〔**原著論文**〕

最適速度交通流モデルにおける矩形波の伝播挙動

*静岡大学　工学部　　長　井　亮　一†
*静岡大学　大学院　　尾之内　恒　俊
*静岡大学　工学部　　長　谷　　隆

１車線交通流における矩形波形状の渋滞から発生する非線形波動の数値解析を行った．交通流における矩形波はその形状を変えながら伝播する．伝播する矩形波は３つの異なる特徴を持つ非線形波動となり，それらは矩形波の振幅と車両感度の位相空間において３つの領域に分類される．そのうち２つは波の中にプラトーを伴う．プラトーにおける車間距離を中立安定曲線および相分離線と比較することにより，プラトーの形成が動的な渋滞転移によるものであることを明らかにする．２つの異なるプラトーを伴う波の遷移境界は，相分離線と一致することを示す．

Propagation of Rectangular Wave in Optimal Velocity Model for Traffic Flow

Ryoichi NAGAI, Faculty of Engineering, Shizuoka University
Tsunetoshi ONOUCHI, Faculty of Engineering, Shizuoka University
Takashi NAGATANI, Faculty of Engineering, Shizuoka University

(Received 1 January, 2005; in revised form 8 April, 2005)

We study the transformation of a traveling jam with the pulse form in the single-lane traffic flow by using the optimal velocity model. The jam propagates with changing the initial form. It is shown that the pulse jam at the initial stage changes to the three types of nonlinear waves, appearing respectively in the three distinct regions in ($\Delta x_{1,0}$, a)-space where $\Delta x_{1,0}$ is the half of pulse strength at the initial stage and a is the sensitivity. Two waves of them form the plateaus. The value of the headway at the plateau is compared with the neutral stability and coexisting points. It is shown that the formation of plateaus is due to the phase separation in the dynamical jamming transition. It is found that the transition line between two waves forming plateaus is consistent with the coexisting line in the jamming transition.

(**KEY WORDS**): traffic flow, optimal velocity model, nonlinear waves, phase transition

1　緒言

20 世紀のはじめに始まったモータリゼーションは, 人々の生活をより便利なものへと変えたが, 同時に交通事故や渋滞などの問題が顕著になってきた．中でも交通渋滞は日常生活や経済に大きな損失をもたらし，近年では大気汚染や地球温暖化など環境への影響もクーロズアップされている．自動車交通流の交通量（流量）増加や安定化は社会にとって大きな課題である．

自動車交通流については，物理学の１分野としての流体力学の立場から，これまで多くの研究が行われてきた [1-5]. 交通流は互いに干渉する車の多

*〒432-8561　静岡県浜松市城北 3-5-1
† E-mail: trnagai@ipc.shizuoka.ac.jp

体問題であり，中でも交通渋滞の発生は典型的な動的相転移現象である．これらの研究は微視的ならびに巨視的な立場から行われており，代表的なものとして追従モデル（最適速度モデル），セルオートマトンモデル，流体力学モデル等が挙げられる．

交通流は，交通渋滞という動的相転移現象を伴う流れである．**図 1** に横軸を車の平均車間距離，車両感度を縦軸とした相図を示す．

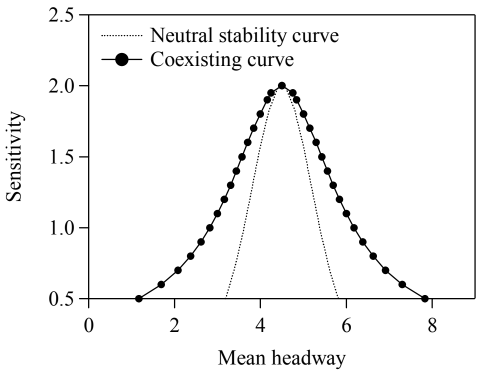


図 1　中立安定曲線と相分離線

点線は線形安定解析によって得られる中立安定曲線，黒丸を結ぶ実線は渋滞波の振幅から得られる相分離線である．相分離線の外側では交通流は一定の車間距離を持つ安定領域であり，中立安定曲線の内側は車間距離が２つの相に分かれる不安定領域である．相分離線と中立安定曲線の間は準安定領域であり, 少しの擾乱で渋滞転移が起こり，車間距離は感度から得られる相分離線の値に相当する車間距離となる２つの相に分かれ，２つの相の境界は一定の構造を持つ渋滞波となる．これをキンク渋滞解と呼ぶ. 平均車間距離を流体の体積，車両感度を温度と考え，車間距離が十分離れている自由流状態を気相，車間距離が短い渋滞状態を液相，渋滞波が発生している状態を気液２相流，そして中立安定曲線と相分離線の頂点を臨界温度とすると，交通流の相転移と気体，液体の相転移との相似性を見ることができる．

一方，工学的な立場からの要請として，交通流の流量の増加や安定化が必要である．これらを達成するための手段の１つとして，個々の自動車の制御による隊列走行などが挙げられ，いくつかの研究成果[6,7]がある．

