

電子科学研究科

GD

K

170

静岡大学附属図書館

0002513885

R

静岡大学博士論文

多孔質体内べき乗則非ニュートン流体の  
熱流動に関する研究

平成10年2月

静岡大学図書

電子科学研究科  
電子材料科学専攻

井上 昌彦



# 博士論文目次

専攻名 電子材料科学

申請者氏名 井上 昌彦

審査申請論文名 多孔質体内べき乗則非ニュートン流体の熱流動に関する研究

## 目次

第1章 序論	1
1. 1 研究の背景	1
1. 2 研究目的及び手法	3
1. 3 本論文の構成	5
参考文献	5
第2章 非ニュートン流体の分類及び多孔質体内流動の巨視的モデリング	7
3. 1 非ニュートン流体の分類	7
3. 2 非ニュートン流体の数値モデル	10
3. 3 空間平均速度と質量保存式	13
3. 4 ダルシー則及び多孔質体慣性効果	15
3. 5 非ニュートン流体における修正透過率	17
参考文献	20
第3章 多孔質体内非ニュートン流体流の二次元数値シミュレーション	22
3. 1 流動の数値モデル	22
3. 2 基礎方程式及び境界条件	24
3. 3 微視的速度場及び圧力場	27
3. 4 微視的圧力による透過率の決定	30
3. 5 多孔質体慣性係数の決定	36
3. 6 結言	38
参考文献	39

第4章	多孔質体内非ニュートン流体流の三次元数値シミュレーション	4 0
4. 1	三次元数値モデル	4 0
4. 2	基礎方程式、境界条件及び拘束条件	4 2
4. 3	数値計算手法	4 3
4. 4	微視的速度場及び微視的圧力場	4 4
4. 5	微視的圧力による透過率の決定	5 2
4. 6	多孔質体慣性係数の決定	5 6
4. 7	結言	6 0
	参考文献	6 0
第5章	多孔質体内非ニュートン流体熱流動における熱分散	6 2
5. 1	数値モデル	6 2
5. 2	基礎方程式及び境界条件	6 3
5. 3	微視的温度場	6 5
5. 4	微視的温度場の空間平均による熱分散係数の決定	6 7
5. 5	結言	7 0
	参考文献	7 1
第6章	多孔質充填流路内の圧力降下及び熱分散の測定	7 3
6. 1	実験装置及び実験方法	7 3
6. 2	透過率及び多孔質体慣性係数の決定	7 4
6. 3	ヌセルト数及び熱分散に起因する見かけの熱伝導率の決定	7 7
6. 4	結言	8 2
	参考文献	8 2
第7章	結論	8 4
	記号表	8 8
	謝辞	9 1

## 第1章 序論

### 1. 1 研究背景

多孔質体内の流れ及び熱移動は断熱材、触媒層、ヒートパイプ、化学反応層などの工学的対流問題に関連し興味深い点を多く含んでいる。多孔質体内の非ニュートン流体流はセラミックスまたポリマーの製造過程、化石燃料の採掘過程をはじめ、機械工学、化学工学及び地球物理学の分野において多く見受けられ、その挙動を把握することは極めて重要な意味を有する。以下に幾つかの例を挙げてみる。

生体工学：人体内の繊維組織を流れる血流は多孔質体内の非ニュートン流体流とみなしうる。疾患の兆候として、血流の不安定現象がたびたび見られる。

セラミックス：コロイド過程を応用したセラミックスの製造においては多孔質体内の非ニュートン流体に関する熱及び物質移動現象の理解が重要となる。

化学工学：充填層内の化学反応を伴う流れの把握、また、触媒反応、触媒の活性及び寿命を評価するにあたっては、多孔質体内の非ニュートン流体の熱及び物質移動現象の理解が重要となる。

食品工学：食品組織内の熱及び物質移動に伴う腐敗の進行は多孔質体内の非ニュートン流体の熱及び物質移動の現象面より議論できる。食品の保存法の改良を考える上でも、多孔質体内の非ニュートン流体の挙動の把握は重要である。

地球物理学：マントルを通しての熱水の移動は多孔質体内の熱流動現象ととらえることができる。種々の鉱物を含有する熱水は非ニュートン性を示す。地球の磁場が熱水の対流に影響を及ぼす場合もある。地熱利用技術の進歩においては、多孔質体内の非ニュートン流体の熱及び物質移動現象の理解が重要な鍵を握っている。

地下水汚染：地表下の汚染物質の移動においては多孔質体内の混相流の挙動の把握が重要となる。揮発性のものであれば、不飽和帯において蒸気の拡散が広範囲に及ぶ。液体は毛管力及び重力で沈降し地下水面に達し、これを汚染する。地下水汚染の予測、予防及びリメディエーションを考えるにおいて、多孔質体内の非ニュートン流体の物質移動現象を把握することは不可欠である。

