla^2 \Phi_i - \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial r^2} \right) \\ \frac{\sigma_{\theta\theta}^{(i)}}{2\mu_i} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_i \nabla^2 \Phi_i - \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi_i}{\partial r} \right) \\ \frac{\sigma_{zz}^{(i)}}{2\mu_i} &= \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (2-\nu_i) \nabla^2 \Phi_i - \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial z^2} \right\} \\ \frac{\sigma_{rz}^{(i)}}{2\mu_i} &= \frac{\partial}{\partial r} \left\{ (1-\nu_i) \nabla^2 \Phi_i - \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial z^2} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ただし

$$\nabla^4 \Phi_i = 0 \quad (10)$$

式(10)にハンケル変換および逆変換を行うと、式(10)の解として次式を得る。

$$\Phi_i = \int_0^\infty \{A_i e^{\xi z} + B_i z e^{\xi z} + C_i e^{-\xi z} + D_i \bar{z} e^{-\xi z}\} \xi J_0(\xi \bar{r}) d\xi \quad (11)$$

ただし、 $A_i \sim D_i$ は境界条件から決定される未知関数(助変数 ξ の関数)である。式(11)を式(9)に代入すると各層における変位および応力が得られる。

$$u_r^{(i)} = \int_0^\infty \{A_i \xi e^{\xi z} + B_i (1 + \xi \bar{z}) e^{\xi z} - C_i \xi e^{-\xi z} + D_i (1 - \xi \bar{z}) e^{-\xi z}\} \xi^2 J_1(\xi \bar{r}) d\xi \quad (12)$$

$$u_z^{(i)} = \int_0^\infty \{-A_i \xi e^{\xi z} + B_i (2\eta - \xi \bar{z}) e^{\xi z} - C_i \xi e^{-\xi z} - D_i (2\eta + \xi \bar{z}) e^{-\xi z}\} \xi^2 J_0(\xi \bar{r}) d\xi \quad (13)$$

$$\sigma_{rz}^{(i)} = 2\mu_i \int_0^\infty \{A_i \xi e^{\xi z} + B_i (2\nu_i + \xi \bar{z}) e^{\xi z} + C_i \xi e^{-\xi z} - D_i (2\nu_i - \xi \bar{z}) e^{-\xi z}\} \xi^3 J_1(\xi \bar{r}) d\xi \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \sigma_r^{(i)} &= 2\mu_i \int_0^\infty \{A_i \xi e^{\xi z} + B_i (\omega + \xi \bar{z}) e^{\xi z} - C_i \xi e^{-\xi z} \\ &\quad + D_i (\omega - \xi \bar{z}) e^{-\xi z}\} \xi^3 J_0(\xi \bar{r}) d\xi - \frac{2\mu_i}{r} \int_0^\infty \{A_i \xi e^{\xi z} \\ &\quad + B_i (1 + \xi \bar{z}) e^{\xi z} - C_i \xi e^{-\xi z} + D_i (1 - \xi \bar{z}) e^{-\xi z}\} \xi^2 J_1(\xi \bar{r}) d\xi \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta}^{(i)} &= 2\mu_i \int_0^\infty 2\nu_i (B_i e^{\xi z} + D_i e^{-\xi z}) \xi^3 J_0(\xi \bar{r}) d\xi \\ &\quad + \frac{2\mu_i}{r} \int_0^\infty \{A_i \xi e^{\xi z} + B_i (1 + \xi \bar{z}) e^{\xi z} \\ &\quad - C_i \xi e^{-\xi z} + D_i (1 - \xi \bar{z}) e^{-\xi z}\} \xi^2 J_1(\xi \bar{r}) d\xi \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \sigma_z^{(i)} &= 2\mu_i \int_0^\infty \{-A_i \xi e^{\xi z} + B_i (\eta - \xi \bar{z}) e^{\xi z} \\ &\quad + C_i \xi e^{-\xi z} + D_i (\eta + \xi \bar{z}) e^{-\xi z}\} \xi^3 J_0(\xi \bar{r}) d\xi \end{aligned} \quad (17)$$