最適速度交通流モデルにおける非線形波動の研究はいくつか行われている[8-10]．安定領域については Wood らの研究により様々な形状の波動が得られているが，不安定領域ではどのような波動が得られるのかについては，その発生メカニズムを含めて詳細な解析結果は得られていない．本論文においては，最適速度モデルにおける非線形波動と渋滞転移との関係に対する基礎的な知見を得るため，矩形波の形状を持つ交通渋滞を考え，矩形波から発生する波の挙動を捉え，矩形波の変形と渋滞転移によるキンク渋滞解によって分かれる２つの車間距離との関係を調べることを目的としている．初期条件を矩形波とすることにより，信号や車線変更，交差点，合流部などで発生しがちな渋滞状態を近似でき，また圧縮と膨張の２つの現象を同時に捉えることが可能となる．さらに周期境界条件を用いることにより時間が十分経ったとき交通状態がどのように推移するかについて調べることができる．まず，矩形波形状の渋滞を初期条件として与え，異なる車間距離の境界から発生する圧縮波，膨張波の伝播の様子とその構造について調べ，渋滞波として知られるキンク解との関係について研究する．次に，矩形波から発生する圧縮波，膨張波が交通流全体に伝播して十分時間がたった後，交通流がどのように変化するかについても検討する．最後に圧縮波，膨張波の伝播速度について調べる．

2　最適速度モデル

ここでは，本論文で用いる最適速度モデル[11]について説明する．最適速度モデルとは，道路上を走行する車列について，車間距離を参照して１台１台の車の加速度が決められる運動方程式で記述されるモデルである．最適速度モデルは車 i について以下のように表される．

$$\frac{d^2 x_i}{dt^2} = a\left\{V(\Delta x_i) - \frac{dx_i}{dt}\right\} \tag{1}$$

ここで，$V(\Delta x_i)$は最適速度，$x_i(t)$は時間 t における車 i の位置，$\Delta x_i(t)(=x_{i+1}(t)- x_i(t))$は時間 t における車

i の車間距離，a は感度である．式(1)は車の運転者が前方の車との車間距離 $\Delta x_i(t)$ によって決定される最適速度 $V(\Delta x_i)$ に適用しようとするモデルを表す．このとき感度 a は交通状態が変化したときに車が最適速度 $V(\Delta x_i)$ に達するまでの遅れ時間 τ の逆数である．一般に最適速度は，車間距離 Δx_i が単調増加で，無限に大きくなったとき最大速度に達する様な関数である必要がある．本論文では以下のような最適速度関数を用いる．

$$V(\Delta x_i) = \frac{v_{\max}}{2}\left[\tanh(\Delta x_i - x_c) + \tanh(x_c)\right] \tag{2}$$

このとき $v_{\max}$ は車の最大速度であり，x_c は安全距離である．式（2）の最適速度関数を**図 2** に表す．

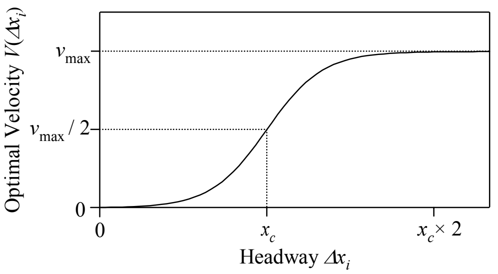


図 2　最適速度関数

3　数値シミュレーション方法

ここでは，数値シミュレーション手法について説明する．初期条件は以下のように設定する．N 台の車で構成される車間距離の異なる２つの車列を考え，それぞれの車間距離を $\Delta x_{1,0}$，$\Delta x_{2,0}$ と定義する．このとき $\Delta x_{1,0}$，$\Delta x_{2,0}$ は安全距離 x_c を中点とするように選択する．車列の速度はそれぞれの車間距離に対応した最適速度関数 $V(\Delta x_{1,0})$，$V(\Delta x_{2,0})$ とする．長さ $L=N\times(\Delta x_{1,0}+\Delta x_{2,0})$ の１車線の道路上において車間距離 $\Delta x_{1,0}$ の車列の直後に $\Delta x_{2,0}$ の車列の先端を置き，道路の両端を周期境界条件とすることにより，$\Delta x_{2,0}$ の車列の直後に $\Delta x_{1,0}$ の車列を交互に並べる．このとき初期条件は**図 3** のような矩形波となる．**図 3** のような初期条件で並べられた各車について，式(2)の最適速度関数を用いて式(1)を 4 次の Runge･Kutta 法によりシミュレーションを行う．

シミュレーションに使用するパラメータ値を以下のように設定する．最適速度関数式(2)に用いる安全距離は x_c=4.5，最大速度は $v_{\max}$=2.0 として初期車間距離 $\Delta x_{1,0}$ と感度を変化させる．車の台数 N は 500 から 1000 台程度であり，異なる車間距離の車の台数は同じであるとする．また時間刻みは Δt=1/128 とする．また本研究では不安定領域での非線型波動について検討するため，感度と初期車間距離は**図 1** における臨界点周辺の a = 0.5〜3.0, $\Delta x_{1,0}$ = 1.0〜4.5 とする．