燃料工学：原油の採取において熱対流を効果的に活用する方法が考えられている。したがって、多孔質体内の非ニュートン流体の自然対流及び複合対流を理解することは、原油の二次及び三次回収において極めて重要である。

上記の現象の理解には、相変化、化学反応、構造体の変形・破壊などをも考慮に入れ、多孔質体内の熱流動を把握する必要がある。しかし、いずれの現象も極めて複雑であり、現在、これらを理論的に完全に把握するには至っていない。これらの現象を理解し、工学的応用技術に導く第一歩として、まず、多孔質体内の単相非ニュートン流体流における熱流動を把握することが重要と考える。そこで、本研究においては、相変化、化学反応および構造体の変形・破壊が生じない場における多孔質体内の純粘性非ニュートン流体の熱流動に注目する。この最も基本的な多孔質体内非ニュートン流体熱流動場について、微視的および巨視的立場の両側面から検討する。なお多孔質体内の純粘性非ニュートン流体は非圧縮性とし、温度変化は、ふく射また物性値の温度依存性が無視しうる範囲にあると仮定する。

工学的に重要なテーマであるにも関わらず、多孔質体内における非ニュートン流体流の熱流動に関する研究は極めて少なく、ダルシー流に対して経験則がいくつか報告<sup>(1-3)</sup>されているにすぎない。

多孔質体内の空間平均速度と圧力降下の関係を与えるダルシー則及びその修正則はすべて経験則で、式中のモデル定数は経験的に決定されるものである。ニュートン流体に対し、Carman<sup>(4)</sup>またErgun<sup>(5)</sup>は膨大な実験データを基にモデル定数の相関式を提案した。多孔質体内のべき乗則非ニュートン流体流の巨視的圧力勾配とダルシー速度に関する経験式としてはChristopher-Middleman<sup>(6)</sup>、Kemblowski-Michniewicz<sup>(7)</sup>、Dharmadhikari-Kale<sup>(8)</sup> 及び

Pascal<sup>(9)</sup>のダルシー則などが知られている。非ニュートン流体における非ダルシー効果の検討はNakayama-Shenoy<sup>(10)</sup>により始められた。彼らは慣性が支配的な場においてはべき指数の依存性が消失するとの予測の下に多孔質体慣性効果を加味した修正ダルシー則を提案している。しかしながら彼らのモデル式の実験的な検証は未だなされていない。

多孔質体内の熱移動における分野においても、ここ四半世紀における進展にはめざましいものがある(Nield-Bejan<sup>(11)</sup>、Nakayama<sup>(12)</sup>)。巨視的モデリングにあたっては、速度場と温度場の局所空間平均からのずれの相関量から成る”熱分散”による見掛けの熱伝導率の増加を、いかに見積もるかが重要な鍵を握る。流れが低速の場合など、構造体の寸法に基づくペクレ数が比較的低い場合には、分子拡散が支配的であり、見掛けの熱伝導率として構造体と流体の熱伝導率に関する相関式を空間平均値を用いる方法が有効である。しかし、ペクレ数が高い状況下にあっては、熱分散の効果が無視し得なくなり、これをいかにモデリングするかが多孔質体内の熱移動の定量的把握において極めて重要となる。

熱分散に関する理論的研究としては、細管内熱分散に関する Taylor-Aris<sup>(13)</sup>の解析解、粒子群に関する Koch-Brady<sup>(14)</sup>のストークス近似に基づくものが知られている程度である。熱流動現象の把握においてもダルシー則などの流動に関する経験則に依るところが大きい。係数を決定するにあたっては、個々の多孔質構造体周りの熱流動現象を質量、運動量及び熱エネルギー保存の原則に基づき微視的に取り扱うことも原理的に可能であるが、現実には今日のスーパーコンピュータをもってしても不可能に近い。Eidsath ら<sup>(15)</sup>、Coulands ら<sup>(16)</sup>、Sahraoui-Kaviany<sup>(17)</sup>、桑原ら<sup>(18)</sup>は、構造体モデルを提案し、ニュートン流体流に関する微視的支配方程式を直接的に数値シミュレーションすることにより上記の経験則におけるモデル定数を純理論的に決定する方法を提案している。この様にニュートン流体における熱分散については微視的立場からの物理的検討が進みつつある。しかしながら、測定データとしては、物質移動に関する Fried-Combarous<sup>(19)</sup>のものが知られている程度である。非ニュートン流体流における熱分散現象については、実験的検討も理論的検討も見当たらない。