ただし、 $\eta = 1 - 2\nu_i$ 、 $\omega = 1 + 2\nu_i$ 、 $J_j(\xi \bar{r})$ はベッセル関数である。相当応力 σ_e は次式で与えられる。

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})^2 + (\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{rr})^2 + 6\sigma_{rz}^2}{2}} \quad (18)$$

3・2 境界条件 摩擦の無い表面にヘルツの接触圧が負荷されているとすれば、境界条件は以下のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{zz}^{(i)} &= -p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\bar{r}}{\bar{a}}\right)^2} & (0 \leq \bar{r} \leq \bar{a}) \\ \sigma_{zz}^{(i)} &= 0 & (\bar{a} \leq \bar{r} < \infty) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$\sigma_{rz}^{(i)} = 0 \quad (20)$$

$\bar{z} = \bar{h}_i$ において、以下の連続条件が満足されなければならない。

$$\left. \begin{aligned} u_z^{(i)}(\bar{r}, \bar{h}_i) &= u_z^{(i+1)}(\bar{r}, \bar{h}_i) & (0 \leq \bar{r} < \infty) \\ u_r^{(i)}(\bar{r}, \bar{h}_i) &= u_r^{(i+1)}(\bar{r}, \bar{h}_i) & (0 \leq \bar{r} < \infty) \\ \sigma_{zz}^{(i)}(\bar{r}, \bar{h}_i) &= \sigma_{zz}^{(i+1)}(\bar{r}, \bar{h}_i) & (0 \leq \bar{r} < \infty) \\ \sigma_{rz}^{(i)}(\bar{r}, \bar{h}_i) &= \sigma_{rz}^{(i+1)}(\bar{r}, \bar{h}_i) & (0 \leq \bar{r} < \infty) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

ただし、式(21)では $i = 1 \sim (n-1)$ とする。 $\bar{z} = \bar{h}_n$ における n 層目と剛体の境界条件は

$$\left. \begin{aligned} u_z^{(n)}(\bar{r}, \bar{h}_n) &= 0 & (0 \leq \bar{r} < \infty) \\ \sigma_{rz}^{(n)}(\bar{r}, \bar{h}_n) &= 0 & (0 \leq \bar{r} < \infty) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

式(19)~(22)の境界条件から、 $(4 \times n)$ 個の助変数 ξ の未知関数 A_i, B_i, C_i, D_i を決定する $(4 \times n)$ 次元連立一次方程式を得る。連立一次方程式を解けば、助変数 ξ の未知関数 A_i, B_i, C_i, D_i は決定される。

4. 数値解析

4・1 解析条件 軸受けの場合、表面が焼き入れられたり、母材の上に薄膜がコーティングされること等を考慮し、① 均質無限円板、② 2層無限円板、③ 傾斜機能無限円板について数値計算を行った。均質無限円板では $n = 1$ 、無次元接触半径 $\bar{a} = 0.5$ とし、材料を軸受鋼(SUJ2)とした。2層無限円板および傾斜機能平板では弾性体 A を窒化けい素(Si_3N_4)、弾性体 B を軸受鋼(SUJ2)とした。2層無限円板では $n = 2$ とし、無次元接触半径 \bar{a} 、板厚比 \bar{h}_i をパラメータとして表1の条件で

計算を行った。傾斜機能無限円板では $n=100$ 、各層の板厚 b_i は均一とし、無次元接触半径 \bar{a} 、組成分布パラメータ m をパラメータとして表2の条件で計算を行った。得られた応力は最大接触圧 p_0 で無次元化した。また、数値計算に使用した物性値を表3に示す。

