

効用関数と選好パラメータおよび人的資本蓄積に関する一考察

メタデータ	言語: ja 出版者: 静岡大学人文社会科学部 公開日: 2023-11-10 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 村田, 慶 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.14945/0002000113

論 説

効用関数と選好パラメータおよび
人的資本蓄積に関する一考察

村 田 慶

I. はじめに

本稿では、各個人の効用関数が人的資本蓄積および経済成長に及ぼす影響について、世代重複モデルによる一考察を行う。世代重複モデルによる人的資本と経済成長に関する先行研究では、利他性を持つ効用関数が設定されており、各個人の生涯効用の決定要素について、人的資本蓄積と直接関連するものとして、次世代への教育支出が組み込まれている。例えば、Glomm and Ravikumar (1992) では、2 期間の世代重複モデルにより、生涯効用は第 1 期における余暇時間、第 2 期における消費および次世代への教育支出、Cardak (2004a) では、同じく 2 期間の世代重複モデルにより、各個人の生涯効用は、第 2 期における消費と次世代への教育支出によって決定付けられるという設定になっている。また、人的資本蓄積について、Glomm and Ravikumar (1992) では、学習時間、親世代による教育支出、および親世代の人的資本、Cardak (2004a) では、親世代による教育支出および親世代の人的資本によって決定付けられるとしている。これらの先行研究では、各個人の生涯効用の決定要素として、人的資本蓄積と直接関連するものとして、次世代への教育支出を組み込むことによって、利他性を考慮した効用関数が設定されており、各個人は第 2 期において人的資本を獲得するという点が共通している。それに対し、村田 (2017) では、生涯効用について、次世代への教育支出ではなく、次世代が獲得する人的資本によって決定付けられるケースについても新たに設定した上で、どちらのケースが人的資本蓄積および一国全体の経済成長にとって望ましいかについての比較検討を行っており、効用関数についての議論を若干ながら拡張・修正している。ただし、Glomm and Ravikumar (1992) や Cardak (2004a, b) とは異なり、人的資本蓄積は親世代による教育支出のみによって決定付けられるとしている¹。

¹ Cardak (2004a) では、親世代による教育支出と親世代の人的資本の影響力パラメータの合計値を 1 としており、この設定では、公教育の下での人的資本関数は凹関数になるものの、私教育の下での人的資本関数は線形関数となり、安定的な定常均衡が得られなくなる。Cardak (2004b) では、生涯効用の決定要素として、壮年期における余暇時間を組み込んでいる影響で、私教育の下での人的資本関数も凹関数となる。本稿および村田 (2017) における人的資本関数の設定は、教育支出に焦点を当てつつ、人的資本関数が凹関数となり、安定的な定常均衡を持ったものである。

本稿では、村田(2017)について、議論の精緻化を行う。村田(2017)では、生涯効用が自身の消費と次世代への教育支出によって決定付けられるケースに加え、生涯効用が自身の消費と次世代が獲得する人的資本によって決定付けられるケースについても新たに設定し、それぞれのケースについて、人的資本関数および定常均衡の導出を行った上で、どちらのケースが人的資本蓄積および一国全体の経済成長にとって望ましいかについての比較検討を行っている。しかしながら、村田(2017)では、人的資本の定常均衡値の比較によって、どちらのケースが人的資本蓄積および経済成長にとって望ましいかは、効用関数における選好パラメータと人的資本関数における影響力パラメータ次第であることは示しているものの、パラメータの条件について厳密には示していない。以上の問題意識に基づき、本稿では、効用関数について、村田(2017)と同様、生涯効用が自身の消費と次世代への教育支出によって決定付けられるケース、自身の消費と次世代が獲得する人的資本によって決定付けられるケース、それぞれについて、人的資本関数および定常均衡の導出を行う。その上で、どちらのケースの方が人的資本蓄積および一国全体の経済成長にとって望ましいかについて、両ケースの人的資本の定常均衡値を比較することによって、効用関数における選好パラメータの条件式の導出を行う。

本稿における構成として、まずⅡ節において、生涯効用が自身の消費と次世代への教育支出によって決定付けられるケース、自身の消費と次世代が獲得する人的資本によって決定付けられるケース、それぞれについて、各個人の効用最大化に関する基本モデルを概観する。その上で、Ⅲ節において、人的資本関数および定常均衡の導出を行い、どちらのケースが人的資本蓄積にとって望ましいかについての比較検討を行うことによって、次世代への教育支出あるいは次世代が獲得する人的資本に対する選好パラメータの条件を導出する。