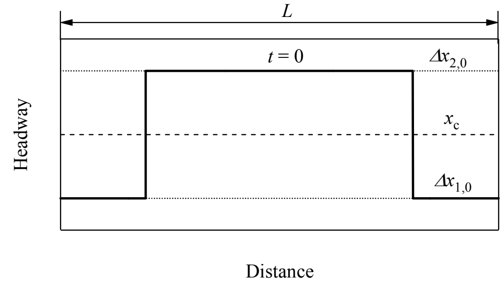


図 3　初期条件

4　結果と考察

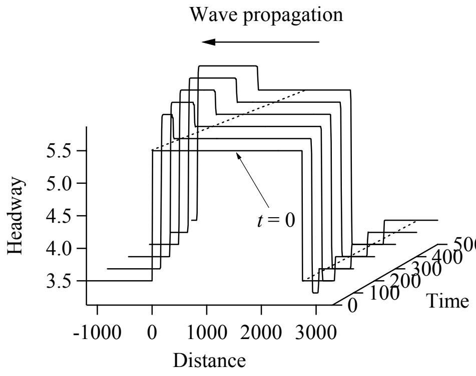
まず矩形波状の初期条件における車間距離ジャンプから発生する非定常波動現象について説明する．感度 a と初期車間距離 $\Delta x_{1,0}$($\Delta x_{2,0}$)を変化させた場合，前方と後方に同じ形状を持った３種類の異なる非線形波動が現れる．**図 4** と**図 5** に初期条件における車間距離の不連続面から発生する典型的な３つの形状について示す．(a)は感度 a=1.0，初期車間距離 $\Delta x_{1,0}$=3.5($\Delta x_{2,0}$=5.5)の場合，(b)は感度 a=1.0，初期車間距離 $\Delta x_{1,0}$=1.0($\Delta x_{2,0}$=8.0)の場合，(c)は感度 a=3.0，初期車間距離 $\Delta x_{1,0}$=3.5($\Delta x_{2,0}$=5.5)の場合である．**図 4** は，初期条件から t=500 までの間において波が伝播する様子を，位置に対する車間距離分布を用い奥行きを時間として時間 100 刻みに３次元で表したものである．また破線は $\Delta x_{1,0}$ と $\Delta x_{2,0}$ の境界の車両の軌跡を表している．**図 5** は，t=400 における位置に対する車間距離分布を示しており, (a),(b)においては, キンク解の $\Delta x_{co,1}$=2.82, $\Delta x_{co,2}$=6.18 を点線で示す．波面に重なる水平な矢印は各波の伝播方向を表す．

図 4(a)-(c)より，初期条件から計算を進めてゆく

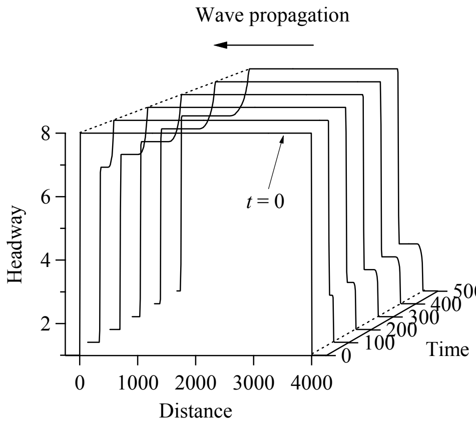
と波が車の進行方向と逆方向に伝播することがわかる．ここでは，車の進行方向を基準として，前方を**図 4** の右側の圧縮波，後方を**図 4** の左側の膨張波と定義する．

図 5(a)では，車間距離が大きくなる場合（後方の膨張波）は$\Delta x_{1,0}$から急激に車間距離が上がり一定値$\Delta x_{2,p}$を取る．本研究ではこの一定に持続する平面をプラトーと呼ぶ．このときの$\Delta x_{2,p}$は$\Delta x_{2,0}$より大きく$\Delta x_{co,2}$に近づく．$\Delta x_{2,p}$をしばらく維持した後，再び急激に車間距離が下がり，$\Delta x_{2,0}$となる．交通流の場合、膨張波においても衝撃波（不連続面）を形成する．矩形波前面の車間距離が小さくなる圧縮波の所では，$\Delta x_{2,0}$から急激に車間距離が下がり，$\Delta x_{1,0}$より小さく$\Delta x_{co,1}$に近い一定値$\Delta x_{1,p}$を取る．$\Delta x_{1,p}$をしばらく維持した後，再び急激に車間距離が上がり，$\Delta x_{1,0}$となる．波の前面と後面では，衝撃波―成長するプラトー―２次衝撃波で構成される波である．一方，**図 5**(b)では，矩形波前面の膨張波の場合は$\Delta x_{1,0}$から急激に車間距離が上がり，$\Delta x_{2,0}$より低く$\Delta x_{co,2}$に近い一定値$\Delta x_{2,p}$を取る．$\Delta x_{2,p}$をしばらく維持した後，ゆるやかに車間距離が上がり，$\Delta x_{2,0}$となる．矩形波後面の圧縮波の場合は$\Delta x_{2,0}$から急激に車間距離が下がり，$\Delta x_{1,0}$より大きく$\Delta x_{co,1}$に近い一定値$\Delta x_{1,p}$を取る．$\Delta x_{1,p}$をしばらく維持した後，緩やかに車間距離が下がり，$\Delta x_{1,0}$となる．波の前面と後面では，衝撃波―成長するプラトー―分散テールで構成される波である．**図 5**(c)では，矩形波後面の膨張波の場合は$\Delta x_{1,0}$から急激に車間距離が上がるが，途中から緩やかに車間距離が上がり，一定値$\Delta x_{2,0}$となる．矩形波前面の圧縮波の場合は$\Delta x_{2,0}$から急激に車間距離が下がるが，途中から緩やかに車間距離が下がり，$\Delta x_{1,0}$となる．波の前面と後面では，衝撃波―分散テールで構成される波である．