次に、2層無限円板と傾斜機能無限円板の最大応力の増加率、すなわち2層無限円板と傾斜機能無限円板の各応力成分の最大応力 $\sigma_{ij,max}^{(II)}$ 、 $\sigma_{ij,max}^{(FGP)}$ ($i, j = r, z$) が均質無限円板のそれぞれの最大応力 $\sigma_{ij,max}^{(I)}$ からの増加の割合を $SR_{ij}^{(II)}$ 、 $SR_{ij}^{(FGP)}$ として、それぞれ次式で定義する。

$$\left. \begin{aligned} SR_{rz}^{(p)} &= \frac{\sigma_{rz,max}^{(p)} - \sigma_{rz,max}^{(I)}}{\sigma_{rz,max}^{(I)}} \times 100 \quad (\%) \\ SR_{rr}^{(p)} &= \frac{\sigma_{rr,max}^{(p)} - \sigma_{rr,max}^{(I)}}{\sigma_{rr,max}^{(I)}} \times 100 \quad (\%) \\ SR_e^{(p)} &= \frac{\sigma_e^{(p)} - \sigma_e^{(I)}}{\sigma_e^{(I)}} \times 100 \quad (\%) \end{aligned} \right\} (23)$$

ここで、 $p = II, FGP$ とする。

Table 1 Contact radius and thickness ratio

Contact radius \bar{a}	0.125, 0.25, 0.5, 0.625, 0.75
Thickness ratio \bar{h}_1	0.005, 0.05, 0.125, 0.25 0.375, 0.5, 0.625, 0.75

Table 2 Contact radius and Compositional parameter

Contact radius \bar{a}	0.125, 0.25, 0.5, 0.625, 0.75
Compositional parameter m	0.001, 0.01, 0.1, 0.2, 0.5 1.0, 2.0, 5.0, 10.0

Table 3 Material properties

	ν	E (GPa)	μ (GPa)
Si_3N_4	0.25	320	128
SUJ2	0.3	210	80.8

4・2 せん断応力の解析結果

図3に均質無限円板のせん断応力 σ_{rz} の等応力線図を示す。ここに、横軸は無次元半径 \bar{r} 、縦軸は無次元深さ \bar{z} である。最大応力は接触端よりわずかに内側 $\bar{r} = 0.42$ 、 $\bar{z} = 0.16$ で -0.204 となる。

図4に2層無限円板の最大せん断応力 $\sigma_{rz,max}^{(II)}$ の増加率 $SR_{rz}^{(II)}$ を示す。増加率は無次元接触半径 \bar{a} と板厚比 \bar{h}_1 に依存する。特に $\bar{a} \geq 0.25$ のとき、 \bar{h}_1/\bar{a} が約 0.5 のとき、 $SR_{rz}^{(II)}$ が 11% を超え最大増加率 $SR_{rz,max}^{(II)}$ は 12.4% となる。つまり、接合境界面が均質無限円板の最大せん断応力 $\sigma_{rz,max}^{(I)}$ が発生する位置 (例えば、 $\bar{a} = 0.5$ のとき $\bar{z} = 0.16$) よりわずかに下にあるとき、最大応

力の増加が大きいことがわかる。また、 \bar{h}_1/\bar{a} が 0.2 以下のとき、 $SR_{rz}^{(II)}$ は 1% 未満となっている。特に、 $\bar{a} = 0.75$ 、 $\bar{h}_1 = 0.125$ のとき約 1.3% の応力緩和が見られる。