## 1. 2 研究目的及び手法

工業的に応用する場合には流体の非ニュートン性が無視できない場合が多い。しかし

ながら、上述のように多孔質体内の非ニュートン流体流の挙動にはいまだ未知の部分が多い。事実、多孔質体内における非ニュートン流体の熱流動に関する研究報告としては低速流下の流動抵抗に関するものがほとんどであり、高速流下の流れまた伝熱をも含めた構造体スケールにおける議論は皆無である。このような現状を踏まえ、本研究においては、非ニュートン流体の多孔質体内の熱流動に関する一連の研究に着手した。

本研究の理論的側面においては、多孔質体内の非ニュートン流体の流れ及び熱移動の挙動を把握すべく、微視的支配方程式による直接的数値シミュレーションを試みる。構造体を唯一含む1ユニットに注目し、周期境界条件を適用する。二次元及び三次元モデルによる微視的数値計算結果を空間平均する手続きにより、巨視的モデル定数を純理論的に決定する。また、多孔質体内の非ニュートン流体流に関する熱実験データが存在しない点に留意し、本研究の実験的側面においては等熱流束下の粒子充填流路を用いた強制対流熱伝達実験を行い、熱分散の効果を加味した見かけの熱伝導率の相関式を求める。この様に多孔質体内の非ニュートン流体の流れ及び熱移動について、理論と実験の両側面より詳細な検討を行う。

まず、二次元多孔質体モデルとして無限二次元角柱群を想定し、この構造体を通る巨視的に一様な流れを考える。流体は非ニュートン流体とし、べき乗則に従うものとする。気孔率、レイノルズ数、べき指数、巨視的流れの方向を様々に変え計算を行い、一連の数値解析の結果に基づき巨視的モデル定数を純理論的に決定し、経験式と比較・検討を行う。二次元モデルにより多孔質体内流をどこまで表現しうるかについて、様々な角度から、検討する。

次に、三次元構造体モデルとして無限三次元立方体群を考える。二次元モデルと同様な手続きを踏みパラメータを変えた計算を行い、多孔質体内熱流動の三次元性に注目し検討を行う。

さらに、熱分散の効果を検討すべく、巨視的流れ方向に対し垂直に巨視的溫度勾配を設定し、微視的数値計算を行う。溫度場に関する微視的数値計算結果を空間平均し熱分散を加味した見掛けの熱伝導率を理論的に求める。

熱実験においては、多孔質媒体としてガラスビーズを詰めた管路内の非ニュートン流体強制対流に注目する。壁面を等熱流束条件で通電加熱された多孔質充填流路内に

CMC(カルボキシメチルセルロースナトリウム)溶液を供給し、壁面温度の計測を行う。プラグ流れを想定したモデル式と実験データを相関させる手続きより熱分散による見かけの熱伝導率の増加についての相関式を決定する。

### 1. 3 本論文の構成

第2章では、非ニュートン流体の分類及びレオロジー式について議論する。また、多孔質体内流動における巨視的モデリングについて議論し、経験定数の関数形について検討を行う。第3章では、二次元構造体モデルとして二次元角柱群モデルを提案し、見かけの透過率及び慣性係数を決定する。第4章では、三次元構造体モデルとして三次元立方体群モデルを提案し、流れの三次元性と慣性抵抗について議論する。第5章では、二次元角柱群モデルにおいて巨視的流れに垂直に温度勾配を印加した場合の微視的温度場を検討する。微視的計算結果を空間平均し、熱分散による見掛けの熱伝導率を決定する。第6章では、多孔質充填加熱流路を用いた強制対流実験について述べる。壁面から等熱流束で加熱された流路内に多孔質体としてガラスビーズを充填し、広範囲のペクレ数下において壁面温度を測定する。測定データを相関する手続きにより、熱分散による見掛けの熱伝導率を決定し、先に求めた理論値との比較・検討を行う。第7章では、本研究を総括する。

### 参考文献

- (1) Darcy, H. P. G., *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon*, Victor Dalmont, Paris (1856).
- (2) Forchheimer, P. H., "Wasserbewegung durch Boden", *Ver. Dtsch. Ing.*, 45, (1901), 1782-1788.
- (3) Brinkman, H. C., "A calculation of viscous force exerted by a flowing fluid on a dense swarm of particles", *Appl. Sci. Res.*, A1, (1947), 27-34.
- (4) Carman, P. C., "The determination of the specific surface area of powder I", *Inst. Chem. Ind.*, 57, (1937), 225-234.
- (5) Ergun, S., "Fluid flow through packed column", *Chem. Eng. Prog.*, 48, (1952), 89-94.
- (6) Christopher, R. H., and Middleman, S., "Power-law flow through a packed tube", *Ind Eng.*

