Stability of Delay Differential Equations with Applications in Population Dynamics

氏名・(本籍)	馬　　　万　　彪（中国）
学位の種類	博　　士　　(工　学)
学位記番号	工博甲第　　160　　号
学位授与の日付	平成 9 年 9 月 26 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当
研究科・専攻の名称	電子科学研究科　電子応用工学
学位論文題目	**Stability of Delay Differential Equations with Applications in Population Dynamics** **(遅れを含む微分方程式の安定性の解析及び個体群動態への応用)**
論文審査委員	(委員長) 教 授　明 山　浩　　教 授　市 川　朗 助教授　清 水 扇 丈　　教 授　竹 内 康 博

論 文 内 容 の 要 旨

本論文は8章と参考文献からなる。第1章は本論文の概要である。本論文の目的は次の2つである。

一、　非有界と無限の時間遅れを含む中立型関数微分方程式に対して、容易に応用できる安定性判別条件を見つける。

二、　時間遅れを含む個体群動態の局所的及び大域的安定性を解析する。

第2、3、4章では、主に問題一を考える。

中立型関数微分方程式は方程式の従属変数が過去の状態だけでなく、過去の状態の変化率にも依存する。中立型関数微分方程式は数多くの分野(数理生物学や回路工学や自動制御工学など)でより現実的なモデルとして用いられてきた。従って、中立型関数微分方程式の定性理論(解の存在性、唯一性、初期値に対する連続性及び安定性など)はこの40年間に盛んに研究されてきた。特に安定性を調べるために、幾つかの古典的な方法(例えば、リアプノフ汎関数法やラズミキン・リアプノフ関数法や固有関数法や不等式法など)が提案された。しかしながら、具体的なリアプノフ汎関数やラズミキン関数を構成する一般的な手法は存在せず、固有値の性質を調べることも一般には困難である。従って、容易に応用できる安定性判別条件を見つけることは非常に有意義な研究課題である。本論文は遅れを含む微分差分不等式を用いる手法を提案し、容易に応用できる安定性判別条件を与える。

第2章では、非有界と無限の時間遅れを含む二種類の非線形微分差分不等式に対して、任意の正の

関数に関する不等式の解の定性的な性質を考察し、四つの定理を証明する。これらの定理は本論文の第3、4、5章の関数微分方程式の安定性、不安定性解析において重要な役割を果たす。

第3章では、第2章で証明された不等式とリアプノフ関数と定数変化法を用いて、非有界と無限の時間遅れを含む非線形中立型関数微分方程式に対して、(UC_g, R^n)での一様安定性や漸近安定性や大域的安定性を調べ、容易に応用できる安定性条件を与えた。第4章では、さらに第3章で考えた中立型関数微分方程式及び大規模システムの不安定性を調べた。得られた安定性と不安定性定理をいくつかの例に応用した結果、これらの定理が一般的な中立型関数微分方程式に容易に応用できることが示された。

第5、6、7章では、主に問題二、即ち、遅れを含む個体群動態の局所的及び大域的安定性を考える。

第5章では、正の非線形フィードバックを持つ多次元のロトカ・ボルテラ系に対して、解が正の平衡点に大域的に収束する条件が求められた。得られた結果は次のように述べられる。〈遅れを含むロトカ・ボルテラ系は、その解が終局的有界で、かつ遅れが無い時系の正の平衡点が大域的に安定であるならば、十分小さな遅れに対して、正の平衡点は依然として大域的に安定である。〉具体的な応用例として、競争系、捕食者・被食者系、線形のフィードバックを持つロトカ・ボルテラ系の大域的安定性を考えた。得られた結果は従来の研究結果を拡張するものであり、一般的なロトカ・ボルテラ系に応用できるものであることが示された。

第6章では、有界の時間遅れを含む2次元の補食者・被食者ロトカ・ボルテラ系に対して、リアプノフ汎関数法を用いて、次の結果を得た。まず解が終局的に有界であることを証明し、解の上界を具体的に求めた。次に境界上の平衡点の安定性を調べ、遅れがある程度小さい時、その平衡点が大域的に安定であるための十分条件を求めた。さらに内部平衡点の局所的安定性を調べ、解がその平衡点に収束する領域を具体的に与えた。最後に、得られた結果は従来の結果を改善していることを示した。

第7章では、遅れを含む3次元伝染病モデルの平衡点の大域的安定性を解析した。リアプノフ・ラサールの不変原理を用いて、正の平衡点が存在しなければ、未感染者だけから構成される平衡点が任意の時間遅れに対して、大域的に安定であることが証明された。次にリアプノフ汎関数法及び不等式を用いて、モデルの正の平衡点が大域的に安定となる条件を求めた。この条件は、伝染病が社会に定着するための条件を与える。

第8章は本論文のまとめである。

論 文 審 査 結 果 の 要 旨

本論文は遅れを含む中立型関数微分方程式の安定性判別条件と、遅れを含む個体群動態モデルの安定性を考察したものであり、8章から成る。

第1章では研究の背景と目的を述べている。

第2章では、非有界な遅れと無限の遅れを含む非線形微分差分不等式を満足する解の定性的性質を証明している。それらの性質は第3、4、5章で重要な役割を果たしている。

第3章では、第2章で証明された不等式を用いて、非有界な遅れと無限の遅れを含む非線形中立型関数微分方程式系の一様安定性や漸近安定性、大域的安定性を調べ、具体的な系に容易に適用できる安定性条件を与えている。

第4章ではさらに、第3章で扱った中立型関数微分方程式および大規模システムの不安定性を論じている。得られた安定性定理と不安定性定理をいくつかの例に応用することにより、これらの定理が一般的な中立型関数微分方程式に容易に適用できることを示している。

第5章では、正の非線形フィードバックを持つ多次元のロトカ・ヴォルテラ系を考察している。遅れを含むロトカ・ヴォルテラ系では、その解が終局的有界で、かつ遅れが無い場合に系の正の平衡点が大域的に安定であるならば、十分小さな遅れを含む場合にも正の平衡点は依然として大域的に安定であることが証明された。例として、競争系、捕食者・被食者系、線形のフィードバックを持つロトカ・ヴォルテラ系の大域的安定性を論じている。その成果は従来の結果を拡張するものであり、一般的なロトカ・ヴォルテラ系に応用できるものである。

第6章では、有界の遅れを含む2次元の捕食者・被食者系を考察している。まず、解の終局的有界性を証明し、解の上界を具体的に求めた。次に遅れがある程度小さいとき、座標軸上の平衡点が大域的に安定となる十分条件を求めた。さらに正の平衡点の局所的安定性を調べ、解が平衡点に収束する領域を具体的に与えた。最後に、得られた結果が従来の結果を改善していることを示した。

第7章では、遅れを含む3次元伝染病モデルの平衡点の大域的安定性を解析している。リアプノフ・ラサールの不変原理を用いて、未感染者だけから構成される平衡点が任意の遅れに対して大域的に安定であることを証明し、リアプノフ汎関数法および不等式を用いて、モデルの正の平衡点が大域的に安定となる条件を求めている。

第8章は結論と今後の展望にあてられている。

以上のように、本論文は遅れを含む中立型関数微分方程式に対し、遅れを含む微分差分不等式を用いる手法を提案して容易に適用できる安定性判別条件を与えており、また、遅れを含む個体群動態モデルの安定性に関しても、従来知られていた結果を改善している。よって本論文は博士(工学)の学位を授与するに十分な内容を有するものと認定する。