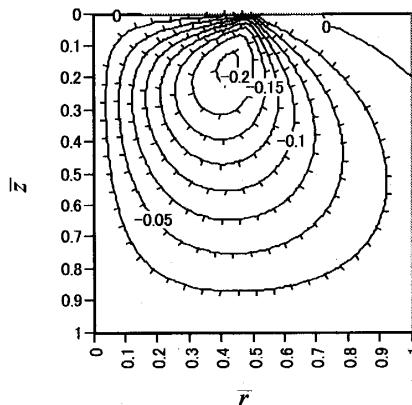


Figure 3 Stress distribution σ_{rz} in the isotropic plate

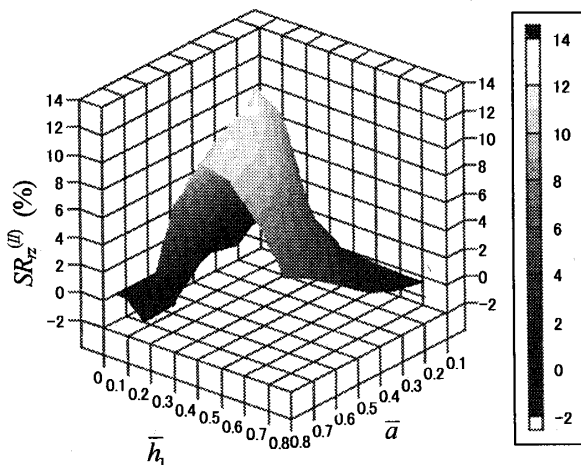


Figure 4 The increase rate of stress σ_{rz} in the two layered plate

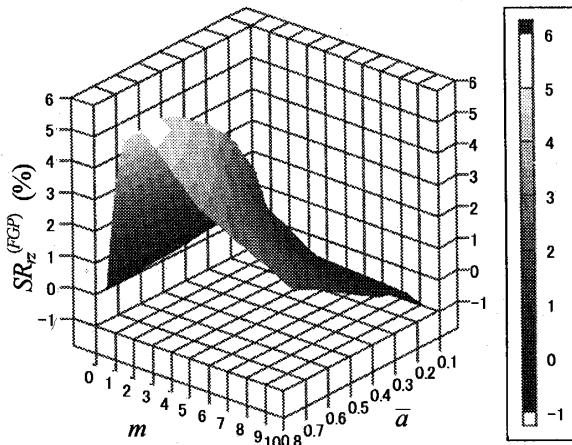


Figure 5 The increase rate of stress σ_{rz} in the FGP

図 5 に傾斜機能無限円板の最大せん断応力 $\sigma_{rz, \max}^{(FGP)}$ の増加率 $SR_{rz}^{(FGP)}$ を示す. $SR_{rz}^{(FGP)}$ は無次元接触半径 \bar{a} と組成分布パラメータ m に依存する. $SR_{rz}^{(FGP)}$ は $m < 1$ で軸受鋼がリッチになるほど抑えられる傾向があり, $m = 0.01, 0.001$ では 1%以下となる. また, $\bar{a} = 0.125$ で $m \leq 0.01, 2 \leq m$ のとき $SR_{rz}^{(FGP)}$ は負となり, 最大で 0.8%の緩和となる. 最大増加率 $SR_{rz, \max}^{(FGP)}$ は 5.4%となり, $SR_{rz, \max}^{(II)}$ より 7%の応力緩和が見られる.

4・3 垂直応力 σ_{rr} の解析結果 図 6 に均質無限円板の垂直応力 σ_{rr} の等応力線図を示す. 最大接触圧 p_0 が負荷される原点で最大圧縮応力が -0.69 となり, 接触端よりわずかに外側の表面で最大引張応力 0.216 を生じている.

図 7 に 2 層無限円板の最大垂直応力 $\sigma_{rr, \max}^{(II)}$ の増加率 $SR_{rr}^{(II)}$ を示す. ここで式(23)の $\sigma_{rr, \max}^{(II)}$ は均質無限円板の原点で発生する最大圧縮応力 $\sigma_{rr, \max}$ とする. $SR_{rr}^{(II)}$ は板厚比 \bar{h}_1 と無次元接触半径 \bar{a} に依存している. \bar{h}_1/\bar{a} が約 0.4 のとき, $SR_{rr}^{(II)}$ は 15%~19%と高くなり, 最大増加率 $SR_{rr, \max}^{(II)}$ は 19.5%となる. また, $\sigma_{rz, \max}^{(II)}$ では \bar{h}_1 を小さくすることで $SR_{rz}^{(II)}$ は 1%未満となったが, $SR_{rr}^{(II)}$ では 6%~12%程度にしか抑えられない.