- Chem. Fundls., 4-4, (1965), 422-426.
- (7) Kemblowski, Z., and Michniewicz M., "A new look at the laminar flow of power-law fluids through granular beds", *Rheol Acta*, 18, (1979), 730-739.
  - (8) Dharmadhikari, R. V., and Kale, D. D., "Flow of non-Newtonian fluids through porous media", *Chem. Eng. Sci.* 40, (1985), 527-529.
  - (9) Pascal, H., "Nonsteady flow of non-Newtonian fluids through a porous medium", *Int. J. Eng. Sci.* 21, (1983), 199-210.
  - (10) Nakayama, A. and Shenoy, A. V., "A unified similarity transformation for Darcy and non-Darcy forced-, free-, and mixed convection heat transfer in non-Newtonian inelastic fluid-saturated porous media", *The Chemical Engineering Journal*, 50, (1992), 33-45.
  - (11) Nield, D. A. and Bejan, A., *Convection in porous media*, Springer Verlag, New York. (1992).
  - (12) Nakayama, A., *PC-aided numerical heat transfer and convective flow*, CRC Press, Boca Raton, (1995).
  - (13) Taylor, G. I., "Dispersion of soluble matter in solvent flowing slowly through a tube", *Proc. Roy. Soc. (London)*, A219, (1953), 186-203.
  - (14) Koch, D. L. and Brady, J. F., "Dispersion in fixed beds", *J. Fluid Mech.*, 154, (1985), 399-427.
  - (15) Eidsath, A., Carbonell, R. G., Whitaker, S. and Herrmann, L. R., "Dispersion in pulsed systems-III. Comparison between theory and experiment for packed beds", *Chem. Eng. Sci.*, 38, (1983), 1803-1816.
  - (16) Coulaud, O., Morel, P. and Caltagirone, J. P., "Numerical modeling of nonlinear effects in laminar flow through a porous media", *J. Fluid Mech.*, 190, (1988), 393-407.
  - (17) Sahraoui, M. and Kaviany, M., "Slip and no-slip boundary condition at Interface of porous, plain media", *Int. J. Heat Mass Transfer*, 35, (1992) 927-943.
  - (18) Kuwahara, F., Nakayama, A. and Koyama, H., "Numerical modeling of heat and fluid flow in a porous media", *Proc. The 10 th Int. Heat Transfer Conf.*, 5, (1994), 309-314.
  - (19) Fried, J. J. and Combarous, M. A., "Dispersion in porous media", *Advances in Hydro. Science*, 7, (1971), 169-282.

## 第2章 非ニュートン流体の分類及び多孔質体内流動の巨視的モデリング

レオロジーの対象は主として Newton 粘性から説明できない各種の異常な力学的挙動の解明にあり、非ニュートン流体はこの分野で発展してきた。

レオロジーは様々な分野で研究されているが、工学の分野<sup>(1)</sup>では、種々の材料の強度、あるいは破壊の機構解明に極めて重要である。一方、流体の分野では工業応用上重要な非ニュートン流体の流動状態の解明が必要となっている。高分子溶液が射出成形機に入るときの流動状態、ポンプなどの流体機械内の流れ、希薄高分子溶液の乱流状態における摩擦抵抗の減少など数多く研究されている。

医学、生物学などの分野でも研究されており、生物体の筋肉や血管のような組織や組織を構成する細胞の細胞膜や原形質は一般に複雑な粘弾性体である。また毛細血管中の血液の流動に関する血液レオロジーは医学上重要な研究分野である。

多孔質体内の非ニュートン流体流の熱流動に関する研究は極めて少なく、Christopher-Middleman<sup>(5)</sup>及び Dhamadhikari-Kale<sup>(6)</sup>のダルシー則、多孔質体慣性効果を加味した Nakayama-Shenoy<sup>(7)</sup>の修正ダルシー則などが知られているに過ぎない。多孔質体内の空間平均速度と圧力降下との関係を与えるダルシー則及びその修正則はすべて経験則であり、その巨視的モデル定数は実験的に決定されてきた。これに対し、多孔質周りの微視的支配方程式を直接的に解いてこれらのモデル定数を純理論的に決定する試みがなされてきている (Eidsath ら<sup>(8)</sup>、Couland<sup>(9)</sup>、桑原ら<sup>(10)</sup>)。

本章では、非ニュートン流体の分類とレオロジー方程式の説明及び、微視的支配方程式を空間平均し得られる巨視的支配方程式と既存の経験式と比較することで、多孔質体内熱流動に関する巨視的熱流動モデルの物理的意味を検討する。