Ⅱ. モデル設定

各個人の経済活動は、2期間にわたって行われるとする。本稿では、2期について、 t 期と $t+1$ 期を基準とし、各期に生まれた個人をそれぞれ、 t 世代、 $t+1$ 世代の個人と呼ぶこととする。各世代の子どもは第2期に誕生するとする。また、各世代の人口規模は一定であり、1で基準化されるとする。

Ⅱ.1. 人的資本形成

各世代の個人は、第2期において自身の人的資本を形成するものとする。本稿モデルでは、人

的資本の蓄積方程式を(1)のように、教育支出に関する凹関数で設定する²。

$$h_{i,t+1} = \theta(e_{i,t})^\gamma; \gamma \in (0,1), \theta > 0 \quad (1)$$

(1)において、 i は個人のタイプ、 γ は教育支出の人的資本蓄積に対する影響力パラメータ、 $e_{i,t}$ は t 世代の個人 i が t 期において $t-1$ 世代から受け取る教育支出、 $h_{i,t+1}$ は t 世代の個人 i が $t+1$ 期において獲得する人的資本水準である。Glomm and Ravikumar (1992) および Cardak (2004a, b) に倣い、 $t+1$ 期における一国全体の効率労働 H_{t+1} は、人的資本についての確率密度関数によって定義されるものとする。

$$H_{t+1} = \int_0^\infty h_{i,t+1} \cdot f_{t+1}(h_{i,t+1}) dh_{i,t+1} \quad (2)$$

(2)において、 $f_{t+1}(h_{i,t+1})$ は $t+1$ 期における $h_{i,t+1}$ についての確率密度関数である。

II. 2. 効用最大化

各世代の個人は、第2期において労働を行うとする。すなわち、 t 世代の個人が所得を得るのは $t+1$ 期である。本稿では、遺産贈与は考慮しないものとする。また、Glomm and Ravikumar (1992) および Cardak (2004a) と同様、生産者の利潤最大化問題を考慮しないので、賃金率に関する議論が存在せず、 t 世代の個人 i の $t+1$ 期における所得水準 $y_{i,t+1}$ は(3)のように、獲得する人的資本水準と一致するものとする。

$$y_{i,t+1} = h_{i,t+1} \quad (3)$$

Glomm and Ravikumar (1992) および Cardak (2004a, b) に倣い、各個人は壮年期における所得を自身の消費と次世代への教育支出に配分するものとする。 t 世代の個人 i が $t+1$ 期において直面する予算制約は、(4)のようになる。

² 人的資本蓄積の決定要素を教育支出のみとしている先行研究としては、Galor and Moav (2004) が挙げられる。ただし、Galor and Moav (2004) では、教育支出は親ではなく、子ども自身が決定付け、教育支出がゼロであっても、人的資本水準がゼロとはならず、1 となるとしており、これらの点で本稿モデルとは異なる。

$$y_{i,t+1} = c_{i,t+1} + e_{i,t+1} \quad (4)$$

(4)において、 $c_{i,t+1}$ と $e_{i,t+1}$ はそれぞれ、 t 世代の個人 i の $t+1$ 期における消費および $t+1$ 世代への教育支出である。各個人は生涯効用を最大化するように行動するものとする。本稿における生涯効用とは、2期間全体において得られる効用水準を意味する。本稿モデルでは、生涯効用について、Cardak(2004a)と同様、第2期における消費³と次世代への教育支出によって決定付けられるケース、それに加えて、第2期における消費と次世代が獲得する人的資本によって決定付けられるケースに分類し、前者を「次世代への教育支出から効用を得る場合」、後者を「次世代が獲得する人的資本から効用を得る場合」と呼ぶこととする。

II. 3. 1. 次世代への教育支出から効用を得る場合

t 世代の個人 i の生涯効用を V^t とおくと、それは以下のように表される。

$$\underset{c_{i,t+1}, e_{i,t+1}}{\text{Maximize}} \quad V^t = (1-\alpha)\log c_{i,t+1} + \alpha \log e_{i,t+1}; \quad \alpha \in (0,1)$$

$$\text{subject to } y_{i,t+1} = c_{i,t+1} + e_{i,t+1}, \quad y_{i,t+1} = h_{i,t+1}$$