図 8 は傾斜機能無限円板の最大垂直応力 $\sigma_{rr, \max}^{(FGP)}$ の増加率 $SR_{rr}^{(FGP)}$ を示す. $SR_{rr}^{(FGP)}$ は無次元接触半径 \bar{a} と組成分布パラメータ m に依存する. m が大きくなるにつれて $SR_{rr}^{(FGP)}$ は抑えられる傾向にあるが, 逆に m が小さくなると大きくなる傾向がある. ただし, \bar{a} が 0.5 より大きくなると, ある組成分布パラメータ m でピーク値を取るようになる. 例えば $\bar{a} = 0.5$ のとき $m = 0.1$ で 11%, $\bar{a} = 0.625$ のとき $m = 0.2$ で 10%, $\bar{a} = 0.75$ のとき $m = 0.5$ で 9.1%である. 最大増加率 $SR_{rr, \max}^{(FGP)}$ は 12.3%となり, $SR_{rr, \max}^{(II)}$ より 7.2%の応力緩和が見られる.

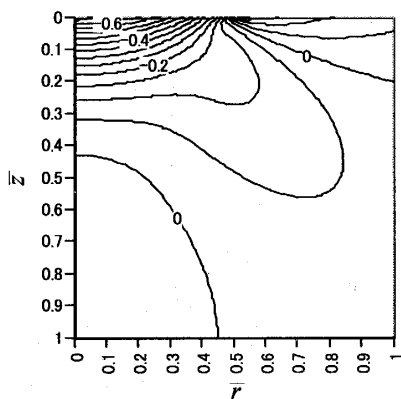


Figure 6 Stress distribution σ_{rr} in the isotropic plate

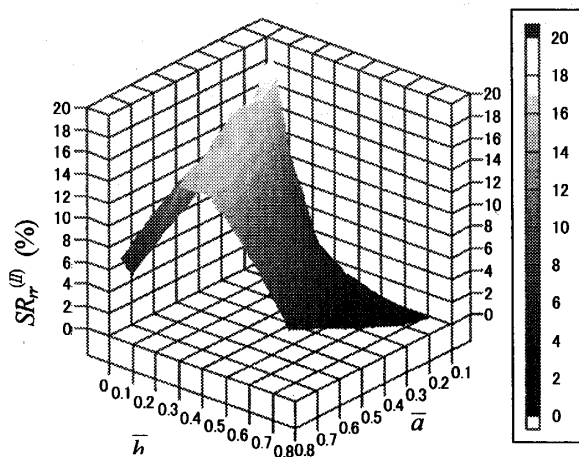


Figure 7 The increase rate of stress σ_{rr} in the isotropic plate

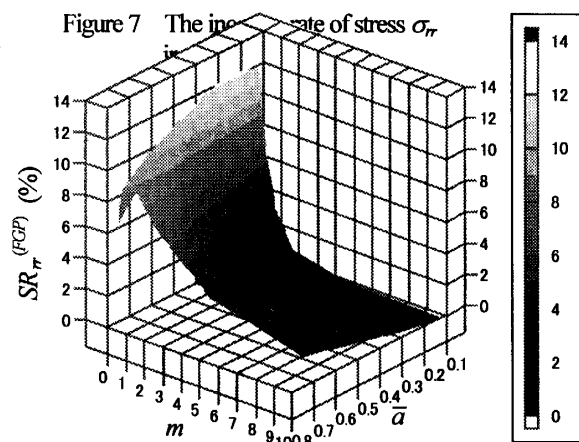


Figure 8 The increase rate of stress σ_{rr} in the FGP

4・4 相当応力 σ_e の解析結果 図 9 に均質無限円板の相当応力 σ_e の等応力線図を示す. 円板内部の $\bar{r} = 0, \bar{z} = 0.24$ で最大相当応力が 0.699 をとる.