### 2. 1 非ニュートン流体の分類

非ニュートン流体は一般に固体のように振る舞う弾性を示したり、せん断応力とずり速度やせん断応力と時間の非線形性を示したりする。非ニュートン流体はレオロジー的挙動の相違による分類が可能で、それぞれについてレオロジー方程式が種々提案されている。

Metzner<sup>(2)</sup>は非ニュートン流体を(1)純粘性流体(2)粘弾性流体(3)時間依存流体の三種類に分類した。Shenoy-Mashelkar<sup>(3)</sup>は図 2-1(a)のように非ニュートン流体を粘弾性流体と非弾性流体の二つのカテゴリーに分け、そして非弾性流体を時間依存流体と時間非依存流体に分け、さらに時間依存流体を 2 種類、時間非依存流体を 4 種類に分類した。富田<sup>(4)</sup>は非ニュートン流体を図 2-1(b)のように時間依存流体、塑性流体、粘弾性流体、そして純粘性流体の 4 種類に分類した。代表的な流体について簡単な説明を以下に示す。

シクソトロピー流体：ある種の懸濁液は非ニュートン性を示すと同時に剛性や降伏点を持つものがある。懸濁している粒子が粒子相互の親和力によって鎖状に結合し二次的構造を形成する。懸濁液やトコロテンのように全体にわたって固化し、明確な剛性を示すようになる。ゲルの状態と液体状のゾルの状態で等温可逆的に変換を繰り返す。ゲル化するために必要な静止時間を凝固時間といい、この様な流体をシクソトロピー流体と呼ぶ。この種の流体には、ベントナイト、陶土、五酸化バナジウムなどを水に分散させた懸濁液などがある。

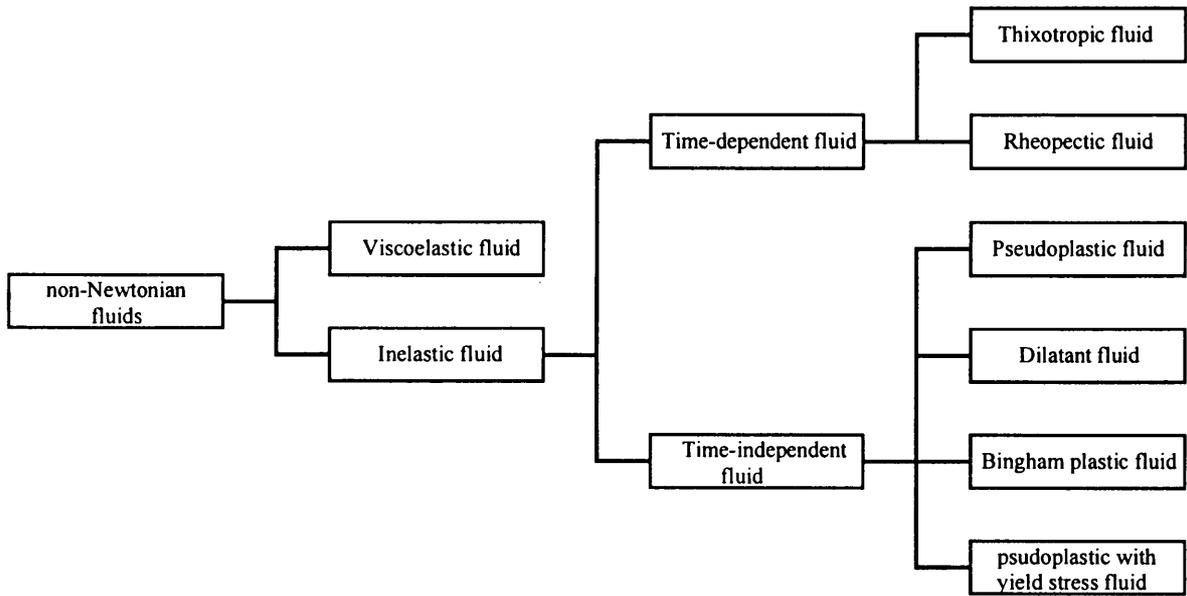
レオペクティック流体：外部からの大きな力学的刺激により構造が破壊されるが、小さな刺激により構造の再生が促進されるような挙動を示す流体をレオペクティック流体と呼ぶ。1～10ミクロンのせっこう粉末を含む懸濁液などがある。

擬塑性流体：せん断速度流動化流体として扱われ、せん断速度の上昇に伴い粘度が減少する性質を示す。この種の流体には、高分子溶液及び融液、印刷インク、血液、繊維素エステル、ガラスの融液などがある。

