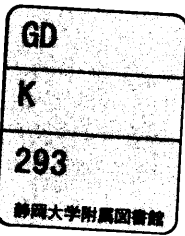


電子科学研究科力



0002516029 R

静岡大学 博士論文

伝送線路回路網のモデル化手法
とその応用に関する研究



平成14年2月

大学院電子科学研究科
電子応用工学専攻

加茂 篤司

論文趣旨

本論文では、プリント配線板等における接続配線のモデル化手法における高速・高精度化に関する検討及びその応用方法について検討を行う。

従来から、配線と線形・非線形の集中定数素子を共に解析するため、配線を伝送線路として電信方程式で定式化して解析する AWE 法や GMC 法が提案されてきた。特に AWE 法は、分布定数・集中定数混在系の大規模線形回路網の解析に適用可能であり、適用範囲が広いという特徴がある。しかし、AWE 法では、線形回路網の端子間のアドミタンスを導出する際に用いる padé 近似法の精度限界により、解析精度に問題がある。一方、GMC 法では、配線を特性モデルとして取り扱う。そして、群遅延成分を特性モデルから取り除くことで、padé 近似法の精度限界を補うことができる。しかし、GMC 法は伝送線路単体への適用に限定されているため、多数の伝送線路が含まれた回路網への適用では解析効率が劣化する問題がある。そこで、第 2 章では、GMC 法を基に、分布定数・集中定数混在系の大規模線形回路網への適用をも可能とする拡張 GMC 法を提案する。提案手法では、対象となる線形回路網全体を拡張特性モデルへ変換する。実際に、提案手法を用いて例題回路を解析し、解析精度及び解析速度の有効性を示す。

一方、電信方程式を用いた配線のモデル化では、高速に動作する集積回路からグラウンドラインを流れ電源へと戻る帰還電流等の物理的構造に起因する解析が困難となる。このため、電磁界シミュレーションや実測から抽出される端子間の応答波形から、直接アナログ回路シミュレータで解析する手法が提案されている。そこで、第 3 章では、電磁界解析シミュレータや実測により得られたサンプリングデータから、アナログ回路シミュレータで解析可能なマクロモデルを高速・高精度に合成する手法を提案する。提案手法では、周波数領域で表されたサンプリングデータを有理関数へ近似することで極を導出する。しかし、得られた全て極の中には、重複した極、不安定極等が含まれているため、極の選択が不可欠となる。そこで、有力極の選択手法として、選択型最小二乗法の拡張手法を提案する。実際に、種々の配線板の電磁界解析により得られたサンプリングデータを用いて、マクロモデルの合成を行い、速度並びに精度的な有効性を示す。さらに、帰還電流により引き起こされる電源・グラウンド間の揺れ等の雑音を低減するため、回路実装ではデカップリングコンデンサが配置される。しかし、最適な位置決定については経験的に判断しなければならないという問題がある。そこで、第 4 章では、大規模線形回路網の減次モデル化手法を適用し、デカップリングコンデンサの最適な配置位置を探索する手法を提案する。提案手法では、三次元構造を取り扱うため PEEC 法を用いて、プリント配線板を大規模線形回路網としてモデル化する。そして、提案手法を用いて、例題配線板におけるデカップリングコンデンサの位置最適化シミュレーションを行う。更に、結果より得られた位置にデカップリングコンデンサを配置して、電源・グラウンドの揺れにより引き起こされる磁界放射の減少を確認することで、提案手法の有効性を示す。

最後に、本論文の結論を述べ、その有効性及び今後の展望について示す。

目次

第1章 序論	1
1.1 背景	1
1.2 高速信号配線の分布定数的影響	2
1.3 伝送線路の基礎方程式	5
1.3.1 TEMモードにおける伝送線路の定式化	5
1.3.2 準TEMモードにおける伝送線路の定式化	7
1.4 論文構成	9
第2章 拡張GMC法を用いた大規模線形回路網のモデル化手法	13
2.1 概要	13
2.2 従来法	15
2.2.1 AWE法による解析	15
2.2.2 GMC法による解析	21
2.3 拡張GMC法を用いたモデル化手法	23
2.3.1 拡張特性モデル	23
2.3.2 モーメント生成	24
2.3.3 遅延評価技法の適用	27
2.4 シミュレーション	29
2.4.1 例題1	29
2.4.2 例題2	31
2.4.3 例題3	33
2.5 まとめ	35
第3章 選択型最小二乗法を用いたサンプリングデータからの時間領域モデル合成	36
3.1 概要	36
3.2 サンプリングデータからの時間領域でのマクロモデル合成	37
3.2.1 最小二乗法による有理関数近似	38

3.2.2	極と留数による近似関数	38
3.2.3	時間領域でのマクロモデルの合成	40
3.3	選択型最小二乗法	42
3.3.1	SISO 型近似法	43
3.3.2	MIMO 型近似法	45
3.4	シミュレーション	48
3.4.1	例題 1	48
3.4.2	例題 2	54
3.5	まとめ	59
第 4 章	デカップリングコンデンサの配置位置の最適化	60
4.1	概要	60
4.2	線形集中定数素子を用いたプリント配線板のモデル化	61
4.2.1	伝送線路理論に基づいた線形集中定数素子の抽出方法	61
4.2.2	PEEC 法による線形集中定数素子の抽出方法	63
4.3	クリロフ部分空間技法を用いた大規模線形回路網の減次モデル	65
4.3.1	従来法	66
4.3.2	回路網の縮小	67
4.4	デカップリングコンデンサの最適な配置位置探索手法	69
4.5	シミュレーション	71
4.5.1	例題 1	71
4.5.2	例題 2	74
4.5.3	例題 3	78
4.6	まとめ	82
第 5 章	結論	83
	謝辞	86
	参考文献	87

第1章 序論

§ 1.1 背景

近年の集積回路の高集積化、複雑化に伴い、回路シミュレーションはデバイス・回路設計技術者にとって必要不可欠なものとなっている。これまで、最も多く使用され続けている回路シミュレータは、1970年代に米国カリフォルニア州立大学バークレイ校で開発されたSPICE(Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis)[1]であり、多くの機関により拡張、修正され、頻繁に利用されている。しかしながら、高密度実装技術の向上及び動作速度の高速化により、トランジスタによる信号伝達遅延に比べ、配線による遅延の割合が大きくなっている。また、配線上での信号の反射や漏話等による、信号品質 (Signal Integrity : SI) 低下が重大な問題になっている。したがって、回路シミュレーションにおいては、新たな配線のモデル化手法や解析手法が必要になっている。更に、昨今の電磁環境適合性 (Electromagnetic Compatibility:EMC) への関心の高まりから、電子機器による電磁妨害 (Electromagnetic Interference:EMI) 低減への取り組みが急務となっている [2]-[3]。高速信号を伝送するプリント配線板上の配線は、擬似的なアンテナのように振る舞い、不要輻射の原因となる。それゆえ、このような相互接続配線を分布定数的な効果を持つ伝送線路としてアナログ的な詳細回路シミュレータにより解析する必要性を引き起こした。

本論文では、特にプリント配線板の接続配線等を対象としたモデルの高速・高精度化に関する手法の提案及びその応用方法を目的とする。具体的には、従来提案されている伝送線路の時間領域解析手法である GMC(Generalized Method of Characteristics) 法 [8]-[12] と AWE(Asymptotic Waveform Evaluation) 法 [13]-[18] に関する精度と適用範囲に着目する。つまり、分布定数線路に限定されているが高精度な GMC 法を基に、AWE 法が有効である分布定数・線形集中定数が混在する回路網解析へと拡張した手法を提案する。また、従来の電信方程式に基づく伝送線路モデル化手法では困難であった、三次元的な電磁界効果を考慮するモデル化手法 [30]-[32] について検討する。つまり、電磁界解析シミュレータや実測により得られたサンプリングデータから、アナログ回路シミュレータで解析可能なマクロモデルを高速・高精度に合成する手法を提案する。更に、プリント配線板のモデル化手法である PEEC 法 [42]-[45] とマクロモデル化手法の1つであるクリロフ部分空間技法 [48]-[52] を応用し、近年の回路実装に多く用いられているデカップリングコンデンサの配置位置に関する最適化手法について検討を行う。

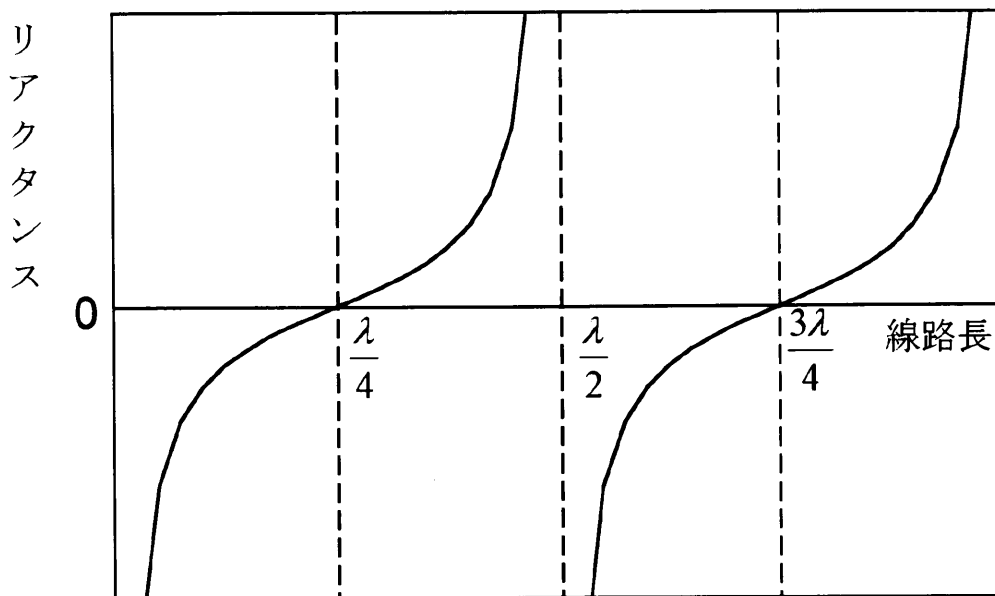


図 1.1: 終端開放線路のリアクタンス

研究の序となる本章では、以下、電子回路の高速化に起因する配線の分布定数線路的挙動の影響について概説する。更に、伝送線路の定式化についても示す。

§ 1.2 高速信号配線の分布定数的影響

現在、電波を利用する機器だけでなく、電波を利用しないデジタル回路主体の機器においても、高周波回路実装の考えが必須となってきた。LSI レベルにおいて、パーソナル・コンピュータのマイクロプロセッサの内部動作周波数は2GHzにも達している。このような周波数はれっきとした高周波であり、プリント配線板だけでなくチップ内の配線にも高周波回路設計の知識が必須となっている。一般的に、分布定数線路として取り扱うべき領域は、LSI 内またはプリント配線板内の配線長が、配線を伝達する信号の波長 λ の1/4より長くなる場合であると言われる。これは、1/4波長が分布定数線路の分岐点となる理由は図1.1からも説明できる。図1.1は、分布定数線路の一端を開放した状態で線路長を変化させたときの、インピーダンスにおけるリアクタンスを示す。線路長が $\lambda/4$ に近づくにつれて、容量性リアクタンス値がしだいに小さな値へと変化していき、 $\lambda/4$ でリアクタンス値が零となり、共振状態となる。言い換えると、 $\lambda/4$ までは容量性の線路となるが、それ以上では誘導性に変化する。つまり、 $\lambda/4$ を超えると、もはや単一の電氣的性質を示す集中定数線路とは言えなくなり、分布定数線路として取り扱う必要がある。実際には、線路長が零から $\lambda/4$ までの範囲で電氣的に同一の性質といっても、リアクタンスが ∞ から零まで変化するため、実用的には $\lambda/8$ または $\lambda/10$ より長い線路を分布定数的な伝送線路として取り扱う必要がある[4]。

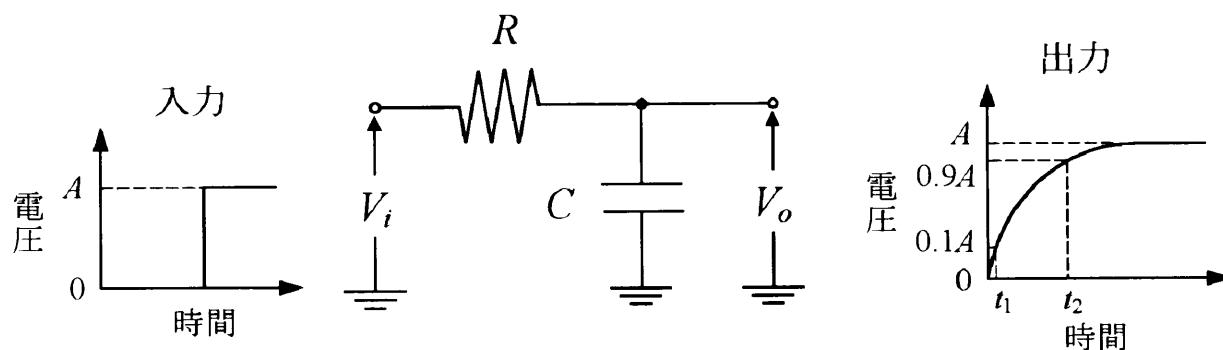


図 1.2: RC 配線における信号の立ち上がり時間

このように、伝送線路の振る舞いは、容量性の効果と誘導性の効果の組み合わせであり、それぞれの効果がノイズ発生の原因となる。また、当然のことながら、信号の高調波成分は、信号の周期よりも立ち上がり・立ち下がり時間に依存する場合が多い。つまり、取り扱うべき最高周波数は立ち上がり・立ち下がり時間に依存する。例えば、図 1.2 に示すように R と C からなる線路であり、入力信号の大きさ A の単位ステップ信号がこの回路に入力されたときの応答は、

$$V(t) = A \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \quad (1.1)$$

となる。また、信号の立ち上がり時間 t_r との関係は、立ち上がり時間 t_r は振幅 A の 10% から 90% までの時間で定義されている。このため、式 (1.1) から $V(t)$ が $0.9A$ になる時間 t_2 と $0.1A$ になる時間 t_1 を求めて $t_2 - t_1$ を計算すると信号の立ち上がり時間 t_r は、

$$t_r = t_2 - t_1 = 2.3RC \quad (1.2)$$

となる。次に、この線路の入出力間の伝達関数から 3dB 低下したところのカットオフ周波数 f_c を導出すると

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} \quad (1.3)$$

となる。ここで、式 (1.3) に式 (1.2) の $t_r = 2.3RC$ を代入すると、カットオフ周波数 f_c と信号の立ち上がり時間 t_r の関係は、

$$f_c = \frac{0.35}{t_r} \quad (1.4)$$

で与えられる。いま、信号の立ち上がり時間 t_r を 1nsec とするとカットオフ周波数 f_c は 350MHz となるため、この場合の取り扱うべき最高周波数は 350MHz となる。また、このときの波長 λ は、信号の伝搬速度を光速とすると $\lambda = 0.86\text{m}$ となる。従って、このような条件下では分布定数線路として取り扱うべき配線長は約 8.6cm 程度であると考えられる。

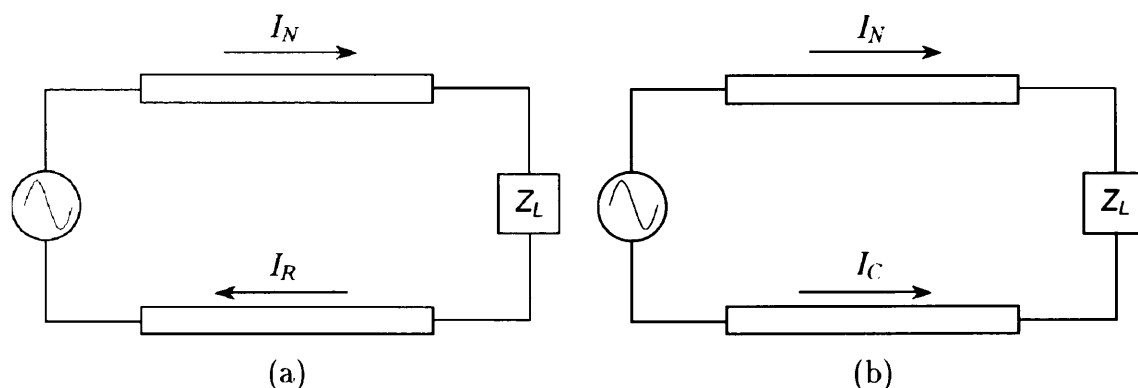


図 1.3: コモンモードと差動モード電流 (a) 差動モード電流、(b) コモンモード電流

更に、集積回路の微細化と低消費電力化が進むに従って、わずかなノイズであっても、信号品質の劣化や EMI 効果によりシステムに重大な影響をもたらす可能性がある。ボード上の多相配線やチップ内配線はグラウンドとの容量性結合よりも隣接配線との結合のほうが支配的になり、伝送モードは理想的な TEM モード (Transverse Electromagnetic Mode) とはならず、その結果無視できない結合ノイズを生じさせる。また、配線の厚さよりも幅の微細化が進み、線路断面が正方形になるにつれて、隣接配線間の結合容量は更に増す傾向にある。一方、配線に含まれる自己及び相互インダクタンス成分により、電流の変化率に比例して配線両端で誘導性の電圧変動が生じる。例えば、集積回路内の多数の CMOS ゲートにおいて、その ON/OFF が同時に切り替わる場合には、電源端子での電流量の急激な変化による同時スイッチングノイズを生じ、電源供給ラインの電圧レベルが大きく変動する。電源供給レベルが下がると出力信号のレベルも下がり、結果として信号品質が大幅に劣化する。

また、配線の影響による信号の伝達遅延は、デジタルシステム全体の性能を決定する主要因となる。例えば、デジタル設計における重要な課題の一つとして、クロックスキュー (clock skew) の低減が挙げられる。クロックスキューは、配線の引き回し長の違いにより、デジタル回路の各部分でのクロック信号の到達時間にばらつきがあることに起因する。そのため、配線長をあわせるためミアンダ配線と呼ばれるジグザク状の配線が通常用いられる。しかしながら、このミアンダ配線では、配線長を同一としても期待されるほどには遅延時間を作れない場合がある [6]。それゆえ、システム全体の同期のためには、クロックスキューがサイクルタイムの多くを占めることとなり、クロック周波数が制限される。近年の半導体デバイスにおけるスイッチング特性の高速化に伴い、サイクルタイムに占めるクロックスキューの割合は更に増加すると考えられる。

さらに、配線の三次元的な物理構造による影響がノイズ発生の原因となる場合がある。多層プリント配線板の配線は、通常、マイクロストリップ構造が採用される。この場合、グラウンド面が十分に大きく、また層間の誘電率も十分に大きいグラウンドが仮定できる場合は、図 1.3(a) に示されるような配線を通る電流 I_N とその帰還電流 I_R が等価と考えられる。しかし、グラウンド面の

大きさが十分でない場合には、図 1.3(b) に示されるように、配線を通る電流とは逆向きのコモンモード電流が生じる。このため、グランド面上の帰還電流による電磁界は配線を通る電流による電磁界を十分には打ち消さず、結果として放射するノイズが大きくなる。さらに、グランド面の構造により、帰還電流が配線に沿って戻ることができない場合には、コモンモード電流が多く生じる。通常、実用的なプリント配線板に理想といえるほど広いグランド面を確保することはできないため、いかに大きなグランドを確保するかが重要となる。しかし、むやみにグランドを広げると、グランド全体に高周波ノイズを広げ、不要なグランドの揺れを引き起こす原因になってしまう場合もある。

§ 1.3 伝送線路の基礎方程式

プリント配線板上やパッケージング内に実装される配線は、空気と誘電体といった2種類の媒質に線路が囲まれているため、伝搬特性は純粋な TEM モードとはならない。また、チップ内における配線では、少なからず線路に抵抗成分が存在し、さらに誘電体が無視できないほどの導電率を含んでいるときには媒質と線路間には漏れ電流が流れる。これらの伝搬はいわゆる混成波であり、波の進行方向にも電磁界成分を持つ。更に、配線の曲がりやビア穴等の物理的形状を考慮した解析のためには、厳密には全ての電磁界成分を含む Maxwell の方程式レベルの三次元電磁界解析が必要である。

一方、詳細な電磁界解析では、小規模の配線網であっても莫大な計算時間を必要とする。そのため、大規模な配線網に対しては、何らかの近似を行って、計算時間の短縮を図る必要がある。次項ではまず TEM モードでの理想的な伝送線路について述べ、その後、準 TEM モードによる近似について示す。

1.3.1 TEM モードにおける伝送線路の定式化

損失のない均質な完全導体と誘電体を仮定する場合には、完全な TEM モードとしての計算が可能である [4]。まず、フェーザ表示した完全誘電体中の Maxwell の方程式を以下に示す。

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon\mathbf{E} \quad (1.5)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} \quad (1.6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (1.7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (1.8)$$

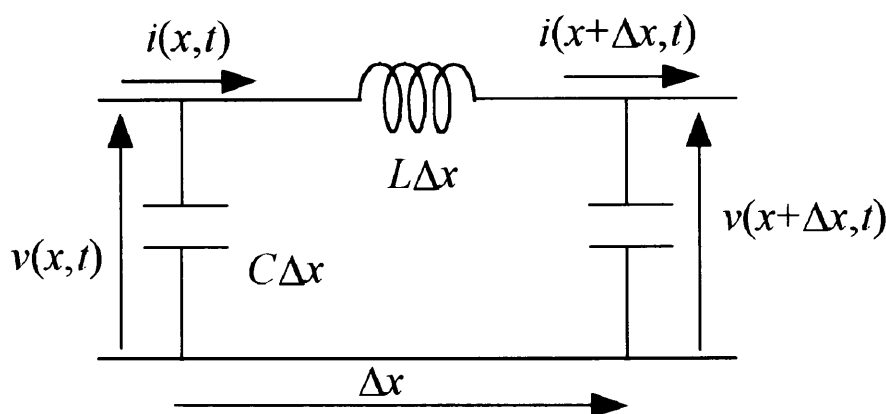


図 1.4: 無損失単相伝送線路

ここで、直交座標系を仮定し、 z 方向の電界ベクトルが z 方向と y 方向によって変化しないと仮定すれば、

$$\frac{d^2 E_z}{dx^2} = -\omega^2 \mu \epsilon E_z \quad (1.9)$$

なる常微分方程式となる。また、この方程式は波動方程式を x 軸の正方向に伝搬する波のみとし、 $x = 0$ での初期振幅を E_{z0} とすれば、その解は

$$E_z(x) = E_{z0} \exp(-j\omega x \sqrt{\mu \epsilon}) \quad (1.10)$$

となる。式 (1.10) より、この進行波の速度 v は、

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} \quad (1.11)$$

である。また、電界の強さと磁界の強さの比は一定で、固有インピーダンス

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (1.12)$$

として定義される。

一方、図 1.4 に示すような、容量とインダクタンス成分が均一に分布している損失の無い単相伝送線路を考える。キルヒホッフの電圧則と電流則より、

$$-\Delta v = L \frac{\partial i}{\partial t} \Delta x \quad (1.13)$$

$$-\Delta i = C \frac{\partial v}{\partial t} \Delta x \quad (1.14)$$

なる関係が得られる。いまここで、区間 Δx を $\Delta x \rightarrow 0$ と近づけていくと、式 (1.13), (1.14) は、

$$-\frac{\partial v(x, t)}{\partial x} = L \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \quad (1.15)$$

$$-\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} = C \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} \quad (1.16)$$

と書ける。これは無損失単相伝送線路の電信方程式 (telegraphers equation) を表す。次に、式 (1.15) の両辺を x で偏微分して式 (1.16) を代入し i を消去し、フェーザ法により表示すると、

$$\frac{d^2V(x, \omega)}{dx^2} = -\omega^2 L C V(x, \omega) \quad (1.17)$$

が得られる。式 (1.9) と式 (1.17) を比較すると、次のような等価関係のあることがわかる。

$$L \leftrightarrow \mu, \quad C \leftrightarrow \varepsilon$$

よって、TEM モードによる伝送は無損失伝送線路によって置き換えて考えることができる。ここで、線路の特性インピーダンス Z_0 を次のように定義する。

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (1.18)$$

次に、線路定数 L, C の決定方法について述べる。均質媒質中の伝搬速度は式 (1.11) より決定されるため、次の関係が導かれる。

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (1.19)$$

一般に、静電容量 C はインダクタンス L に比べて、比較的容易に求めることができる。まず、配線の断面構造から、二次元のラプラスもしくはポアソン方程式を有限要素法、境界要素法、差分法等で解く。得られる電位・電荷分布より静電容量が計算できる。また、インダクタンス L は、式 (1.19) より、

$$L = \frac{\mu\varepsilon}{C} \quad (1.20)$$

として得られる。

1.3.2 準 TEM モードにおける伝送線路の定式化

プリント配線板上の配線は、配線板と空気が媒質として存在する不均質構造を持つマイクロストリップ線路となる。従って、純粋な TEM モードとはならないが、電界の境界条件のみを満足させることにすれば、TEM モードに近い取り扱いが可能となる。この場合、線路間の静電容量のみを不均質媒質中で正確に計算し、インダクタンスについては TEM モードにおける値をそのまま用いることにする。このような近似を準 TEM (quasi-TEM) モード近似と呼ぶ。準 TEM モードでの近似的な特性インピーダンス \hat{Z}_0 は次のように与えられる。

$$\hat{Z}_0 = \sqrt{\frac{C_0}{C}} Z_0 \quad (1.21)$$

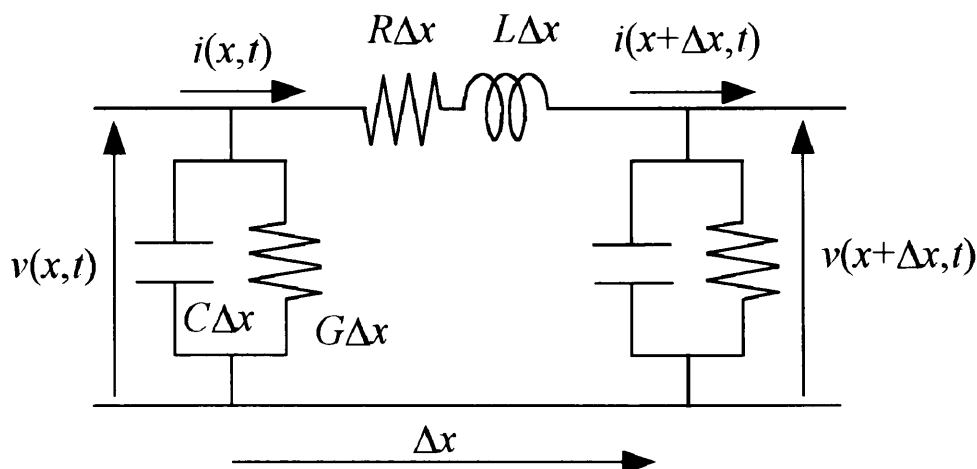


図 1.5: 損失単相伝送線路

ここで、 C は単位長さ当りの不均質媒質中の正確な静電容量である。 C_0 は、この線路が $\epsilon_r = 1$ なる均質な誘電体媒質中にあるとした場合の静電容量である。 Z_0 は TEM モードの式に C_0 を代入して計算される。従って、準 TEM モード近似におけるインダクタンスを L とすると式 (1.18) より、

$$L = C_0 Z_0^2 = \frac{\mu \epsilon_0}{C_0} \quad (1.22)$$

となり、 $\epsilon_r = 1$ なる均質な誘電体媒質中における TEM モードでの値と等価であることがわかる。

不均質媒質中のマイクロストリップ線路の静電容量を正確に計算することは比較的容易であり、TEM モードと同様に二次元のポアソン方程式を解けばよい。よって準 TEM モード近似は線路定数の計算を簡略化するのに役立つ。しかし、この近似は磁界が Maxwell の方程式を厳密には満足していないので、高周波領域では近似度が悪くなっていくことに注意する必要がある。

次に、配線抵抗や誘電体からの漏れ電流を考慮しなければならない場合、それらの効果を近似的に含めた伝送線路の定式化を行う必要がある。そこで、通常、図 1.4 に示すような、単位長さあたりの直列抵抗 R 、直列インダクタンス L 、接地容量 C 、接地抵抗 G からなる近似的な電氣的モデルが用いられる。このモデルから、損失伝送線路の電信方程式

$$-\frac{\partial v(x, t)}{\partial x} = Ri(x, t) + L \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \quad (1.23)$$

$$-\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} = Gv(x, t) + C \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} \quad (1.24)$$

が導かれる。式 (1.23), (1.24) に対しフェーザ法を適用し、電流、電圧について解くと

$$V(x, \omega) = K_1 \cosh \left\{ \theta(\omega) \frac{x}{\ell} \right\} + K_2 \sinh \left\{ \theta(\omega) \frac{x}{\ell} \right\} \quad (1.25)$$

$$I(x, \omega) = -Y_0(\omega) \left[K_1 \cosh \left\{ \theta(\omega) \frac{x}{\ell} \right\} + K_2 \sinh \left\{ \theta(\omega) \frac{x}{\ell} \right\} \right] \quad (1.26)$$

となり、双曲線関数の和として求められる。但し、ここで、

$$\theta(\omega) = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad (1.27)$$

$$Z_0(\omega) = \frac{1}{Y_0(\omega)} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (1.28)$$

である。また、 l は線路の長さを表し、 θ は伝搬定数である。 K_1, K_2 は任意の定数で境界条件によって決まる。例えば、境界条件として線路の始端電圧及び電流を (V_1, I_1) 、終端電圧及び電流を (V_2, I_2) とすれば、線路の始端と終端の関係を示す4端子定数表現が得られる。

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \theta & Z_0 \sinh \theta \\ \frac{1}{Z_0} \sinh \theta & \cosh \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (1.29)$$

§ 1.4 論文構成

本論文では、プリント配線板等における接続配線のモデル化手法の高速・高精度化に関する検討及びその応用方法について検討を行う。本論文の構成を図1.6に示す。配線は周波数に大きく依存するため、配線を伝送線路としてモデル化し、周波数領域での解析が一般的である。しかしながら、集積回路を含んだ回路の動作検証には、時間領域における過渡解析が不可欠であり、伝送線路を時間領域での微分方程式としてモデル化することが必要となる。このような手法としては、従来から、配線を伝送線路として電信方程式により定式化し解析するGMC(Generalized Method of Characteristics)法[8]-[12]やAWE(Asymptotic Waveform Evaluation)法[13]-[17]が提案されてきた。これらの手法では、電信方程式を基に配線端子間の周波数特性を定式化している。得られた周波数領域での特性関数をpadé近似法により有理関数近似し、これを時間領域での微分方程式に変換する。特に、AWE法は伝送線路を含む大規模線形回路網に対して適用可能である。しかし、AWE法には解析精度が低いという問題があった。一方、GMC法は配線を特性モデルと呼ばれる等価モデルに置き換えることで、AWE法と比較して高精度な解析を実現する。しかしながら、GMC法は、伝送線路単体に限定されているため、適用範囲に問題がある。

まず、第2章では、GMC法及びAWE法の問題点を克服するための手法を提案する。つまり、伝送線路の解析にのみ適用可能であったGMC法を、伝送線路を含む大規模線形回路網の解析に拡張する。従来、配線の曲がりやビア穴等の不連続部分は電信方程式とは別に電磁界解析により特性抽出され、線形集中定数素子により近似的に表現される。従って、これらの配線は、伝送線路と線形集中定数素子が多数含まれる大規模線形回路網として取り扱うことができる。そこで、GMC法とAWE法の長所を併せ持つ、大規模線形回路網への適用をも可能とする拡張GMC法を提案する。拡張GMC法では線形回路網全体を拡張特性モデルへと変換する。実際に提案手法を用いて種々の例題回路を解析し、精度的及び速度的な有効性を検討する。

上述のように、大規模配線網を解析するためには、配線部分を伝送線路としてモデル化し、その曲がりやビア穴等の不連続部分は線形集中定数素子でモデル化する手法が用いられてきた。しかしながら、従来の電信方程式による解析手法では、グラウンドをインダクタンス成分や抵抗成分を無視した理想的グラウンドとして取り扱っているため、グラウンドの形状や複雑な物理構造に起因する電磁界効果を正確に検証することは不可能であった。また、電磁界解析シミュレータや実測によれば、このような電磁解効果の検証が可能であるが、設計の際には、このような検証を繰り返し行う必要があり解析時間や開発コストが高価になる。このため、電磁界解析シミュレータや実測により得られたサンプリングデータから、アナログ回路シミュレータで解析可能なマクロモデルを合成することが必要になる。従来、このようなマクロモデル化手法としては、最小二乗法を用いて周波数領域の有理関数に近似し、極と留数を導出することでマクロモデルを合成する手法が一般的である [28]-[32]。しかし、扱う周波数帯域が広範囲となると最小二乗法の近似精度が劣化するため、幾つかの周波数領域に区分し、各領域に対して最小二乗法を適用して極を導出する。しかしながら、各領域で得られた全ての極の中には、不安定な極、重複した極、精度の悪い極等が含まれているため、これらの極から有力極を選択する必要がある。このような極選択手法としては、最小二乗法が提案されている [31][32]。この手法は、QR 分解の直交化を行う際に、サンプリングデータとの残差が小さくなるような極を選択することで有力極を選択する。しかし、この手法は、各端子間ごとのサンプリングデータに対してマクロモデルを合成する SISO(single input single output) 型近似手法であるため、多端子回路のモデル化では計算効率が劣化する。そこで、第3章では、最小二乗法を MIMO(multi input multi output) 型近似手法へ拡張する手法を提案する。実際に、種々の配線板の電磁界解析により得られる配線間のサンプリングデータを用いてマクロモデルの合成を行い、速度並びに精度的な有効性の検討を行う。

更に、昨今は回路実装設計において、ノイズ対策・不要輻射対策が急務となっている。このため、回路実装では、デカップリングコンデンサを用いた設計が重要になっている。しかし、その配置位置や容量等においては、設計者の経験に基づいて行われることも多く、また、電磁界解析等のシミュレーションにおいても配線板での電磁界分布等の確認はできるが、最適な位置決定については経験的に判断しなければならないという問題がある。そこで、第4章では、デカップリングコンデンサの配置位置最適化手法を提案する。一般的に電源・グラウンド間のデカップリングコンデンサは、論理素子の状態遷移の間、理想的にすべての周波数における電流を供給できなければならないため、供給電源でのインピーダンスは、すべての周波数帯域において低インピーダンスであることが望ましい。そこで、プリント配線板への電圧供給電源におけるインピーダンス特性が低くなる方向へデカップリングコンデンサを移動させ、最適な配置位置を探索することを目的とする。また、配線板の物理的構造を考慮するため、配線板を三次元構造からなる線形回路網としてモデル化する [42]-[47]。更に、シミュレーションの高速化のため、大規模線形回路網の

減次モデル化技法として有効的なクリロフ部分空間技法 [48]-[52] を適用する。最終的に提案手法を用いて、例題配線板におけるデカップリングコンデンサの位置最適化シミュレーションを行う。また、電磁界解析シミュレーションを用いて、デカップリングコンデンサの配置による磁界放射の減少を確認することで、提案手法の有効性を示す。

