

本論文では公理的集合論の無限組合せ論を位相空間論に応用させた研究、特に積空間の正規性に着目した研究が行われている。正規空間は位相次元を定義できるなどの重要な空間である。正規空間の積空間は必ずしも正規ではないことが知られており、Dowker は、正規空間は単位閉区間との積空間も正規であるかという問題を提唱した。単位閉区間との積空間が正規でない正規空間を Dowker 空間と呼ぶ。Dowker 空間はあまり例が多くなく、様々な研究課題が残されている。特に、積空間が Dowker である空間は Rudin と Szeptycki のものの他には知られていなかった。本論文では、積空間が Dowker である Dowker 空間の例をふたつ構成している。

本論文は次のように構成されている。第 1 章では研究の歴史的背景と目的、研究成果が述べられており、第 2 章では Dowker 空間の基本事項と、本研究の鍵となる概念のひとつである位相の  $\lambda$ -加法性がまとめられている。第 3 章は葛西氏の研究成果のひとつである、Suslin 木から構成された Rudin の Dowker 空間の積の正規性について書かれており、第 4 章は葛西氏のもうひとつの研究成果である、 $\clubsuit$  を改良した組合せ原理  $\clubsuit_{AD}^2$  から構成された Dowker 空間の積の正規性について書かれている。

本論文の研究成果は次のふたつである。

Rudin は 1955 年に、 $\kappa$  を不可算正則基数としたとき、 $\kappa$ -Suslin 木  $T$  という数学的構造を用いて Dowker 空間  $X(T)$  を構成した。葛西氏は、 $\kappa$  を不可算正則基数としたとき、有限個の  $\kappa^+$ -Suslin 木  $T_i, i \in N$ , の積  $\prod_{i \in N} T_i$  が  $\kappa^+$ -鎖条件を満たすなら、積空間  $\prod_{i \in N} X(T_i)$  が正規であることを示した。

de Caux は 1976 年に  $\clubsuit$  という組合せ原理から Dowker 空間を構成した。Rinot-Shalev は  $\clubsuit$  を改良した組合せ原理  $\clubsuit_{AD}$  を見出し、族正規 (collectionwise normal) な Dowker 空間を構成した。葛西氏は、 $\clubsuit$  を改良した組合せ原理を  $\clubsuit_{AD}^2$  を見出し、それから構成した Dowker 空間  $X$  の積空間  $X \times X$  は正規であることを示した。

葛西氏は本論文で正規性を持つ積空間の汎用性のある構成法を与えた点や独自の組合せ原理を導入した点、さらに積空間が Dowker である Dowker 空間を与えた点を高く評価できる。以上のことから本論文は博士 (理学) の学位授与にふさわしいものと認められる。