図 10 に 2 層無限円板の最大相当応力 $\sigma_{e, \max}^{(II)}$ の増加率 $SR_e^{(II)}$ を示す. $SR_e^{(II)}$ は無次元接触半径 \bar{a} と板厚比 \bar{h}_1 に依存する. 特に $\bar{a} \geq 0.25$ で \bar{h}_1/\bar{a} が約 0.5 のとき, $SR_e^{(II)}$ は 11%を超え最大増加率 $SR_{e, \max}^{(II)}$ は 15.5%となる. つまり, 接合境界面が均質無限円板の最大相当応力 $\sigma_{e, \max}$ が発生する位置 (例えば, $\bar{a} = 0.5$ のとき $\bar{z} = 0.24$) にあるとき, 応力の増加が大きいことがわかる. また, \bar{h}_1/\bar{a} が約 0.1 であるとき約 3%の緩和が見られる. 図 11 に傾斜機能無限円板の最大垂直応力 $\sigma_{e, \max}$ の増加率 $SR_e^{(FGP)}$ を示す. m と \bar{a} のほぼすべての領域で応力緩和が見られ, $m \leq 1$ では軸受鋼(SUJ2)がリッチになるほど緩和される. 特に, $m \leq 0.1$ では 2.3%~3.2%の緩和が見られる. 最大増加率 $SR_{e, \max}^{(FGP)}$ は 0.7%となり, $SR_{e, \max}^{(II)}$ より 14.8%の応力緩和が見られる.