最後に、第5章において、本論文の総括と今後の展望について述べる。

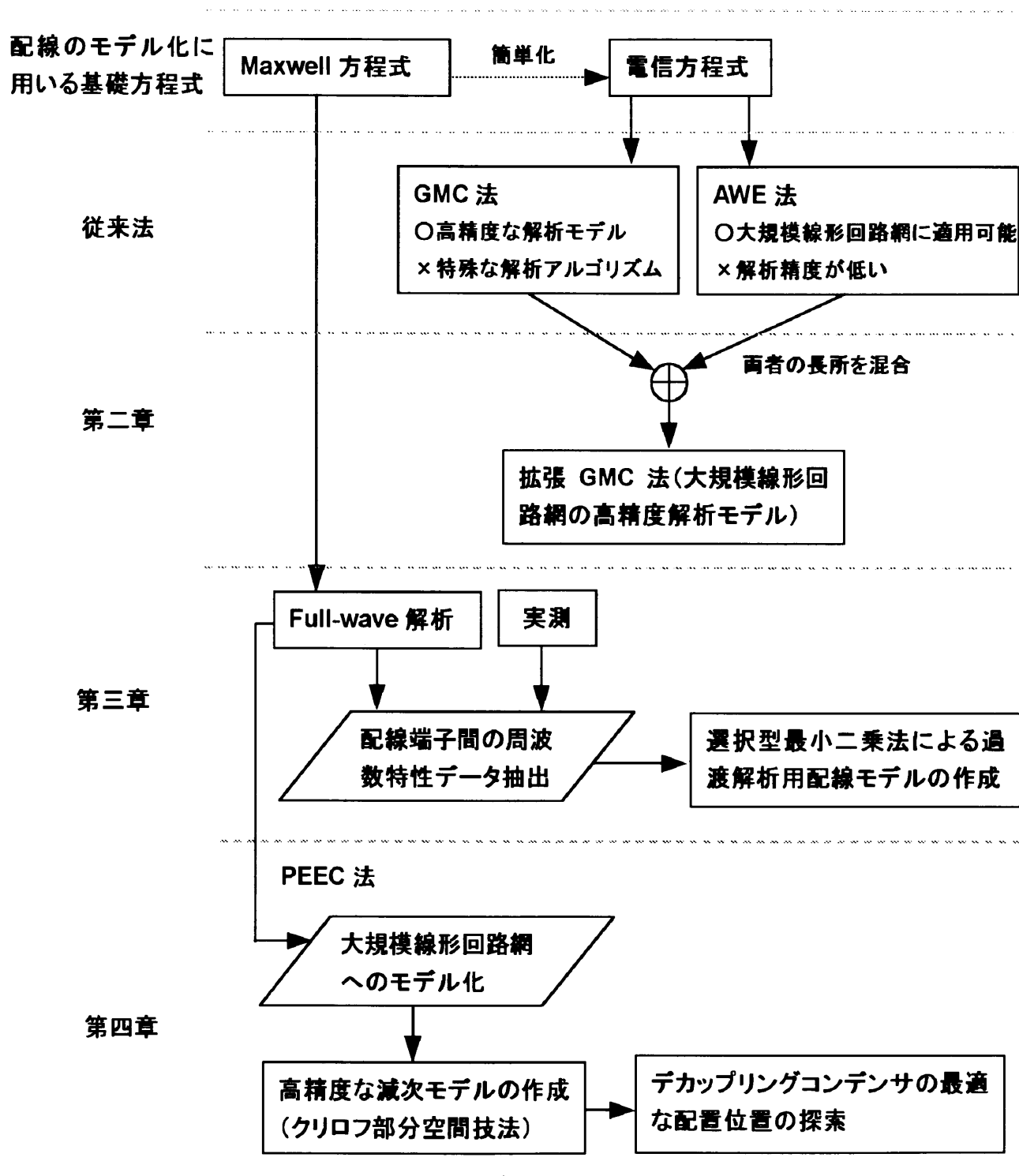


図 1.6: 論文構成

第2章 拡張GMC法を用いた大規模線形回路網のモデル化手法

§ 2.1 概要

本章では、従来、伝送線路への適用に限定されていた GMC 法を基に、大規模線形回路網への適用をも可能とする拡張 GMC 法について示す。近年、線路の形状を考慮した伝送線路解析が重要となっている。配線に曲がり等の不連続部分がない場合には、電信方程式に基づく解析手法を用いて行える。しかし、これらの手法では、配線の曲がりやビア穴等の不連続部分を考慮することは不可能である。そこで、これまで通常、この不連続部分のみに対しては電磁界解析等を行い、その解析結果から、簡易的に RLC 集中定数回路を合成する手法が用いられている。合成された線形集中定数回路を、伝送線路と組み合わせることにより、全体として線路の形状を考慮した解析を行うことができる。従って、大規模配線網は、分布定数線路と線形集中定数素子が多数含まれる大規模線形回路網に置き換えて取り扱うことが可能である (図 2.1)。

一方、分布定数線路の解析手法については、様々な研究が行われている。伝送線路の特性は周波数に依存するため周波数領域での解析が有効だが、配線に接続されるトランジスタ等の非線形回路を含めた動作検証のためには、時間領域での過渡解析が有効である。これまで、伝送線路の電信方程式を線形・非線形の集中定数素子と共に時間領域で解析するための様々な手法が提案されている。特に、現在主に用いられている手法として、GMC(Generalized Method of Characteristics) 法による解析手法 [8]-[12] や AWE(Asymptotic Waveform Evaluation) 法による解析手法 [13]-[16] が挙げられる。AWE 法による解析手法では、線路端子間のアドミタンスもしくはインピーダンス形式で得られる伝達関数を、極と留数を用いて時間領域での微分方程式としてモデル化する。AWE 法は端子間の伝達関数を用いて、時間領域でのマクロモデルを作成するため、扱う線形回路網が大規模となっても、端子間の伝達関数が導出されれば、マクロモデルを合成することができる。しかしながら、伝達関数から極を導出する際に用いられる padé 近似法は安定な伝達関数に対してさえ、安定極を 7 から 9 個しか求めることができない。従って、広帯

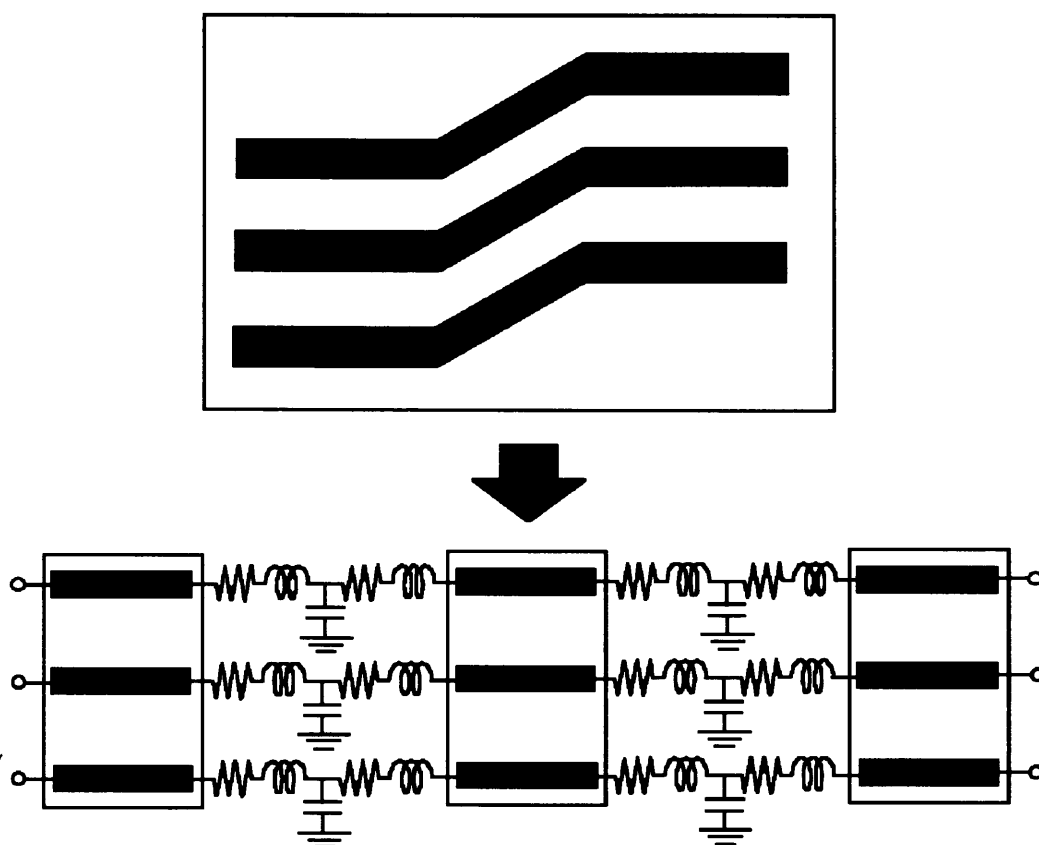


図 2.1: 形状を考慮した配線網の線形回路網としての取扱

域に渡り応答を必要とする関数に対して、解析精度が劣化するという問題がある。一方、GMC 法では、電信方程式を特性インピーダンスと伝搬関数からなる特性モデルに変換する。この特性インピーダンスと伝搬関数に対し *padé* 近似法を適用することにより、従来法よりも解析精度を向上させた。また、遅延評価技法 [19]-[22] を適用して伝播関数から遅延を除くことにより、*padé* 近似法の精度的制約を補い、近似精度の向上に成功した。しかし、GMC 法では、一組の伝送線路ごとにモデル化を行うため、線路数の増加と共に解析速度が低下する問題がある。

そこで第2章では、拡張 GMC 法を提案する。拡張 GMC 法では線形回路網全体を拡張特性モデルへと変換する。この拡張特性モデルに対し、遅延評価技法を適用し有理関数近似を行うならば、アドミタンス行列に、直接 *padé* 近似法を適用する AWE 法に比較して解析精度の改善が期待できる。本手法は、近似有理関数の導出の際に、AWE 法と同様なモーメント生成・モーメント合成過程を用いるため、AWE 法と GMC 法の長所を併せ持つハイブリッドな手法と考えることができる。実際に本手法を用いて種々の例題回路を解析し、精度的及び速度的な有効性を示す。

§ 2.2 従来法

現在までに、伝送線路の解析手法として広く用いられている手法として AWE 法と GMC 法がある。これらの手法では、まず、電信方程式を変形し配線端子間の伝達関数を導出する。その後、padé 近似法を用いて時間領域での微分方程式を求めている。本節では、これらの手法について紹介する。

2.2.1 AWE 法による解析

AWE 法は、線形集中定数回路網の応答波形を近似する手法として Pillage らにより提案された [13]。この手法は、回路の時間応答波形を少数の極と留数で近似する手法であり、近似の次数 (極と留数の個数) を上げていくに従って解析波形が厳密な応答波形に漸近的に近づいていく。1 次の AWE 法は、最終的に Elmore 遅延モデル [24] に帰着されるが、2 次以上の近似を用いることにより、より精度の良い解析を行うことができる。一方、Nakhla らは AWE 法を一般化し、伝送線路を含む線形回路網を取り扱うことを可能にした。

AWE 法は、モーメント生成、モーメント整合、回路合成という 3 つの手順を用いて線形回路網の応答を近似する。次項以下では、これらについて述べ、更に電信方程式の取り扱いについても触れる。

(1) モーメント生成

AWE 法では、線形回路網全体の修正節点方程式を、次式のように周波数 (プラス) 領域でたてる。

$$\mathbf{Y}(s)\mathbf{X}(s) = \mathbf{E} \quad (2.1)$$

ただし、 $\mathbf{Y}(s)$ は回路の修正アドミタンス行列、 $\mathbf{X}(s)$ は未知変数ベクトル、 \mathbf{E} はインパルス入力ベクトルである。つまり、 $\mathbf{X}(s)$ は入力 \mathbf{E} に対するインパルス応答を表している。次に、このインパルス応答を次式のように級数展開することを考える。

$$\mathbf{X}(s) = [\mathbf{Y}^{-1}(s)] \mathbf{E} = \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{M}_n s^n \quad (2.2)$$

ここで、行列 \mathbf{M}_n は級数展開における n 次係数であり、モーメントと呼び、

$$\mathbf{M}_n = \frac{1}{n!} \frac{d^n [\mathbf{Y}^{-1}(s)\mathbf{E}] |_{s=0}}{ds^n} \quad (2.3)$$

である。しかし、 $Y(s)$ の各成分は s の多項式であるので、その逆行列を求めるのは困難である。そこで、 M_n を求めるために、次のような再帰的關係式を用いる。

$$Y(0)M_0 = E \quad (2.4)$$

$$Y(0)M_n = -\sum_{r=1}^n \frac{1}{r!} \frac{d^r [Y(s)M_{n-r}]|_{s=0}}{ds^r} \quad (n > 0) \quad (2.5)$$

(2) モーメント整合

モーメント生成によって得られた $2q-1$ 個のモーメントから、インパルス出力を近似することを考える。

$$X(s) \approx \sum_{n=0}^{2q-1} M_n s^n \quad (2.6)$$

ここで、所望の出力端子を i とし、これを padé 近似法を用いて、以下のような有理関数に近似する。

$$X_i(s) \approx \frac{b_0 + b_1 s + \cdots + b_L s^L}{1 + a_1 s + \cdots + a_M s^M} \quad (2.7)$$

ただし、 M, L はそれぞれ分子多項式及び分母多項式の次数であり、以下の関係を満たす M, L を自由を選択することができる。

$$M + L \leq 2q \quad (M \geq 0, L \geq 0) \quad (2.8)$$

ただし、一般的に $M = q, L = q$ となるように選択される場合が多い。また、分母多項式及び分子多項式の係数はモーメントとの関係から次式を用いて求められる。

$$\begin{bmatrix} m_{L-M+1} & m_{L-M+2} & \cdots & m_L \\ m_{L-M+2} & m_{L-M+3} & \cdots & m_{L+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_L & m_{L+1} & \cdots & m_{L+M-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_M \\ a_{M-1} \\ \vdots \\ a_1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_{L+1} \\ m_{L+2} \\ \vdots \\ m_{L+M} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$b_r = \sum_{j=0}^r m_{r-j} a_j \quad (r = 0, 1, \dots, L) \quad (2.10)$$

(3) 回路合成

モーメント整合によって得られた有理関数を、時間領域の回路行列に組み込むことを考える。例えば、対象とする有理関数が、インパルス電圧を印加した場合の電流応答だと仮定すれば、これは電圧・電流間のアドミタンス形式の伝達関数に他ならない。

$$I(s) = \frac{b_0 + b_1s + \cdots + b_qs^q}{1 + a_1s + \cdots + a_qs^q} V(s) \quad (2.11)$$

ここで、時間領域での解析に際し、2つの方法を考えることができる。第1の方法は、係数 a, b を直接、回路方程式に組み入れる方法である [15]。一方、第2の方法は、一旦伝達関数の極と留数を求めた後に回路方程式に組み込む手法である [16]。ここで、もし係数 a, b が実数ならば、前者の方法を用いたほうが実数計算のみで処理できるために有効である。しかし、係数 a, b や極及び留数が複素数となる場合は、実部と虚部を分けて回路行列に組み入れる必要がある。

・有理関数の係数を直接用いる回路合成手法

式 (2.11) において、係数 a, b が実数であると仮定する。実際、複素極を持つような応答においても、その極の共役極を持つため係数 a, b を実数とすることは容易である。ここで、式 (2.11) を逆ラプラス変換することにより、次に示す微分方程式が得られる。

$$i(t) \left\{ 1 + \frac{d}{dt} a_1 + \cdots + \frac{d^q}{dt^q} a_q \right\} = v(t) \left\{ b_1 + \frac{d}{dt} b_2 + \cdots + \frac{d^q}{dt^q} b_q \right\} \quad (2.12)$$

式 (2.12) を時間領域の回路行列に組み込むため、新たに未知変数ベクトル \mathbf{x} を導入し、連立1次微分方程式に書き改める。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} x_1(t) &= -ci(t) + c \frac{b_1}{a_0} v(t) \\ \frac{d}{dt} x_2(t) &= \frac{a_0}{a_1} x_1(t) - ci(t) + c \frac{b_2}{a_1} v(t) \\ \frac{d}{dt} x_3(t) &= \frac{a_1}{a_2} x_2(t) - ci(t) + c \frac{b_3}{a_2} v(t) \\ &\dots \\ \frac{d}{dt} i(t) &= \frac{a_{q-2}}{a_{q-1}} x_{q-1}(t) - ci(t) + c \frac{b_q}{a_{q-1}} v(t) \end{aligned} \quad (2.13)$$

ただし、

$$c = \frac{a_{q-1}}{a_q} \quad (2.14)$$

である。

・極、留数による回路合成手法

式 (2.11) において、伝達関数の極と留数を求める。有理関数の極、留数の数値計算手法としては、DKA 法等が広く用いられている。結果として、

$$I(s) = Y(s)V(s) = \sum_{j=1}^q \frac{k_j}{s - p_j} V(s) \quad (2.15)$$

となる。ここで、 p_j, k_j はそれぞれ、伝達関数の極及び留数である。次に、新たに未知変数ベクトル X を導入して

$$I(s) = \sum_{j=1}^q k_j X_j(s) \quad (2.16)$$

$$X_j(s) = \frac{V(s)}{s - p_j} \quad (2.17)$$

と置き換える。式 (2.16),(2.17) を時間領域に逆ラプラス変換すると、

$$i(t) = \sum_{j=1}^q k_j x_j(t) \quad (2.18)$$

$$\frac{d}{dt} x_j(t) = p_j x_j(t) + v(t) \quad (2.19)$$

なる連立 1 次微分方程式が得られる。

(4) 単相伝送線路の取り扱い

Nakhla らは、電信方程式を変形することにより伝送線路を入力端と出力端をもつ部分回路として取り扱い、AWE 法により解析する手法を提案した [14]-[17]。この手法では、伝送線路端子間の関係を次のように仮定する。

$$\mathbf{A}(s)\mathbf{V}(s) + \mathbf{B}(s)\mathbf{I}(s) = \mathbf{0} \quad (2.20)$$

ただし、 \mathbf{V}, \mathbf{I} は周波数領域での伝送線路の端子電圧及び端子電流を示す。また、 \mathbf{A}, \mathbf{B} はそれぞれ線路パラメータから算出することができる。式 (2.20) を式 (2.1) の修正節点方程式に組み込むことにより、伝送線路についても AWE 法により解析することができる。単相伝送線路の場合、式 (1.29) より、

$$\mathbf{A}(s) = \begin{bmatrix} \cosh \theta & -1 \\ Y_0 \sinh \theta & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}(s) = \begin{bmatrix} Z_0 \sinh \theta & 0 \\ \cosh \theta & -1 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

となる。 $Z_0(s)$, $Y_0(s)$, $\theta(s)$ 及びその双曲線関数は、それぞれ s について級数展開され、これを式 (2.1) に代入し、モーメント生成を行う。以上により、単相損失伝送線路を時間領域で解析することができる。

モーメント整合で用いられる padé 近似法は実際の伝達関数よりも低次の極と留数の組で近似有理関数を生成する。しかし、近似はモーメント生成がテーラー級数展開に基づいているため、その級数展開ポイント近傍では正確であるが、そのポイントから離れるにつれて精度が劣化する。また近似の次数を上げた場合、安定した回路網においても右半平面の不安定極が発生するため、得られる安定極は 7 から 9 個に制限される。ゆえに、この手法では高周波成分の応答精度が劣化する。

(5) 多相伝送線路の取り扱い

複数の線路が相互に影響し合う関係にある場合、それらの線路は一組の多相伝送線路として扱わなければならない。 n 相伝送線路ではそれぞれの線路パラメータが $n \times n$ の正方行列で表される。多相系での線路直列インピーダンス及び線路並列アドミタンスは式 (2.22), (2.23) のように表される [4]。

$$\mathbf{Z}(s) = \mathbf{R} + s\mathbf{L} \quad (2.22)$$

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{G} + s\mathbf{C} \quad (2.23)$$

上式において \mathbf{Z} 及び \mathbf{Y} は対称行列となる。このような多相伝送線路に対しても、AWE 法は適用することが可能である。ただし、各線路定数が行列形式となるため、モーメント生成の際にモード理論を用い単相線路へ分割する必要がある [14]。

・モード分割に基づく手法

単相伝送線路の場合と同様に、伝送線路の端子間の関係式を、

$$\mathbf{A}(s)\mathbf{V}(s) + \mathbf{B}(s)\mathbf{I}(s) = \mathbf{0} \quad (2.24)$$

と仮定する。また、式 (2.22), (2.23) で示した線路直列インピーダンス及び線路並列アドミタンスの、行列積 \mathbf{ZY} の固有値を γ_m^2 とする。さらに、対応する固有ベクトルを \mathbf{S}_m と置く。結果的に式 (2.24) の \mathbf{A} 及び \mathbf{B} は次のように表される。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_v \mathbf{E}_1 \mathbf{S}_v^{-1} & -\mathbf{U} \\ \mathbf{S}_i \mathbf{E}_2 \mathbf{S}_i^{-1} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_v \mathbf{E}_2 \mathbf{S}_v^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{S}_i \mathbf{E}_1 \mathbf{S}_i^{-1} & -\mathbf{U} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$$\mathbf{E}_1 = \text{diag} \left\{ \frac{\exp(-\gamma_m D) + \exp(\gamma_m D)}{2} \right\}, \quad (m = 1, \dots, N) \quad (2.27)$$

$$\mathbf{E}_2 = \text{diag} \left\{ \frac{\exp(-\gamma_m D) - \exp(\gamma_m D)}{2} \right\}, \quad (m = 1, \dots, N) \quad (2.28)$$

$$\mathbf{S}_i = \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{S}_v \mathbf{H} \quad (2.29)$$

ただし、 D は線路長であり、 \mathbf{S}_v は固有ベクトル \mathbf{S}_m を各列に持つ固有ベクトル行列である。また、 \mathbf{H} は固有値を対角要素に持つ固有値行列である。

ところが、多相線路のモーメントを生成する固有モードに基づいた手法では、行列多項式の固有値、固有ベクトルを求めるのは非常にコストがかかり、また精度的にも不要な打ち切り誤差を導いてしまうという問題があった。このため、Nakhlaらは文献[16]において、多相線路のモーメント生成のために、より高精度な手法を提案している。

・ 行列指数関数に基づく手法

まず、多相伝送線路の電信方程式は、次のように記述できる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{H}(x, s) = (\mathbf{A} + s\mathbf{B}) \mathbf{H}(x, s) \quad (2.30)$$

ただし、

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{R} \\ -\mathbf{G} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{L} \\ -\mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

$$\mathbf{H}(x, s) = \begin{bmatrix} \mathbf{V}(x, s) \\ \mathbf{I}(x, s) \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

である。線路の長さを d として、終端電圧と電流を $\mathbf{H}(d, s)$ とおけば、式(2.30)から次の解が得られる。

$$\mathbf{H}(d, s) = \exp\{(\mathbf{A} + s\mathbf{B})d\} \mathbf{H}(0, s) \quad (2.34)$$

式(2.34)において指数関数部分を式(2.35)のテーラー級数展開を用い展開する。

$$\exp \mathbf{X} = \mathbf{U} + \mathbf{X} + \frac{1}{2!} \mathbf{X}^2 + \dots + \frac{1}{n!} \mathbf{X}^n + \dots \quad (2.35)$$

結果として、式 (2.34) は次式のような 4 端子定数形式で表示することができる。

$$\mathbf{H}(d, s) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(s) & \mathbf{B}(s) \\ \mathbf{C}(s) & \mathbf{D}(s) \end{bmatrix} \mathbf{H}(0, s) \quad (2.36)$$

ただし式 (2.35) で用いた指数関数のテーラー級数は、 \mathbf{X} の固有値が複素平面内の単位円内にあれば素早く収束するが、そうでないならば打ち切り誤差を生じてしまう。それ故、線路長 d を何区分かに分割することにより、 \mathbf{X} の値を調整する。これらの区分を式 (2.36) で直列接続させることにより、もとの長さのモーメントが得られる。以上によって、多相伝送線路のモーメントを精度良く、また容易に求めることができる。

2.2.2 GMC 法による解析

Branin は単相無損失伝送線路の解析に特性モデル (Characteristic model) と呼ばれる等価回路を用いた [7]。後にこの特性モデルは Chang により単相損失伝送線路の解析に拡張された。この解析手法を GMC (Generalized Method of Characteristics) 法と呼ぶ [8]-[12]。

GMC 法では、まず単相損失伝送線路の電信方程式を変形し、その特性モデルを導出する。式 (1.29) を周波数 (ラプラス) 領域で展開すると次式が得られる。

$$\begin{cases} V_1 = V_2 \cosh \theta + Z_0 I_2 \sinh \theta \\ Z_0 I_1 = V_2 \sinh \theta + Z_0 I_2 \cosh \theta \end{cases} \quad (2.37)$$

式 (2.37) を変形すると式 (2.38) が得られる。

$$\begin{cases} V_1 = Z_0 I_1 + \exp(-\theta)[V_2 - Z_0 I_2] \\ V_2 = -Z_0 I_2 + \exp(-\theta)[V_1 + Z_0 I_1] \end{cases} \quad (2.38)$$

最終的に、単相損失伝送線路は以下のように記述することができる。

$$\begin{cases} V_1 = Z_0 I_1 + E_1 \\ V_2 = -Z_0 I_2 + E_2 \end{cases} \quad (2.39)$$

ただし、

$$\begin{cases} E_1 = \exp(-\theta)[2V_2 - E_2] \\ E_2 = \exp(-\theta)[2V_1 - E_1] \end{cases} \quad (2.40)$$

である。ここで、伝搬定数 θ の指数関数 $\exp(-\theta)$ を伝搬関数と呼ぶ。

式 (2.39) 及び式 (2.40) は、図 2.2 に示したような負荷インピーダンスと電圧源をもつ特性モデルとして考えることができる。AWE 法と同様に、特性インピーダンス Z_0 と伝搬関数 $\exp(-\theta)$

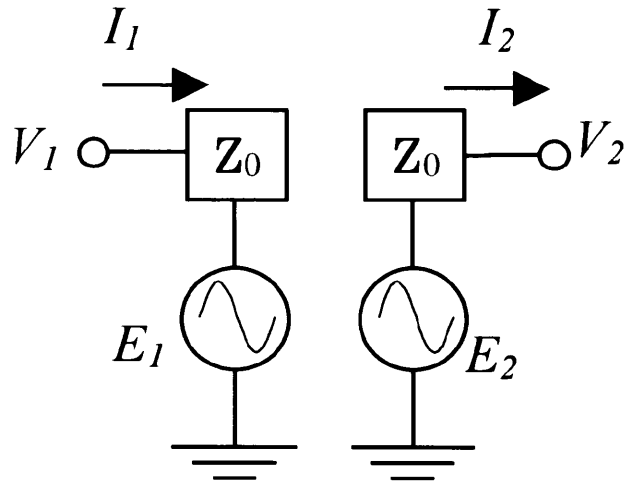


図 2.2: 単相損失伝送線路の特性モデル

を級数展開し、各々のモーメントを生成する。さらに、モーメント整合を行い近似有理関数を求める。

しかし、先に述べたように、モーメント整合で用いる padé 近似法には精度的な限界が存在した。そこで GMC 法では、特性インピーダンス Z_0 についてはそのままモーメント整合を行うが、伝搬関数についてはモーメント整合の前にあらかじめ以下のような操作を行っておく。まず、伝搬定数は次式のように変形される。

$$-\theta = -l\sqrt{(R+sL)(G+sC)} = -sl\sqrt{LC}\sqrt{\left(1+\frac{R}{sL}\right)\left(1+\frac{G}{sC}\right)} \quad (2.41)$$

ここで、 $\tau = l\sqrt{LC}$ と置くと、伝搬関数は以下のように記述される。

$$\exp(-\theta) = \exp(-s\tau)H(s) \quad (2.42)$$

ただし、

$$H(s) = \exp\left\{\sqrt{\left(1+\frac{R}{sL}\right)\left(1+\frac{G}{sC}\right)}\right\} \quad (2.43)$$

である。また、 $H(s)$ についてはモーメント整合を行う。ここで、 $\tau(\text{sec})$ は無損失伝送線路の信号伝達遅延に等しい。このような群遅延成分は有限の状態方程式では表現できない。一方、この遅延成分を有理関数により近似する場合、かなりの次数を用いなければ精度の良い応答を得ることができない。ゆえに、 $\exp(-s\tau)$ に対し padé 近似法を適用することは得策ではない。そこで GMC 法では、単に時間領域において $H(s)$ による応答を τ 時刻ずらすことにより、遅延成分に padé 近似法を用いることを避けた。これにより、アドミタンス形式の伝達関数を用いる AWE 法に比較して、高精度の解析を行うことができる。つまり、GMC 法では、有理関数近似された $Z_0(s)$ 及び $H(s)$ を用いて、単相損失伝送線路を図 2.2 に示されるような特性モデルに近似される。

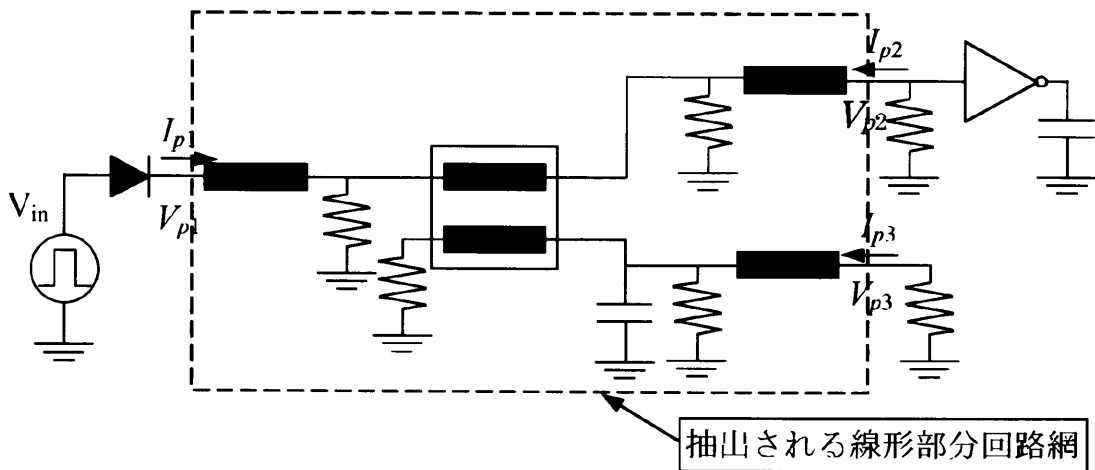


図 2.3: 線形部分回路網の抽出

§ 2.3 拡張 GMC 法を用いたモデル化手法

本節では、複数の伝送線路を含む大規模な線形回路網の解析を効果的に行なうため、拡張 GMC 法を提案する。本手法では、複数の伝送線路を含む線形回路網を 1 つの拡張 GMC モデルとして合成する。ただし、この線形回路網は、その入出力端子に伝送線路が内部接続されるように回路網全体から抽出されているものとする。拡張 GMC 法では、線形回路網を特性モデルを拡張した拡張特性モデルとして合成する。拡張特性モデルの特性インピーダンスと伝搬関数は、padé 近似法によって有理関数近似される。この際、遅延評価技法を適用することにより精度の向上を試みる。

2.3.1 拡張特性モデル

提案手法で解析の対象となる線形部分回路網は、図 2.3 において破線で囲まれた回路網のように、その入出力端子に伝送線路が内部接続されるように回路網全体の中から抽出されているとする。

このように抽出された線形部分回路網は、特性インピーダンスと伝搬関数を用いることにより、図 2.4 に示されるような拡張特性モデルに合成される。この拡張特性モデルにおいて、端子電圧及び電流は、以下のような関係式で表される。

$$V_{pi} = Z_{pi} I_{pi} + E_{pi} \quad (2.44)$$

$$E_{pi} = \sum_{j=1}^N C_{ij} W_{pj} \quad (2.45)$$

$$W_{pj} = 2V_{pj} - E_{pj} \quad (2.46)$$

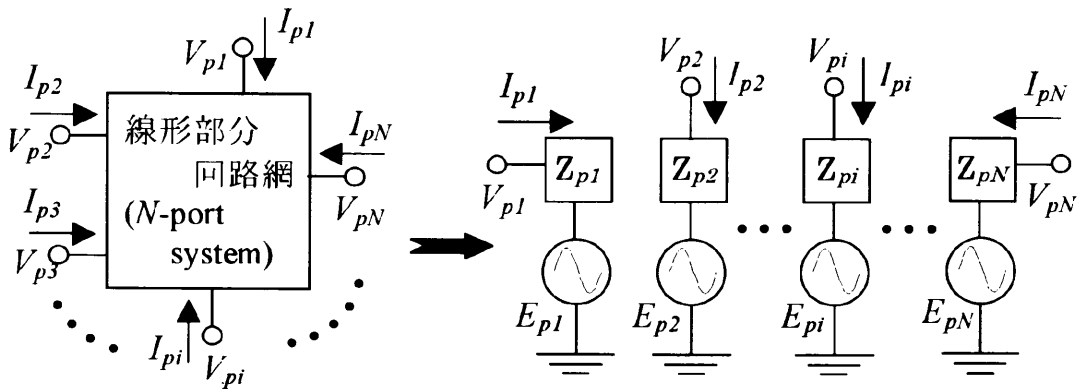


図 2.4: 拡張特性モデル

ここで、 N はポート数であり、 E_{pi} は、ポート i における仮想電圧源である。 V_{pi} と I_{pi} は、それぞれポート i における電圧と電流を表す。また、 Z_{pi} は、ポート i における特性インピーダンスであり、 C_{ij} は、ポート i とポート j の間の伝搬関数を表す。ここで、ポートとは、線形部分回路網の入出力端子を意味するものとする。次項でこの特性インピーダンスと伝搬関数の導出方法について説明する。

2.3.2 モーメント生成

本項では、提案手法における特性インピーダンス Z_{pi} と伝搬関数 C_{ij} の導出方法について述べる。

・特性インピーダンスのモーメント生成

まず、線形部分回路網のポートに内部接続された伝送線路を通常の特徴モデルによりモデル化し、他の伝送線路については、4端子定数を用いモデル化する。例として図 2.5 に示される線形部分回路網は、この2つのモデル化手法により図 2.6 のようにモデル化される。最終的に図 2.6 は、図 2.4 で示された拡張特性モデルとして合成される。よって、拡張 GMC 法における特性インピーダンス Z_{pi} は、線形部分回路網のポートに内部接続された伝送線路の特性インピーダンスに等しい。

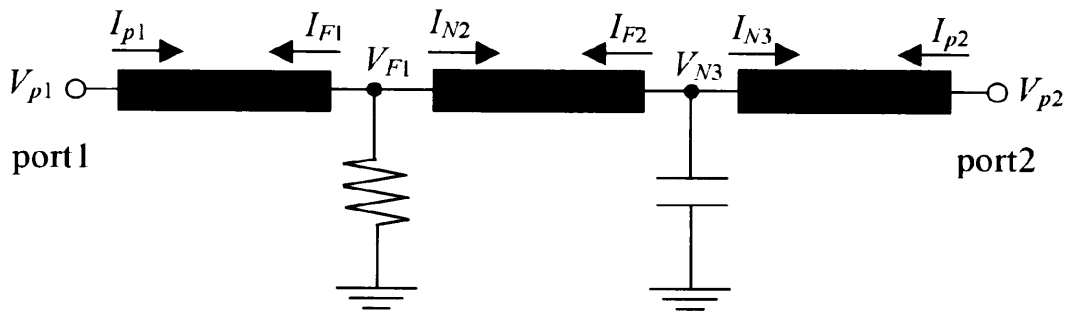


図 2.5: 線形部分回路網の一例

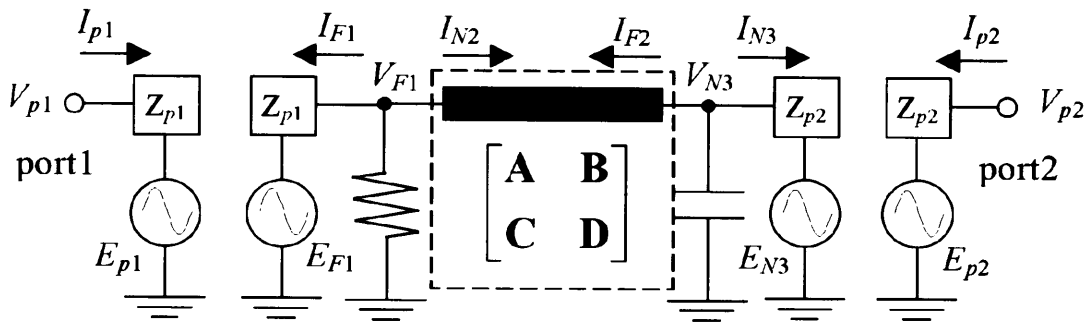


図 2.6: 線形部分回路網 (図 2.5) のモデル化

・ 伝搬関数のモーメント生成

次に、伝搬関数 C_{ij} を導出する。伝搬関数は、AWE 法におけるモーメント導出と同様に、周波数 (ラプラス) 領域における線形部分回路網の修正節点方程式から導くことができる。

$$\mathbf{Y}(s)\mathbf{X}(s) = \mathbf{E} \tag{2.47}$$

ただし、 $\mathbf{Y}(s)$ は修正節点行列、 $\mathbf{X}(s)$ は未知変数ベクトル、 \mathbf{E} はインパルス入力ベクトルである。実際に修正節点行列を導出の前に、次のような分類を行う。特性モデルは、図 2.7 に示されるように回路端子部分の伝送線路を仮想的に 2 つの部分回路に分割する。その部分回路が線形回路網の外部端子側の場合、その部分回路の状態変数に添字 N を付けることとする。一方、逆側の部分回路には、添字 F を付けることとする。

次に、提案手法で用いる修正節点行列の生成法について説明する。まず、式 (2.44), (2.45), (2.46) より、端子部分の伝送線路をモデル化するための特性モデルのスタンプ規則を、表 2.1 に示す。また、4 端子定数を用いた伝送線路モデルのスタンプ規則は、表 2.5 に示したものをいれればよい。但し、 (V_N, I_N) 及び (V_F, I_F) は線路の始端部と終端部での電圧及び電流を表す。

表 2.1 及び表 2.5 で示された 2 種類の線路モデルと他の全ての線形集中定数素子を修正節点行列にスタンプすることにより、線形回路網全体の修正節点方程式が得られる。よって、式 (2.47)

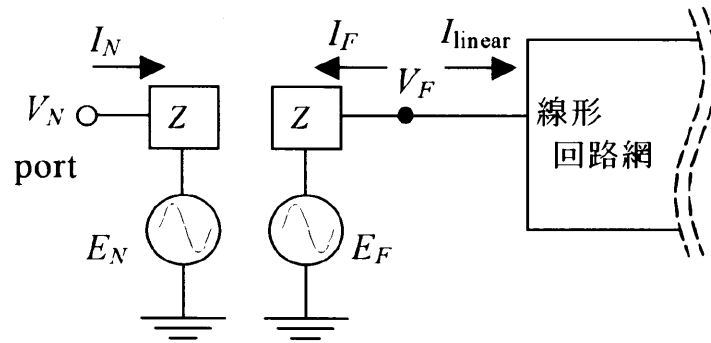


図 2.7: 線形部分回路網の端子部分の取り扱い
表 2.1: 特性モデルのスタンプ

	V_N	I_N	E_N	W_N	V_F	I_F	E_F	W_F	RHS
V_N				1					*
I_N	1	$-Z$	-1						
E_N			1		$-2H$		H		
W_N	2		1	1					
V_F						1			
I_F					1	$-Z$	-1		
E_F	$-2H$		H				1		
W_F					-2		1	1	

の修正節点方程式に対して、AWE 法のモーメント生成方法を適用すれば、任意の端子間のモーメントを生成することができる。

ある外部端子 i から、他の外部端子 j への伝搬関数のモーメントを得るためには、端子 i に接続されている特性モデルの W_N^i にインパルス入力を与え、端子 j に接続されている特性モデルの E_N^j の応答を計算すればよい。ここで得られる応答が C_{ij} となる。 W_N^i にインパルス入力を与えるためには、表 2.1 の「*」印の右辺ベクトル (RHS) に 1 を仮定してモーメント生成すればよい。全ての外部端子から他の端子へのモーメントを得るためには、各端子毎にインパルス入力を加える必要がある。以下に伝搬関数のモーメントを導出するためのアルゴリズムをまとめた。

Calculation algorithm for the wave propagation C_{ij}

$N =$ the number of ports

Stamp the MNA matrix.

for($j = 1; j \leq N; j++$) {

 Add an impulse excitation to W_{pj} at the port j .