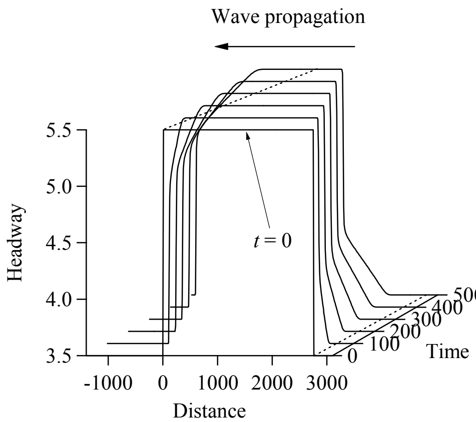
次に，前述した非線形波動のうち，プラトーが発生した２つの場合について，渋滞転移の熱力学ポテンシャルを用いて非線形波動の構造を明らかにする．また，それらと最適速度関数およびキンク解との関係について調べる．**図 6** に a=1.0, $\Delta x_{1,0}$=3.5 における熱力学ポテンシャル$\phi(\Delta x_i)$を示す．式（１）から時間依存のギンツブルグ・ランダウ方程式が導出され，このときの熱力学ポテンシャルが得られる．熱力学ポテンシャルは次式のように車間距離の４次関数として表される[1)].



(a) a=1.0,　$\Delta x_{1,0}$=3.5($\Delta x_{2,0}$=5.5)

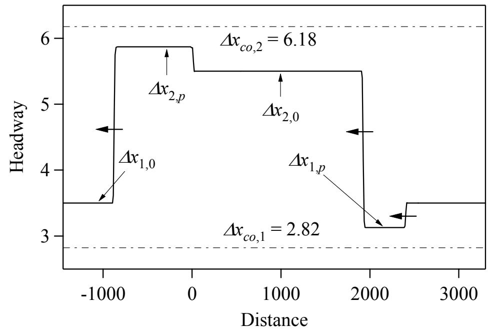


(b) a=1.0,　$\Delta x_{1,0}$=1.0 ($\Delta x_{2,0}$= 8.0)

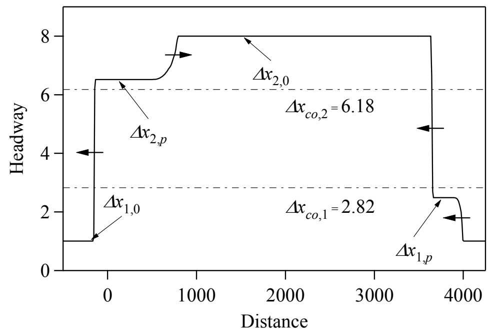


(c) a=3.0,　$\Delta x_{1,0}$=3.5($\Delta x_{2,0}$=5.5)

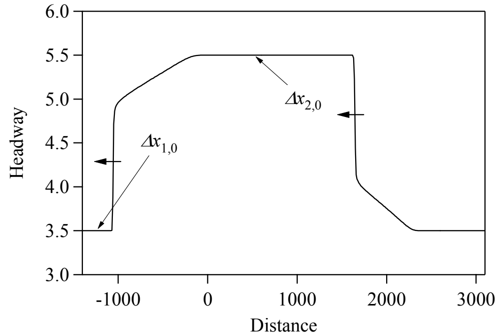
図 4　交通流における波の伝播（破線は$\Delta x_{1,0}$と$\Delta x_{2,0}$の境界での車両の軌跡を表す）



(a) a=1.0, $\Delta x_{1,0}$=3.5($\Delta x_{2,0}$=5.5)



(b) a=1.0, $\Delta x_{1,0}$=1.0 ($\Delta x_{2,0}$= 8.0)



(c) a=3.0, $\Delta x_{1,0}$=3.5($\Delta x_{2,0}$=5.5)