ここで、 $1-\alpha$ と α はそれぞれ、自身の消費と次世代への教育支出に対する選好パラメータである。一階条件より、 t 世代の個人 i の $t+1$ 期における最適消費 c_{t+1} および最適教育支出 e_{t+1} はそれぞれ、(5)と(6)のように導出される⁴。

$$c_{t+1} = (1-\alpha)y_{i,t+1} = (1-\alpha)h_{i,t+1} \quad (5)$$

$$e_{t+1} = \alpha y_{i,t+1} = \alpha h_{i,t+1} \quad (6)$$

ところで、(3)と(6)を読み替えると、 $t-1$ 世代の個人 i の t 期における最適教育支出は、(7)のように求められる。

³ Glomm and Ravikumar(1992)では、第1期における消費は考慮されておらず、本稿でも、同様の設定を行う。この解釈は、若年期における教育支出の中で、その中に生活に必要な消費も含まれているというものである。

⁴ (5)と(6)の導出過程については、付録1を参照せよ。

$$e_t = \alpha y_{i,t} = \alpha h_{i,t} \quad (7)$$

II. 3. 2. 次世代が獲得する人的資本から効用を得る場合

t 世代の個人 i の生涯効用を V^t とおくと、それは以下のように表される。

$$\begin{aligned} & \underset{c_{i,t+1}, e_{i,t+1}}{\text{Maximize}} \quad V^t = (1-\alpha) \log c_{i,t+1} + \alpha \log h_{i,t+2}; \quad \alpha \in (0,1) \\ & \text{subject to} \quad y_{i,t+1} = c_{i,t+1} + e_{i,t+1}, \quad y_{i,t+1} = h_{i,t+1}, \quad h_{i,t+2} = \theta(e_{i,t+1})^\gamma \end{aligned}$$

ここで、 $1-\alpha$ と α はそれぞれ、自身の消費と次世代が獲得する人的資本に対する選好パラメータ、 $h_{i,t+2}$ は $t+1$ 世代の個人 i が $t+2$ 期において獲得する人的資本水準である。

一階条件より、 t 世代の個人 i の $t+1$ 期における最適消費 c_{t+1} および最適教育支出 e_{t+1} はそれぞれ、(8)と(9)のように導出される⁵。

$$c_{t+1} = \frac{1-\alpha}{1-\alpha+\alpha\gamma} y_{i,t+1} = \frac{1-\alpha}{1-\alpha+\alpha\gamma} h_{i,t+1} \quad (8)$$

$$e_{t+1} = \frac{\alpha\gamma}{1-\alpha+\alpha\gamma} y_{i,t+1} = \frac{\alpha\gamma}{1-\alpha+\alpha\gamma} h_{i,t+1} \quad (9)$$

II. 3. 1 節と同様、(3)と(9)を読み替えると、 $t-1$ 世代の個人 i の t 期における最適教育支出は、(10)のように求められる。

$$e_t = \frac{\alpha\gamma}{1-\alpha+\alpha\gamma} y_{i,t} = \frac{\alpha\gamma}{1-\alpha+\alpha\gamma} h_{i,t} \quad (10)$$

III. 選好パラメータと人的資本蓄積および経済成長

本稿では、物的資本蓄積に関する議論を捨象していることから、経済成長パターンは一国全体の効率労働のみによって決定付けられる。また、(2)より、一国全体の効率労働は各個人の人的資本によって決定付けられる。すなわち、本稿モデルでは、経済成長パターンは人的資本蓄積のみ

⁵ (8)と(9)の導出過程については、付録2を参照せよ。

によって決定付けられる⁶。

Ⅲ. 1. 次世代への教育支出から効用を得る場合

まず、教育支出から効用を得る場合について、(7)を(1)に代入すると、人的資本関数は(11)のように求められる。

$$h_{i,t+1} = \theta(\alpha h_{i,t})^\gamma \quad (11)$$

(11)より、このケースにおける人的資本の定常均衡は、(12)のように導出される。

$$h_s^{*1} = \theta^{\frac{1}{1-\gamma}} \alpha^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \quad (12)$$

(11)において、 $\gamma \in (0,1)$ であることから、 $h_{i,t+1}$ は $h_{i,t}$ についての凹関数であるため、 h_s^{*1} は安定的な定常均衡である。

Ⅲ. 2. 次世代が獲得する人的資本水準から効用を得る場合

次に、次世代が獲得する人的資本から効用を得る場合、(10)を(1)に代入すると、人的資本関数は(13)のように求められる。

$$h_{i,t+1} = \theta \left(\frac{\alpha \gamma h_{i,t}}{1 - \alpha + \alpha \gamma} \right)^\gamma \quad (13)$$