表 2.2: 線形抵抗のスタンプ

	$V+$	$V-$
$V+$	G	$-G$
$V-$	$-G$	G

表 2.3: 線形キャパシタのスタンプ

	$V+$	$V-$
$V+$	sC	$-sC$
$V-$	$-sC$	sC

表 2.4: 線形インダクタのスタンプ

	$V+$	$V-$	I
$V+$			1
$V-$			-1
I	-1	1	sL

表 2.5: 伝送線路のスタンプ

	V_N^T	V_F^T	I_N^T	I_F^T
V_N			U	
V_F				U
I_N	$A(s)$	$-U$	$-B(s)$	
I_F	$C(s)$		$-D(s)$	$-U$

Solve MNA(2.47) for $X(s)$, to get the moment of E_{pi} ($i = 1, \dots, N$).

for($i = 1; i \leq N; i++$) {

$$C_{ij}(s) = E_{pi}(s)$$

}

}

2.3.3 遅延評価技法の適用

前述のアルゴリズムにより、拡張特性モデルの特性インピーダンス Z_{pi} 及び伝搬関数 C_{ij} は s の多項式として求められる。伝搬関数の各成分を、そのまま有理関数近似することも考えられる

が、padé 近似法には精度的な限界が存在する。そのため、遅延成分を含むような伝達関数の近似には向いていない。そこで、GMC 法においても有効であったように、各成分から遅延成分を取り除くことを考える。また、精度を向上させるためには、伝播関数から取り除くことのできる最大の遅延成分を見積もることが必要になる。そこで、遅延評価技法 [19]-[22] を用いて、この遅延成分を見積もる。そこで、以下に遅延評価技法を用いて遅延成分取り除く方法について述べる。まず、伝播関数は以下のように表される。

$$\mathbf{C}(s) = \begin{bmatrix} C_{1,1}(s) & C_{1,2}(s) & \cdots & C_{1,n}(s) \\ C_{2,1}(s) & C_{2,2}(s) & \cdots & C_{2,n}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n,1}(s) & C_{n,2}(s) & \cdots & C_{n,n}(s) \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

ただし、式 (2.48) の各成分は以下のようになる。

$$C_{i,j}(s) = m_0^{i,j} + m_1^{i,j}s + m_2^{i,j}s^2 + \cdots + m_n^{i,j}s^n + \cdots$$

ここで、任意の遅延成分を $\tau_{i,j}$ と見積もると、周波数領域では $\exp(-s\tau_{i,j})$ として表すことができる。よって、伝播関数の各成分は次のように書き改めることができる。

$$\begin{aligned} C_{i,j}(s) &= \exp(-s\tau_{i,j}) \exp(s\tau_{i,j}) C_{i,j}(s) \\ &= \exp(-s\tau_{i,j}) \hat{C}_{i,j}(s) \end{aligned} \quad (2.49)$$

ただし、 $\exp(s\tau)$ の計算には級数展開を用い、

$$\hat{C}_{i,j}(s) = \left(1 + \tau_{i,j}s + \frac{(\tau_{i,j})^2}{2!}s^2 + \cdots \right) C_{i,j}(s) \quad (2.50)$$

として遅延成分を取り除いた新たな伝播関数成分 $\hat{C}_{i,j}(s)$ を見積もる。次に、この成分に対し padé 近似法を適用する。近似の次数は padé 近似の特性を考慮し、4 ~ 10 次を用いる。結果として、式 (2.51) に示す近似有理関数が得られる。

$$\hat{C}_{i,j}(s) = \frac{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \cdots + b_ns^n}{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \cdots + a_ns^n} \quad (2.51)$$

この時、もし式 (2.51) の分母多項式がフルヴィッツの安定判別法を満たしているならば、この伝達関数は安定である。つまり、遅延成分 $\tau_{i,j}$ は許容されたと判断する。逆に、もし分母多項式が不安定極を持つならば、遅延成分 $\tau_{i,j}$ は許容されなかったとみなす。この判定基準を用い二分探索アルゴリズムと逐次探索を行い、伝播関数に含まれる最大遅延を見積もる。以上のようにして、伝播関数行列の各要素に含まれる遅延成分を、周波数領域において取り除くことができる。これを時間領域において考えると、前節でも述べたように、時間領域で波形応答を $\tau_{i,j}(\text{sec})$ だけシフ

トすることを意味する。従って、 N ポートの拡張 GMC モデルでの伝達応答について、式 (2.45) を時間領域で表現すると、

$$e_{pi}(t) = \sum_{j=1}^N \hat{c}_{i,j} (2v_j(t - \tau_{i,j}) - e_{pj}(t - \tau_{i,j}))$$

となる。

§ 2.4 シミュレーション

提案手法を用い、3種類の例題回路の解析を行った。ここで、Micro-Sim 社の市販回路シミュレータ Pspice7.1 の解析精度を基準として用いた。また、比較のため、例題回路 1, 2 では従来法である GMC 法を用い、例題回路 1, 2, 3 では AWE 法を用いた。そして、提案手法、AWE 法ともに 6 次の padé 近似を用いた。

シミュレーション環境としては、例題回路 1 については Intel Pentium II 266MHz IBM-PC Clone 上で、また、例題回路 2, 3 については Intel Pentium II 300MHz IBM-PC Clone 上で Microsoft Windows95 を用いてシミュレーションを行った。

2.4.1 例題 1

例題回路 1 として図 2.8 に示した線形回路網の解析を行なった。解析対象となる線形部分回路網は、破線により囲まれている部分である。ここで、単相伝送線路の線路定数として

$$\begin{aligned} R &= 2.5 \Omega/\text{cm} & L &= 10.0 \text{ nH}/\text{cm} \\ C &= 4.0 \text{ pF}/\text{cm} & G &= 0.5 \text{ mS}/\text{cm} \end{aligned} \quad (2.52)$$

の値を使用した。

シミュレーション結果を図 2.9 に、解析速度を表 2.6 に示す。解析結果から提案手法の解析波形は、PSpice7.1 及び GMC 法で得られた波形とほぼ一致した。また、GMC 法と比べ、線路ごとにモデル化を行なっていないため効率的であることが確認できた。

表 2.6: 例題 1 の解析時間比較

PSpice 7.1	AWE 法	GMC 法	拡張 GMC 法
43.28 sec	0.22 sec	0.88 sec	0.27 sec

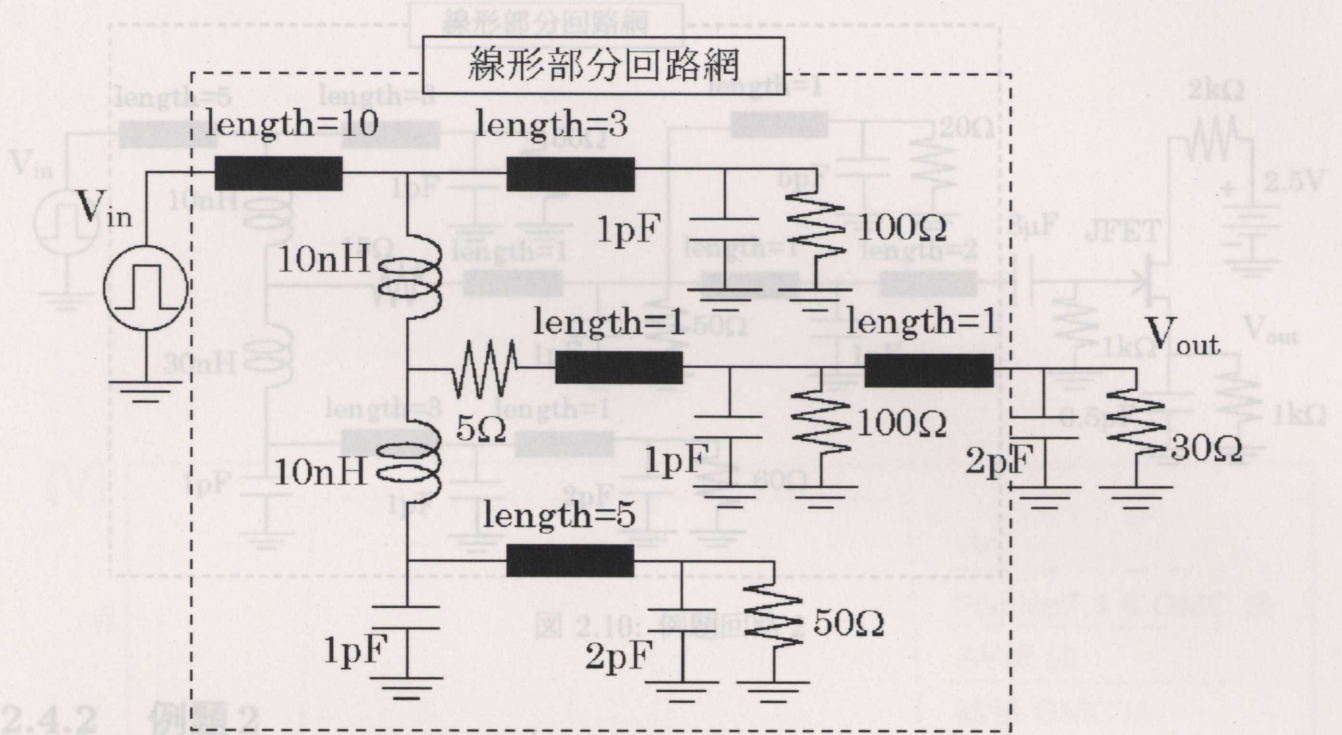


図 2.8: 例題回路 1

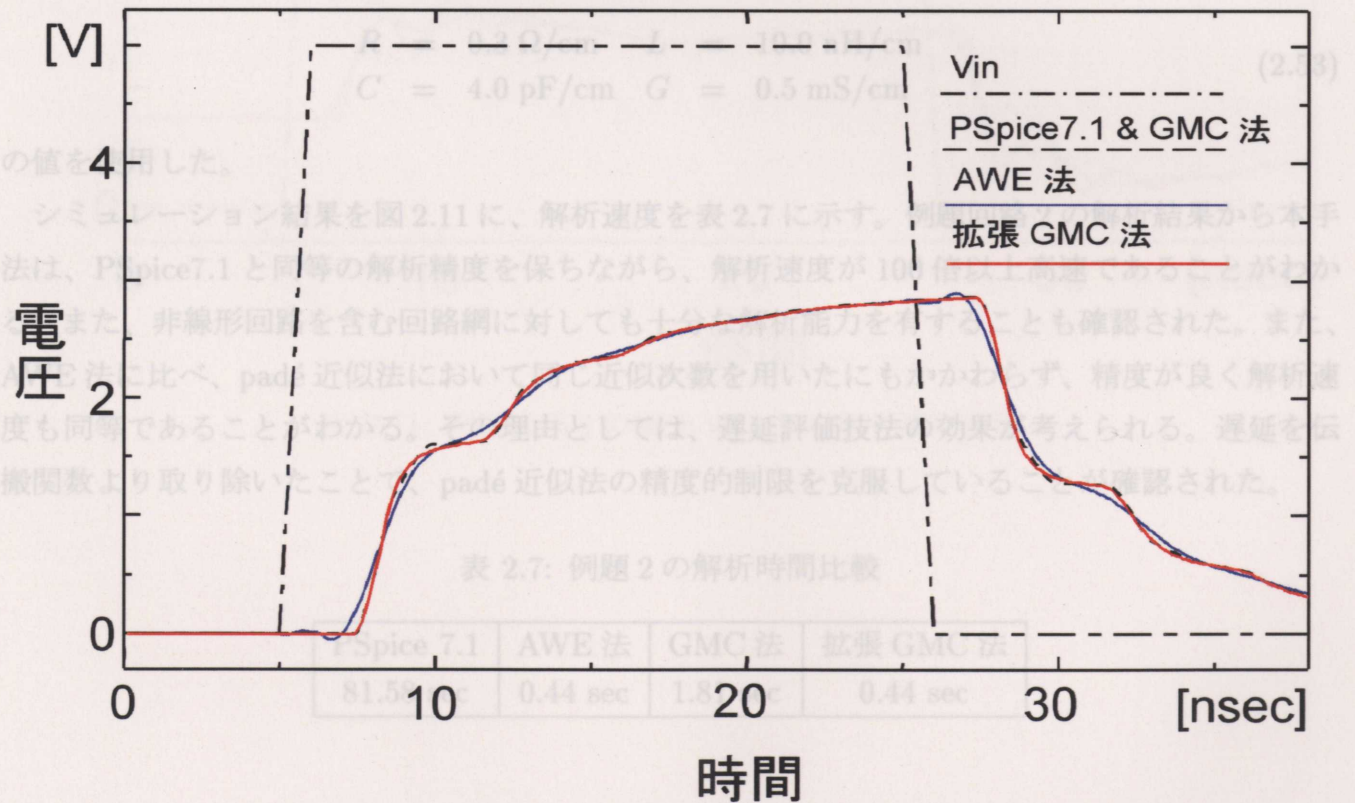


図 2.9: 例題回路 1 の端子 V_{out} での解析波形比較

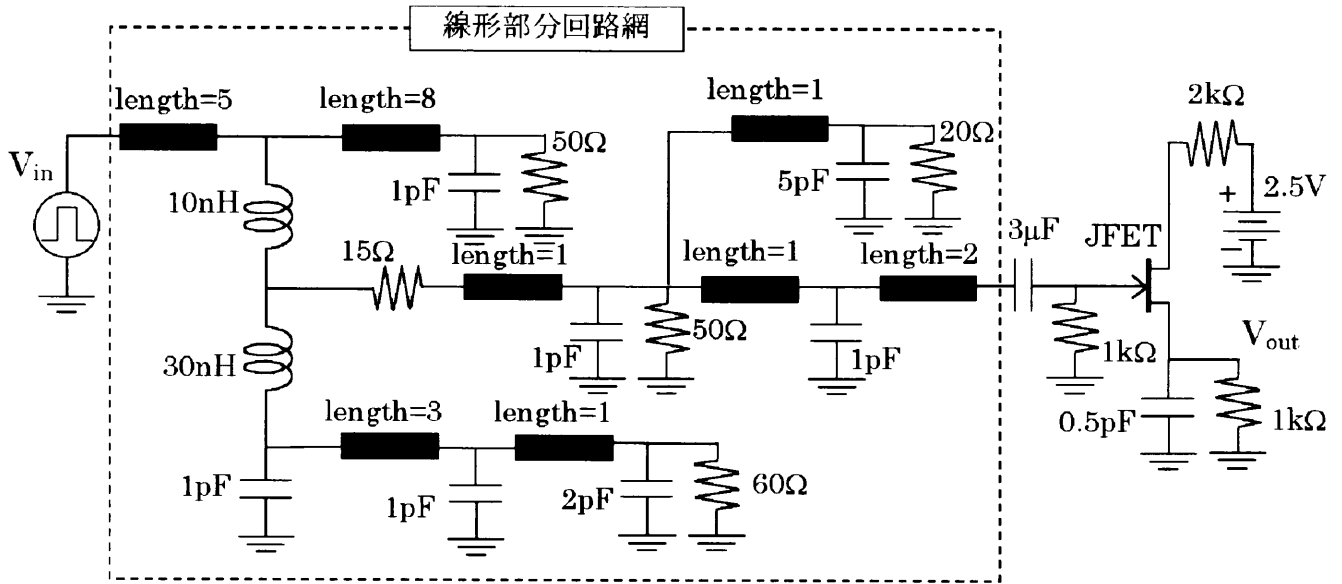


図 2.10: 例題回路 2

2.4.2 例題 2

例題回路 2 として図 2.10 に示される非線形素子を含む回路網の解析を行なった。線路定数として

$$\begin{aligned}
 R &= 0.3 \Omega/\text{cm} & L &= 10.0 \text{ nH}/\text{cm} \\
 C &= 4.0 \text{ pF}/\text{cm} & G &= 0.5 \text{ mS}/\text{cm}
 \end{aligned}
 \tag{2.53}$$

の値を使用した。

シミュレーション結果を図 2.11 に、解析速度を表 2.7 に示す。例題回路 2 の解析結果から本手法は、PSpice7.1 と同等の解析精度を保ちながら、解析速度が 100 倍以上高速であることがわかる。また、非線形回路を含む回路網に対しても十分な解析能力を有することも確認された。また、AWE 法に比べ、padé 近似法において同じ近似次数を用いたにもかかわらず、精度が良く解析速度も同等であることがわかる。その理由としては、遅延評価技法の効果が考えられる。遅延を伝搬関数より取り除いたことで、padé 近似法の精度的制限を克服していることが確認された。

表 2.7: 例題 2 の解析時間比較

PSpice 7.1	AWE 法	GMC 法	拡張 GMC 法
81.58 sec	0.44 sec	1.81 sec	0.44 sec

2.4.3 例題3

例題回路3として図2.12に示される非線形素子を含む回路網の解析を行なった。ここで、単相線路の線路定数として

$$\begin{aligned} R &= 2.5 \Omega/\text{cm} & L &= 8.0 \text{ nH}/\text{cm} \\ C &= 5.0 \text{ pF}/\text{cm} & G &= 0.5 \text{ mS}/\text{cm} \end{aligned} \quad (2.54)$$

の値を使用し、また、多相線路の線路パラメータとしては以下の値を使用した。

$$R = \text{diag}[2.5, 2.5] \Omega/\text{cm} \quad (2.55)$$

$$L = \begin{bmatrix} 8.0 & 1.0 \\ 1.0 & 8.0 \end{bmatrix} \text{ nH}/\text{cm} \quad (2.56)$$

$$C = \begin{bmatrix} 5.0 & -2.0 \\ -2.0 & 5.0 \end{bmatrix} \text{ pF}/\text{cm} \quad (2.57)$$

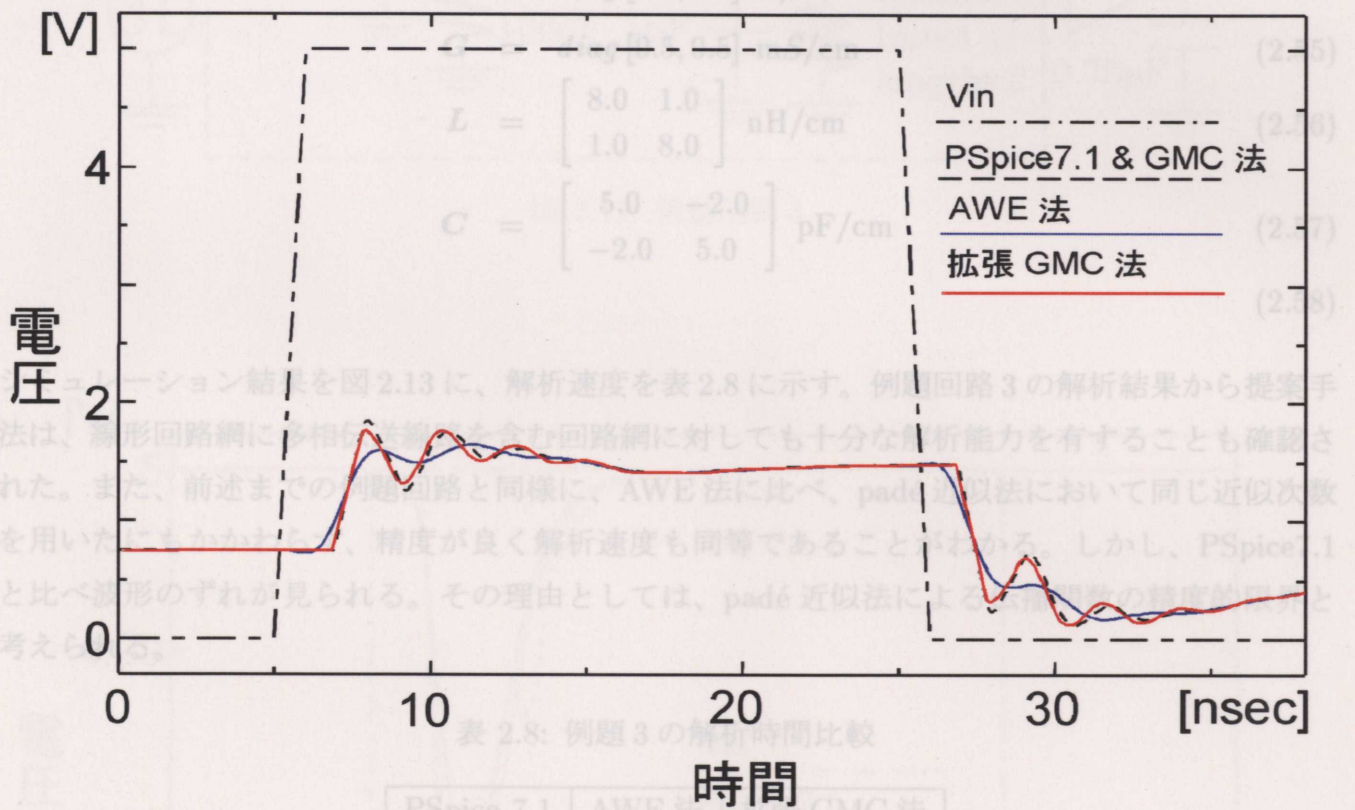


図 2.11: 例題回路2の端子 V_{out} での解析波形比較

2.4.3 例題3

例題回路3として図2.12に示される非線形素子を含む回路網の解析を行なった。ここで、単相線路の線路定数として

$$\begin{aligned} R &= 2.5 \Omega/\text{cm} & L &= 8.0 \text{ nH}/\text{cm} \\ C &= 5.0 \text{ pF}/\text{cm} & G &= 0.5 \text{ mS}/\text{cm} \end{aligned} \quad (2.54)$$

の値を使用し、また、多相線路の線路パラメータとしては以下の値を使用した。

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \text{diag}[2.5, 2.5] \Omega/\text{cm} \\ \mathbf{G} &= \text{diag}[0.5, 0.5] \text{ mS}/\text{cm} \end{aligned} \quad (2.55)$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 8.0 & 1.0 \\ 1.0 & 8.0 \end{bmatrix} \text{ nH}/\text{cm} \quad (2.56)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 5.0 & -2.0 \\ -2.0 & 5.0 \end{bmatrix} \text{ pF}/\text{cm} \quad (2.57)$$

$$(2.58)$$

シミュレーション結果を図2.13に、解析速度を表2.8に示す。例題回路3の解析結果から提案手法は、線形回路網に多相伝送線路を含む回路網に対しても十分な解析能力を有することも確認された。また、前述までの例題回路と同様に、AWE法に比べ、padé近似法において同じ近似次数を用いたにもかかわらず、精度が良く解析速度も同等であることがわかる。しかし、PSpice7.1と比べ波形のずれが見られる。その理由としては、padé近似法による伝播関数の精度的限界と考えられる。

表 2.8: 例題3の解析時間比較

PSpice 7.1	AWE 法	拡張 GMC 法
12.40 sec	0.71 sec	0.88 sec

§ 2.5 まとめ

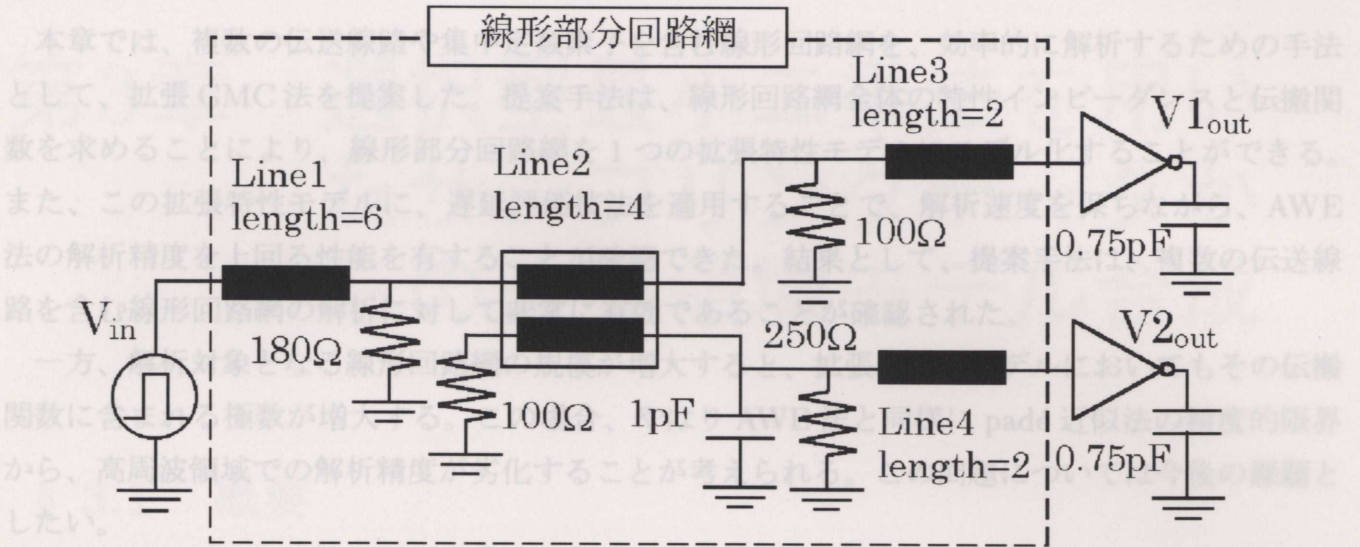


図 2.12: 例題回路 3

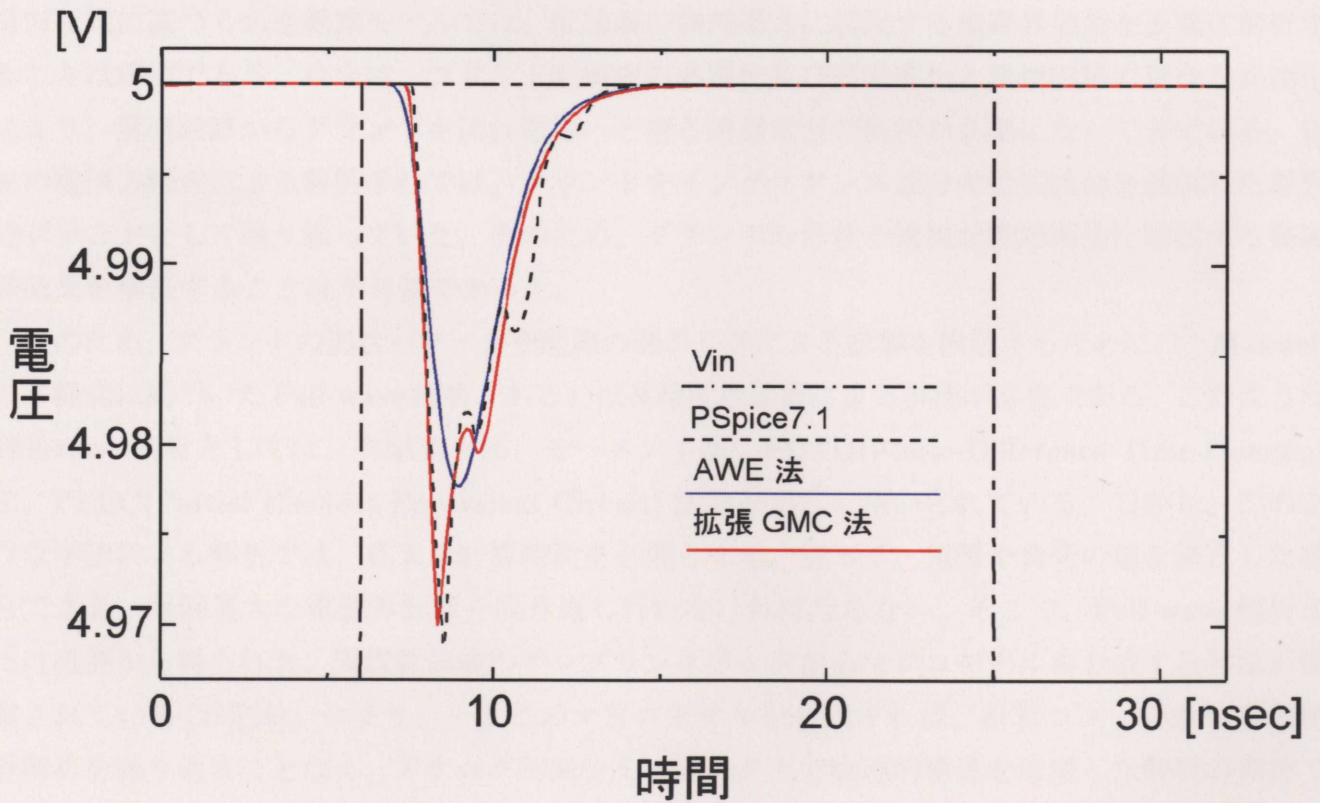


図 2.13: 例題回路 3 の端子 $V2_{out}$ での解析波形比較

§ 2.5 まとめ

本章では、複数の伝送線路や集中定数素子を含む線形回路網を、効率的に解析するための手法として、拡張 GMC 法を提案した。提案手法は、線形回路網全体の特性インピーダンスと伝搬関数を求めることにより、線形部分回路網を1つの拡張特性モデルにモデル化することができる。また、この拡張特性モデルに、遅延評価技法を適用することで、解析速度を保ちながら、AWE法の解析精度を上回る性能を有することが確認できた。結果として、提案手法は、複数の伝送線路を含む線形回路網の解析に対して非常に有効であることが確認された。

一方、解析対象となる線形回路網の規模が増大すると、拡張 GMC モデルにおいてもその伝搬関数に含まれる極数が増大する。この場合、やはり AWE 法と同様に padé 近似法の精度的限界から、高周波領域での解析精度が劣化することが考えられる。この問題については今後の課題としたい。

第3章 選択型最小二乗法を用いたサンプリングデータからの時間領域モデル合成

§ 3.1 概要

本章では、選択型最小二乗法を用いたサンプリングデータから伝送線路網の時間領域モデルを合成する手法について示す。近年、電子回路の動作周波数の高速化に伴い、プリント配線板上の配線による影響が重要な問題となっている。現在までに、このような配線を電信方程式に基づき伝送線路としてモデル化し、解析する手法が多数報告されている [8]-[16]。しかし、このような電信方程式に基づく伝送線路モデルでは、配線板の物理構造に起因する電磁界効果を正確に解析することは困難である。昨今は、プリント配線板の多層化及び高密度化と集積回路の更なる高速化により、集積回路からグラウンドを流れ電源へと戻る帰還電流の解析が必要になってきている。従来の電信方程式による解析手法では、グラウンドをインダクタンス成分や抵抗成分を無視した理想的グラウンドとして取り扱っていた。そのため、グラウンドの形状や複雑な物理構造に起因する電磁界効果を検証することは不可能であった。

このため、グラウンドの形状パターンや配線の曲がり等による影響を検証するためには、Maxwellの方程式に基づいた Full-wave 解析、あるいは高精度な装置による実測が必要である。このような Full-wave 解析としては、有限要素法、モーメント法、FDTD(Finite-Difference Time-Domain)法、PEEC(Partial Element Equivalent Circuit)法などが広く用いられている。しかし、このような手法による解析では、莫大な計算時間を必要とする。従って、電源や負荷の値を修正した場合でさえ、毎回莫大な電磁界計算を繰り返し行わなければならない。そこで、Full-wave 解析または実測から得られた、周波数領域のサンプリングデータからマクロモデルを合成する手法が提案されている [28][29]。つまり、一度このマクロモデルを合成すれば、計算コストのかかる電磁界解析を繰り返すことなく、アナログ回路シミュレータ上で物理的構造を考慮した解析が期待できる。