図 5　t=400 における車間距離分布（矢印は波の進行方向を表す）

$$\begin{aligned}\phi(\Delta x_i) \;=\; & -V'(x_c)\left(\frac{V'(x_c)}{a}-\frac{1}{2}\right)(\Delta x_i - x_c)^2 \\ & +\frac{\left|V'''(x_c)\right|}{24}(\Delta x_i - x_c)^4\end{aligned} \tag{3}$$

図 6 において, 白丸は初期条件, ×印はプラトー, 黒丸はキンク解における車間距離の$\phi(\Delta x_i)$を表す. これを見るとキンク解における車間距離がポテンシャルの最小値であり，プラトーにおける車間距離$\Delta x_{1,p}$($\Delta x_{2,p}$)は初期条件からポテンシャルの低いキンク解の方に近づいていることがわかる．**図 4**(b)の場合についても同様に外側からキンク解に近づく．このようにプラトーの形成は相分離現象に対応する渋滞転移として捉えることができる．矩形波の変化は相転移を伴う２相流と類似している．また交通流の非線形波動は相分離を伴う１次元圧縮性流れとして捉えることができる.

図 7 に圧縮波，膨張波の構造を，横軸を車間距離Δx_i，縦軸を車の速度 v_i として最適速度関数$V(\Delta x_i)$とともに示す. このとき感度は a=1.0 であり, (a)は初期車間距離$\Delta x_{1,0}$=3.5 ($\Delta x_{2,0}$= 5.5)の場合，(b)は初期車間距離$\Delta x_{1,0}$=1.0 ($\Delta x_{2,0}$= 8.0)の場合である. 太線は膨張波，細線は圧縮波，点線が最適速度関数であり，白丸が初期条件$\Delta x_{1,0}$，$\Delta x_{2,0}$，黒丸がキンク解$\Delta x_{co,1}$, $\Delta x_{co,2}$ である. (a)の膨張波において, $\Delta x_{1,0}$ から$\Delta x_{2,p}$ への急激な波の軌跡は最適速度関数から離れ, $\Delta x_{2,p}$ は$\Delta x_{2,0}$ を超えて$\Delta x_{co,2}$ へ近づいて最適速度関数上に乗る様子がわかる．$\Delta x_{2,p}$ から$\Delta x_{2,0}$ への急な波の軌跡は最適速度関数からわずかにずれて$\Delta x_{2,0}$ に達する. 圧縮波においても同様に, $\Delta x_{2,0}$ から$\Delta x_{1,p}$ への急峻な波の軌跡は最適速度関数から離れ, $\Delta x_{1,p}$ は$\Delta x_{1,0}$ を超えて$\Delta x_{co,1}$ へ近づいて最適速度関数上に乗る．$\Delta x_{1,p}$ から$\Delta x_{1,0}$ への急峻な波の軌跡は最適速度関数からわずかにずれて$\Delta x_{1,0}$ に達する．一方，(b)については，膨張波において$\Delta x_{1,0}$ から$\Delta x_{2,p}$ への急峻な波の軌跡は最適速度関数から離れ，$\Delta x_{2,p}$ は$\Delta x_{2,0}$ に達せず，$\Delta x_{co,2}$ の近くで最適速度関数上に乗る様子がわかる．$\Delta x_{2,p}$ から$\Delta x_{2,0}$ へのゆるやかな波の軌跡は最適速度関数にそって$\Delta x_{2,0}$ に達する．圧縮波においても同様に，$\Delta x_{2,0}$ から$\Delta x_{1,p}$ への急峻な波の軌跡は最適速度関数から離れ，$\Delta x_{1,p}$ は$\Delta x_{1,0}$ に達せず, $\Delta x_{co,1}$ の近くで最適速度関数上に乗る．$\Delta x_{1,p}$ から$\Delta x_{1,0}$ へのゆるやかな波の軌跡は最適速度関数にそって$\Delta x_{1,0}$ に達する．これらの