(13)より、このケースにおける人的資本の定常均衡は、(14)のように導出される。

$$h_s^{*2} = \theta^{\frac{1}{1-\gamma}} \left(\frac{\alpha \gamma}{1 - \alpha + \alpha \gamma} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \quad (14)$$

(14)について、Ⅲ. 1 節と同様、 h_s^{*2} は安定的な定常均衡である。

⁶ これは、Glomm and Ravikumar (1992), Cardak (2004a, b), および村田 (2017) と同様である。

Ⅲ. 3. 両ケースの比較検討

Ⅲ. 1 節およびⅢ. 2 節を踏まえ、本節では、次世代への教育支出から効用を得る場合、次世代が獲得する人的資本から効用を得る場合、どちらのケースが人的資本蓄積にとって望ましいかについての比較検討を行うことによって、次世代への教育支出あるいは次世代が獲得する人的資本に対する選好パラメータ α の条件を導出する。

(12)と(14)が(15)の条件を満たせば、次世代への教育支出と次世代が獲得する人的資本のどちらから効用を得ても、人的資本蓄積および経済成長への影響が無差別となる。

$$h_s^{*1} = h_s^{*2} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{\alpha\gamma}{1 - \alpha + \alpha\gamma} \quad (15)$$

(15)を変形すると、次式が得られる。

$$(1 - \gamma)\alpha^2 - (1 - \gamma)\alpha = 0 \quad (16)$$

(16)より、次世代への教育支出と次世代が獲得する人的資本のどちらから効用を得ても、人的資本蓄積および経済成長への影響が無差別となる選好パラメータ α の条件は、(17)のように導出される。

$$\alpha = 0, 1 \quad (17)$$

しかしながら、本稿モデルでは、 $\alpha \in (0, 1)$ であることから、(17)は成り立たない。

(12)と(14)が(18)の条件を満たせば、次世代が獲得する人的資本から効用を得る場合よりも、次世代への教育支出から効用を得る場合の方が、人的資本蓄積および経済成長にとって望ましい。

$$h_s^{*1} > h_s^{*2} \quad \Rightarrow \quad \alpha > \frac{\alpha\gamma}{1 - \alpha + \alpha\gamma} \quad (18)$$

(18)を変形すると、次式が得られる。

$$(1 - \gamma)\alpha^2 - (1 - \gamma)\alpha < 0 \quad (19)$$

(19)および $\gamma \in (0,1)$ より、次世代が獲得する人的資本から効用を得る場合よりも、次世代への教育支出から効用を得る場合の方が、人的資本蓄積および経済成長にとって望ましくなるような選好パラメータ α の条件は、(20)のように導出される。

$$0 < \alpha < 1 \tag{20}$$

本稿モデルでは、 $\alpha \in (0,1)$ であることから、(20)は確実に成り立つ。

(12)と(14)が(21)の条件を満たせば、次世代への教育支出から効用を得る場合よりも、次世代が獲得する人的資本から効用を得る場合の方が人的資本蓄積および経済成長にとって望ましい。

$$h_s^{*1} < h_s^{*2} \quad \Rightarrow \quad \alpha < \frac{\alpha\gamma}{1-\alpha+\alpha\gamma} \tag{21}$$

(21)を変形すると、次式が得られる。

$$(1-\gamma)\alpha^2 - (1-\gamma)\alpha > 0 \tag{22}$$

(22)および $\gamma \in (0,1)$ より、次世代への教育支出から効用を得る場合よりも、次世代が獲得する人的資本から効用を得る場合の方が、人的資本蓄積および経済成長にとって望ましくなるような選好パラメータ α の条件は、(23)のように導出される。

$$\alpha < 0, 1 < \alpha \tag{23}$$

しかしながら、本稿モデルでは、 $\alpha \in (0,1)$ であることから、(23)は成り立たない。

村田(2017)では、次世代への教育支出から効用を得る場合と次世代が獲得する人的資本から効用を得る場合のどちらが人的資本蓄積および経済成長にとって望ましいかは、効用関数における選好パラメータと人的資本関数における影響力パラメータ次第であるとしたが、本稿では、両パラメータの設定から、次世代への教育支出から効用を得る場合しか成り立たないことが確認された。

IV. 結語

本稿では、人的資本蓄積と経済成長に関する世代重複モデルにおける利他的な効用関数について、村田(2017)と同様、人的資本蓄積と直接関連するものとして、次世代への教育支出から効用を得るケースに加え、次世代が獲得する人的資本から効用を得るケースを新たに設定し、人的資本蓄積および一国全体の経済成長という観点から、両ケースの比較検討を行うことによって、次世代への教育支出あるいは次世代が獲得する人的資本に対する選好パラメータの条件を導出した。