通常、このようなマクロモデル化手法では、サンプリングデータから最小二乗法を利用して有

理関数へ近似し、極と留数を用いた微分方程式でモデル化する。そして、高周波にまで及ぶマクロモデルを必要とする場合には、扱うサンプリングデータは広帯域となるため、最小二乗法や極の導出手法の精度が劣化する。このため、有理関数へ近似する帯域を幾つかに区分し、各領域に対して極を導出する必要がある。しかし、分割して得られた全ての極の中には、重複した極、不安定極、精度の悪い極等が含まれているため、有力極の選択が不可欠となる。この極の選択手法としては、CFH(Complex Frequency Hopping) 技法 [17] や選択型最小二乗法 [30]-[32] が提案されている。しかし、CFH 技法は、ヒューリスティックであり、計算コストも高価なものとなる。一方、選択型最小二乗法は、全ての極とサンプリングデータとの関係から得られる行列を、QR 分解法の直交化を行うと同時に極の選択をする。しかし、この手法では各要素ごとに極と留数を導出する SISO(Single-Input Single-Output) 型近似法であるため、系の入出力端子が増加すると共に計算コストも高価なものとなる。そこで、第3章では選択型最小二乗法を MIMO(Multi-Input Multi-Output) 型近似法に拡張する手法を提案する。提案手法は、自己結合のサンプリングデータから得られる全ての極の中から、各結合要素に対して共通な有力極を選択する。これにより、各要素の有力極と留数が同時に決定されるため、従来の選択型最小二乗法に比べ、高速にマクロモデルを合成できる。最終的に、提案手法を適用していくつかの例題配線板のマクロモデルを合成し、有効性の検証を行う。

§ 3.2 サンプリングデータからの時間領域でのマクロモデル合成

サンプリングデータで表される応答を用いて、アナログ回路シミュレータで他の素子と共に時間領域の解析を行うには、応答データからマクロモデルを合成する必要がある。このようなマクロモデル化手法では、まず、サンプリングデータから最小二乗法を利用して有理関数へ近似し、極と留数を用いたマクロモデルを合成する [28][29]。そして、極と留数を用いたマクロモデルは、時間領域での微分方程式へ変換され解析される。そこで本節では、サンプリングデータから時間領域でのマクロモデルを合成する方法を説明する。更に、マクロモデルによる回路行列の肥大化を避けるための、回路行列へのスタンプ規則についても示す。本節では、サンプリングデータが式 (3.1) で与えられるような、周波数領域のアドミタンス特性であるとして説明を進める。

$$Y(s) = \frac{I(s)}{V(s)} \quad (3.1)$$

実際、サンプリングデータとしては、端子電圧や電流、そして散乱 (Scattering:S) パラメータ等が考えられるが、これらは密接な関係にあり、それぞれ変換することも可能である。

3.2.1 最小二乗法による有理関数近似

まず、端子 n_i と端子 n_j 間のアドミタンス Y_{n_i, n_j} を以下のような有理関数へ近似することを考える。

$$\hat{Y}_{n_i, n_j}(s) = \frac{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \cdots + b_m s^m}{1 + a_1 s + a_2 s^2 + \cdots + a_n s^n} \quad (3.2)$$

この場合、係数 a, b を得るためには、最終的に各周波数ポイント q において、

$$Y_{n_i, n_j}(s_q) = \frac{b_0 + b_1 s_q + b_2 s_q^2 + \cdots + b_m s_q^m}{1 + a_1 s_q + a_2 s_q^2 + \cdots + a_n s_q^n} \quad (q = 1, \dots, H) \quad (3.3)$$

が成り立てばよい。ただし、 H は周波数ポイントの数である。式 (3.3) は、

$$\sum_{j=0}^m b_j s_i^j - Y_{n_i, n_j}(s_i) \sum_{j=1}^n a_j s_i^j = Y_{n_i, n_j}(s_i) \quad (i = 1, \dots, H) \quad (3.4)$$

のように変形することができるので、最小二乗法を用い、近似誤差が最小になるように有理関数の係数 a, b を求める。式 (3.4) より、正規方程式は、

$$(\mathbf{X}^T \mathbf{X}) \cdot \mathbf{c} = \mathbf{X}^T \mathbf{f} \quad (3.5)$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & s_1 & \cdots & s_1^m & -Y_{n_i, n_j}(s_1)s_1 & \cdots & -Y_{n_i, n_j}(s_1)s_1^n \\ 1 & s_2 & \cdots & s_2^m & -Y_{n_i, n_j}(s_2)s_2 & \cdots & -Y_{n_i, n_j}(s_2)s_2^n \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & s_H & \cdots & s_H^m & -Y_{n_i, n_j}(s_H)s_H & \cdots & -Y_{n_i, n_j}(s_H)s_H^n \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{c} = [b_0 \quad \cdots \quad b_m \quad a_1 \quad \cdots \quad a_n]^T \quad (3.7)$$

$$\mathbf{f} = [Y_{n_i, n_j}(s_1) \quad Y_{n_i, n_j}(s_2) \quad \cdots \quad Y_{n_i, n_j}(s_H)]^T \quad (3.8)$$

となる。もちろん、正規方程式を用いずに、解の精度を向上させるために QR 分解法を用いて最小二乗法を解いてもよい。

3.2.2 極と留数による近似関数

有理関数として近似された式 (3.2) の分母多項式から、根を求めることで極が得られる。これらの極を用いてアドミタンス成分を、

$$Y_{n_i, n_j}(s) = k_0 + \sum_{l=1}^{N_s} \frac{k_l^s}{s - p_l^s} + \sum_{l=1}^{N_c} \left\{ \frac{k_l^c}{s - p_l^c} + \frac{\bar{k}_l^c}{s - \bar{p}_l^c} \right\} \quad (3.9)$$

第3章 選択型最小二乗法を用いたサンプリングデータからの時間領域モデル合成

と近似する。ただし、 k_0 は直接結合成分、 p^s は単独極、 p^c は複素極であり、 \bar{p}^c はその複素共役極である。また、 k^s, k^c はそれぞれ単独極と複素極に対する留数であり、 N_s, N_c はそれぞれ、単独極と複素極の数を示す。留数 k を求めるためには、最終的に、各周波数ポイントに対して式 (3.9) が成り立てばよい。この場合、式 (3.9) において、極と留数は共に複素数を含んでいるため、これらの虚数部を実数として取り扱えるように以下の式を用いる。

$$Y_{n_i, n_j}(\bar{s}) = k_0 + \sum_{l=1}^{N_s} \frac{k_l^s}{\bar{s} - p_l^s} + \sum_{l=1}^{N_c} \left\{ \frac{k_l^c}{\bar{s} - p_l^c} + \frac{\bar{k}_l^c}{\bar{s} - \bar{p}_l^c} \right\} \quad (3.10)$$

更に、 $s = j\omega$ として、式 (3.9) と式 (3.10) を加えることで式 (3.11) を、そして、式 (3.9) から式 (3.10) を引くことで式 (3.12) を導く。

$$\begin{aligned} \text{Re}Y_{n_i, n_j}(j\omega) &= k_0 + \sum_{l=1}^{N_s} \frac{-\text{Re}p_l^s}{(\text{Re}p_l^s)^2 + \omega^2} \text{Re}k_l^s \\ &+ \sum_{l=1}^{N_c} \left\{ \left(\frac{-\text{Re}p_l^c}{(\text{Re}p_l^c)^2 + (\omega - \text{Im}p_l^c)^2} + \frac{-\text{Re}p_l^c}{(\text{Re}p_l^c)^2 + (\omega + \text{Im}p_l^c)^2} \right) \text{Re}k_l^c \right. \\ &+ \left. \left(\frac{\omega - \text{Im}p_l^c}{(\text{Re}p_l^c)^2 + (\omega - \text{Im}p_l^c)^2} + \frac{-(\omega + \text{Im}p_l^c)}{(\text{Re}p_l^c)^2 + (\omega + \text{Im}p_l^c)^2} \right) \text{Im}k_l^c \right\} \quad (3.11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Im}Y_{n_i, n_j}(j\omega) &= \sum_{l=1}^{N_s} \frac{-\omega}{(\text{Re}p_l^s)^2 + \omega^2} \text{Re}k_l^s \\ &+ \sum_{l=1}^{N_c} \left\{ \left(\frac{-(\omega - \text{Im}p_l^c)}{(\text{Re}p_l^c)^2 + (\omega - \text{Im}p_l^c)^2} + \frac{-(\omega + \text{Im}p_l^c)}{(\text{Re}p_l^c)^2 + (\omega + \text{Im}p_l^c)^2} \right) \text{Re}k_l^c \right. \\ &+ \left. \left(\frac{-\text{Re}p_l^c}{(\text{Re}p_l^c)^2 + (\omega - \text{Im}p_l^c)^2} + \frac{\text{Re}p_l^c}{(\text{Re}p_l^c)^2 + (\omega + \text{Im}p_l^c)^2} \right) \text{Im}k_l^c \right\} \quad (3.12) \end{aligned}$$

ただし、 $k_l^s = \text{Re}k_l^s$, $p_l^s = \text{Re}p_l^s$, $k_l^c = \text{Re}k_l^c + \text{Im}k_l^c$, $p_l^c = \text{Re}p_l^c + \text{Im}p_l^c$ である。更に、 $s = 0$ で、

$$\begin{aligned} Y_{n_i, n_j}(0) &= k_0 + \sum_{l=1}^{N_s} \frac{-\text{Re}k_l^s}{\text{Re}p_l^s} \\ &+ \sum_{l=1}^{N_c} \left\{ \frac{-2\text{Re}p_l^c}{(\text{Re}p_l^c)^2 + (\text{Im}p_l^c)^2} \text{Re}k_l^c + \frac{-2\text{Im}p_l^c}{(\text{Re}p_l^c)^2 + (\text{Im}p_l^c)^2} \text{Im}k_l^c \right\} \quad (3.13) \end{aligned}$$

を導くことができる。これらを行列形式で表すと、

$$\mathbf{P}\mathbf{k} = \mathbf{y} \quad (3.14)$$

となる。ただし、

$$\mathbf{k} = [k_0 \ \text{Re}k_1^s \ \cdots \ \text{Re}k_{N_s}^s \ \text{Re}k_1^c \ \text{Im}k_1^c \ \cdots \ \text{Re}k_{N_c}^c \ \text{Im}k_{N_c}^c]^T \quad (3.15)$$

$$\mathbf{y} = [Y_{n_i, n_j}(0) \operatorname{Re}Y_{n_i, n_j}(j\omega_1) \operatorname{Im}Y_{n_i, n_j}(j\omega_1) \cdots \operatorname{Re}Y_{n_i, n_j}(j\omega_H) \operatorname{Im}Y_{n_i, n_j}(j\omega_H)]^T \quad (3.16)$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{-1}{\operatorname{Re}p_1^s} & \cdots & \frac{-1}{\operatorname{Re}p_{N_s}^s} & \frac{-2\operatorname{Re}p_1^c}{\operatorname{Re}^2p_1^c + \operatorname{Im}^2p_1^c} & \frac{-2\operatorname{Im}p_1^c}{\operatorname{Re}^2p_1^c + \operatorname{Im}^2p_1^c} \\ 1 & \frac{-\operatorname{Re}p_1^s}{\operatorname{Re}^2p_1^s + \omega_1^2} & \cdots & \frac{-\operatorname{Re}p_{N_s}^s}{\operatorname{Re}^2p_{N_s}^s + \omega_1^2} & \frac{-\operatorname{Re}p_1^c}{Q_m(p_1^c, \omega_1)} - \frac{\operatorname{Re}p_1^c}{Q_p(p_1^c, \omega_1)} & \frac{(\omega_1 - \operatorname{Im}p_1^c)}{Q_m(p_1^c, \omega_1)} - \frac{(\omega_1 + \operatorname{Im}p_1^c)}{Q_p(p_1^c, \omega_1)} \\ 0 & \frac{-\omega_1}{\operatorname{Re}^2p_1^s + \omega_1^2} & \cdots & \frac{-\omega_1}{\operatorname{Re}^2p_{N_s}^s + \omega_1^2} & \frac{-(\omega_1 - \operatorname{Im}p_1^c)}{Q_m(p_1^c, \omega_1)} - \frac{(\omega_1 + \operatorname{Im}p_1^c)}{Q_p(p_1^c, \omega_1)} & \frac{-\operatorname{Re}p_1^c}{Q_m(p_1^c, \omega_1)} + \frac{\operatorname{Re}p_1^c}{Q_p(p_1^c, \omega_1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \frac{-\operatorname{Re}p_1^s}{\operatorname{Re}^2p_1^s + \omega_H^2} & \cdots & \frac{-\operatorname{Re}p_{N_s}^s}{\operatorname{Re}^2p_{N_s}^s + \omega_H^2} & \frac{-\operatorname{Re}p_1^c}{Q_m(p_1^c, \omega_H)} - \frac{\operatorname{Re}p_1^c}{Q_p(p_1^c, \omega_H)} & \frac{(\omega_H - \operatorname{Im}p_1^c)}{Q_m(p_1^c, \omega_H)} - \frac{(\omega_H + \operatorname{Im}p_1^c)}{Q_p(p_1^c, \omega_H)} \\ 0 & \frac{-\omega_H}{\operatorname{Re}^2p_1^s + \omega_H^2} & \cdots & \frac{-\omega_H}{\operatorname{Re}^2p_{N_s}^s + \omega_H^2} & \frac{-(\omega_H - \operatorname{Im}p_1^c)}{Q_m(p_1^c, \omega_H)} - \frac{(\omega_H + \operatorname{Im}p_1^c)}{Q_p(p_1^c, \omega_H)} & \frac{-\operatorname{Re}p_1^c}{Q_m(p_1^c, \omega_H)} + \frac{\operatorname{Re}p_1^c}{Q_p(p_1^c, \omega_H)} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \frac{-2\operatorname{Re}p_{N_c}^c}{\operatorname{Re}^2p_{N_c}^c + \operatorname{Im}^2p_{N_c}^c} & \frac{-2\operatorname{Im}p_{N_c}^c}{\operatorname{Re}^2p_{N_c}^c + \operatorname{Im}^2p_{N_c}^c} & \frac{(\omega_1 - \operatorname{Im}p_{N_c}^c)}{Q_m(p_{N_c}^c, \omega_1)} - \frac{(\omega_1 + \operatorname{Im}p_{N_c}^c)}{Q_p(p_{N_c}^c, \omega_1)} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \frac{-\operatorname{Re}p_{N_c}^c}{Q_m(p_{N_c}^c, \omega_1)} - \frac{\operatorname{Re}p_{N_c}^c}{Q_p(p_{N_c}^c, \omega_1)} & \frac{(\omega_1 - \operatorname{Im}p_{N_c}^c)}{Q_m(p_{N_c}^c, \omega_1)} - \frac{(\omega_1 + \operatorname{Im}p_{N_c}^c)}{Q_p(p_{N_c}^c, \omega_1)} & \frac{-\operatorname{Re}p_{N_c}^c}{Q_m(p_{N_c}^c, \omega_1)} + \frac{\operatorname{Re}p_{N_c}^c}{Q_p(p_{N_c}^c, \omega_1)} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \frac{-(\omega_1 - \operatorname{Im}p_{N_c}^c)}{Q_m(p_{N_c}^c, \omega_1)} - \frac{(\omega_1 + \operatorname{Im}p_{N_c}^c)}{Q_p(p_{N_c}^c, \omega_1)} & \frac{-(\omega_1 - \operatorname{Im}p_{N_c}^c)}{Q_m(p_{N_c}^c, \omega_1)} - \frac{(\omega_1 + \operatorname{Im}p_{N_c}^c)}{Q_p(p_{N_c}^c, \omega_1)} & \frac{-\operatorname{Re}p_{N_c}^c}{Q_m(p_{N_c}^c, \omega_1)} + \frac{\operatorname{Re}p_{N_c}^c}{Q_p(p_{N_c}^c, \omega_1)} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \frac{-\operatorname{Re}p_{N_c}^c}{Q_m(p_{N_c}^c, \omega_H)} - \frac{\operatorname{Re}p_{N_c}^c}{Q_p(p_{N_c}^c, \omega_H)} & \frac{(\omega_H - \operatorname{Im}p_{N_c}^c)}{Q_m(p_{N_c}^c, \omega_H)} - \frac{(\omega_H + \operatorname{Im}p_{N_c}^c)}{Q_p(p_{N_c}^c, \omega_H)} & \frac{(\omega_H - \operatorname{Im}p_{N_c}^c)}{Q_m(p_{N_c}^c, \omega_H)} - \frac{(\omega_H + \operatorname{Im}p_{N_c}^c)}{Q_p(p_{N_c}^c, \omega_H)} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \frac{-(\omega_H - \operatorname{Im}p_{N_c}^c)}{Q_m(p_{N_c}^c, \omega_H)} - \frac{(\omega_H + \operatorname{Im}p_{N_c}^c)}{Q_p(p_{N_c}^c, \omega_H)} & \frac{-(\omega_H - \operatorname{Im}p_{N_c}^c)}{Q_m(p_{N_c}^c, \omega_H)} - \frac{(\omega_H + \operatorname{Im}p_{N_c}^c)}{Q_p(p_{N_c}^c, \omega_H)} & \frac{-\operatorname{Re}p_{N_c}^c}{Q_m(p_{N_c}^c, \omega_H)} + \frac{\operatorname{Re}p_{N_c}^c}{Q_p(p_{N_c}^c, \omega_H)} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

である。また、 Re^2p , Im^2p は、それぞれ $(\operatorname{Re}p)^2$, $(\operatorname{Im}p)^2$ を表し、式 (3.17) において、

$$Q_p(p, \omega) = \operatorname{Re}^2p + (\omega + \operatorname{Im}p)^2$$

$$Q_m(p, \omega) = \operatorname{Re}^2p + (\omega - \operatorname{Im}p)^2$$

である。従って、式 (3.14) を解くことで留数が求められる。このように、極と留数が導出できるため、最終的に、次式のようなアドミタンスパラメータを得る。

$$\hat{Y}(s) = k_0 + \sum_{l=1}^M \frac{k_l}{s - p_l}, \quad (3.18)$$

ただし、 M は単独極と複素極を合わせた極の数である。

3.2.3 時間領域でのマクロモデルの合成

式 (3.18) で表される周波数領域でのアドミタンス関数を、時間領域でのマクロモデルに変換する。式 (3.18) より、周波数領域での電流応答は、

$$I_{ij}(s) = \hat{Y}_{ij}(s)V_j(s) = \left(k_0^{ij} + \sum_{l=1}^M \frac{k_l^{ij}}{s - p_l^{ij}} \right) V_j(s) \quad (3.19)$$

表 3.1: 極・留数モデルのスタンプ規則 1

	v_i	v_j	x_1^{ij}	...	x_M^{ij}
v_i	0	k_0^{ij}	k_1^{ij}	...	k_M^{ij}
v_j	0	0	0	...	0
x_1^{ij}	0	-1	$\frac{d}{dt} - p_1^{ij}$...	0
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots
x_M^{ij}	0	-1	0	...	$\frac{d}{dt} - p_M^{ij}$

表 3.2: 極・留数モデル（複素共役極）のスタンプ規則

	v_i	v_j	$\text{real}(x_1^{ij})$	$\text{imag}(x_1^{ij})$...	$\text{real}(x_M^{ij})$	$\text{imag}(x_M^{ij})$
v_i	0	k_0^{ij}	$\text{real}(k_1^{ij})$	$-\text{imag}(k_1^{ij})$...	$\text{real}(k_M^{ij})$	$-\text{imag}(k_M^{ij})$
v_j	0	0	0	0	...	0	0
$\text{real}(x_1^{ij})$	0	-1	$\frac{d}{dt} - \text{real}(p_1^{ij})$	$\text{imag}(p_1^{ij})$...	0	0
$\text{imag}(x_1^{ij})$	0	0	$-\text{imag}(p_1^{ij})$	$\frac{d}{dt} - \text{real}(p_1^{ij})$...	0	0
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\vdots
$\text{real}(x_M^{ij})$	0	-1	0	0	...	$\frac{d}{dt} - \text{real}(p_M^{ij})$	$\text{imag}(p_M^{ij})$
$\text{imag}(x_M^{ij})$	0	0	0	0	...	$-\text{imag}(p_M^{ij})$	$\frac{d}{dt} - \text{real}(p_M^{ij})$

となる。ただし $\hat{Y}_{ij}(s)$ は端子 j から i へのアドミタンスパラメータである。ここで、第2章で述べた「極、留数による回路合成手法」を用いると、式 (3.19) は、

$$i_{ij}(t) = k_0^{ij} v_j(t) + \sum_{l=1}^M k_l^{ij} x_l^{ij}(t) \quad (3.20)$$

$$\frac{d}{dt} x_l^{ij}(t) = p_l^{ij} x_l^{ij}(t) + v_j(t) \quad (3.21)$$

となる時間領域での微分方程式として表すことができる。この微分方程式の時間領域でのスタンプ規則を表 3.1 に示す。一方、この方法では、用いる極・留数の次数が増加すると、回路行列のサイズが増加し、計算効率が悪化する恐れがある。更に、極・留数は実数もしくは共役複素数として現れるため、回路行列を実部と虚部に分けてスタンプする必要がある。複素共役極の場合のスタンプ規則を表 3.2 に示す。

一方、極留数モデルによる回路行列の肥大化を避けるため、以下のような後退オイラー法によ

表 3.3: 極・留数モデルのスタンプ規則 2

	v_i	v_j	RHS
v_i	0	$k_0^{ij} + \sum_{l=1}^M \left(\frac{k_l^{ij} \cdot \Delta t}{1 - p_l^{ij} \cdot \Delta t} \right)$	$-\sum_{l=1}^M \left(\frac{k_l^{ij} x_l^{ij}(t - \Delta t) \cdot \Delta t}{1 - p_l^{ij} \cdot \Delta t} \right)$
v_j	0	0	0

るモデル化手法を示す [34]。

後退オイラー法によるモデル化

まず、式 (3.21) に対して、時間ステップを Δt として差分化を適用すると、

$$\frac{x_l^{ij}(t) - x_l^{ij}(t - \Delta t)}{\Delta t} = p_l^{ij} x_l^{ij}(t) + v_j(t) \quad (3.22)$$

となる。従って、 $x_l^{ij}(t)$ は、

$$x_l^{ij}(t) = \frac{v_j(t) \cdot \Delta t + x_l^{ij}(t - \Delta t)}{1 - p_l^{ij} \cdot \Delta t} \quad (3.23)$$

として得られる。よって、電流応答は、式 (3.20) より、

$$i_{ij}(t) = \left(k_0 + \sum_{l=1}^M \frac{k_l^{ij} \cdot \Delta t}{1 - p_l^{ij} \cdot \Delta t} \right) v_j(t) + \sum_{l=1}^M \left(\frac{k_l^{ij} x_l^{ij}(t - \Delta t) \cdot \Delta t}{1 - p_l^{ij} \cdot \Delta t} \right) \quad (3.24)$$

となる。従って、スタンプ規則は、表 3.3 のようになる。ここで、極及び留数は実数もしくは共役複素数として現れるため、スタンプされる各要素は全体として実数となる。ただし、表 3.3 は、線形回路網に対する回路行列へのスタンプ規則であり、非線形回路網と共に解析する場合には、式 (3.24) に対しニュートン-ラフソン法を適用する必要がある。

以上のようなモデル化手法を用いることで、アドミタンス関数を効率的に時間領域で解析することができる。

§ 3.3 選択型最小二乗法

前述したように、サンプリングデータから時間領域モデルを合成することが可能である。しかし、取り扱うべきサンプリングデータの周波数帯域が広がると、有理関数近似する際に、最小二乗法で解くべき行列が ill-condition となり近似精度が劣化する。また、有理関数の分母多項式の

次数が高くなると、極の導出に用いられる数値計算手法の精度が劣化する。このため、取り扱う周波数帯域を幾つかに区分した後、極を導出する必要がある。しかし、このように分割して得られた全ての極の中には、多くの不要な極が含まれているため、極の選択が必要となる。本節では、極の選択手法として選択型最小二乗法について示す。従来の選択型最小二乗法はSISO(Single-Input Single-Output)型近似法であるため、系の入出力端子が増加すると計算コストも高価なものとなる。そこで本節では、選択型最小二乗法をMIMO(Multi-Input Multi-Output)型近似法に拡張する手法を提案する。

3.3.1 SISO型近似法

選択型最小二乗法で取り扱われる極は、図3.1に示されるように導出される。まず、扱う周波数帯域を、近似精度を保つことのできる幾つかの区間に分割する。次に、分割した領域に対して、式(3.5)の最小二乗法を解くことで、各領域に対して有理関数近似を行う。そして、この各領域の有理関数の分母多項式から各領域の極が導出される。そこで、選択型最小二乗法では、これら全ての極から有力極を選択することを目的とする。まず、これら全ての極を用いて、式(3.14)の最小二乗法を解くことを考える。この際、解の精度を向上させるためにQR分解法を用いて最小二乗法を解くと行列 P は、

$$P = WA \quad (3.25)$$

と表される。ただし、 W は式(3.26)を満たすような、 $(2H + 1) \times (1 + N_s + 2N_c)$ 次元の直交行列であり、 A は $(1 + N_s + 2N_c) \times (1 + N_s + 2N_c)$ 次元の上三角行列である。

$$W^T W = D \quad (3.26)$$

ただし、 D は対角行列である。以下では、簡単化のために $Q = (1 + N_s + 2N_c)$ とする。

式(3.14)をQR分解法を用いて留数 k を求めるためには、

$$W^T r = 0 \quad (3.27)$$

を満たせばよい。ただし、 r を残差ベクトルとして、

$$\begin{aligned} r &= y - Pk \\ &= y - (PA^{-1})(Ak) \\ &= y - Wg \end{aligned} \quad (3.28)$$

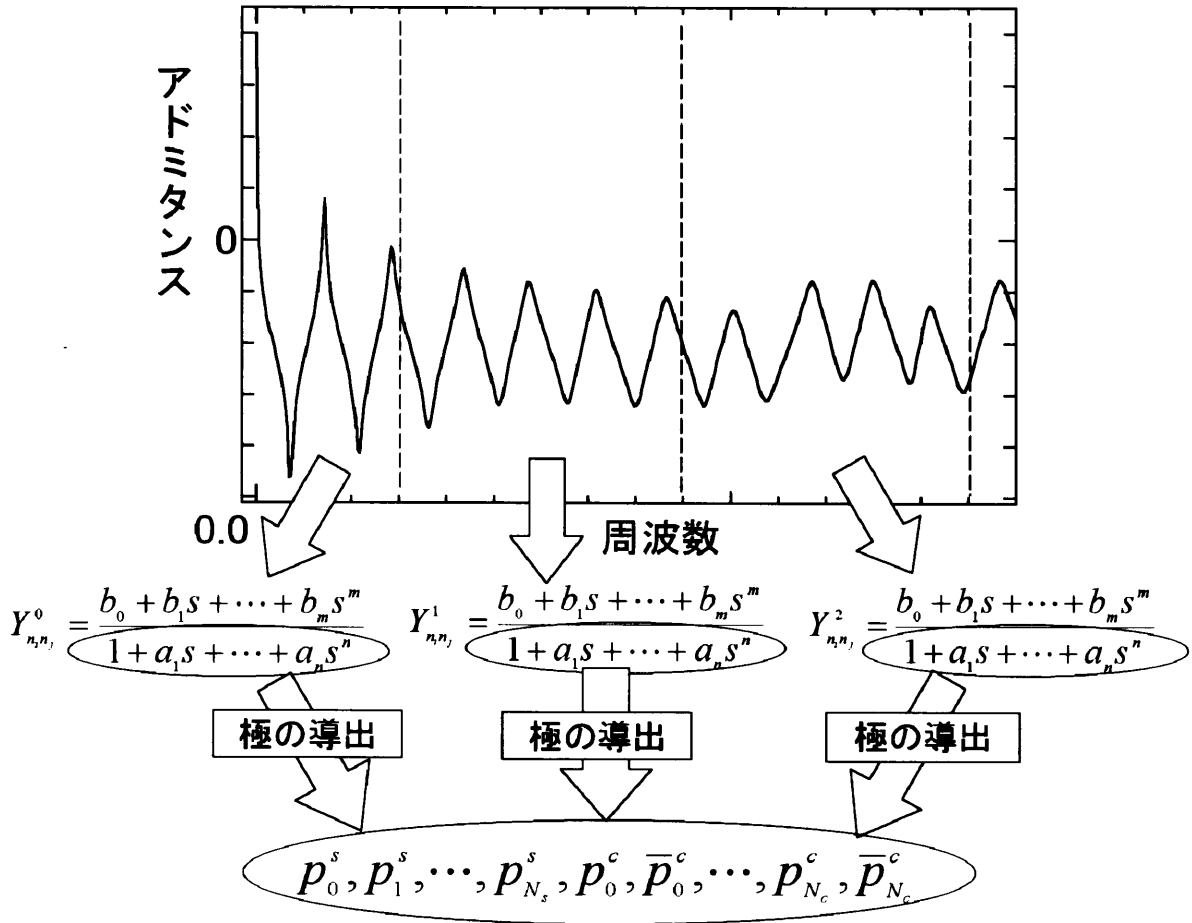


図 3.1: 極導出の概略図

と定義する。また、 \mathbf{g} は、

$$\begin{aligned} \mathbf{g} &= \mathbf{A}\mathbf{k} \\ &= \mathbf{D}^{-1}\mathbf{W}^T\mathbf{y} \end{aligned} \quad (3.29)$$

で与えられるベクトルである。よって、留数 \mathbf{k} は次式で求められる。

$$\mathbf{k} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{g} \quad (3.30)$$

次に、式 (3.28) を、

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}\mathbf{g} + \mathbf{r} \quad (3.31)$$

と書き直し、式 (3.31) の内積を行うと式 (3.27) から、

$$\langle \mathbf{y}, \mathbf{y} \rangle = \sum_{i=1}^Q g_i g_i \langle \mathbf{w}_i, \mathbf{w}_i \rangle + \langle \mathbf{r}, \mathbf{r} \rangle \quad (3.32)$$

が得られる。ただし、 \mathbf{w}_i は直交行列 \mathbf{W} の列ベクトルであり、 $\langle \cdot, \cdot \rangle$ は内積を意味する。上式を \mathbf{y} の内積で正規化すると

$$\frac{\langle \mathbf{r}, \mathbf{r} \rangle}{\langle \mathbf{y}, \mathbf{y} \rangle} = 1 - \sum_{i=1}^Q \frac{g_i g_i \langle \mathbf{w}_i, \mathbf{w}_i \rangle}{\langle \mathbf{y}, \mathbf{y} \rangle} \quad (3.33)$$

$$= 1 - \sum_{i=1}^Q f_i \quad (3.34)$$

となる。ここで、式 (3.33) の右辺第2項は、

$$0 < \sum_{i=1}^Q \frac{g_i g_i \langle \mathbf{w}_i, \mathbf{w}_i \rangle}{\langle \mathbf{y}, \mathbf{y} \rangle} < 1 \quad (3.35)$$

を満たすため、式 (3.33) の左辺は正の値となる。従って、残差ベクトル \mathbf{r} が少数の Q で零に近づくためには、式 (3.34) の f_i が最大となる列に対してQR分解法の直交化を行うべきであり、選択された列に関係する極が有力極となる。最終的に、 f_i の和が任意の値 δ となるまでQR分解法の直交化を繰り返すことにより、全ての有力極が選択できる。しかし、このような手順では、アドミタンス行列の各要素ごとに同様な計算が必要になるため、端子数が増加すると共に計算コストが増大する。

3.3.2 MIMO型近似法

従来法での問題点を克服するために、選択型最小二乗法をMIMO型近似法へ拡張する手法を提案する [36]-[39]。MIMO型近似法では式 (3.14) を、

$$\mathbf{PK} = \mathbf{Y} \quad (3.36)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{11} & \mathbf{k}_{12} & \cdots & \mathbf{k}_{1n} \\ \mathbf{k}_{21} & \mathbf{k}_{22} & \cdots & \mathbf{k}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{k}_{n'1} & \mathbf{k}_{n'2} & \cdots & \mathbf{k}_{n'n} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{11} & \mathbf{y}_{12} & \cdots & \mathbf{y}_{1n} \\ \mathbf{y}_{21} & \mathbf{y}_{22} & \cdots & \mathbf{y}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{y}'_1 & \mathbf{y}'_2 & \cdots & \mathbf{y}'_{n'} \end{bmatrix}$$

として表す。ただし、 n を端子数とし、 $n' = n \times n$ である。また、行列 \mathbf{P} は式 (3.17) と同様に与えられる。ここで、提案手法では行列 \mathbf{P} を構成する極は、アドミタンス行列の対角成分から得られる全ての極を用いることにする。つまり、自己結合成分のサンプリングデータから得られる全ての極に対して、共通な有力極を選択することでMIMO型近似法を実現する。このため、式 (3.34) の右辺第2項の f を、

$$f_k = \sqrt{\sum_{i=1}^{n'} \sum_{j=1}^{n'} \left(\frac{g_{i,k} g_{j,k} \langle \mathbf{w}_k, \mathbf{w}_k \rangle}{\langle \mathbf{y}'_i, \mathbf{y}'_j \rangle} \right)^2} \quad (3.37)$$

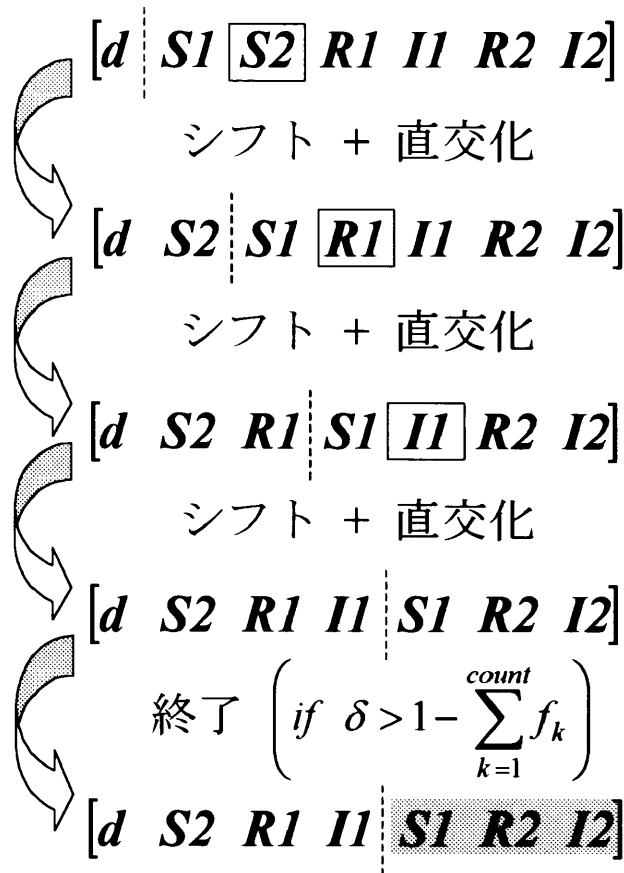


図 3.2: 直交化による極選択プロセス

とユークリッドノルムとする。これにより、全体の要素に対して共通な有力極が順に選択される。

次に、極選択の簡単な例を図 3.2 で説明する。この図において対象となっている行列は、式 (3.36) の \mathbf{P} 行列である。そして、 \mathbf{d} は直接結合成分に関する列ベクトル、 \mathbf{S} は実数極に関する列ベクトル、 \mathbf{R} と \mathbf{I} は、それぞれ複素共役極の実数部と虚数部に関する列ベクトルを表す。始めに、式 (3.37) の f_k の計算を、まだ選択されていない列で且つ、実数部に関する列に対して行う。もし、 $\mathbf{S2}$ の列が最大であるなら、 $\mathbf{S2}$ の列がシフトされ直交化される。次に、再び式 (3.37) の f_k の計算を、同様の条件に当てはまる列に対して行う。もし、 $\mathbf{R1}$ の列が最大となれば、 $\mathbf{R1}$ がシフトされ直交化される。そして、 $\mathbf{R1}$ は、共役複素数の実数部に関する列であり虚数部とは対であるため、次の列選択では、 $\mathbf{I1}$ が自動的に選択シフトされ直交化される。最終的に、残差が任意の δ より小さくなるまで、同様の操作を繰り返す。結果として、選択されなかった列については、不要極として打ち切られるため、有力極のみを取り出すことができる。また、この直交化を行うことで、式 (3.30) の行列 \mathbf{A} とベクトル \mathbf{g} が同時に導出されるため、留数も自動的に求められる。更に、以下に極が複素極のみとした場合における、詳細な選択型最小二乗法の MIMO 近似手法のアルゴリズムを示す。