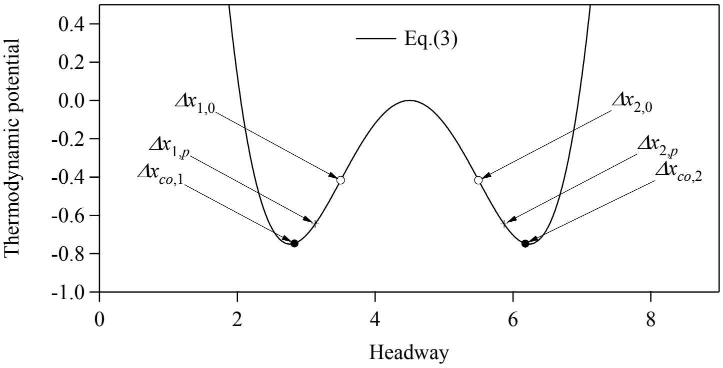
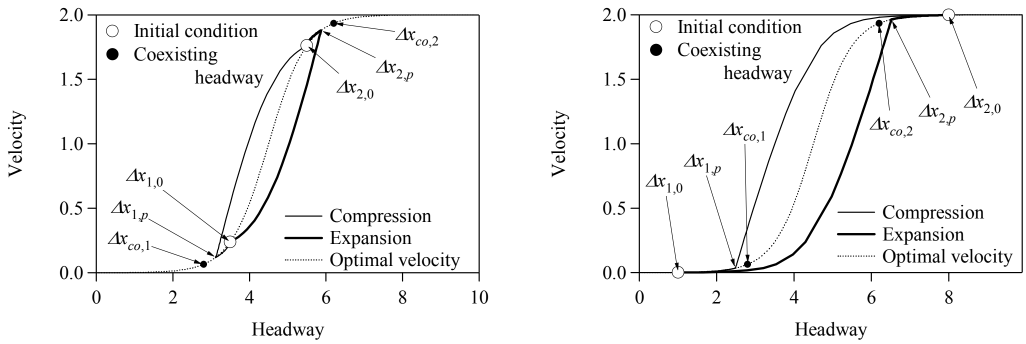


図6　最適速度モデルにおける熱力学ポテンシャル



(a) a=1.0,　$\Delta x_{1,0}$=3.5($\Delta x_{2,0}$=5.5)　(b) a=1.0,　$\Delta x_{1,0}$=1.0($\Delta x_{2,0}$=8.0)

図7　圧縮波，膨張波の構造と最適速度関数の比較

ことから，膨張波と圧縮波において現れる$\Delta x_{1,p}$, $\Delta x_{2,p}$は最適速度関数上にあり，衝撃波の構造は最適速度関数から離れ，緩やかな変化の構造は最適速度関数に沿うことがわかる．

ここでは非線形波動に現れるプラトー$\Delta x_{1,p}$, $\Delta x_{2,p}$と中立安定曲線および相分離線との関係について検討する．**図 8** に初期車間距離$\Delta x_{1,0}$=3.5 ($\Delta x_{2,0}$=5.5) の場合と初期車間距離 $\Delta x_{1,0}$=1.0 ($\Delta x_{2,0}$=8.0)の場合の$\Delta x_{1,p}$と$\Delta x_{2,p}$の分布を，横軸を車間距離，縦軸を感度として表す．比較のために中立安定曲線および相分離線を示す．$\Delta x_{1,p}$と$\Delta x_{2,p}$は中立安定曲線および相分離線とは一致しないものの，その付近に分布している．これらのことから$\Delta x_{1,p}$と$\Delta x_{2,p}$は，波の後方における値$\Delta x_{1,0}$，$\Delta x_{2,0}$に近づくような値をとることがわかる．

図 9 に横軸を$\Delta x_{1,0}$，縦軸を感度 a とした場合の領域図を示す. A の領域には(a), B の領域には(b), C の領域には(c)の特徴を持つ波が現れる．A と B の領域の境界は，キンク解である相分離線と一致しており, この境界上で$\Delta x_{2,p}$は$\Delta x_{2,0}$と, $\Delta x_{1,p}$は$\Delta x_{1,0}$とそれぞれ一致する．また，B と C との領域の境界は，流れが車間距離によらず安定する a=2.0 より上に分布している様子がわかる．

ここでは２つの初期車間距離を持つ車の台数の比を変化させ，十分時間が経過したときの交通状態について検討する．**図 10**(a)は，感度=1.0，初期車間距離$\Delta x_{1,0}$=2.0($\Delta x_{2,0}$=7.0)の場合である．t=10000 程度までシミュレーションを行うと，車間距離が$\Delta x_{co,1}$=2.82，$\Delta x_{co,2}$=6.18 の２つに分かれ，キンク解となる．一方，(b)は感度 a，初期車間距離$\Delta x_{1,0}$, $\Delta x_{2,0}$は(a)の場合と同様であるが，各車間距離の車の台数比を変えて，車の平均車間距離をΔx_{mean}=2.5