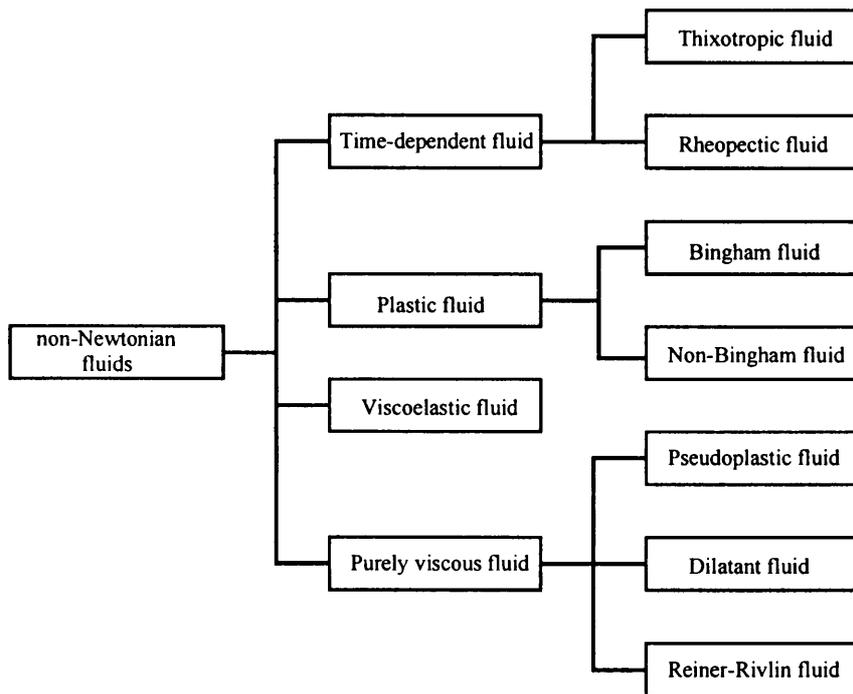
ダイラタント流体：擬塑性流体とは反対に攪拌すると硬くなるものがあり。生でんぷんを水に溶かした溶液は静止しておくとき緩やかに流動するが、急激に攪拌すると急にかさが高くなり、水は内部に吸収されて一見乾いた状態になって硬化するが、外力を取り除くと再び流動しやすくなる。せん断速度の上昇に伴い粘度が上昇するものをダイラタント流体と呼ぶ。この種の流体には、でんぷんに水を加えたもの、雲母に水を加えたもの、適当な砂と水の混合物などがある。

ビンガム流体：物体に作用する応力が、その物体によって決まる降伏点以上になると永久変形を生じ、流体のように応力を取り除いても元の状態には回復しない。この永久変形の部分を特に塑性流動という。塑性流動が生じている場合における応力—変形速度曲線が

特に線形を示すものをビンガム流体という。炭化水素グリス、アスファルト、歯磨き粉などがこの特性を示す。



(a) Shenoy-Mashelkar



(b) 富田

図 2-1 非ニュートン流体の分類

粘弾性流体：ずり速度を起こすために与えられたせん断応力による仕事が弾性体のように完全には保存されず、また純粘性流体のように完全には散逸されないという弾性的性質と粘性的性質の両方を共有している流体である。そのため、はねもどり現象、法線応力効果、Barus 効果、2次流れ、サイホン現象を示し、レオロジー的挙動は極めて複雑である。

これらの流体のレオロジー方程式は複雑であるが、純粘性流体の流動特性は単純ずり流動におけるずり速度とせん断応力の関係により決定でき、以下に示す。

$$\tau = \mu(\dot{\gamma})\dot{\gamma} \quad : \text{Pseudoplastic fluid 及び Dilatant fluid} \quad (2-1)$$

$$\tau = \mu\dot{\gamma} \quad : \text{Newtonian fluid} \quad (2-2)$$

$$\tau = \tau_0 + \mu_B\dot{\gamma} \quad : \text{Bingham fluid} \quad (2-3)$$

$$\tau = \tau_0 + \mu(\dot{\gamma})\dot{\gamma} \quad : \text{Plastic fluid} \quad (2-4)$$

塑性流体と Bingham 流体は降伏応力を考慮に入れると擬塑性流体と同様に示される。ここで、 $\tau$  は応力、 $\tau_0$  は降伏応力、 $\dot{\gamma}$  はひずみ速度、 $\mu$  は粘度である。これらの応力-ひずみ速度の関係を図に示すと図 2-2 のようになり、擬塑性流体とニュートン流体とダイラタント流体は同一式で表わされることが分かる。