MIMO Type of Selective Orthogonal Least Square Algorithm

$$\mathbf{P} = [\mathbf{p}_1 \cdots \mathbf{p}_{2N_c}]$$

$g_{ij,k}$: (ij, k) element of Matrix \mathbf{G}

$a_{i,j}$: (i, j) element of Matrix \mathbf{A} ($a_{i,i} = 1$)

δ : tolerance of total norm

$$\mathbf{Y}^{(0)} = \mathbf{Y}$$

$$\mathbf{p}_i^{(0)} = \mathbf{p}_i \quad (i = 1, 2, \dots, 2N_c)$$

for($k = 1$; $k \leq 2N_c$; $k++$) {

/* check of dominancy */

for($l = k$; $l \leq N_c$; $l++$) {

$$g_{i,2k-1}^{(2l-1)} = \frac{\langle \mathbf{p}_{2l-1}^{(2k-2)}, \mathbf{y}_i^{(2k-2)} \rangle}{\langle \mathbf{p}_{2l-1}^{(2k-2)}, \mathbf{p}_{2l-1}^{(2k-2)} \rangle} \quad (i = 1, 2, \dots, N)$$

$$f_{2k-1}^{(2l-1)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N g_{i,2k-1}^{(2l-1)} g_{j,2k-1}^{(2l-1)} \langle \mathbf{p}_{2l-1}^{(2k-2)}, \mathbf{p}_{2l-1}^{(2k-2)} \rangle}{\langle \mathbf{y}_i, \mathbf{y}_j \rangle}}$$

}

$$f_{2k-1} = f_{2k-1}^{(m)} = \max\{f_{2k-1}^{(2l-1)}, k \leq l \leq N_c\}$$

/* shift and interchange */

$$\mathbf{d} = \mathbf{p}_m^{(2k-2)}$$

$$\mathbf{p}_l^{(2k-2)} = \mathbf{p}_{l-1}^{(2k-2)} \quad (l = m, \dots, 2k)$$

$$\mathbf{w}_{2k-1} = \mathbf{d}$$

$$b_l = a_{l,m} \quad (l = 1, \dots, 2k-2)$$

$$a_{l,n} = a_{l,n-1} \quad (n = m, \dots, 2k; l = 1, \dots, 2k-2)$$

$$a_{l,2k-1} = b_l \quad (l = 1, \dots, 2k-2)$$

$$g_{i,2k-1} = g_{i,2k-1}^m \quad (i = 1, \dots, N)$$

/* orthogonalization */

$$a_{2k-1,l} = \frac{\langle \mathbf{w}_{2k-1}, \mathbf{p}_l^{(2k-2)} \rangle}{\langle \mathbf{w}_{2k-1}, \mathbf{w}_{2k-1} \rangle} \quad (l = 2k, \dots, 2N_c)$$

$$\mathbf{p}_l^{(2k-1)} = \mathbf{p}_l^{(2k-2)} - a_{2k-1,l} \mathbf{w}_{2k-1} \quad (l = 2k, \dots, 2N_c)$$

$$\mathbf{y}_i^{(2k-1)} = \mathbf{y}_i^{(2k-2)} - g_{i,2k-1} \mathbf{w}_{2k-1} \quad (i = 1, \dots, N)$$

<<< imaginary part >>>

/* shift and interchange */

$$\mathbf{d} = \mathbf{p}_{m+1}^{(2k-1)}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{p}_l^{(2k-1)} &= \mathbf{p}_{l-1}^{(2k-1)} \quad (l = m+1, \dots, 2k+1) \\
 \mathbf{w}_{2k} &= \mathbf{d} \\
 b_l &= a_{l,m+1} \quad (l = 1, \dots, 2k-1) \\
 a_{l,n} &= a_{l,n-1} \quad (n = m+1, \dots, 2k+1; l = 1, \dots, 2k-1) \\
 a_{l,2k} &= b_l \quad (l = 1, \dots, 2k-1) \\
 g_{i,2k} &= \frac{\langle \mathbf{w}_{2k}, \mathbf{y}_i^{(2k-1)} \rangle}{\langle \mathbf{w}_{2k}, \mathbf{w}_{2k} \rangle} \quad (i = 1, \dots, N) \\
 f_{2k} &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N g_{i,2k} g_{j,2k} \langle \mathbf{w}_{2k}, \mathbf{w}_{2k} \rangle}{\langle \mathbf{y}_i, \mathbf{y}_i \rangle}} \\
 & /* orthogonalization */ \\
 a_{2k,l} &= \frac{\langle \mathbf{w}_{2k}, \mathbf{p}_l^{(2k-1)} \rangle}{\langle \mathbf{w}_{2k}, \mathbf{w}_{2k} \rangle} \quad (l = 2k+1, \dots, 2N_c) \\
 \mathbf{p}_l^{(2k)} &= \mathbf{p}_l^{(2k-1)} - a_{2k,l} \mathbf{w}_{2k} \quad (l = 2k+1, \dots, 2N_c) \\
 \mathbf{y}_i^{(2k)} &= \mathbf{y}_i^{(2k-1)} - g_{i,2k} \mathbf{w}_{2k} \quad (i = 1, \dots, N)
 \end{aligned}$$

/* stopping condition */

if($1 - \sum_{l=1}^k (f_{2l-1} + f_{2l}) < \delta$) break;

}

§ 3.4 シミュレーション

提案手法を用いて、例題配線板から得られるサンプリングデータよりマクロモデルを合成する。また、得られたマクロモデルに線形・非線形負荷を接続し過渡解析を行う。ただし、サンプリングデータはFDTDシミュレータを用いて抽出する。つまり、FDTD法を用いて線路端子間のインパルス応答を時間領域で求め、その応答に対して高速フーリエ変換を用ることにより、配線端子間のアドミタンス行列を求める [34]-[35]。

3.4.1 例題1

例題として図 3.3 に示す例題配線板 1 から得られるサンプリングデータを用いて、マクロモデルを合成した。図 3.3 の例題配線板 1 は、グランド層と信号配線層からなる 2 層構成とした。それぞれの層間を 0.1mm とし、その間の比誘電率 ϵ_r を 4.3 とした。FDTD 法における空間ステップは、 $\Delta x = \Delta y = 0.8mm$ 、 $\Delta z = 0.1mm$ とし、配線板全体を x, y, z 軸方向にそれぞれ $50 \times 50 \times 13$

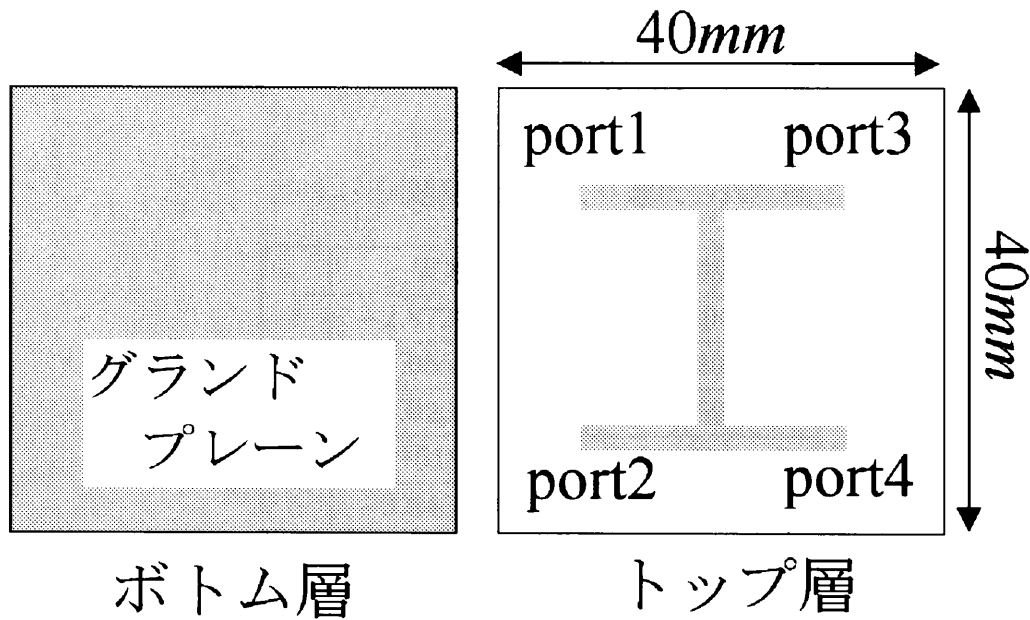


図 3.3: 例題配線板 1

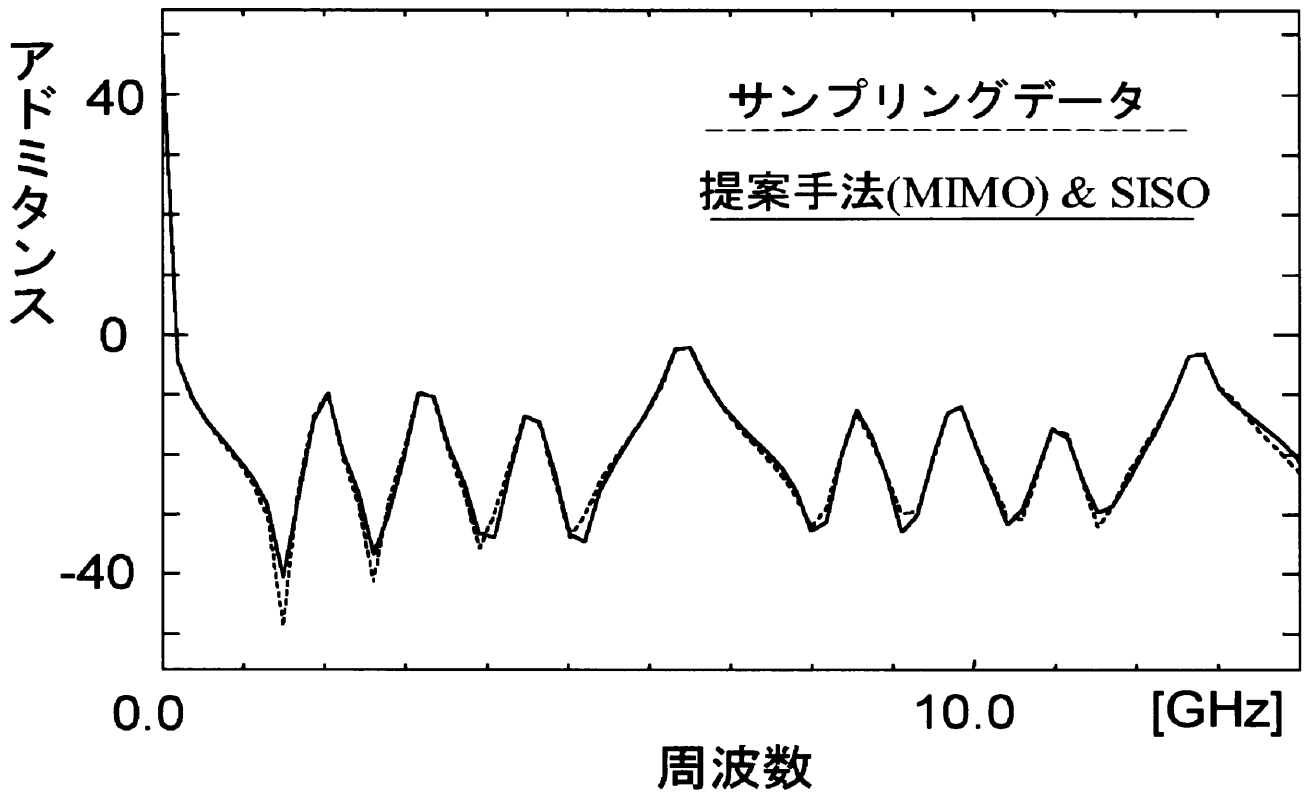
個のセル分割した。図 3.4 にサンプリングデータと提案手法を用いてマクロモデル化した Y_{11} と Y_{24} の周波数特性の比較を示した。また、表 3.5 にモデル化の時間比較を示した。提案手法において、合成する周波数領域を 17 個の領域に分割し極を導出した。結果として、この領域から得られた 408 個の全ての極のうち 13 個が有力極として選択され、その極を表 3.4 に示した。提案手法は従来法に比べて精度を損なうことなく、高精度にモデル化できることが確認できる。また、モデル化に要する時間も 2 倍程度高速に行えることが確認できる。

表 3.4: 例題配線板 1 より選択された極

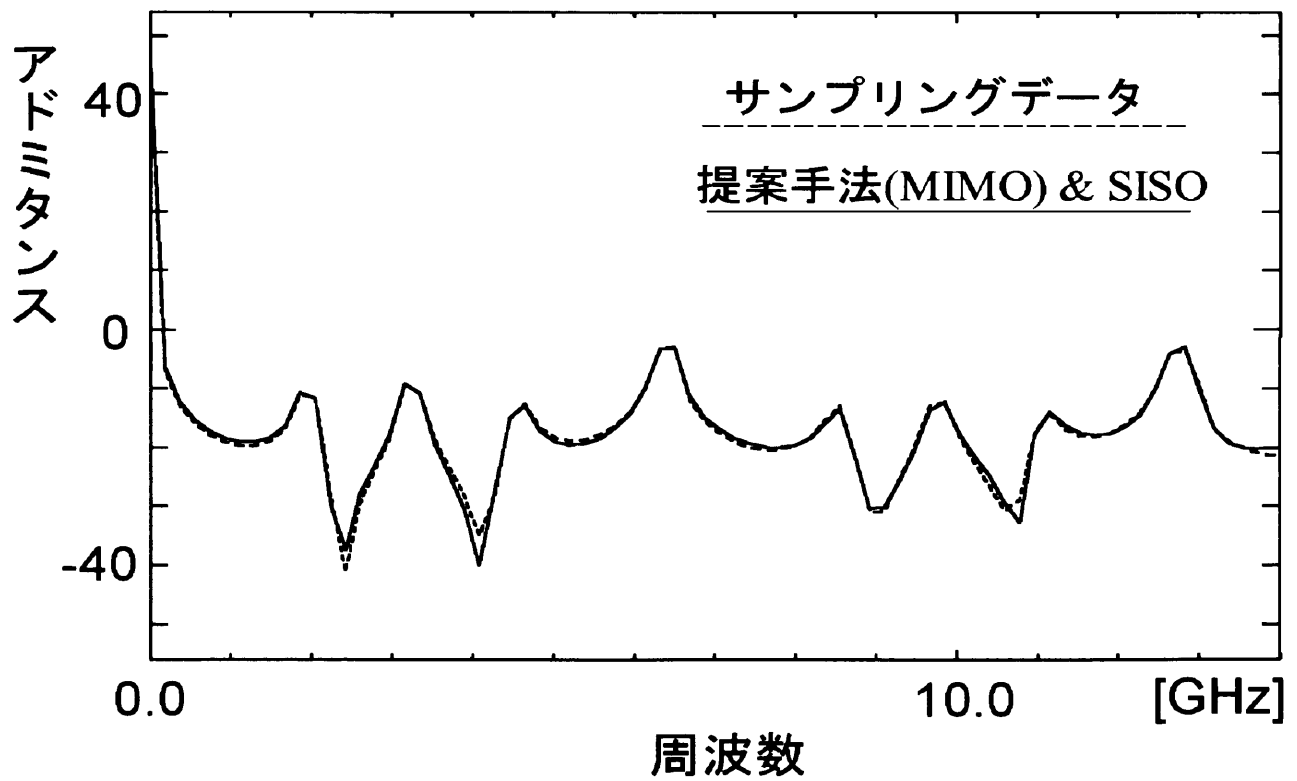
	実数部	虚数部
1	-2.872892e+6	0.000000e+0
2	-7.055865e+8	4.040630e+10
3	-8.020615e+8	8.004959e+10
4	-4.151919e+11	0.000000e+0
5	-3.545021e+8	2.037606e+10
6	-1.577890e+8	1.236783e+10
7	-7.264252e+8	6.137098e+10
8	-6.913710e+8	1.007645e+11
9	-7.669975e+8	5.377041e+10
10	-7.758042e+8	9.381218e+10
11	-5.591967e+8	2.853758e+10
12	-7.859300e+8	6.938717e+10
13	-2.174624e+10	7.048999e+10

表 3.5: 例題配線板 1 のモデル化時間比較

	SISO 近似法	MIMO 近似法
例題配線板 1	138.94 sec	79.42



(a)



(b)

図 3.4: マクロモデルのアドミタンス特性とサンプリングデータの比較 (a) Y_{11} 成分の周波数特性 (b) Y_{24} 成分の周波数特性

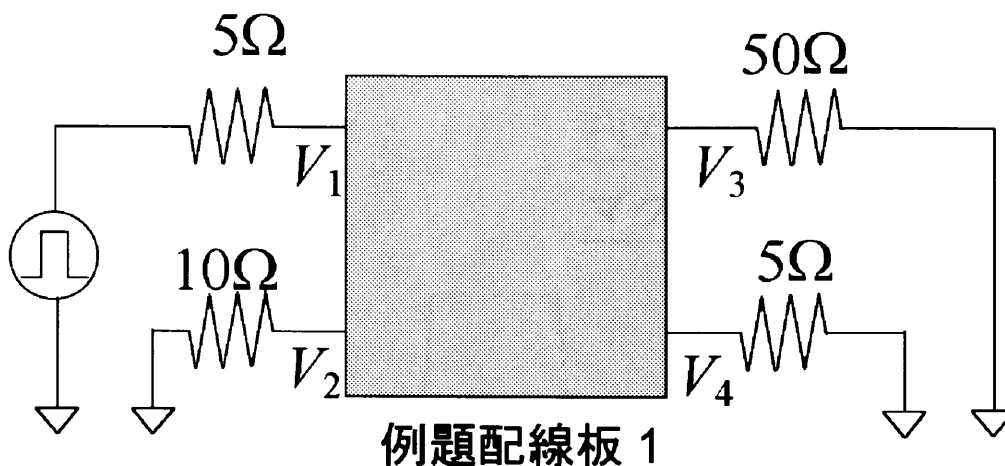
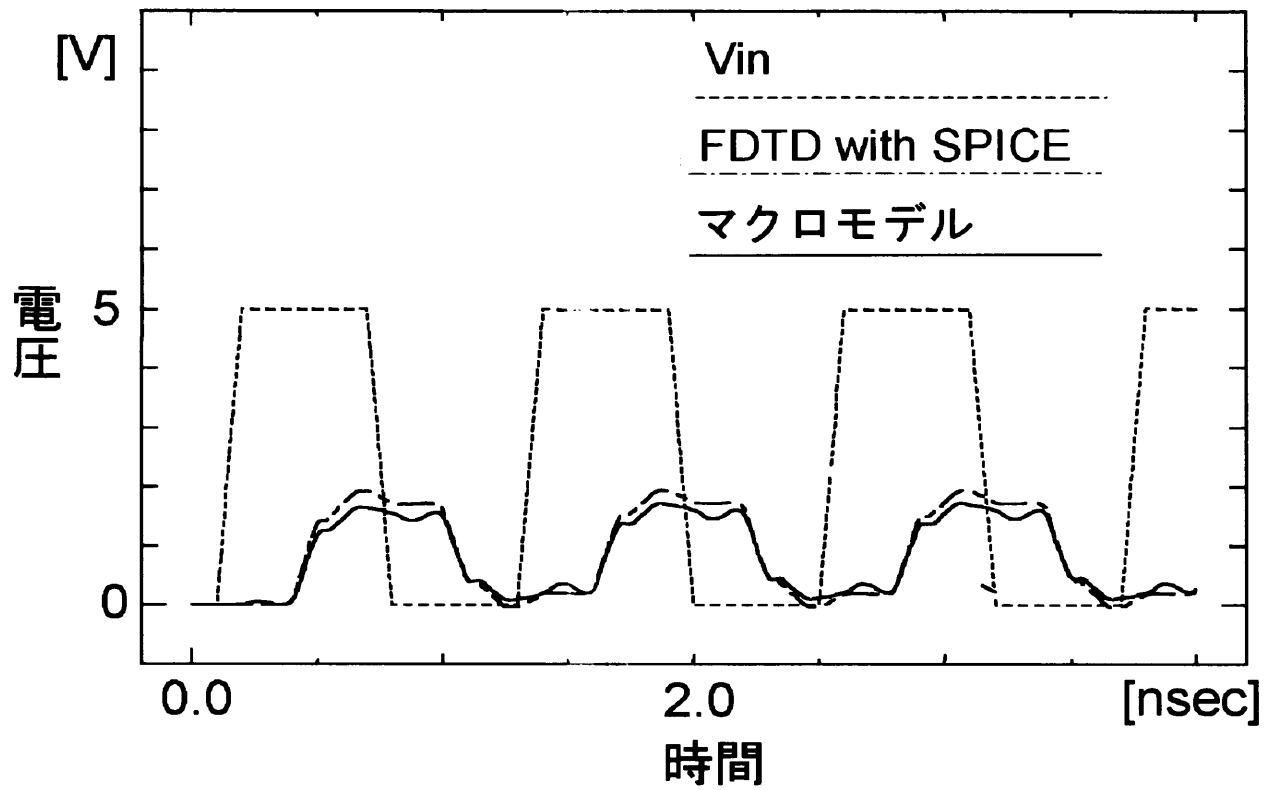


図 3.5: 例題配線板 1 に線形終端させた例題回路 1

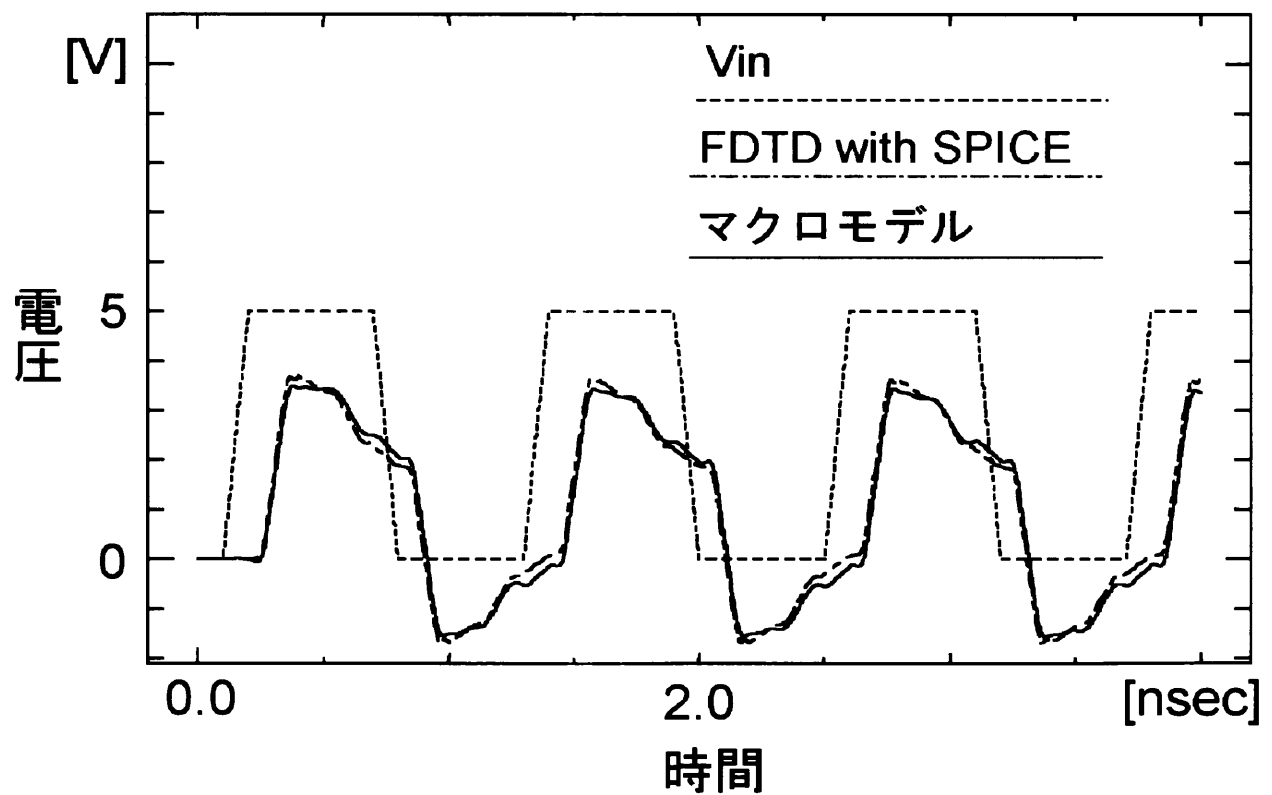
表 3.6: 例題回路 1 の解析時間比較

	FDTD with SPICE	マクロモデル
例題回路 1	876.53 sec	8.35 sec

次に、図 3.5 に示した、線形集中定数素子が例題配線板 1 に負荷された例題回路 1 の過渡解析を行った。この解析は、例題配線板 1 を提案手法により得られたマクロモデルを用いて、他の線形集中定数素子と共に、アナログ回路シミュレータで行われた。精度の基準として、FDTD シミュレータとアナログ回路シミュレータと直接結合した混合解析手法を用いた。例題回路 1 の端子 V_2 及び V_3 の過渡応答波形を図 3.6 に示し、解析時間比較を表 3.6 に表した。ただし、マクロモデルによる解析時間は、サンプリングデータの抽出及びマクロモデル合成に要した時間を含んでいない。結果より、マクロモデルを用いた解析はマクロモデルが合成できれば、時間領域の解析においても精度良く、そして、非常に高速に解析できることが確認できる。



(a)



(b)

図 3.6: 例題回路 1 の電圧過渡波形 (a) V_2 の電圧過渡波形 (b) V_3 の電圧過渡波形

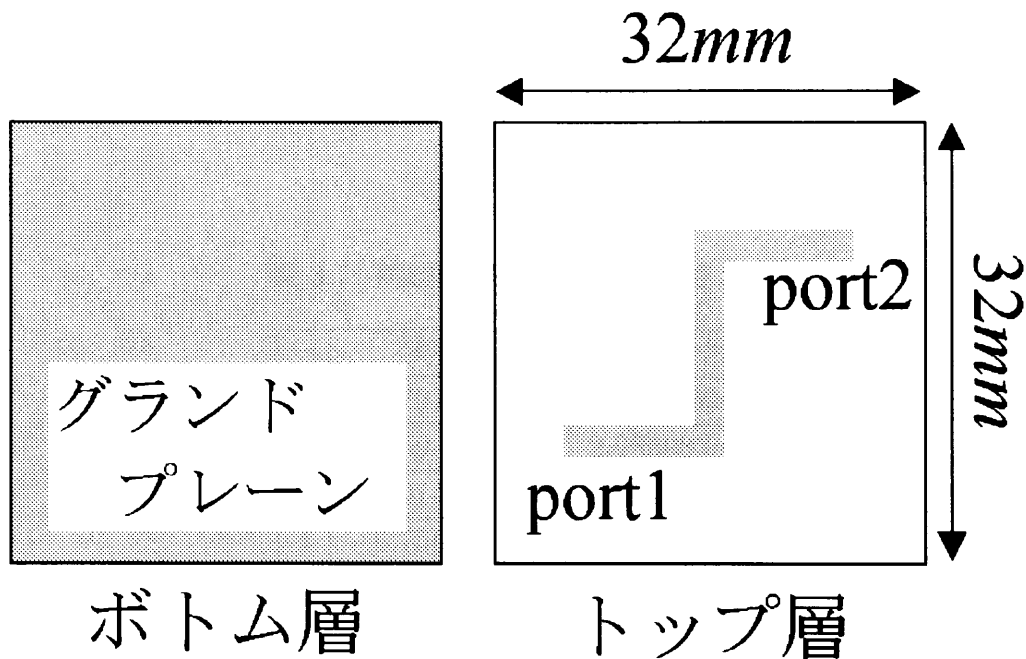


図 3.7: 例題配線板 2

3.4.2 例題 2

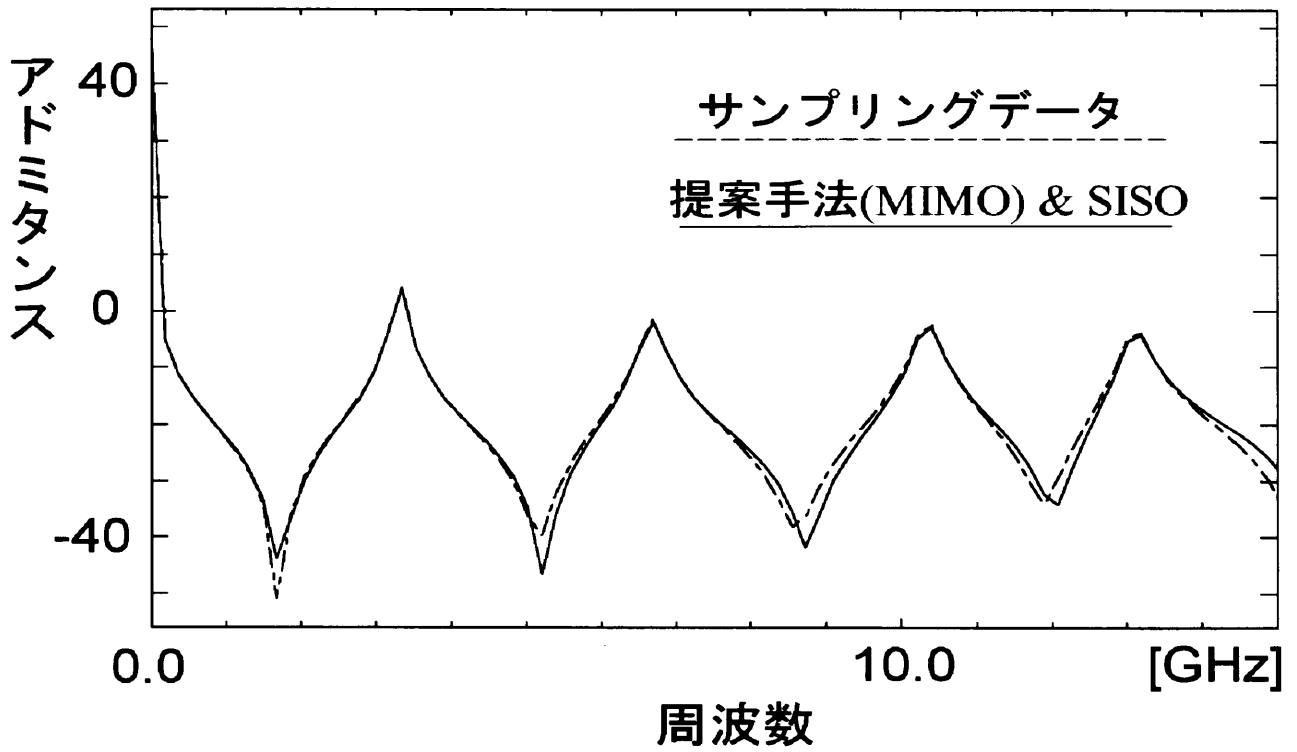
例題 2 として図 3.7 に示す例題配線板 2 から得られるサンプリングデータを用いて、マクロモデルを合成した。図 3.7 の例題配線板 2 は、グランド層と信号配線層からなる 2 層構成とし、例題配線板 1 と同様に、それぞれの層間を 0.1mm とし、その間の比誘電率 ϵ_r を 4.3 とした。FDTD 法における空間ステップは、 $\Delta x = \Delta y = 0.8mm$ 、 $\Delta z = 0.1mm$ として、配線板全体を x, y, z 軸方向にそれぞれ $40 \times 40 \times 13$ 個のセル分割した。図 3.8 にサンプリングデータと提案手法を用いてマクロモデル化した Y_{11} と Y_{12} の周波数特性の比較を示した。また、表 3.8 にモデル化の時間比較を示した。また、図 3.8 の周波数特性は、204 個の全ての極のうち 8 個を有力極として選択した結果である。また、その極を表 3.7 に示した。例題配線板 1 及び 2 の端子数は、それぞれ 4 及び 2 端子であり、例題配線板 2 は端子数が少ない。このため、モデル合成に要する従来法と提案手法の時間の差も小さいが、提案手法は従来法に比べて精度を損なうことなく、高精度にモデル化できることが確認できる。

表 3.7: 例題配線板 2 より選択された極

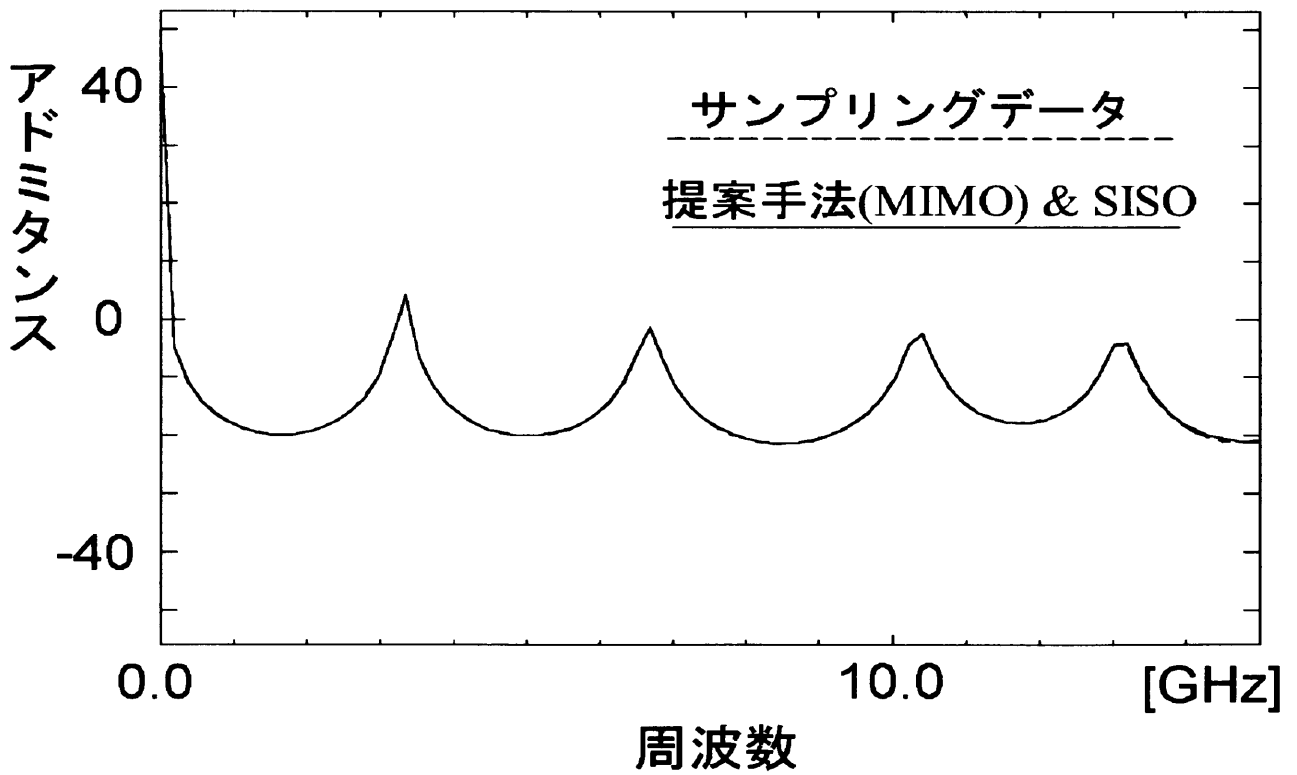
	実数部	虚数部
1	-2.797437e+6	0.000000e+0
2	-3.594999e+8	2.080083e+10
3	-7.974547e+8	6.501778e+10
4	-6.756476e+8	4.201101e+10
5	-1.534580e+9	1.256036e+11
6	-9.265716e+8	8.235361e+10
7	-8.628484e+8	1.026085e+11
8	-3.113868e+9	1.400750e+11