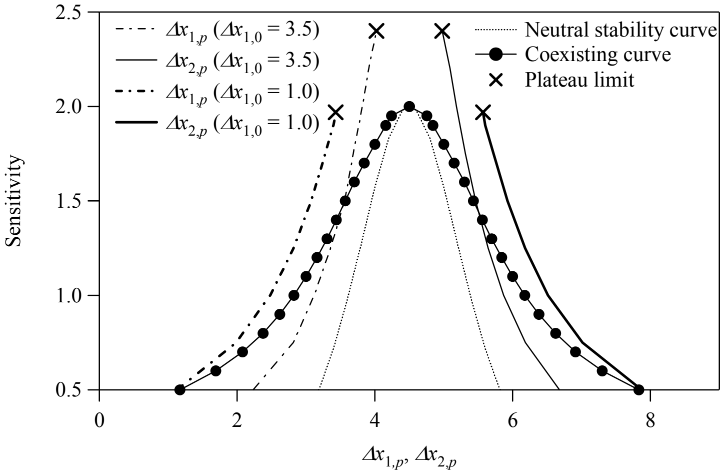


図8　非線形波動におけるプラトーと中立安定曲線および相分離線との関係

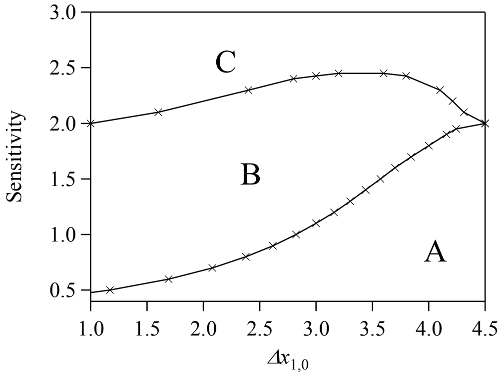
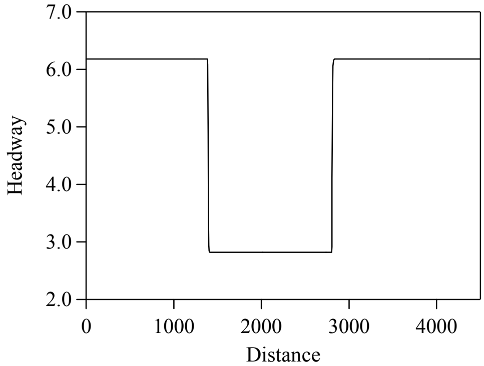
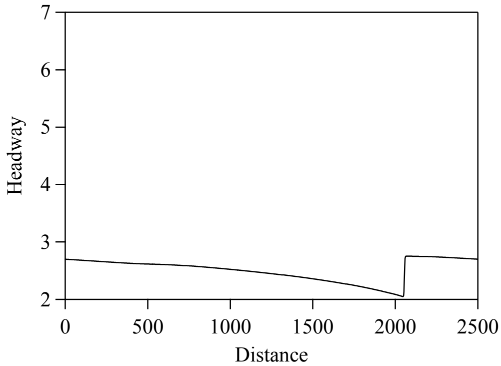


図 9　圧縮波，膨張波の構造の領域図



(a) a=1.0, $\Delta x_{1,0}$=2.0($\Delta x_{2,0}$=7.0), Δx_{mean}=4.5

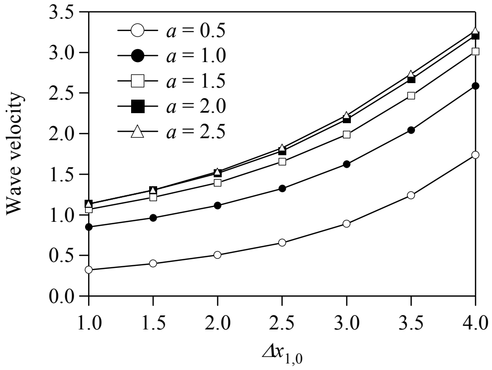


(b) a=1.0, $\Delta x_{1,0}$=2.0($\Delta x_{2,0}$=7.0), Δx_{mean}=2.5

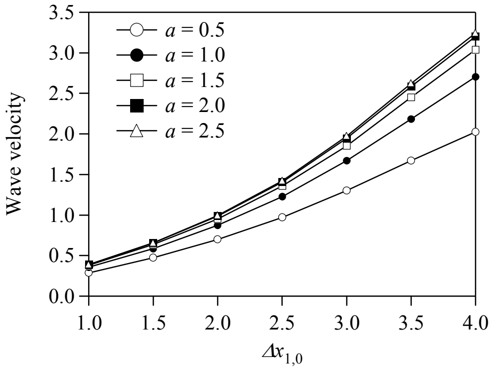
図 10　t=10000 における車間距離分布

とした場合の t=10000 における車間距離分布である．これを見ると三角波を形成している様子がわかる．さらに計算を進めると，三角波は減衰し，車間距離は一定値となる．矩形波を初期条件とした場合，感度 a と車の平均車間距離Δx_{mean}の図についてプロットしたとき，**図 4**(a)-(c)で現れた初期の波の形状にかかわらず，相分離線を境として感度の高い領域で三角波となり，感度の低い領域で車間距離が**図 6** の熱力学ポテンシャルの底である $\Delta x_{co,1}$=2.82, $\Delta x_{co,2}$=6.18 に分かれてキンク解となる．

最後に圧縮波, 膨張波の伝播速度について示す．**図 11**，**12** は衝撃波の伝播速度である．**図 11** は横軸を$\Delta x_{1,0}$，**図 12** は横軸を感度としている．また，(a)と(b)はそれぞれ圧縮と膨張に関するものである．これらにより，矩形波から発生する２つの衝