本稿における主要な帰結として、人的資本関数における影響力パラメータおよび効用関数における選好パラメータの設定から、次世代が獲得する人的資本から効用を得る場合よりも、次世代への教育支出から効用を得る場合の方が、人的資本蓄積および経済成長にとって確実に望ましいことが確認された。

最後に、本稿における分析内容について、今後の展望を述べる。本稿モデルでは、次世代への教育支出から効用を得る場合と次世代が獲得する人的資本から効用を得る場合について、効用関数における選好パラメータの設定を揃えているが、設定が異なるケースに関する分析を行うことが望ましい。さらに、本稿モデルでは、人的資本蓄積の決定要素を教育支出のみとしているが、学習時間など、他の要素を組み込むと条件が変わるであろう。これらの点については、稿を改めて論じたい。

参考文献

- [1] Cardak, B. A. (2004a) "Education Choice, Endogenous Growth and Income Distribution," *Economica*, Vol.71, pp.57-81.
- [2] Cardak, B. A. (2004b) "Education Choice, Neoclassical Growth, and Class Structure," *Oxford Economic Papers*, Vol.56, pp.643-666.
- [3] Galor, O. and O. Moav (2004) "From Physical to Human Capital Accumulation: Inequality and the Process of Development," *The Review of Economic Studies*, Vol.71, pp.1001-1026.
- [4] Glomm, G. and B. Ravikumar (1992) "Public versus Private Investment in Human Capital: Endogenous Growth and Income Inequality," *Journal of Political Economy*, Vol.100, pp.818-834.
- [5] 村田 慶(2017)「効用関数と人的資本蓄積に関する一考察」『経済研究』(静岡大学)第21巻3号, pp.1-9.

付録1

制約条件式を効用関数 V^t における $c_{i,t+1}$ に代入すると、次のようになる。

$$V^t = (1 - \alpha) \log \{y_{i,t+1} - e_{i,t+1}\} + \alpha \log e_{i,t+1}$$

一階条件である $\partial V^t / \partial e_{i,t+1} = 0$ より,

$$\frac{\partial V^t}{\partial e_{i,t+1}} = -\frac{1 - \alpha}{y_{i,t+1} - e_{i,t+1}} + \frac{\alpha}{e_{i,t+1}} = 0$$

上の式を変形して整理すると, t 世代の個人 i の $t+1$ 期における最適教育支出 e_{t+1} は, 次のように求められる.

$$e_{t+1} = \alpha y_{i,t+1} = \alpha h_{i,t+1}$$

また, $c_{i,t+1} = y_{i,t+1} - e_{i,t+1}$ より, t 世代の個人 i の $t+1$ 期における最適消費 c_{t+1} は, 次のように求められる.

$$c_{t+1} = (1 - \alpha) y_{i,t+1} = (1 - \alpha) h_{i,t+1}$$

付録2

制約条件式を効用関数 V^t における $c_{i,t+1}$ に代入すると, 次のようになる.

$$V^t = (1 - \alpha) \log \{y_{i,t+1} - e_{i,t+1}\} + \alpha \log \theta (e_{i,t+1})^\gamma$$

一階条件である $\partial V^t / \partial e_{i,t+1} = 0$ より,

$$\frac{\partial V^t}{\partial e_{i,t+1}} = -\frac{1 - \alpha}{y_{i,t+1} - e_{i,t+1}} + \frac{\alpha \gamma (e_{i,t+1})^{\gamma-1}}{(e_{i,t+1})^\gamma} = 0$$

上の式を変形して整理すると, t 世代の個人 i の $t+1$ 期における最適教育支出 e_{t+1} は, 次のように求められる.

$$e_{t+1} = \frac{\alpha \gamma y_{i,t+1}}{1 - \alpha + \alpha \gamma} = \frac{\alpha \gamma h_{i,t+1}}{1 - \alpha + \alpha \gamma}$$

また、 $c_{i,t+1} = y_{i,t+1} - e_{i,t+1}$ より、 t 世代の個人 i の $t+1$ 期における最適消費 c_{t+1} は、次のように求められる。

$$c_{t+1} = \frac{(1 - \alpha)y_{i,t+1}}{1 - \alpha + \alpha \gamma} = \frac{(1 - \alpha)h_{i,t+1}}{1 - \alpha + \alpha \gamma}$$