表 3.8: 例題配線板 2 のモデル化時間比較

	SISO 近似法	MIMO 近似法
例題配線板 2	34.64 sec	22.57



(a)



(b)

図 3.8: マクロモデルのアドミタンス特性とサンプリングデータの比較 (a) Y_{11} 成分の周波数特性 (b) Y_{12} 成分の周波数特性

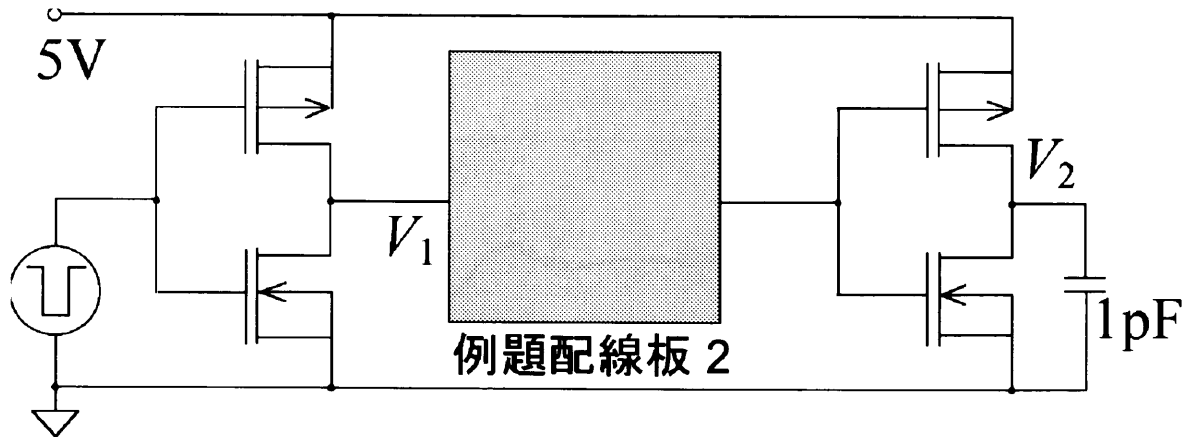
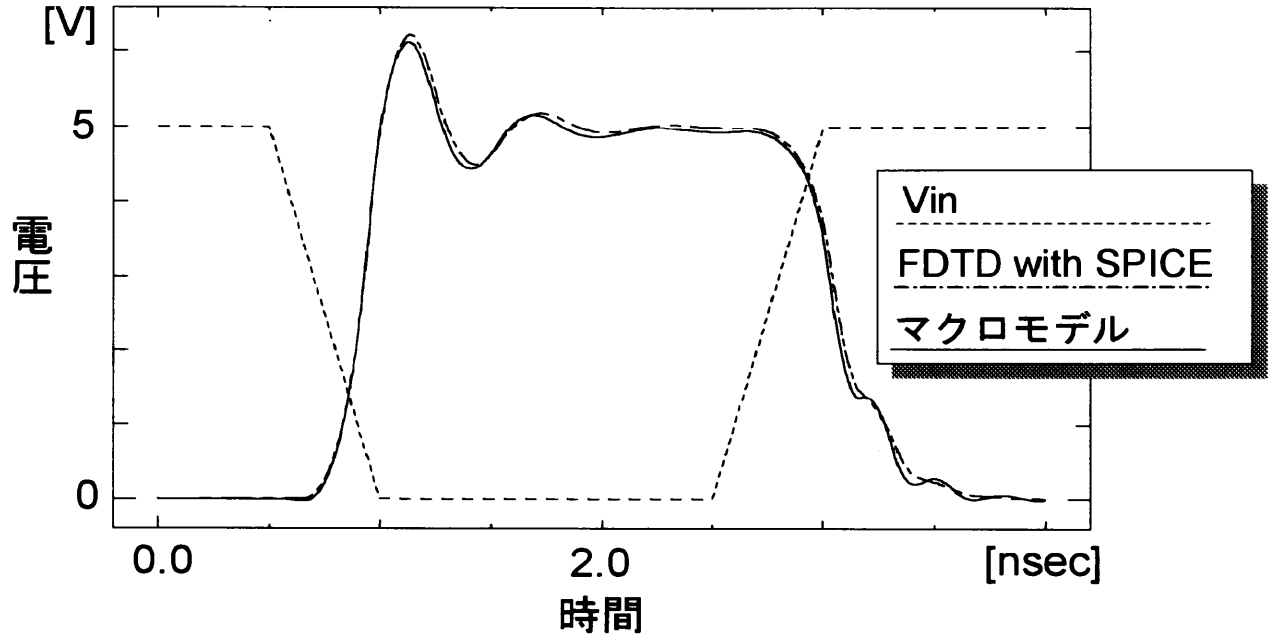


図 3.9: 例題配線板 2 に非線形終端させた例題回路 2

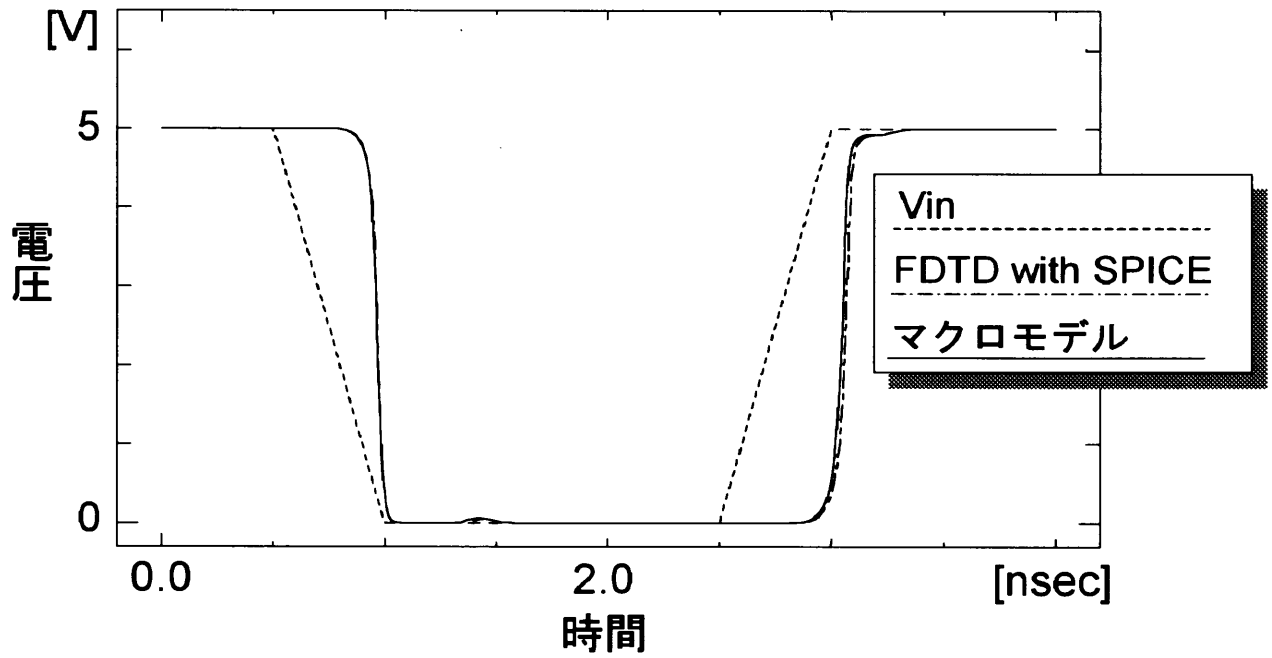
次に、図 3.9 に示した、非線形集中定数素子が例題配線板 2 に負荷された例題回路 2 の過渡解析を行った。この解析は、例題配線板 2 を提案手法により得られたマクロモデルを用いて、他の素子と共に、アナログ回路シミュレータで行われた。例題回路 2 の端子 V_1 及び V_2 の過渡応答波形を図 3.10 に示し、解析時間比較を表 3.9 に示した。ただし、例題回路 1 と同様にマクロモデルによる解析時間は、サンプリングデータの抽出及びマクロモデル合成に要した時間を含んでいない。結果より、マクロモデルを用いた解析は、非線形集中定数素子を負荷した回路の時間領域の解析においても、精度良く行えることが確認できる。

表 3.9: 例題回路 2 の解析時間比較

	FDTD with SPICE	マクロモデル
例題回路 2	558.49 sec	5.01 sec



(a)



(b)

図 3.10: 例題回路 2 の電圧過渡波形 (a) V_1 の電圧過渡波形 (b) V_2 の電圧過渡波形

§ 3.5 まとめ

本章では、サンプリングデータから伝送線路網の時間領域モデルを合成する手法について提案した。本手法は、SISO型近似法である選択型最小2乗法をMIMO型近似法に拡張することにより、マクロモデルを効果的に合成することができる。シミュレーション結果より、本手法は、従来法に比べて精度を損なうことなく、高速にマクロモデルを合成できることが確認できた。また、例題1と例題2から、端子数が増加すると共に本手法は、より効果的であることも確認できた。過渡解析を行った結果、提案手法による時間領域モデルが精度良く高速に解析できることを示した。従って、この時間比較ではモデル抽出及びモデル合成時間を含んでいないが、1度マクロモデルを合成することにより、接続する負荷の種類やパラメータを変化させた場合、提案手法が有効であることが容易に考えられる。

しかし、マクロモデルを合成する場合の重要な問題点として、絶対的安定性の問題がある。この絶対的安定性の問題とは、複素平面で右半平面に存在する不安定極が存在しなくても、単独な安定極を合成した場合に時間領域での応答が不安定となる問題である。この問題に対して、様々な手法[49]-[52][54]が提案されているが、これらの手法は、根本的に絶対的安定性が保証されているものに対して、マクロモデル化を行っている。しかし、サンプリングデータからモデルを合成する場合、サンプリングデータ自体が絶対的安定であるとは限らない。よって今後の課題として、絶対的安定性を補うための手法が挙げられる。また、提案手法は、周波数領域におけるサンプリングデータからマクロモデルを合成できるため、伝送線路網のモデル化だけでなく、他のシステム同定での適用も可能であると考えられる。

第4章 デカップリングコンデンサの配置位置の最適化

§ 4.1 概要

本章では、デカップリングコンデンサの最適な配置位置を探索する手法について示す。昨近、電磁環境適合性 (Electromagnetic Compatibility : EMC) への関心の高まりから、電子機器による電磁妨害 (Electromagnetic Interference : EMI) 低減への取り組みが急務となっている [2]-[3]。放射ノイズの発信源としては、集積回路内での CMOS 回路の出力バッファが同時スイッチングする際に生じる過渡電流と、集積回路内でクロックと同期して動作する際に生じる貫通電流がある。集積回路で生じたノイズは、プリント配線板内の電源・グランド層を伝達経路として広がっていく。その際、プリント配線板は、その構成がアンテナとして作用するため、放射の原因となる。このため、通常プリント配線板内全体に形成されている電源・グランド層に流れる高周波電流に対し、デカップリングを行うことが重要となっている。しかし、プリント配線板設計において、デカップリングコンデンサの配置位置等は、設計者の経験に基づいて行われることもしばしばである。

一方、放射ノイズをシミュレーションにより解析するためには、集積回路からグランド面を流れ電源へと戻る帰還電流を計算する必要がある。このため、前章でも述べたように、Maxwell の方程式に基づいた Full-wave 解析が必要になる。このような解析手法としては、有限要素法、モーメント法、FDTD 法、そして、プリント配線板を等価的な線形集中定数素子を用いモデル化する PEEC (Partial Element Equivalent Circuit) 法 [42]-[46] などが広く用いられている。これらの解析手法は、解析精度や解析時間などでそれぞれ一長一短がある。PEEC 法は、回路基板を線形集中定数素子により 3次元構造をモデル化する手法であり、モデル化された回路は、従来のアナログ回路シミュレータで容易に解析できる。しかしながら、詳細な解析を行うためには、配線板を大規模な線形回路網でモデル化する必要があり、莫大な解析時間を要する問題がある。このような問題を解決するため、大規模な線形回路網にクリロフ部分空間技法を適用し、高精度な減次モデルを作成する手法が提案されている [48]-[52]。しかしながら、これらの Full-wave 解析手法を用いたシミュレーションによればプリント配線板における電磁界分布や電流分布の確認はできる

が、デカップリングコンデンサの最適な位置決定については依然として、経験的に判断しなければならない。

そこで本章では、プリント配線板の大規模線形回路網へのモデル化と減次モデル化手法を応用することで、放射ノイズを抑制するための効果的なデカップリング方法について検討する。一般的に電源・グランド間のデカップリングコンデンサは、論理素子の状態遷移の間、理想的にすべての周波数における電流を供給できなければならないため、供給電源でのインピーダンスは、すべての周波数帯域において低インピーダンスであることが望ましい。そこで提案手法では、プリント配線板への電圧供給電源の端子におけるインピーダンス特性が低くなる方向へデカップリングコンデンサを移動させ、最適な配置位置を探索することを目的とする。提案手法では、インピーダンス特性導出のため、プリント配線板をPEEC法により大規模な線形回路網としてモデル化する。PEEC法によれば、回路方程式が非常に大規模なものとなるが、クリロフ部分空間技法を適用し、減次モデルを合成することでシミュレーションの高速化をする。最終的に本手法を用いて、例題配線板におけるデカップリングコンデンサの位置最適化シミュレーションを行い、本手法の有効性を検証する。

§ 4.2 線形集中定数素子を用いたプリント配線板のモデル化

本章で提案する手法では、まず線形集中定数素子を用いてプリント配線板をモデル化する。このような方法では、等価的な線形集中定数素子をプリント配線板から抽出する必要がある。抽出方法としては、伝送線路理論に基づいて抽出する方法 [46] や、直接電磁場の方程式を利用して抽出する方法 [43] がある。本節では、線形集中定数素子の抽出方法および、線形集中定数素子を用いたプリント配線板のモデル化方法について説明する。

4.2.1 伝送線路理論に基づいた線形集中定数素子の抽出方法

まず、図 4.1 のような、層間が h で誘電率 ϵ の誘電体により満たされた平行平板を考える。この平行平板を Δl でメッシュ化し、単位セルに対して、図 4.2 のように容量、インダクタンス、抵抗が分布しているとする。ここで、伝送線路理論を用いると、単位セルを x 軸方向、 y 軸方向へ進む伝播速度は共に、

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{\Delta l}{\sqrt{LC}} \quad (4.1)$$

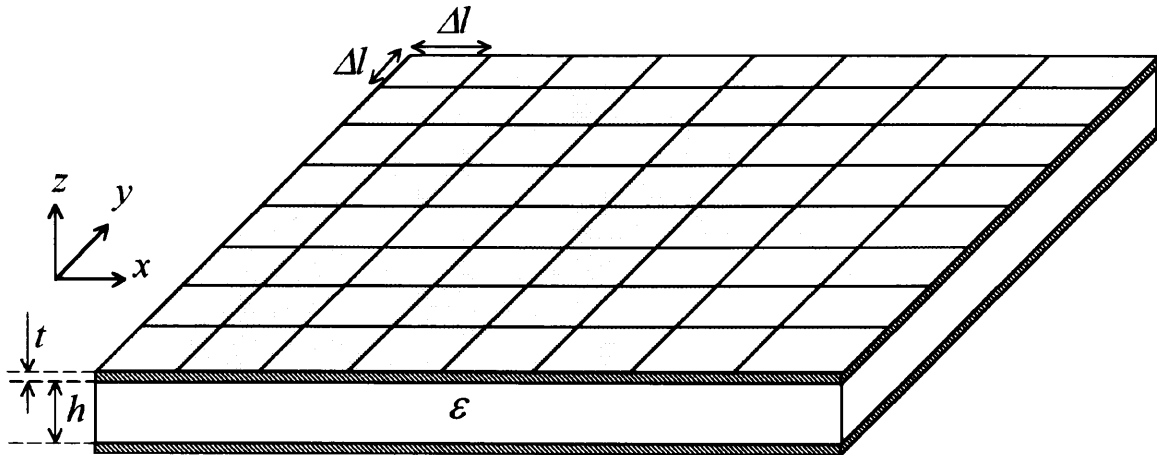


図 4.1: 平行平板のメッシュ化

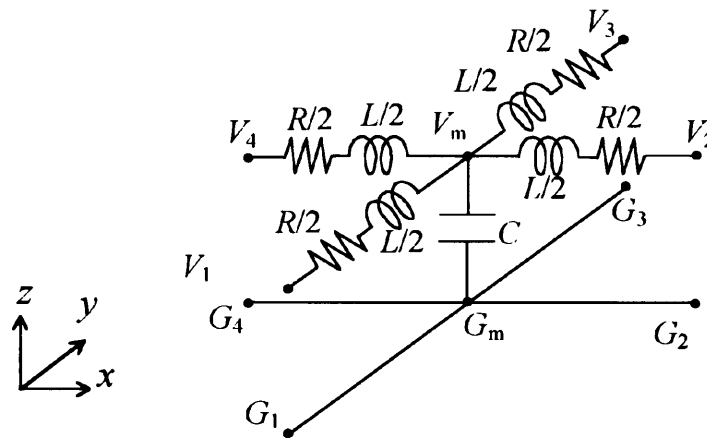


図 4.2: 単位セルの等価モデル

となる。ただし、平行平板の透磁率を μ とする。また、容量 C は、

$$C = \epsilon \frac{\Delta l^2}{h} \quad (4.2)$$

と容易に求めることができる。従って、インダクタンス L は、

$$L = \frac{\mu\epsilon}{C} \Delta l^2 = \mu h \quad (4.3)$$

と求められる。また、抵抗は以下のように求められる。

$$R = \frac{1}{t\sigma} \quad (4.4)$$

ただし、 σ は導電率である。このように、等価的な抵抗 R 、インダクタンス L 、キャパシタンス C を用いてプリント配線板をモデル化できる。最終的に、図 4.3 のように、プリント配線板の導体部分については抵抗とインダクタンスを用いてモデル化し、誘電体部分についてはキャパシタンスを用いてモデル化する。

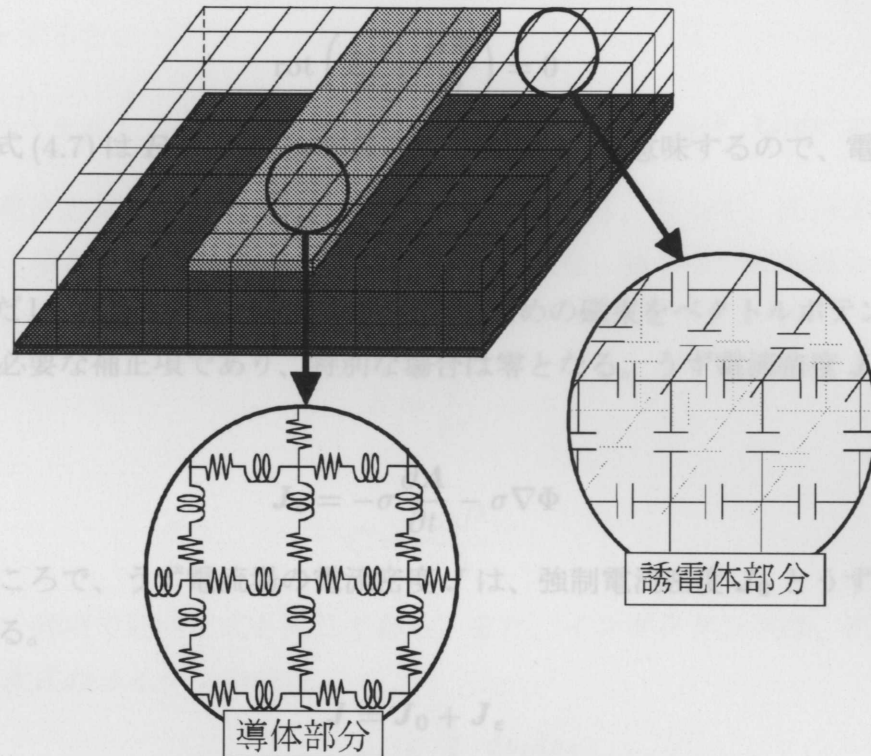


図 4.3: プリント配線板の等価モデル

4.2.2 PEEC 法による線形集中定数素子の抽出方法

PEEC 法は、前項と同様にプリント配線板を線形集中定数素子である抵抗 R 、インダクタンス L 、キャパシタンス C を用いて等価回路モデルを作成する。しかし、PEEC 法は、直接電磁場の方程式を取り扱うことで線形集中定数素子を抽出する。

まず、解析領域内に導体または磁性体が存在して、それにうず電流が流れ、これによる反抗磁界が問題になる場合を考える。ただし、ここでは変位電流が無視できる場合を取り扱う。このような場に対する方程式には、時間微分項が入るので、一般に時間依存場と呼ばれる [40]。導体と交わる磁束が変化すると起電力が生じ、うず電流が流れる。このうず電流密度 \mathbf{J}_e は次式で与えられる。

$$\mathbf{J}_e = \sigma \mathbf{E}_e \quad (4.5)$$

ここで、 \mathbf{E}_e は電磁誘導によって生じたうず電流を流すための電界である。この電界は、Maxwell の方程式から、

$$\text{rot} \mathbf{E}_e = -\frac{\partial}{\partial t} (\text{rot} \mathbf{A}) \quad (4.6)$$

となり、

$$\text{rot} \left(\mathbf{E}_e + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (4.7)$$

で与えられる。式(4.7)は $\mathbf{E}_e + \partial \mathbf{A} / \partial t$ が保存場であることを意味するので、電位 Φ が定義でき、

$$\mathbf{E}_e = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \Phi \quad (4.8)$$

が成立する。ただし、上式の $\nabla \Phi$ はうず電流を流すための磁束をベクトルポテンシャル \mathbf{A} を用いて表現する際に必要な補正項であり、特別な場合は零となる。うず電流密度 \mathbf{J}_e は式(4.5), (4.8)より、

$$\mathbf{J}_e = -\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \sigma \nabla \Phi \quad (4.9)$$

が得られる。ところで、うず電流場の電流密度 \mathbf{J} は、強制電流密度 \mathbf{J}_0 とうず電流密度 \mathbf{J}_e を用いて次式で表せる。

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_0 + \mathbf{J}_e \quad (4.10)$$

従って、

$$\mathbf{J}_0 = \mathbf{J} + \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \sigma \nabla \Phi \quad (4.11)$$

が得られる。ここで、式(4.11)を以下のように書き直す。

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r}, t) = \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)}{\sigma} + \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \nabla \Phi(\mathbf{r}, t) \quad (4.12)$$

ただし、 \mathbf{r} は原点からの位置を表すベクトルである。また、ベクトルポテンシャル \mathbf{A} は、

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \mu \int_{v'} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}(\mathbf{r}', t_d) dv' \quad (4.13)$$

と表せる。ここで、 v' はうず電流が流れている導体の体積であり、時間遅れ t_d は、

$$t_d = t - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{c} \quad (4.14)$$

で与えられる。ただし、 c は光速である。また、 $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ はグリーン関数であり、

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \equiv \frac{1}{4\pi} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (4.15)$$

で与えられる。同様に、電位 Φ は、

$$\Phi(\mathbf{r}, t) \equiv \frac{1}{\epsilon_0} \int_{v'} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') q(\mathbf{r}', t_d) dv' \quad (4.16)$$

で表される。ただし、 q は導体表面の電荷密度である。ここで、式 (4.12) の外部入力である電界 E_0 が零であるとする、

$$\frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)}{\sigma} + \mu \int_{v'} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \mathbf{J}(\mathbf{r}, t_d)}{\partial t} dv' + \frac{\nabla}{\varepsilon_0} \int_{v'} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') q(\mathbf{r}', t_d) dv' = 0 \quad (4.17)$$

のように、電流密度と電荷密度により表される式が得られる。従って、式 (4.17) を電気回路で考えると、左辺第1項が抵抗成分、第2項がインダクタ成分、第3項が容量成分を表すことが分かる。結果として、図 4.1 のような平行平板の場合、

$$R = \frac{1}{t\sigma} \quad (4.18)$$

$$C = \varepsilon \frac{\Delta l^2}{h} \quad (4.19)$$

となる。これは、前項で述べた式と同じである。また、インダクタンスは、式 (4.17) の左辺第2項から得られる次式のノイマンの公式、

$$L_{ij} = \frac{\mu}{4\pi} \oint_{c_i} \oint_{c_j} \frac{ds_i ds_j}{r} \quad (4.20)$$

を用いて求めることができる。ここで、 r は導線 i と j の間の距離である。例として、導線断面自身の幾何学的平均距離 a を用いると自己インダクタンスは、

$$L_{ii} = \frac{\mu \ell}{4\pi} \left(\ln \frac{2\ell}{a} - 1 \right) \quad (4.21)$$

となる。ただし、 ℓ は導線の長さである。そして、平行導線の相互インダクタンスは、

$$L_{ij} = \frac{\mu}{4\pi} \left(\ell \ln \frac{\ell + \sqrt{\ell^2 + d^2}}{d} - \sqrt{d^2 + \ell^2} + d \right) \quad (4.22)$$

となる [41]。ここで、 d は導線 i と j の間の距離である。このように、PEEC 法による抽出方法を利用することで、プリント配線板を抵抗、自己インダクタンス、相互インダクタンス、キャパシタンスでモデル化できる。

§ 4.3 クリロフ部分空間技法を用いた大規模線形回路網の減次モデル

前節で説明したように、プリント配線板を線形集中定数素子を用いてモデル化できる。しかし、このようなモデル化では、扱う回路が大規模となるため、解析には莫大な計算時間を必要とする。

そこで、本節では、クリロフ部分空間技法を利用した大規模線形回路網の減次モデル化手法について説明する。クリロフ部分空間は、大規模な線形方程式の反復解法等に用いられる方法であり、その部分空間はべき乗数で定義される。そして、このクリロフ部分空間を利用して、大規模な線形回路網から得られる回路行列の行列サイズを精度を保ちつつ縮小することで、減次モデルを合成する手法が提案されている [48]-[52]。

4.3.1 従来法

まず、大規模な線形回路網を縮小技法を用いず、直接解くことを考える。線形集中定数素子で構成される回路網は、一般的に時間領域の修正節点方程式で与えられる。

$$\mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{G}\mathbf{x} = \mathbf{B}\mathbf{i}_p \quad (4.23)$$

$$\mathbf{v}_p = \mathbf{L}^T \mathbf{x} \quad (4.24)$$

ただし、 \mathbf{x} は節点電圧、枝電流等の n 次元の未知変数ベクトル、 \mathbf{C} と \mathbf{G} はそれぞれ集中定数容量素子の係数行列と、集中定数非容量素子の係数行列である。 \mathbf{i}_p と \mathbf{v}_p はそれぞれ端子電流ベクトルと端子電圧ベクトルであり、端子数を p とする。また、 \mathbf{B} と \mathbf{L} は $n \times p$ 次元の行列で、端子電圧及び端子電流を回路行列に結び付けるための $\mathbf{1}$ と $\mathbf{0}$ からなるセレクタ行列であり、通常 $\mathbf{B} = \mathbf{L}$ となる。式 (4.23), (4.24) にラプラス変換を適用すると、 s 領域での修正節点方程式

$$(\mathbf{G} + s\mathbf{C}) \mathbf{X} = \mathbf{B}\mathbf{I}_p \quad (4.25)$$

$$\mathbf{V}_p = \mathbf{L}^T \mathbf{X} \quad (4.26)$$

が得られる。これらを端子電圧について解くと、

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_p &= \mathbf{L}^T (\mathbf{G} + s\mathbf{C})^{-1} \mathbf{B}\mathbf{I}_p \\ &= \mathbf{L}^T (\mathbf{U}_n + s\mathbf{G}^{-1}\mathbf{C})^{-1} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{B}\mathbf{I}_p \\ &= \mathbf{Z}(s) \mathbf{I}_p \end{aligned} \quad (4.27)$$

となる。よって、この線形集中定数素子で構成される回路網のインピーダンス行列は次式で表される。

$$\mathbf{Z}(s) = \mathbf{L}^T (\mathbf{U}_n + s\mathbf{G}^{-1}\mathbf{C})^{-1} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{B} \quad (4.28)$$

ただし、 \mathbf{U}_n は $n \times n$ の単位行列である。従って、式 (4.28) を用いれば、インピーダンスの周波数特性が得られる。しかし、大規模線形回路網では、行列の次元数 n が非常に大きくなり、直接解析することが困難となる。このため、回路網縮小技法を用いた解析方法について考える。

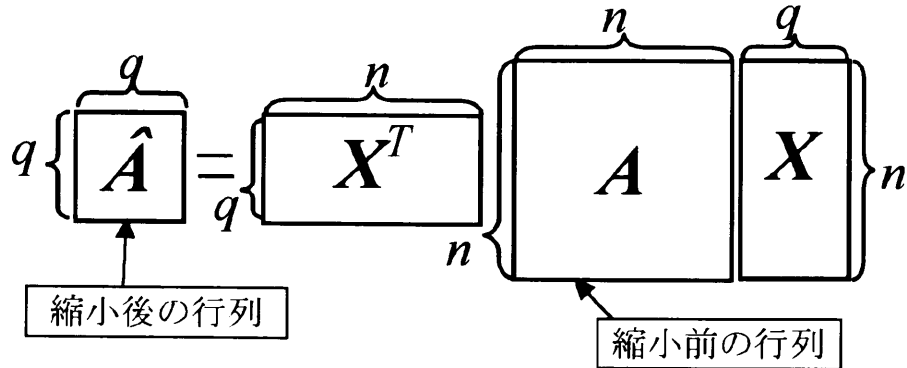


図 4.4: 行列の縮小変換

4.3.2 回路網の縮小

大規模線形回路網においては、回路方程式の行列の次元数は非常に大きくなるため、莫大な計算時間を必要とする。このため、回路方程式の行列サイズを縮小することで計算効率を向上させることを考える。

固有値が全て正の値となるような行列 (正定値行列) \mathbf{D}_0 と、任意の正方かつ非特異行列 \mathbf{X} を用いて表される以下の関係は、等価変換 (congruence transforms) と呼ばれる。

$$\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{X}^T \mathbf{A} \mathbf{X} \quad (4.29)$$

この変換では、行列 \mathbf{A} の固有値は保存され、行列 $\hat{\mathbf{A}}$ の固有値と一致する。また、正方行列でない、または、特異行列 \mathbf{X} を用いた不完全な等価変換では、一部の固有値が保存される [49][53]。つまり、行列 \mathbf{A} と行列 \mathbf{X} の次元数をそれぞれ $n \times n$ と $n \times q$ として、 $q \ll n$ とした場合、図 4.4 に示されるように縮小変換が行われる。しかし、高精度な縮小変換を行うためには、行列 \mathbf{A} の支配的な固有値を保存するような変換行列 \mathbf{X} を用いる必要がある。式 (4.28) のインピーダンス特性において、回路の動作に支配的となる項は、 $\mathbf{G}^{-1} \mathbf{C}$ である。言い換えると、この項は、インピーダンス特性を表す、極の逆数で与えられていることが分かる。そして、通常、回路の動作で支配的な極は、零に近い極であり、行列 $\mathbf{G}^{-1} \mathbf{C}$ で考えると、大きな固有値が重要になると言える。従って、 $\mathbf{G}^{-1} \mathbf{C}$ の大きな固有値を順に保存するような変換行列 \mathbf{X} を導出すれば、精度の良い縮小変換が実現できる。このような変換行列は、クリロフ部分空間を用いて実現できる。ここで、クリロフ部分空間は、以下のように定義される。

$$\text{colsp}(\mathbf{Q}) = \text{Ker}(\mathbf{x}, \mathbf{\Gamma}, r) \quad (4.30)$$

$$= \text{colsp}[\mathbf{\Gamma}, \mathbf{x}\mathbf{\Gamma}, \mathbf{x}^2\mathbf{\Gamma}, \dots, \mathbf{x}^r\mathbf{\Gamma}] \quad (4.31)$$

このクリロフ部分空間 \mathbf{Q} の導出方法としては、Lanczos 法 [48] や Arnoldi 法 [51]-[52] を利用した

方法が知られている。簡単化のために、式(4.28)を、

$$\begin{aligned} Z(s) &= L^T(U_n + sG^{-1}C)^{-1}G^{-1}B \\ &= L^T(U_n - sA)^{-1}R \end{aligned} \quad (4.32)$$

と置き換え、式(4.32)の行列 A に対するクリロフ部分空間を導出する。以下に修正グラム-シュミット法に基づいた Block Arnoldi アルゴリズムを示す。

Block Arnoldi Algorithm

Solve $GR = B$ for R

$(Q_0, T) = qr(R)$; qr factorization of R

If q/N is not an integer, set $n = (q/N) + 1$, else $n = q/N$

For $k = 1, 2, 3, \dots, n$

Set $V = CQ_{k-1}$

Solve $GQ_k^{(0)} = V$ for $Q_k^{(0)}$

For $j = 1, 2, 3, \dots, k$

$$H = Q_{k-j}^T Q_k^{(j-1)}$$

$$Q_k^{(j)} = Q_k^{(j-1)} - Q_{k-j} H$$

$(Q_k, T) = qr(Q_k^{(k)})$; qr factorization of $Q_k^{(k)}$

Set $Q = [Q_0 \ Q_1 \ \dots \ Q_k]$ and truncate Q so that it has q columns only

ここで、 q は減次する次元数であり、 N は端子数である。結果として Arnoldi 法を用いると、 Q は以下のような特徴を持つ行列となる。

$$Q^T A Q = H_q \quad (4.33)$$

$$Q^T Q = U_q \quad (4.34)$$

ただし、 H_q は $q \times q$ 次元のヘッセンベルグ行列であり、 U_q は $q \times q$ 次元の単位行列である。実際に、このクリロフ部分空間を用いて減次モデルを合成するためには、未知変数ベクトル x を行列 Q により写像することで行われる。つまり、

$$x = Q_{n \times q} \hat{x} \quad (4.35)$$

という線形変換を行う。この時、式 (4.23), (4.24) により表されるシステムは、

$$\hat{C}\hat{x} + \hat{G}\hat{x} = \hat{B}i_p \quad (4.36)$$

$$v_p = \hat{L}^T \hat{x} \quad (4.37)$$

となる。ただし、

$$\begin{aligned} \hat{G} &= Q^T G Q, & \hat{C} &= Q^T C Q \\ \hat{L}^T &= L^T Q, & \hat{B} &= Q^T B \end{aligned} \quad (4.38)$$