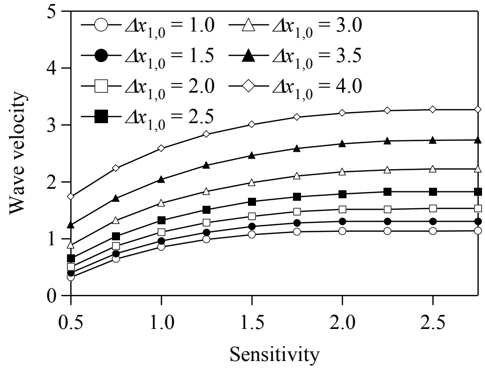


(a)　圧縮波

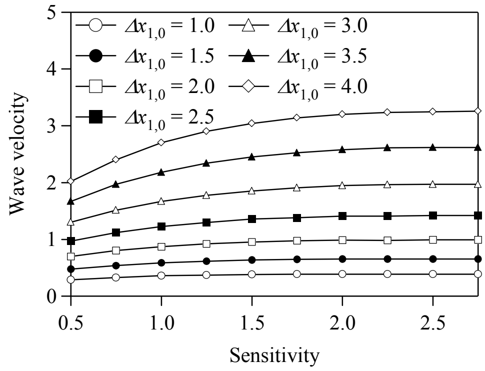


(b)　膨張波

図 11　車間距離に対する波の伝播速度



(a)　圧縮波



(b)　膨張波

図 12　感度に対する波の伝播速度

撃波の伝播速度は異なることがわかる．**図 11** を見ると，車間距離の差が狭まるに従い波の伝搬速度がより急激に速くなっている様子がわかる．一方，**図 12** を見ると感度が大きくなるに従い波の伝搬速度がより速くるが，その変化はより緩やかとなることがわかる．

5　結言

最適速度モデルを用いて，１車線交通流において矩形波から発生する非線形波動現象について数値解析を行い，以下の結論を得た．伝播する矩形波の形状の時間発展と，渋滞波であるキンク解を表す相分離線との関係を調べた．交通流において矩形波はその形状を変えながら車の進行方向と逆方向に伝播する．伝播する波の形状は感度と初期車間距離に依存し，相分離線の内側で(A) 衝撃波―成長するプラトー―２次衝撃波，相分離線の外側の臨界感度より低い領域で(B) 衝撃波―成長するプラトー―分散テール，臨界感度より高い領域で(C) 衝撃波―分散テールの３つの異なる特徴を持つ非線形波動となることを明らかにした．それらは矩形波の初期条件と感度の位相空間において３つの領域に分類されることを示した．そのうち２つのプラトーにおける車間距離を，中立安定曲線および相分離線と比較することにより，プラトーの形成が動的な渋滞転移によるものであることを明らかにした．２つの異なるプラトーを伴う波の遷移境界は, 相分離線と一致することを示した．これらの結果により，交通流における非線形波動の構造と伝播は，動的相転移現象に関連付けられることを明らかにした．

引 用 文 献

1) Nagatani, T.: The physics of traffic jam, Rep. Prog. Phys. 65 (2002) 1331-1386.
2) Helbing, D.: Traffic and related self-driven many-particle systems, Rev. Mod. Phys. 73 (2001) 1067-1141.
3) Kerner, B. S.: *The Physics of Tarffic* (Springer 2004).
4) Helbing, D., Herrmann, H. J., Schreckenberg, M., Wolf, D. E. (Eds.) *Traffic and Granular Flow '99*, Springer, Heidelberg, 2000.
5) Chowdhury, D., Santen, L., Schadschneider, A.: Statistical physics of vehicular traffic and some related systems, Phys. Rep. 329 (2000) 199-329.
6) 村松将邦，長谷隆 : 交通流の安定化と非線形波動に関する研究, 日本機械学会論文集（B 編），第 66 巻，651 号，(2000) 2884-2890.
7) 倉田省吾，村松将邦，長谷隆 : 隊列走行による交通流の安定化と促進，日本機械学会論文集（B 編），第 67 巻，660 号，(2001) 2019-2026.
8) Berg, P. & Woods, A.: Traveling waves in an optimal velocity model of freeway traffic, Phys. Review E, 63 (2001) 036107.
9) Sasoh, A. & Ohara, T.: Shock wave relation containing lane change source term for two-lane traffic flow, J. Phys. Soc. Japan, 71 (2002) 2339-2347.
10) 佐宗章弘：交通流における圧縮性流体力学，ながれ，第 22 巻 (2003) 117-122.
11) Bando, M., Hasebe, K., Nakayama, A., Shibata, A., Sugiyama, Y.: Dynamic model of traffic congestion and numerical simulation, Phys. Rev. E51 (1995) 1035-1042.
12) Yukawa, S. & Kikuchi, M.: Coupled-map modeling of one-dimensional traffic flow, J. Phys. Soc. Japan, 64 (1994) 35-38.
13) Sasoh, A., Nonlinear stability of optimal velocity traffic flow model to unsteady disturbance, J. Phys. Soc. Japan, 70 (2001) 3161-3166.
14) 杉山雄規：交通流の物理，ながれ，第 22 巻 (2003) 95-108.