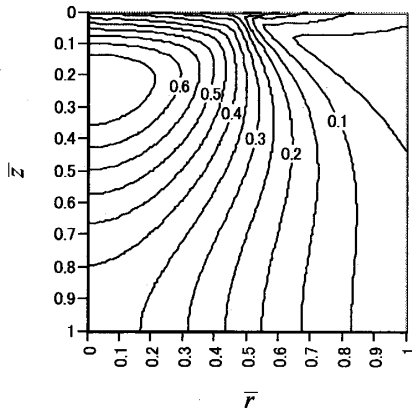


Figure 9 Stress distribution σ_{rr} in the isotropic plate

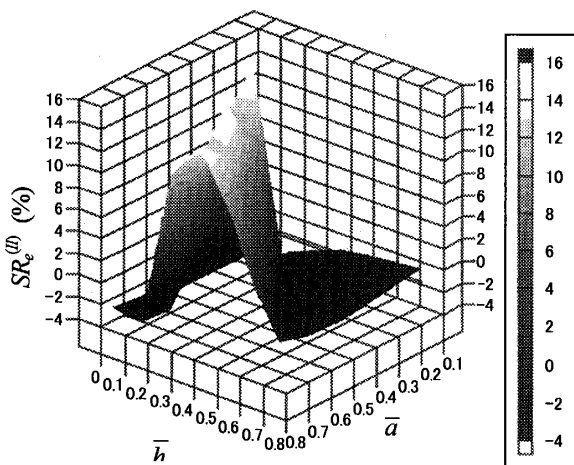


Figure 10 The increase rate of stress σ_e in the two layered plate

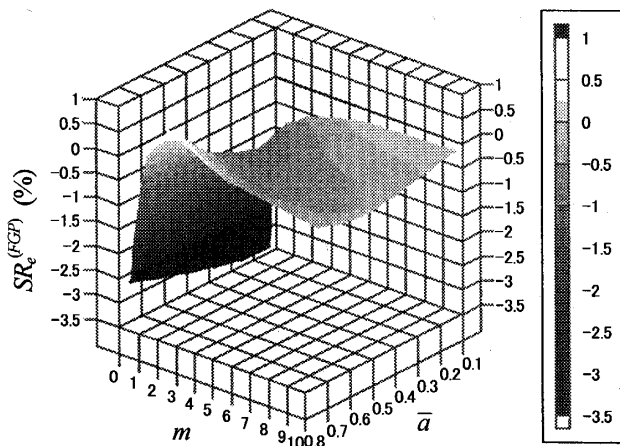


Figure 11 The increase rate of stress σ_e in the FGP

5. 結 言

摩擦の無い表面にヘルツ荷重を受ける多層積層とした傾斜機能無限円板および1, 2層無限円板のせん断応力 σ_{rz} , 垂直応力 σ_{rr} , 相当応力 σ_e を解析し, 特に2

層無限円板と傾斜機能無限円板では接触半径や板厚比, 組成分布パラメータが応力に及ぼす影響を数値的に検討し, 次の結論を得た.

(1) 2層無限円板においてせん断応力 σ_{rz} , 垂直応力 σ_{rr} , 相当応力 σ_e の最大応力の増加率は無次元接触半径 \bar{a} と板厚比 \bar{h}_1 に依存する. 特に, 最大せん断応力 $\sigma_{rz,max}$ では無次元接触半径 \bar{a} に対して板厚比 \bar{h}_1 が約0.5のとき, 最大垂直応力 $\sigma_{rr,max}$ (圧縮)では \bar{a} に対して \bar{h}_1 が約0.4のとき, 最大相当応力 $\sigma_{e,max}$ では \bar{a} に対して \bar{h}_1 が約0.5のとき, 増加率は大きくなる.

(2) 傾斜機能無限円板のせん断応力 σ_{rz} , 垂直応力 σ_{rr} , 相当応力 σ_e の最大応力の増加率は無次元接触半径 \bar{a} と組成分布パラメータ m に依存する. 最大せん断応力 $\sigma_{rz,max}$ の増加率は軸受鋼(SUJ2)がリッチになるほど抑えられ, 最大垂直応力 σ_{rr} (圧縮)の増加率は軸受鋼(SUJ2)がリッチになるほど抑えられ, 最大相当応力 σ_e の増加率は $m \leq 1$ では軸受鋼(SUJ2)がリッチになるほど緩和される.

(3) 傾斜機能無限円板のせん断応力 σ_{rz} , 垂直応力 σ_{rr} , 相当応力 σ_e の最大応力の最大増加率は2層無限円板のそれぞれの最大増加率より緩和される.

文 献

- (1) Noda, N. and Tsuji, T., *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers (Trans. of the JSME), Ser. A*, 57 - 533, (1991), pp.98 - 103.
- (2) Noda, N. and Tsuji, T., *Trans. of the JSME, Ser. A*, 57 - 535, (1991), pp.625 - 631.
- (3) Obata, Y. and Noda, N., *Trans. of the JSME, Ser. A*, 59 - 560, (1993), pp.1090 - 1096.
- (4) Sugano, Y., et al., *Trans. of the JSME, Ser. A*, 59 - 567, (1993), pp.2666 - 2673.
- (5) Sugano, Y., et al., *Trans. of the JSME, Ser. A*, 62 - 595, (1996), pp.728 - 736.
- (6) Obata, Y. and Noda, N., *Trans. of the JSME, Ser. A*, 45 - 560, (1996), pp.135 - 144.
- (7) Goshima, T. and Ishihara, T., *Trans. of the JSME, Ser. A*, 63 - 607, (1997), pp.471 - 477.
- (8) Goshima, T., et al., *J. Thermal Stresses*, 13 - 3, (1990), pp.237 - 261.
- (9) Goshima, T., et al., *Proc. APCFS*, (1993), pp.487 - 492.
- (10) Goshima, T. and Keer, L. M., *Trans. of the JSME, Ser. A*, 56 - 532, (1990), pp.2567 - 2572.
- (11) Wakashima, K. and Tsukamoto, H., *Proc. 4th FGM Sympo*, (1991), pp.11 - 17.