である。結果として、ラプラス領域での減次インピーダンス行列は、

$$\hat{Z}(s) = \hat{L}^T (\hat{G} + s\hat{C})^{-1} \hat{B} \quad (4.39)$$

となる。このように、縮小された行列を用いることで効率の良い解析ができる。

§ 4.4 デカップリングコンデンサの最適な配置位置探索手法

本節では、デカップリングコンデンサの最適な配置位置を探索する方法について説明する。提案手法は、供給電源におけるインピーダンス特性を任意の周波数帯域において最小化することで、デカップリングコンデンサの最適な配置位置を探索する。つまり、デカップリングコンデンサの位置を未知変数とし、図 4.5 のような周波数帯域 ($f_{min} \sim f_{max}$) における N 個の各周波数ポイントでのインピーダンスを最小にすることを試みる。そこで提案手法では、各周波数ポイントの 2 乗平均である式 (4.40) が小さくなる方向へデカップリングコンデンサを移動することにする。

$$f(\xi) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Z_{\xi}(i\Delta f))^2 \quad (4.40)$$

ただし、 ξ はデカップリングコンデンサの配置位置を未知変数とした変数であり、 $Z_{\xi}(i\Delta f)$ は、 ξ にデカップリングコンデンサを配置したときの各周波数ポイントにおけるインピーダンスである。

次に、デカップリングコンデンサの位置探索方向の決定方法について説明する。本探索手法では、多層配線板を PEEC 法を利用してモデル化するため、各層は 2 次元メッシュで表現される。このため、デカップリングコンデンサは格子状の各点上を移動させる。図 4.6 のように現在のデカップリングコンデンサの配置位置に対し、周りの 8 方向へそれぞれデカップリングコンデンサを移動させたときのインピーダンス特性の 2 乗平均を求め、探索方向を決定する。最終的に、周

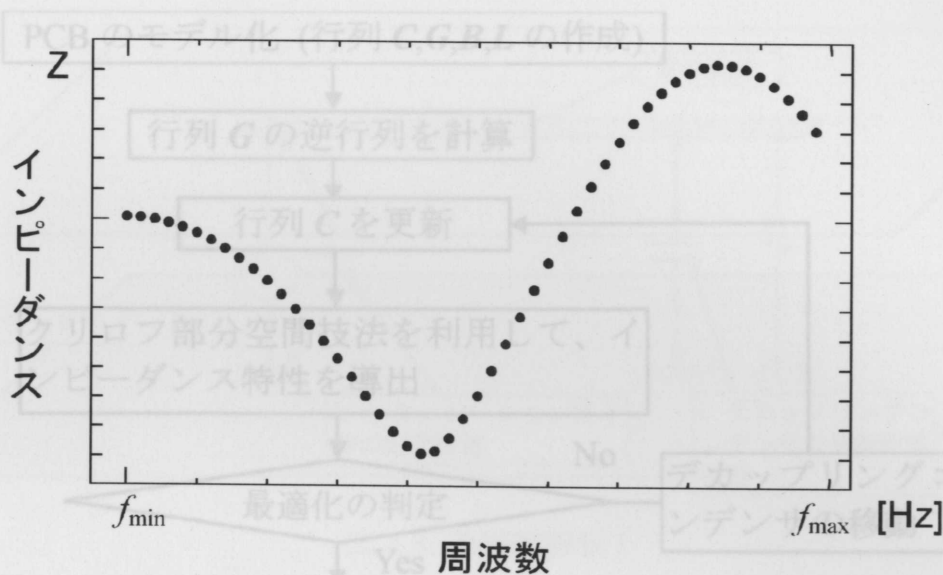


図 4.5: インピーダンス特性

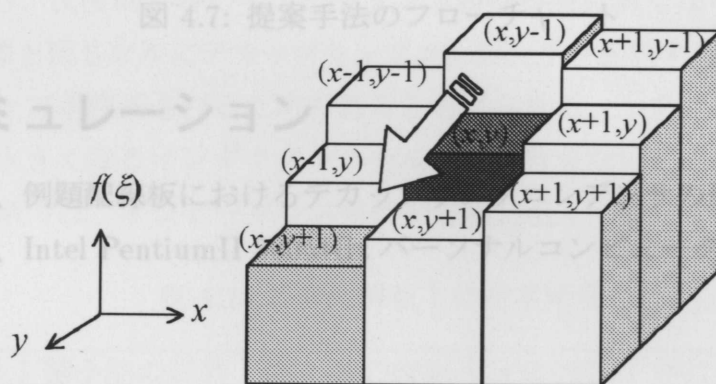


図 4.6: 探索方向の導出

例題として、図 4.8 に示す例題を... 図 4.8 の解法は、グラウンド層と信号配線層からの 8 方向におけるインピーダンス特性の 2 乗平均が中央のインピーダンス特性より大きい位置に達するまで反復操作が実行される。実際に、インピーダンス特性の計算は反復して行われるため、前節で示した回路網の縮小技法を用いて導出される。さらに、提案手法では、回路網を縮小することで 1 回のインピーダンス特性の導出時間を削減できるだけでなく、以下のような利点もある。つまり、デカップリングコンデンサを移動させることは、式 (4.23) における行列 C のみを更新することであり、行列 G は変更されない。従って、クリロフ部分空間の導出に必要となる行列 G の逆行列の計算は、シミュレーション中で 1 回のだけ必要となり、計算時間を大幅に削減することが可能となる。また、本手法のフローチャートを図 4.7 に示す。

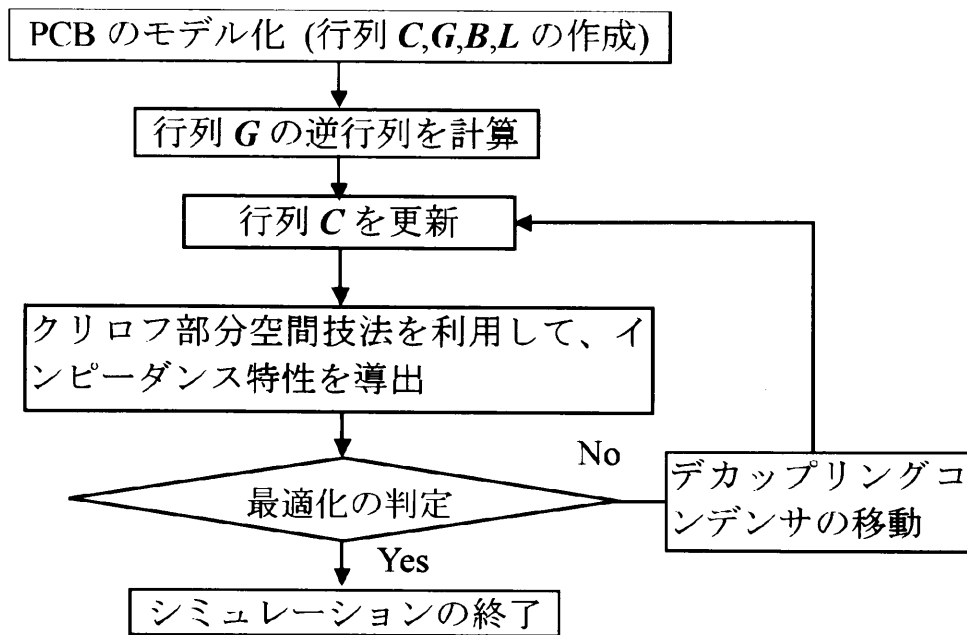


図 4.7: 提案手法のフローチャート

§ 4.5 シミュレーション

提案手法を用いて、例題配線板におけるデカップリングコンデンサの最適な配置位置の探索を行う。全ての解析は、Intel PentiumII 300MHz パーソナルコンピュータで行われた。

4.5.1 例題 1

例題として、図 4.8 に示す例題配線板の配線層とグランド層間における、デカップリングコンデンサの最適な配置位置の探索を行った。図 4.8 の例題配線板は、グランド層と信号配線層からなる 2 層構成とした。それぞれの層間を 0.1mm とし、その間の比誘電率 ϵ_r を 4.3 とし、電源配線、グランド面の材質をすべて銅とし、その厚は $20.0\mu\text{m}$ とした。例題配線板のサイズは、 x, y, z 軸方向に対してそれぞれ、 $40.0\text{mm} \times 22.0\text{mm} \times 0.1\text{mm}$ とし、PEEC 法において解析領域全体を $20 \times 11 \times 1$ 個のセルに分割した。また、空間ステップを明示すると、 $\Delta x = \Delta y = 2.0\text{mm}$, $\Delta z = 0.1\text{mm}$ となる。シミュレーションの初期状態として、図 4.8 に示されるように $1.0\mu\text{F}$ のキャパシタンスを i に配置しシミュレーションを行った。また、図 4.8 において ii はシミュレーション終了時の配置位置を示す。図 4.9 にシミュレーションにより得られたインピーダンス特性を示す。一般的に供給電源のできるだけ近くにバイパスコンデンサを配置することが良いと言われている。また、提案手法を用いた場合についてもデカップリングコンデンサを供給電源と同一のセルに配置することが最適であるという結果を得た。表 4.1 に縮小の前後における行列の次元

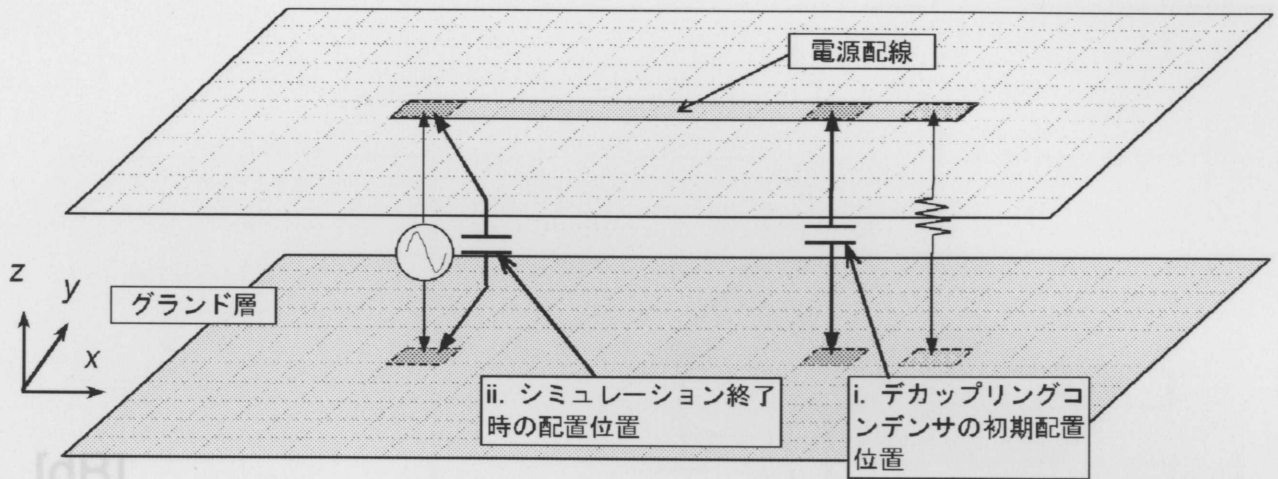


図 4.8: 例題配線板 1

数、探索に要した反復回数、大規模行列の逆行列導出に要した時間、そして探索に要した合計時間を示す。図 4.9 から、反復終了時のインピーダンス特性が特に低くなっていることが確認できる。これは、供給電源と同じセルにデカップリングコンデンサを配置することにより、電源とキャパシタンスによるループが作成されるためであると考えられる。つまり、周波数の増加と共にインピーダンス特性が大きくなるインダクタンスをループに含まないため、シミュレーションの終了時における配置位置では、インピーダンス特性が急激に低下したと予想できる。

表 4.1: 例題配線板 1 の探索時間

	縮小前の行列の次元数	縮小後の行列の次元数	反復回数	逆行列の導出時間	合計時間
例題配線板 1	1278 × 1278	12 × 12	9 回	3.4 sec	24.94 sec

図 4.9: 供給電源におけるインピーダンス特性

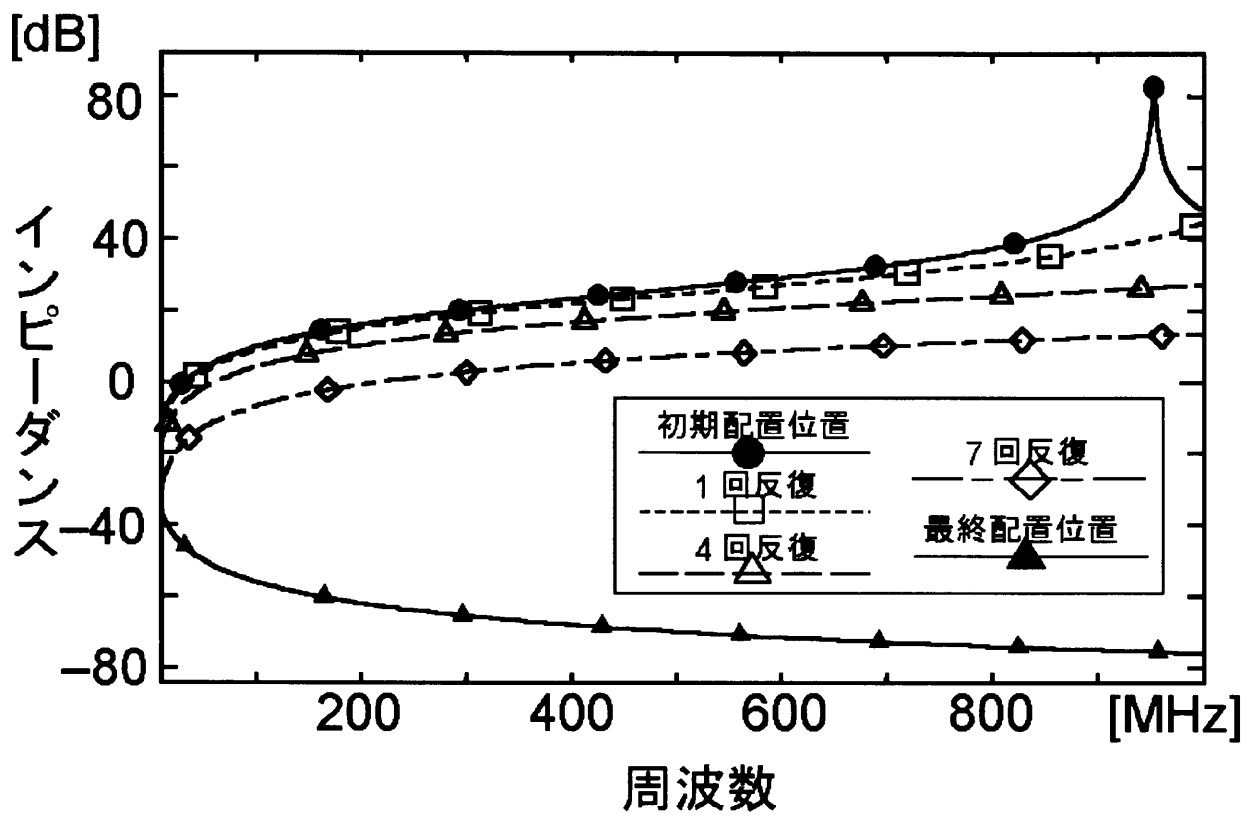


図 4.9: 供給電源におけるインピーダンス特性

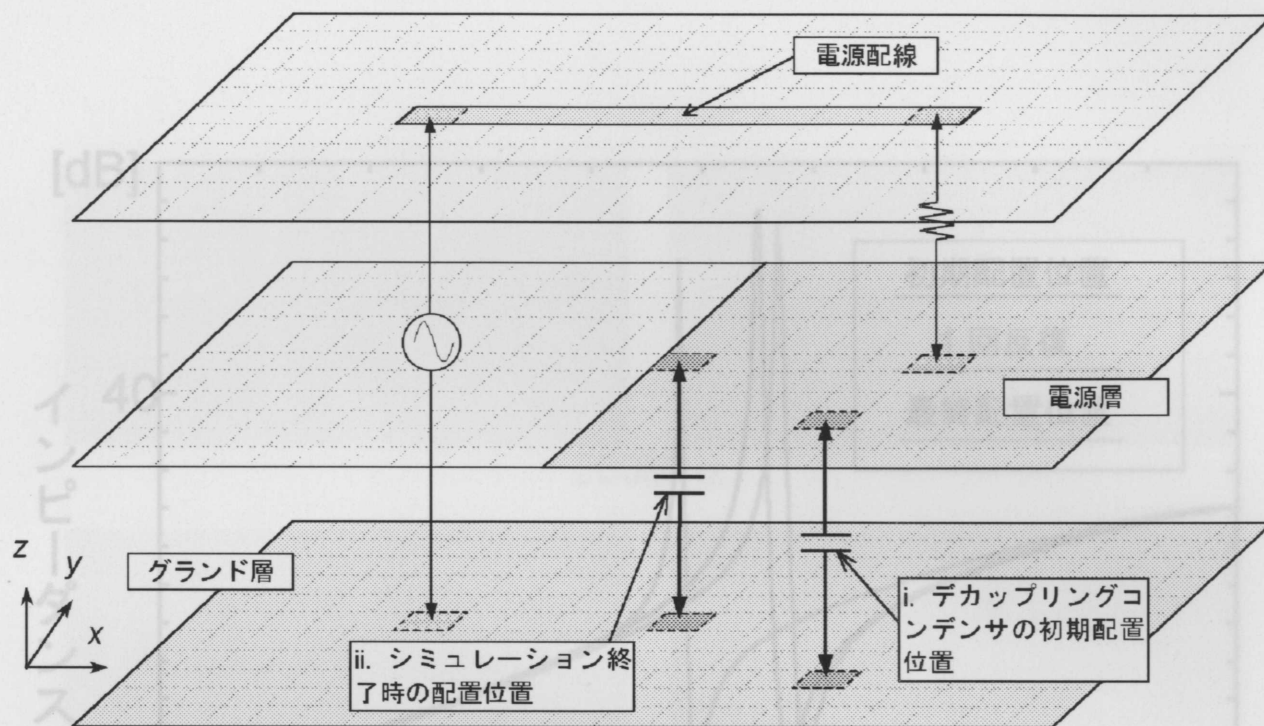


図 4.10: 例題配線板 2

4.5.2 例題 2

次に、例題 2 として図 4.10 に示されるように、例題配線板 1 のグラウンド層と配線層との間に電源層を設けた構造とした。例題配線板のサイズは $40.0\text{mm} \times 22.0\text{mm} \times 0.2\text{mm}$ とし、解析領域全体を $20 \times 11 \times 2$ 個のセルに分割した。また、空間ステップを明示すると、 $\Delta x = \Delta y = 2.0\text{mm}$ 、 $\Delta z = 0.1\text{mm}$ となる。そして、他のパラメータは例題 1 と同様の値を用いた。シミュレーションの初期状態として、図 4.10 に示されるように i に $0.1\mu\text{F}$ のキャパシタンスを配置しシミュレーションを行った。また、図 4.10 において ii はシミュレーション終了時の配置位置を示す。図 4.11 にシミュレーションにより得られたインピーダンス特性を示し、表 4.2 に縮小の前後における行列の次元数、探索に要した反復回数、大規模行列の逆行列導出に要した時間、そして探索に要した合計時間を示す。この図より、提案手法を用いることで、電流の戻る経路を最短とする位置にデカップリングコンデンサが配置されることが最適であるという結果を得た。また、シミュレーションにより得られた最適な位置にデカップリングコンデンサを配置した場合と、配置しなかった場合の 0.5mm 上方における磁界分布を、FDTD 法によりシミュレーションし、その結果を図 4.12 に示す。図 4.12 よりデカップリングコンデンサを配置することにより、全体的に放射が抑制されていることが確認できる。

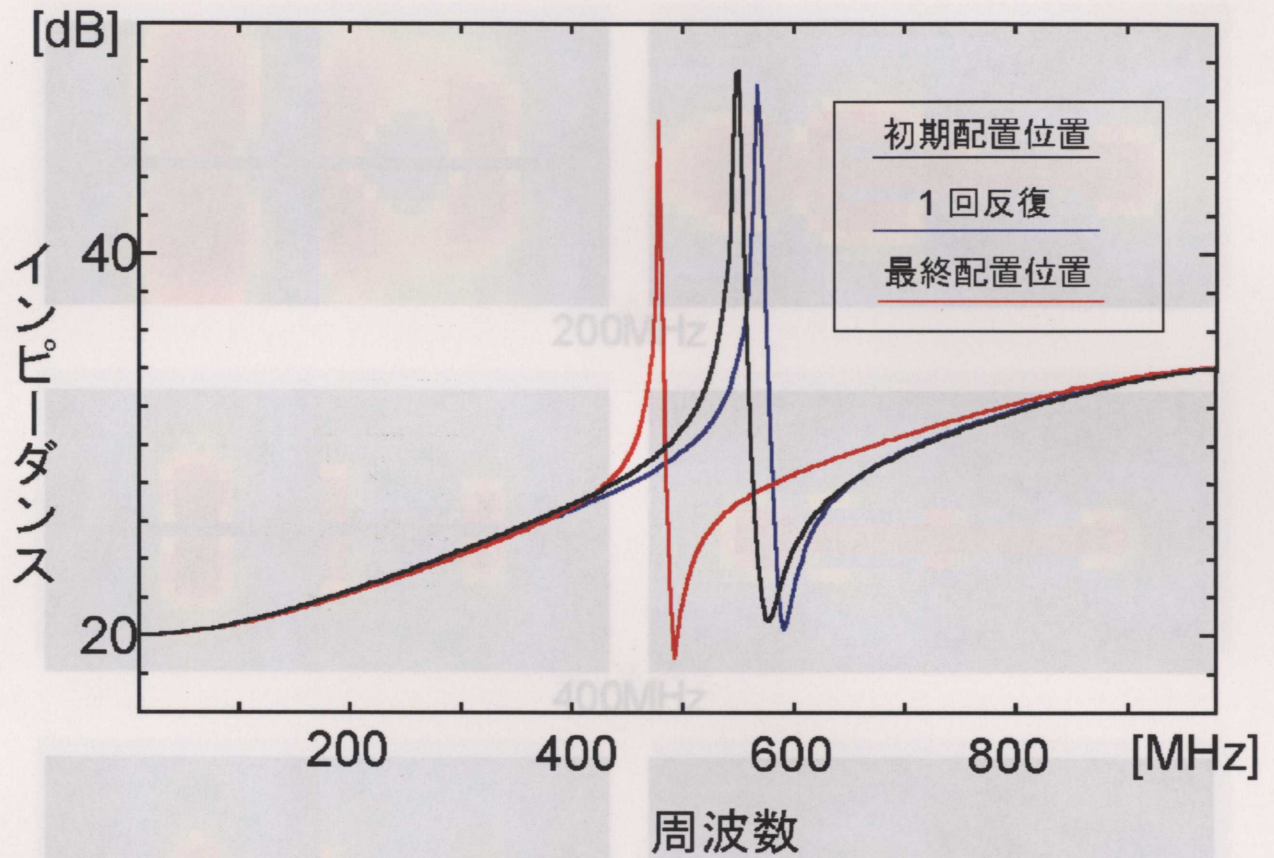


図 4.11: 供給電源におけるインピーダンス特性

表 4.2: 例題配線板 2 の探索時間

	縮小前の行列 の次元数	縮小後の行列 の次元数	反復回数	逆行列の 導出時間	合計時間
例題配線板 2	1896 × 1896	20 × 20	5 回	12.02 sec	133.46 sec

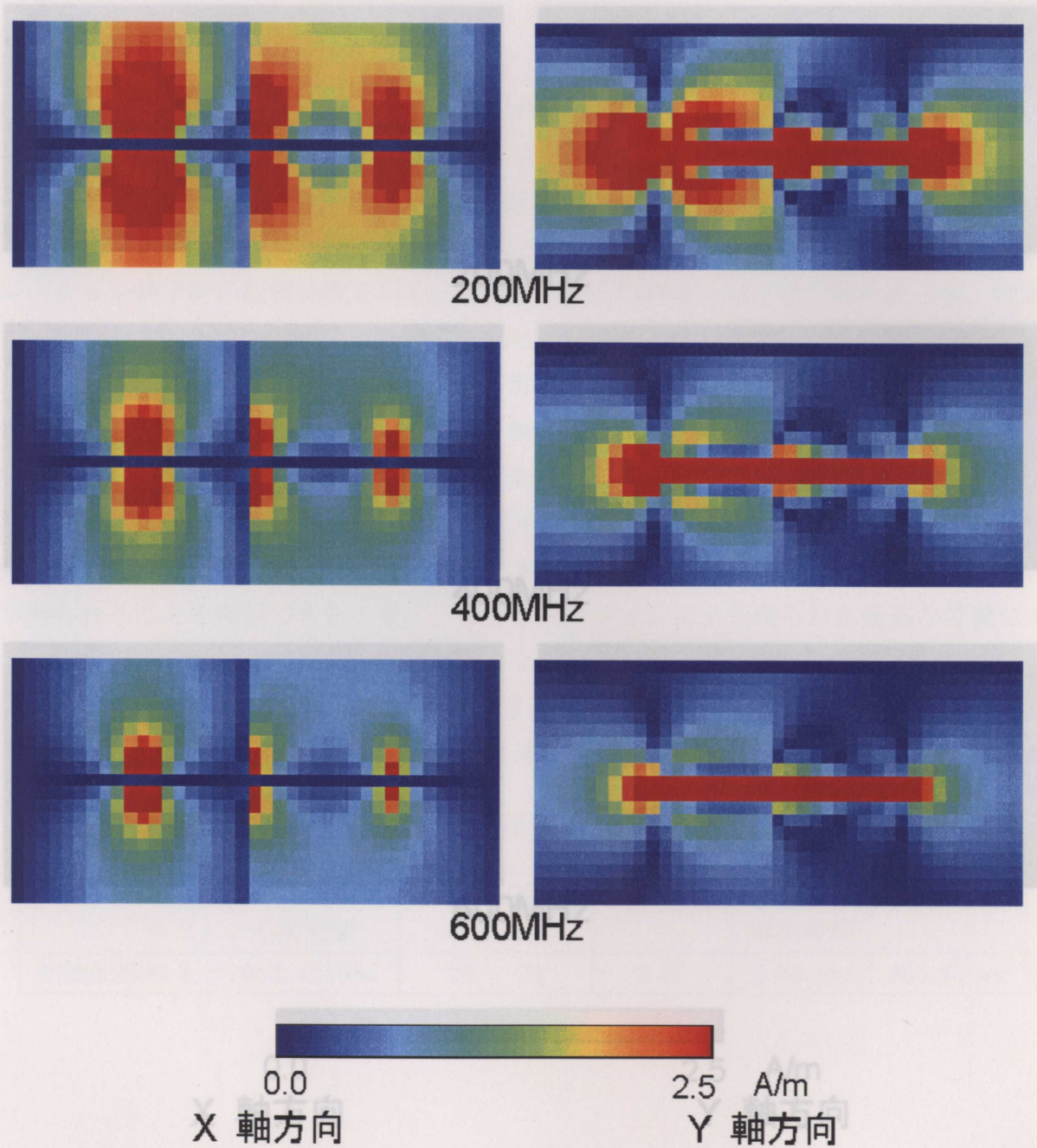
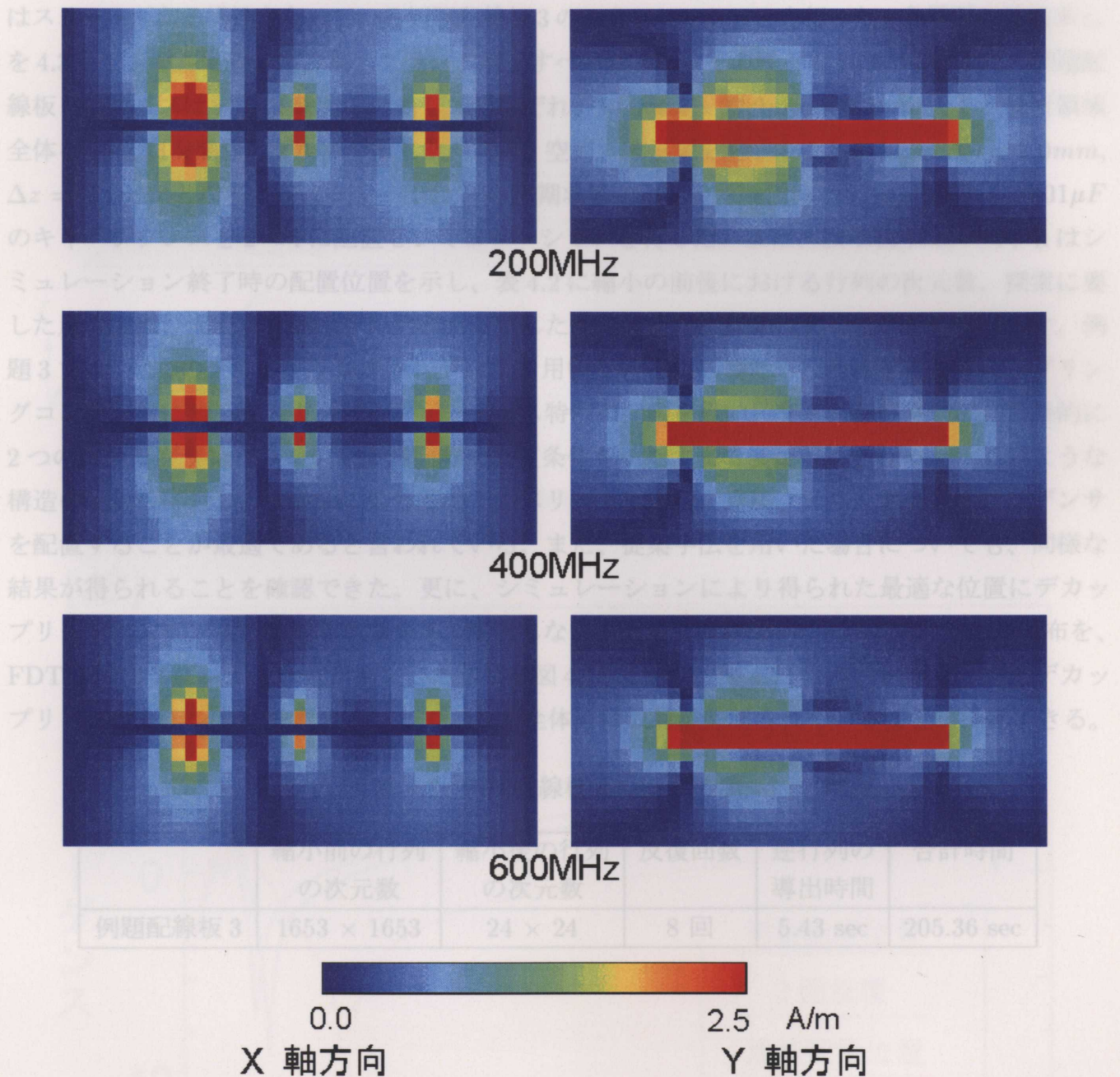


図 4.12: 5mm 上方の磁界分布 (a) デカップリングコンデンサ無し (b) デカップリングコンデンサを配置

4.5.3 例題3

例題3として図4.13に示されるように、配線、電源、グランド層とから構成され、



(b)

図 4.12: 5mm 上方の磁界分布 (a) デカップリングコンデンサ無し (b) デカップリングコンデンサを配置

4.5.3 例題3

例題3として図4.13に示されるように、配線、電源、グランド層とから構成され、グランド面にはスリットがある構造となっている例題配線板3のシミュレーションを行った。各層間の誘電率 ϵ_r を4.3とし、電源配線、電源層、グランド層をすべて銅とし、その厚みを $20.0\mu\text{m}$ とした。例題配線板3のサイズは x, y, z 軸方向に対してそれぞれ、 $30.0\text{mm} \times 22.0\text{mm} \times 0.2\text{mm}$ とし、解析領域全体を $15 \times 11 \times 2$ 個のセルに分割した。また、空間ステップを明示すると、 $\Delta x = \Delta y = 2.0\text{mm}$ 、 $\Delta z = 0.1\text{mm}$ となる。シミュレーションの初期状態として、図4.13に示されるように $0.01\mu\text{F}$ のキャパシタンスを2つiに配置しシミュレーションを行った。また、図4.13において、iiはシミュレーション終了時の配置位置を示し、表4.2に縮小の前後における行列の次元数、探索に要した反復回数、大規模行列の逆行列導出に要した時間、そして探索に要した合計時間を示す。例題3では、2つのデカップリングコンデンサを用いている。このため、それぞれのデカップリングコンデンサに対して8方向のインピーダンス特性の探索を行い、交互に移動させて、最終的に2つのデカップリングコンデンサが同時に判定条件を満たすまで反復計算を行った。このような構造の配線板に対し、一般的に信号線の下のスリットを挟むように、デカップリングコンデンサを配置することが最適であると言われている。また、提案手法を用いた場合についても、同様な結果が得られることを確認できた。更に、シミュレーションにより得られた最適な位置にデカップリングコンデンサを配置した場合と、配置しなかった場合の 0.5mm 上方における磁界分布を、FDTD法によりシミュレーションした結果を図4.15に示す。図4.15より、例題2と同様デカップリングコンデンサを配置することにより、全体的に放射が抑制されていることが確認できる。

表 4.3: 例題配線板3の探索時間

	縮小前の行列 の次元数	縮小後の行列 の次元数	反復回数	逆行列の 導出時間	合計時間
例題配線板3	1653 × 1653	24 × 24	8回	5.43 sec	205.36 sec