## 2. 2 非ニュートン流体の数値モデル

工業的応用においては、純粘性流体と近似しうる流体が多く使われている。そこで、レオロジー方程式として広範囲にわたり純粘性流体の挙動を良く表現しうる“べき乗則モデル”に注目する。べき乗則モデルは考案者の名にちなんで、“Ostwald-de Waele モデル”とも呼ばれ、せん断応力とずり速度の関係、すなわちレオロジー方程式は以下で与えられる。

$$\tau_{ij} = \mu^* \Phi^{(n-1)/2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2-5)$$

ここで

$$\Phi = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2-6)$$

$\Phi$  は散逸関数である。 $\mu^*$  は擬塑性粘度、 $n$  はべき指数を示しそれぞれ物質の種類によって決まる物質定数である。この簡単なモデルは、実際的に必要な速度の範囲で多くの非ニュートン流体の流れの挙動を示している。式(2-5)は  $\mu^*$  と  $n$  の2つの物質定数のみを使用しており、解析的にも取り扱いが容易である。べき指数  $n=1$  ならニュートン流体、

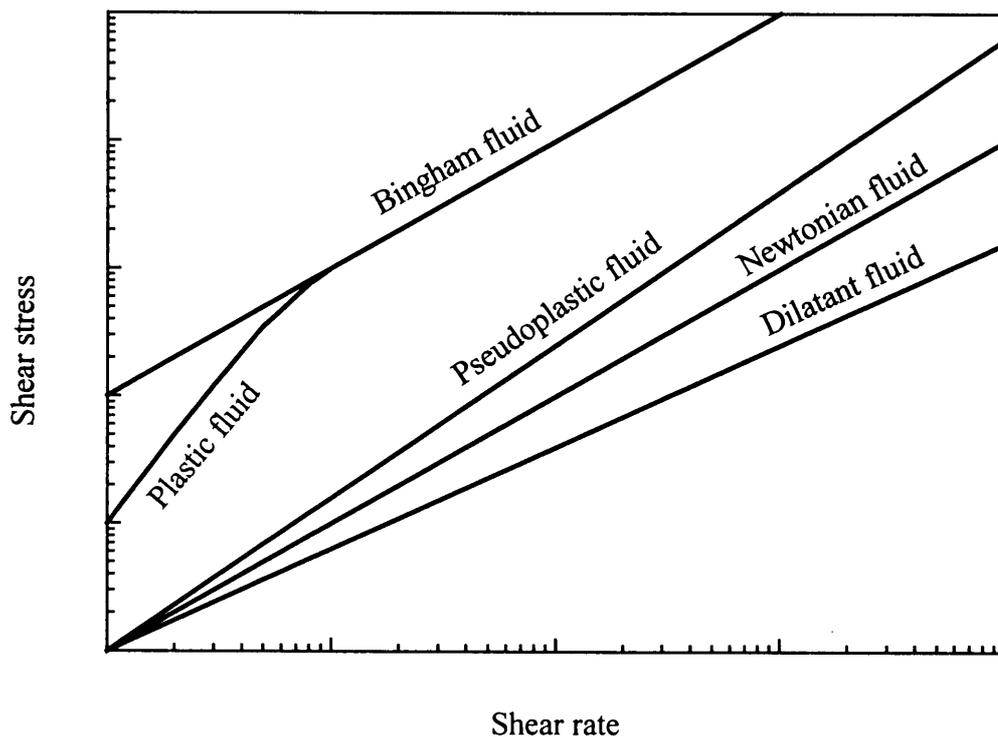


図 2-2 流動曲線

$n < 1$  なら擬塑性流体、 $n > 1$  ならダイラタント流体に対応し、べき指数を変化させるだけで三種類の流体を表現できる。なお、みかけの粘度  $\mu_{ap}$  は次式に対応する。

$$\mu_{ap} = \mu^* \Phi^{(n-1)/2} \quad (2-7)$$

上式は、擬塑性流体 ( $n < 1$ ) において、ひずみ速度が 0 に近づくにつれ、 $\mu_{ap}$  が発散するという、べき乗則モデルの本質的欠陥を示している。実在流体においては、すべての純粘性流体はひずみ速度が 0 に近づくにつれ、ニュートン流体的挙動を示すことが判明している。そこで、 $\mu_{ap}$  がしきい値  $\mu^* (\langle u \rangle / H)^{n-1}$  に達する以下のひずみ速度場においては粘度が  $\mu^* (\langle u \rangle / H)^{n-1}$  のニュートン流体として扱うものとする。その際の  $\mu_{ap}$  と  $\Phi$  の典型的な関係を図 2-3 に示す。