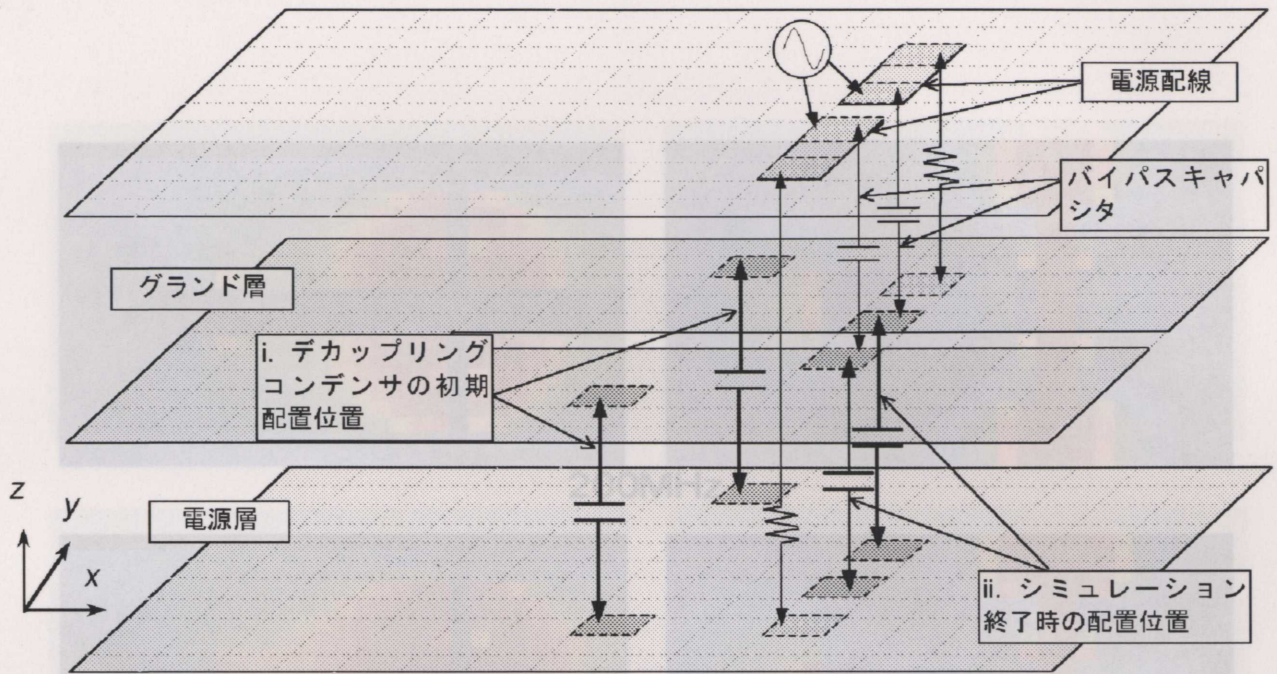


図 4.13: 例題配線板 3

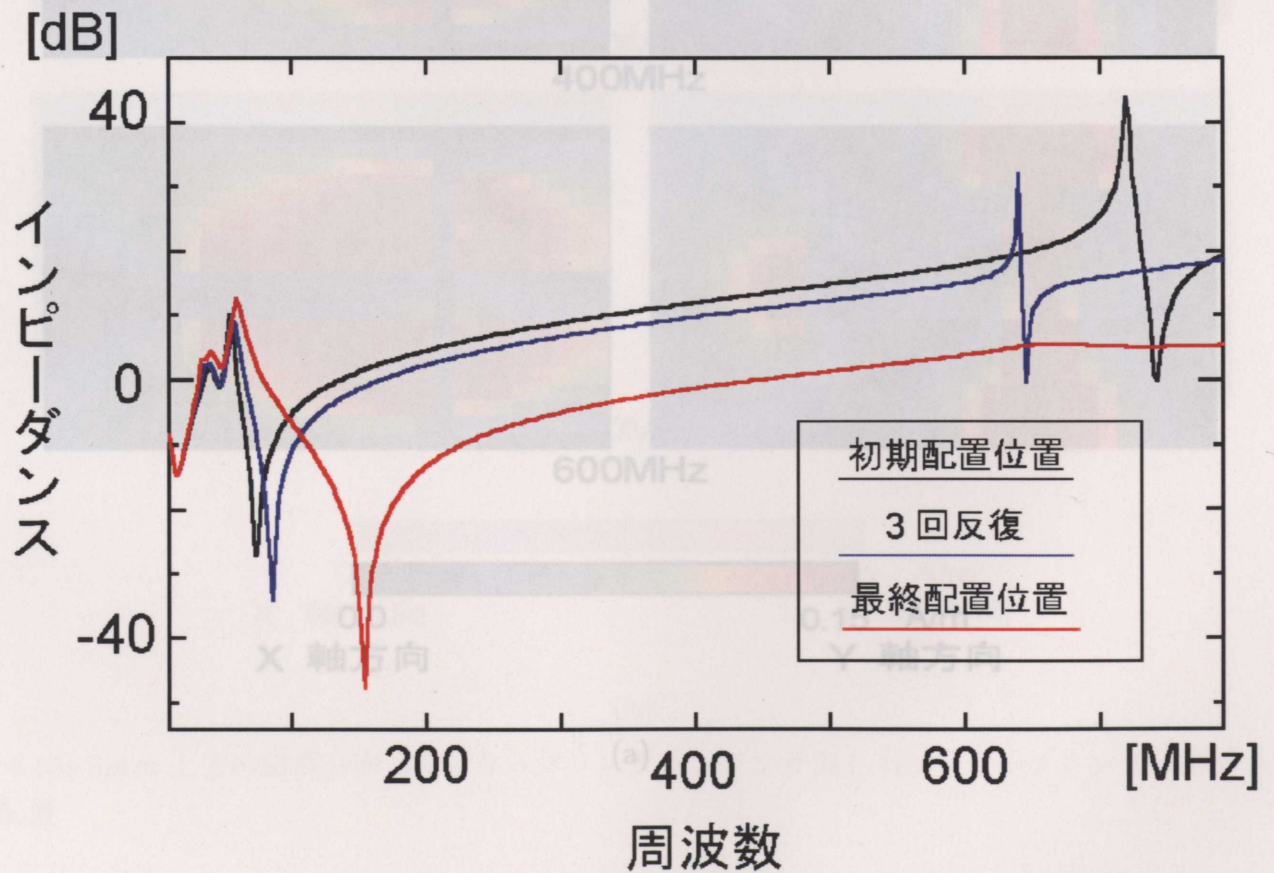


図 4.14: 供給電源におけるインピーダンス特性

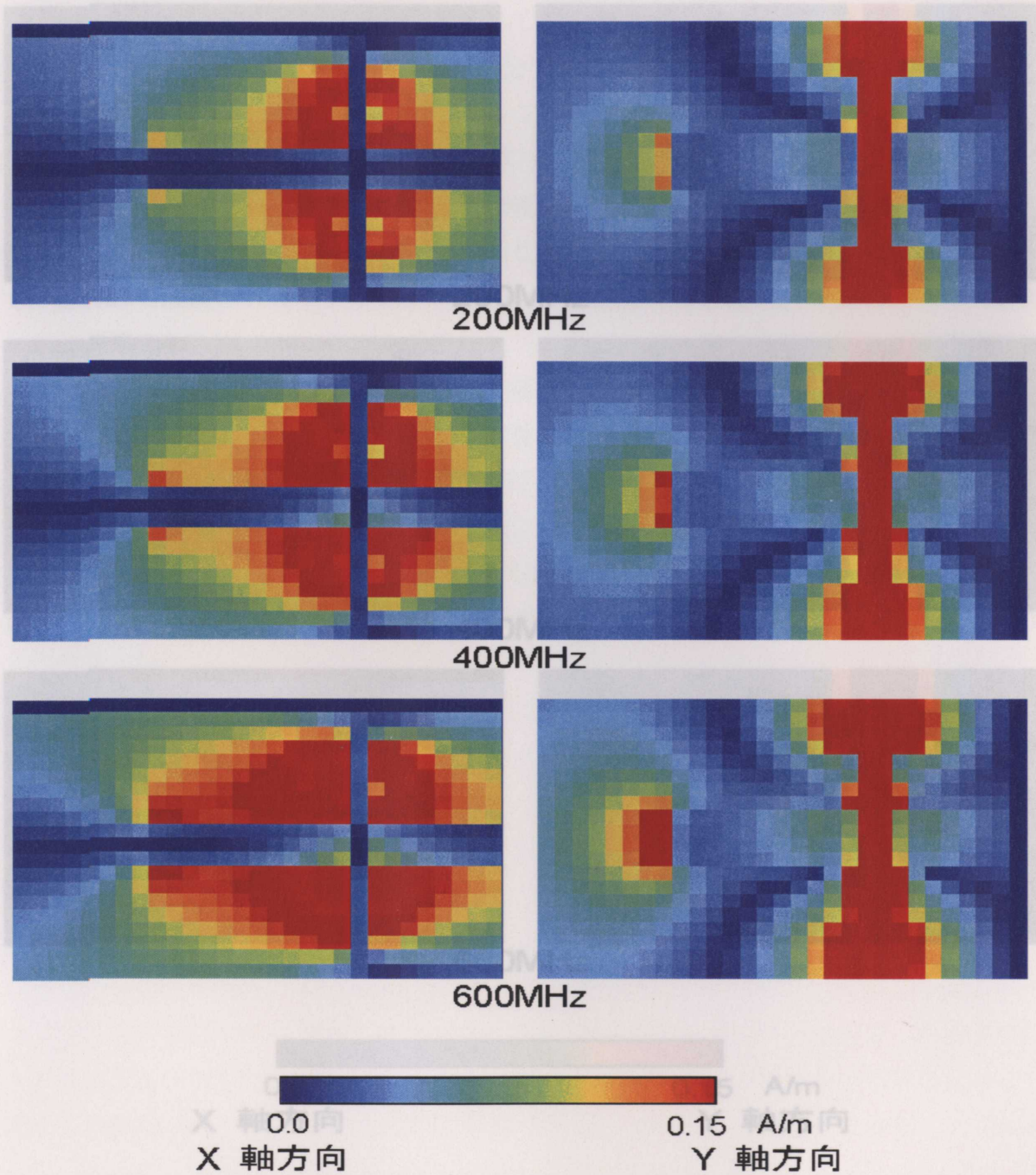
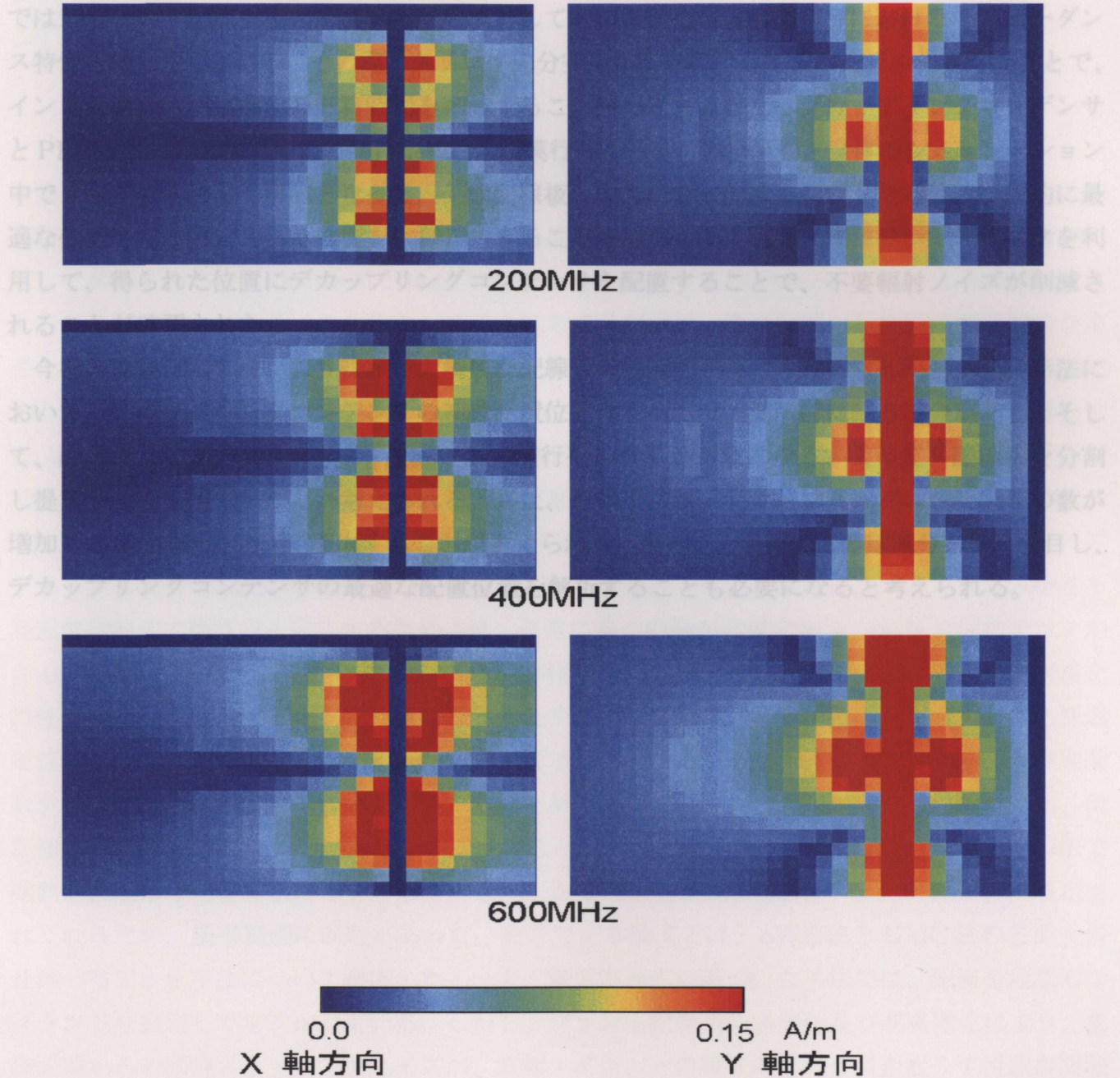


図 4.15: 5mm 上方の磁界分布 (a) デカップリングコンデンサ無し (b) デカップリングコンデンサを配置

§ 4.6 まとめ

本章では、デカップリングコンデンサの最適な配置位置を探索する手法を提案した。提案手法



(b)

図 4.15: 5mm 上方の磁界分布 (a) デカップリングコンデンサ無し (b) デカップリングコンデンサを配置

§ 4.6 まとめ

本章では、デカップリングコンデンサの最適な配置位置を探索する手法を提案した。提案手法では、プリント配線板を大規模線形回路網としてモデル化して、供給電源におけるインピーダンス特性を繰り返し求める。その際、クリロフ部分空間技法を利用して減次モデル化を行うことで、インピーダンス特性導出の計算時間を削減することができた。また、デカップリングコンデンサと PEEC 法によるモデル化の性質から、大規模行列の逆行列の計算を、全体のシミュレーション中で1回とすることも可能となった。例題配線板の最適な配置位置を探索した結果、一般的に最適な位置であると言われる位置を、探索できることを確認した。また、電磁界シミュレータを利用して、得られた位置にデカップリングコンデンサを配置することで、不要輻射ノイズが削減されることが確認された。

今後の課題としては、より複雑で大規模な配線板への適応があげられる。しかし、提案手法において、デカップリングコンデンサの初期配置位置によっては、局所解に陥る場合がある。そして、配線板サイズの拡大により、1回と雖も逆行列の計算が困難になる。よって、配線板を分割し提案手法を適用することが考えられる。また、提案手法は、デカップリングコンデンサの数が増加した場合、計算時間が増大することが考えられる。よって、配線板上の電流分布等に着目し、デカップリングコンデンサの最適な配置位置を解析することも必要になると考えられる。

第5章 結論

本論文では、プリント配線板上の相互接続配線を対象とした、時間領域での高速・高精度な伝送線路網のモデル化手法及び、その応用に関する検討を行った。大規模回路の設計、評価にはコンピュータによるEDA(Electrical Design Automation)及びCAD(Computer Aided Design)システムが必要不可欠である。これらのシステムに対する要望は、電子回路の動作周波数の劇的な高速化や配線の微細化にともない、従来無視されていた、素子間を相互接続する配線の影響を解析する必要性を引き起こした。従来から、配線を伝送線路として電信方程式により定式化し解析するAWE法やGMC法が提案されてきた。特に、AWE法は、単相及び多相伝送線路の解析だけではなく、それらが多数含まれるような分布定数・集中定数混在系の大規模線形回路網の解析に適用可能であり、適用範囲が広いという特徴があった。AWE法では、線形回路網の端子間のアドミタンス特性をpadé近似法により有理関数に近似する。しかしながら、アドミタンス特性を高周波帯域まで精度良く近似するためには、非常に多くの極が必要であり、padé近似法では7から10個程度の極しか得ることができず、解析精度に問題があった。一方、GMC法では、配線を特性インピーダンスと伝搬関数からなる特性モデルとして取り扱う。特性インピーダンスと群遅延成分を取り除いた伝搬関数は、padé近似法で求められる程度の比較的少数の極からなる有理関数を用いてさえ、精度良く応答を近似することができる。更に、この取り除いた遅延成分を、時間領域で応答波形を単純に遅延分シフトすることにより表現すれば、遅延成分をpadé近似法で関数近似する不精度を避けることができる。しかしながら、GMC法は、伝送線路単体に限定されているため、適用範囲に問題があった。そこで、本論文では、AWE法とGMC法の長所を併せ持つモデル化手法について提案した。一方、電信方程式に基づいた手法では、配線を理想的なグラウンドを仮定して定式化している。しかし、プリント配線板の多層化及び高密度化により、集積回路からの同時スイッチングノイズが、電源・グラウンドの電位の揺れを引き起こす現象が問題となった。よって、従来の理想グラウンドを仮定した電信方程式に基づいた方法ではなく、グラウンドの形状や物理構造に起因する電磁解効果を解析する手法及びモデル化手法が不可欠となった。そこで、本論文では、このような電磁解効果を考慮した、時間領域の伝送線路網を合成するモデル化手法を提案した。また、プリント配線板等の設計において、電源・グラウンドの電位の揺れ等の対策として用いられる、デカップリングコンデンサの最適な配置位置の探索手法を検証した。

第2章では、従来、伝送線路への適用に限定されていたGMC法を基に、分布定数・集中定数

混在系の大規模線形回路網への適用をも可能とする拡張 GMC 法を提案した。提案手法では、対象となる線形回路網全体を拡張特性モデルへ変換する。この拡張特性モデルの特性インピーダンス及び伝搬関数を導出する手順について示した。この伝搬関数に対しても、GMC 法で有効であった遅延評価技法を適用して遅延成分を伝播関数から事前に取り除くことで、padé 近似法の精度的制限を克服することが可能である。実際に、提案手法を用いて例題回路の解析を行ったところ、AWE 法と同等の解析速度を保ちつつ、解析精度を大幅に向上させる効果を確認した。また、個々の伝送線路を GMC 法によりそれぞれ解析する場合に比較して、解析速度を劇的に向上させることが可能である結果が確認された。

第3章では、配線板の物理的材質や構造によって引き起こされる電磁界効果を正確に検証するために、アナログ回路シミュレータで解析可能な配線のマクロモデルを高速・高精度に合成する手法を提案した。提案手法では、電磁界解析や実測によって抽出された端子間の応答データから時間領域の微分方程式を導出する。これにより、電信方程式から導出される分布定数線路モデルに比べて、物理的構造を考慮した高精度なモデルを求められることができる。本論文では、抽出された広帯域に渡る周波数領域でのサンプリングデータを幾つかの領域に分割し、各領域に対して極を導出する。また、この各領域で導出された全ての極から、有力極を選択する選択型最小二乗法について示した。更に、選択型最小二乗法による極選択において、多端子のマクロモデルを高速に合成できる MIMO 近似手法を提案した。例題配線板のモデル化を行い、提案手法が多端子のマクロモデルを精度を損なうことなく高速に、極・留数モデルを合成可能である結果が得られた。更に、このモデルをアナログ回路シミュレータ上で時間領域での解析をすることで、FDTD 法とアナログ回路シミュレータを直接結合して解析する手法に匹敵する精度を有しながら、数 100 倍高速に解析を行うことができることを確認した。

第4章では、電磁界効果により引き起こされる電源・グランド間の揺れや、それに伴う不要輻射を抑制するために用いられるデカップリングコンデンサの最適な配置位置を探索する手法を提案した。提案手法では、供給電源におけるインピーダンス特性を任意の周波数帯域において、低インピーダンスとすることで最適な配置位置を探索した。そして、プリント配線板の3次元的な形状を考慮するため、抵抗、キャパシタ、インダクタからなる大規模線形回路網でモデル化する PEEC 法を示した。また、この大規模線形回路網を効率良く解析するため、クリロフ部分空間技法を利用した減次モデル合成手法について示した。このように、プリント配線板を大規模線形回路網としてモデル化した後、減次モデル化することで、効率のよい探索が可能となった。例題配線板に対し、デカップリングコンデンサの最適な配置位置を探索した結果、所望する配置位置を探索可能であることを確認した。更に、電磁界解析により、不要輻射を解析した結果、提案手法で得られた配置位置にデカップリングコンデンサを配置することで、不要輻射の抑制を確認した。

本論文では、高速動作する電子回路における配線の影響を解析するためのモデル化手法とその

応用の検討をした。モデル化のアプローチとしては、電信方程式に基づく方法と、直接に電磁界効果を取り扱う方法を用いた。前者では、電磁界解析の結果から得られた単位長さあたりの線路パラメータを電信方程式に当てはめて伝送線路モデルを作成する。そのため、線路パラメータのレベルでは削ぎ落とされてしまうような情報(物理的な基板の構造等)までを考慮して解析する事は不可能である。しかし、電磁界解析に基づく解析では、依然として莫大な計算時間を必要とする。このため、電信方程式に基づく解析手法は、詳細な精度を必要としないような、大規模配線網の信号遅延の見積もり、インピーダンスマッチングや信号品質の確認を素早く行うことは重要であり、今後のアナログ詳細回路シミュレーションでは、必須の機能となるであろう。一方、電磁界解析又は実測により抽出される結果から、直接に配線の解析モデルを作成する後者の方法では、得られた配線モデルによって電磁界解析に匹敵する高精度な解析が可能である。しかしながら、提案手法では、絶対的安定性を保証していないため、時間領域での解析において不安定となる可能性がある。そして、サンプリングデータが絶対的安定性を有するとは断定できないため、絶対的安定性を保存することは不可能であるが、確認や補うことで絶対的安定性を保証することが必要になると考えられる。また、電磁界解析により特性を抽出することは、解析対象が大規模になった場合、計算時間が困難になり、実測による特性抽出も各層間の測定等の技術的な問題がある。このため、電磁解効果を考慮した特性抽出は、今後さらに研究される必要があるといえる。また、このような配線の解析技術を電子回路を設計する段階でどのように活用していくべきであるかが重要になると考えられる。これは、本論文で述べたデカップリングコンデンサの最適な配置位置に関する研究等についても重要な1つの課題である。しかし、提案手法では、デカップリングコンデンサ数の増加や解析規模の拡大により、探索が困難となる。このため、解析規模の拡大については、配線板を分割し提案手法を適用することが考えられる。また、デカップリングコンデンサ数の増加に対しては、着目点を変更する必要があるかもしれない。しかしながら、これらの問題を解決することは今後の課題としたい。

謝辞

本研究を進めるにあたって、終始、御勉強いただいた浅井秀樹先生に心より御礼申し上げます。また、本論文の審査をして下さいました大坪順次先生、相田一夫先生、渡邊健蔵先生、河本映先生に深く感謝いたします。

私の研究の基礎を築いて下さり、また、本研究において、有益なる御討論及び御助言をしていただいた渡邊貴之博士（静岡県立大学）に深謝いたします。また、これまでの研究において浅井研究室の皆様には活発な討論を通じて大変お世話になりました。特に、宮下裕文氏（松下電器（株））、鈴木雅也氏（本学修士課程学生）、Pornanong Pongpaibool氏（本学修士課程学生）、久保田英正氏（本学修士課程学生）、服部勲氏（本学修士課程学生）との活発な討議は本研究にとって大変有意義なものでありました。そして、入井久氏（東芝（株））、中川朗洋氏（ローランド（株））、提坂洋氏（シャープ（株））、西尾彰展氏（ナナオ（株））、吉見勤氏（三栄ハイテックス（株））、武田光弘氏（アルプス電気（株））、鈴木兼一氏（本学修士課程学生）は、本研究の基礎となるライブラリ開発に尽力して頂きました。この場を借りて、皆様に深謝の意を表します。

二宮洋博士（湘南工科大学）、神尾武司博士（広島市立大学）、米山輝氏（本学博士課程学生）、Shashidhar Tantry氏（本学博士課程学生）、吉田昌弘氏（本学博士課程学生）には、学生生活を通じて公私ともにお世話になりました。御礼を申し上げます。

私の学生生活を有意義なものとしてくれた、掛替えの無い友人たちに心から御礼を申し上げます。

最後に、両親、家族の皆に、感謝の言葉を送りたいと思います。

参考文献

- [1] L. Nagel, "SPICE2, A Computer Program to simulate Semiconductor Circuit," ERL MemolERL-M 520 University of California, Berkeley (May 1975).
- [2] 須藤、中村, "EMC 設計の展望と最近の話題," エレクトロニクス実装学会誌, **vol. 2, no. 7**, Nov. 1999.
- [3] M. I. Montrose, "Printed Circuit Board Design Techniques for EMC Compliance," IEEE Press, 1996 (共訳 出口, 田上「プリント回路の EMC 設計」, オーム社, 1997)
- [4] 関根, 雨谷, 「分布定数回路論」(コロナ社, 1990 年)
- [5] 鈴木, 「高周波設計の基礎と勘どころ」(日刊工業新聞社, 2000 年)
- [6] 西尾、山路, "プリント配線板の高速化への課題," エレクトロニクス実装学会誌, **vol. 4, no. 7**, Nov. 2001.
- [7] F. H. Branin, Jr., "Transient analysis of lossless transmission lines," *Proc. IEEE*, **vol. 55**, pp. 2012–2013, (Nov. 1967).
- [8] F. Y. Chang, "The generalized method of characteristics for the waveform relaxation analysis of lossy coupled transmission lines," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, **vol. MTT-37, no. 12**, pp. 2028–2038, (Dec. 1989).
- [9] F. Y. Chang, "Waveform relaxation analysis of RLCG transmission lines," *IEEE Trans. Circuits Systems-II*, **vol. 37, no. 11**, pp. 1394–1415, (Nov. 1990).
- [10] F. Y. Chang, "Transient analysis of lossy transmission lines with arbitrary initial potentials and current distributions," *IEEE Trans. Circuits Systems-I*, **vol. 39, no. 3**, pp. 180–198, (Mar. 1992).

- [11] F. Y. Chang, “Transient simulation of nonuniform lossy transmission lines characterized with frequency-dependent parameters,” *IEEE Trans. Circuits Systems-I*, vol. **38**, no. **12**, pp. 1484–1500, (Dec. 1991).
- [12] F. Y. Chang, “Transient simulation of nonuniform coupled lossy transmission lines characterized with frequency-dependent parameters-Part I: Waveform relaxation analysis,” *IEEE Trans. Circuits Systems-I: Fundamental theory and applications*, vol. **39**, no. **8**, pp. 586–603, (Aug. 1992).
- [13] L. T. Pillage and R. A. Rohrer, “Asymptotic waveform evaluation for timing analysis,” *IEEE Trans. Computer-Aided Design*, vol. **9**, pp. 352–366, (Apr. 1990).
- [14] T. K. Tang and M. Nakhla, “Analysis of lossy multiconductor transmission lines using the asymptotic waveform evaluation technique,” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. **MTT-39**, no. **12**, pp. 2107–2116, (Dec. 1991).
- [15] D. H. Xie and M. S. Nakhla, “Delay and Crosstalk Simulation of High-Speed VLSI Interconnects with Nonlinear Terminations,” *IEEE Trans. Computer-Aided Design*, vol. **12**, no. **11**, pp. 1798–1811, (Nov. 1993).
- [16] M. S. Nakhla, “Recent Progress in Modeling and Simulation of High-Speed VLSI Interconnects,” *IEEE ICECS’96, a collection of four tutorials*, (Oct. 1996).
- [17] E. C. Chiprout and M. S. Nakhla, “Analysis of Interconnect Network Using Complex Frequency Hopping (CFH),” *IEEE Trans. Computer-Aided Design*, vol. **14**, no. **2**, pp. 186–200, (Feb. 1995).
- [18] E. C. Chiprout and M. S. Nakhla, *Asymptotic Waveform Evaluation and Moment Matching for Interconnect Analysis*. Norwell, MA: Kluwer Academic, 1994.
- [19] 渡邊貴之, 加茂篤司, 浅井秀樹, “遅延評価技法を用いた損失多相伝送線路の波形緩和解析,” 電子情報通信学会技術報告 **NLP97-17**, pp. 31–38, (1997年).
- [20] T. Watanabe, A. Kamo and H. Asai, “Relaxation-Based Transient Analysis of Lossy Coupled Transmission Lines Circuits Using Delay Evaluation Technique,” *Proc. ITC-CSCC’97*, pp. 443–446, (July 1997).

- [21] T. Watanabe, A. Kamo and H. Asai, "Time-Domain Simulation of Lossy Coupled Transmission Lines Based on Delay Evaluation Technique," *Proc. European Conf. Circuit Theory and Design*, pp. 517–520, (Spt. 1997).
- [22] T. Watanabe, Atsushi Kamo and H. Asai, "Relaxation-Based Transient Analysis of Lossy Coupled Transmission Lines Circuits Using Delay Evaluation Technique," *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences* **vol. E81-A, no. 6**, pp. 1055–1062, (1998).
- [23] A. Kamo, T. Watanabe and H. Asai, "Transient Analysis for Transmission Line Networks Using Expanded GMC," *Proc. NOLTA '98*, (Sept. 1998).
- [24] W. C. Elmore, "The Transient Response of Dumped Linear Network with Particular Regard to Wireband Amplifier," *Journal of Applied Physics*. **vol.19**, pp. 53–63, (1948).
- [25] 加茂篤司, 渡邊貴之, 浅井秀樹, "伝送線路を含む回路網解析における GMC の拡張," 電子情報通信学会技術報告 **CAS98-38, NLP98-46**, (1998年7月).
- [26] A. Kamo, T. Watanabe and H. Asai, "Expanded GMC for Transient Analysis of Transmission Line Networks," *Proc. IEEE ISCAS'99* (May 1999).
- [27] A. Kamo, T. Watanabe and H. Asai, "Expanded GMC for Transient Analysis of Transmission Line Networks," *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences* **vol. E81-A, no. 6**, pp. 1055–1062, (1999).
- [28] W. T. Beyene and J. Schutt-Aine, "Efficient transient simulation of high-speed interconnects characterized by sampled data," *IEEE Tran. Comps., Pack., Manuf. Technol., Part B*, **vol. 21, no. 1**, Feb. 1998.
- [29] M. Elzinga, K. L. Virga and J. L. Prince, "Improved Global Rational Approximation Macromodeling Algorithm for Networks Characterized by Frequency-Sampled Data," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **vol. 48, no. 9**, pp. 1461–1467, Sept. 2000.
- [30] S. Chen, S. A. Billings, and W. Luo, "Orthogonal least squares methods and their application to nonlinear system identification," *Int. J. Control*, **vol. 50, no. 5**, pp. 1873–1896, 1989.

- [31] Yuichi TANJI and Mamoru TANAKA, “A new order-reduction method of interconnect networks characterized by sampled data via orthogonal least square algorithm,” *Proc. IEEE Int. Symp. on Circuits and Systems*, vol. 5, pp. 543-546, June 1999.
- [32] Yuichi TANJI and Mamoru TANAKA, “Hierarchical Least-Squares Algorithm for Macro-modeling High-Speed Interconnects Characterized by Sampled Data,” *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences* vol. E83-A, no. 9, pp. 1833-11843, (Sept. 2000)
- [33] 宇野 亨, 「FDTD 法による電磁界およびアンテナ解析」(コロナ社, 1988)
- [34] T. Watanabe, and H. Asai, “Acceleration Techniques for Synthesis and Analysis of Time-Domain Models of Interconnects Using FDTD Method,” *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences* vol. E84-A, no. 1, pp. 367-371, (Jan. 2001).
- [35] T. Watanabe and H. Asai, “Synthesis of Time-Domain Models for Interconnects Having 3-D Structures Based on FDTD Method,” *IEEE Trans. on Circuits and Systems-II*, vol. 47, no. 4, pp.302, April 2000.
- [36] 鈴木 雅也, 宮下 裕文, 加茂 篤司, 渡邊 貴之, 浅井 秀樹, “適応型最小 2 乗法によるサンプリングデータからの伝送線路回路網の時間領域モデル合成手法,” 電子情報通信学会技術報告, CAS2000-12, VLD2000-21, DSP2000-33, (2000 年 6 月)
- [37] M. Suzuki, H. Miyashita, A. Kamo, T. Watanabe and H. Asai, “A synthesis technique of time-domain interconnect models by MIMO type of adaptive least square method,” *Proc. IEEE 9th Topical Meeting on EPEP*, pp. 233-236, Oct. 2000.
- [38] M. Suzuki, H. Miyashita, A. Kamo, T. Watanabe and H. Asai, “High-Speed Interconnect Simulation Using MIMO Type of Adaptive Least Square Method,” *Proc. IEEE ISCAS'01* vol. V, pp. 327-330, (May 2001).
- [39] M. Suzuki, H. Miyashita, A. Kamo, T. Watanabe and H. Asai, “A Synthesis Technique of Time-Domain Interconnect Models by MIMO Type of Selective Orthogonal Least-Square Method,” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 49, no. 10, pp. 1708-1714, Oct. 2001.
- [40] 中田 高義, 高橋 則雄, 「電気工学の有限要素法」(森北出版社, 1982)

- [41] 宇田川 銈久, 「電気磁気学」(廣川書店, 1960)
- [42] A. E. Ruehli, "Inductance Calculations in a Complex Integrated Circuit Enviroment," *IBM J. Res. Develop.*, **vol. 16, no. 5**, pp.470–481, Sept. 1972.
- [43] A. E. Ruehli, "Equivalent Circuit Models for Three-Dimensional Multiconductor System," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **vol. 22, no. 3**, pp.216–221, Mar. 1974.
- [44] A. E. Ruehli and H. Heeb, "Circuit Models Three-Dimensional Geometrices Including Dielectrics," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **vol. 40, no. 7**, pp.1507–1516, July 1992.
- [45] J. Cullum, A. E. Ruehli and T. Zhang, "A Method for Reduced-Order Modeling and Simulation of Large Interconnect Circuits and its Application to PEEC Models with Retardation," *IEEE Trans. Circuits Systems-II*, **vol. 47, no. 4**, pp.261–273, April 2000.
- [46] K.Lee and A.Barber, "Modeling and Analysis of Multichip Module Power Supply Planes," *IEEE Trans. COMT-Part B*, **vol. 18, no. 4**, pp.628–639, Nov. 1995.
- [47] 原田、浅尾、佐々木、上, "多層プリント回路基板電源供給系の二次元解析," 信学技法, **EMCJ99-102**, pp.7-14, Dec. 1999.
- [48] P. Feldmann and R. W. Freund, "Efficient Linear Circuit Analysis by Pade Approximation via Lanczos Process," *IEEE Trans. Computer-Aided Design*, **vol. 14, no 5**, pp.639–649, May 1995.
- [49] K. J. Kerns and A. T. Yang, "Stable and Efficient Reduction of Large, Multiport Rc Networks by Pole Analysis via Congruence Transformations," *IEEE Trans. Computer-Aided Design*, **vol. 16, no 7**, pp.582–591, July 1998.
- [50] K. J. Kerns and A. T. Yang, "Preservation of Passivity During RLC Network Reduction via Split Congruence Transformations," *IEEE Trans. Computer-Aided Design*, **vol. 17, no 7**, pp.734–744, July 1997.
- [51] A. Odabasioglu, M. Celik and L. T. Pileggi, "PRIMA: Passive Reduced-order Interconnect Macromodeling Al-gorithm," *IEEE Trans. Computer-Aided Design*, **vol. 17, no 8**, pp.645–654, Aug. 1998.
- [52] A. Odabasioglu, M. Celik and L. T. Pileggi, "Practical Considerations For Passive Reduction of RLC Circuits," *Proc. of ICCAD'99*, PP.214-219, Nov. 1999.

- [53] G. H. Golub and C. F. Van Loan, *Matrix Computations*, 2nd ed. Baltimore: Johns Hopkins Univ. Press, 1993.
- [54] R. Achar, P. K. Gunupudi and M. S. Nakhla, "Passive Interconnect Reduction Algorithm for Distributed/Measured Networks," *IEEE Trans. on Circuits and Systems-II*, vol. 47, no 4, pp. 287–301, (Apr. 2000).
- [55] 加茂 篤司, 渡邊 貴之, 浅井 秀樹, "Krylov-subspace 技法を用いたプリント基板上のデカップリングコンデンサ実装に関する考察," 電子情報通信学会技術報告, **CAS2000-36, VLD2000-45, DSP2000-57**, (2000 年 6 月)
- [56] A. Kamo, T. Watanabe and H. Asai, "An Optimization Method for Placement of Decoupling Capacitors on Printed Circuit Board," *Proc. IEEE 9th Topical Meeting on EPEP*, pp. 73–76, Oct. 2000.
- [57] 加茂 篤司, 浅井 秀樹, "プリント回路基板におけるデカップリングコンデンサの位置最適化手法の検討," 静岡大学大学院電子科学研究科研究報告 vol. 22, pp. 71–77, (2001 年 3 月).
- [58] 加茂 篤司, 渡邊 貴之, 浅井 秀樹, "プリント基板における電源グランド面に対するデカップリングコンデンサの位置最適化設計支援シミュレーション," 第 15 回エレクトロニクス実装学術講演大会, 21C-14, pp. 105–106. (2001 年 3 月).
- [59] A. Kamo, T. Watanabe and H. Asai, "Simulation for the Optimal Placement of Decoupling Capacitors on Printed Circuit Board," *Proc. IEEE ISCAS'01* vol. III, pp. 727–730, (May 2001).
- [60] A. Kamo, T. Watanabe and H. Asai, "A New Methodology for Optimal Placement of Decoupling Capacitors on Printed Circuit Board," *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, vol. E84-A, no. 12, pp. 3177–3181, (Dec. 2001).