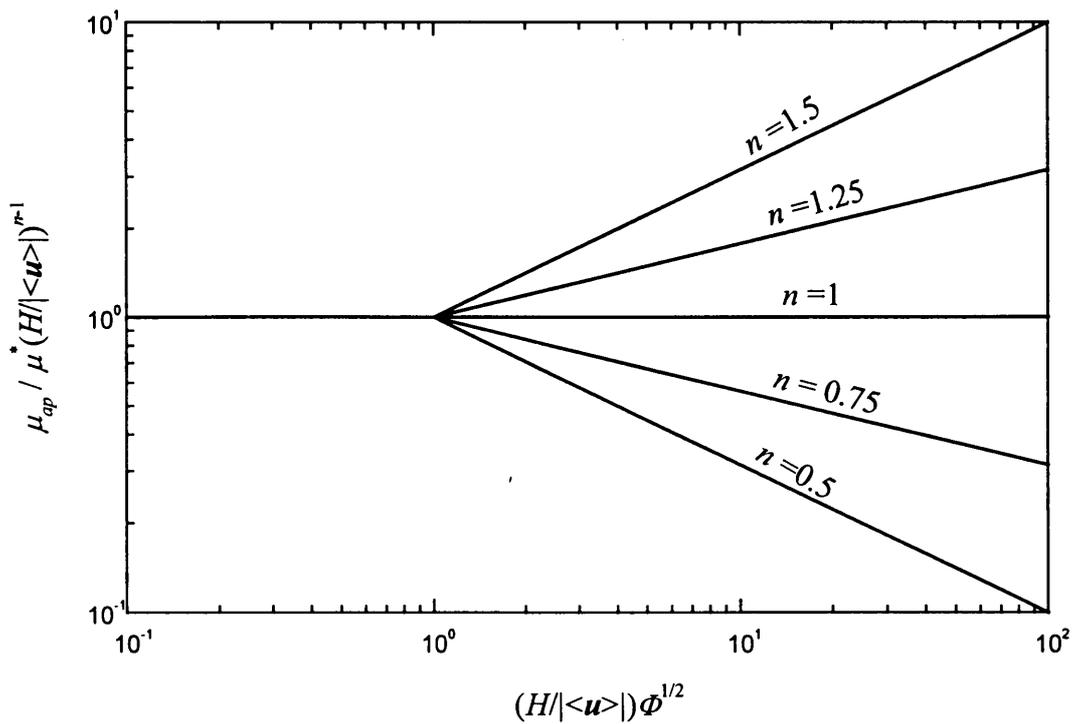


図 2-3 見かけの粘度

$$\mu_{ap} = \begin{cases} \mu^* \Phi^{(n-1)/2} & \left( \Phi^{1/2} \geq \frac{\langle u \rangle}{H} \right) \\ \mu^* \left( \frac{\langle u \rangle}{H} \right)^{n-1} & \left( \Phi^{1/2} \leq \frac{\langle u \rangle}{H} \right) \end{cases} \quad (2-8)$$

式(2-8)を導入することで、全領域にわたり、安定に計算をすることが可能となる。なお、円管路の十分に発達した流れの厳密解と比較することで、計算精度上においても問題がないことを確認している。

### 2. 3 空間平均速度と質量保存式

多孔質体内を下流方向に流れる連続的な流れは、微視的に見ると、複雑な三次元的流動を伴うが、巨視的に見ると一方向流れとみなしうる。今、巨視的流れに対して垂直な断面を  $A$  とし、体積流量  $\dot{Q}$  を考えると、多孔質体内の平均速度は以下で示される。

$$\langle u \rangle = \frac{\dot{Q}}{A} \quad (2-9)$$

この速度はダルシー速度 (Darcian velocity) と呼ばれ、見掛けの空間平均速度を示している。一般的な三次元空間にこの平均操作を拡張するために図 2-4 に示すように流体で満たされた多孔質体中でコントロールボリューム  $V$  を考える。このコントロールボリュームの寸法 ( $V^{1/3}$ ) は巨視的スケール(流路幅)に対して十分小さく、微視的スケール (多孔質構造体の寸法) に対して充分大きいものとする。この時、ダルシー速度ベクトルは以下のように定義される。

$$\langle \mathbf{u} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \mathbf{u} dV \quad (2-10)$$

ここで $V_f$ はコントロールボリューム内で流体の占める空間の体積を示す。いま一つの空間平均の操作として実質平均があり、実質平均速度ベクトルは以下で示される。

$$\langle \mathbf{u} \rangle^f = \frac{1}{V_f} \int_{V_f} \mathbf{u} dV \quad (2-11)$$

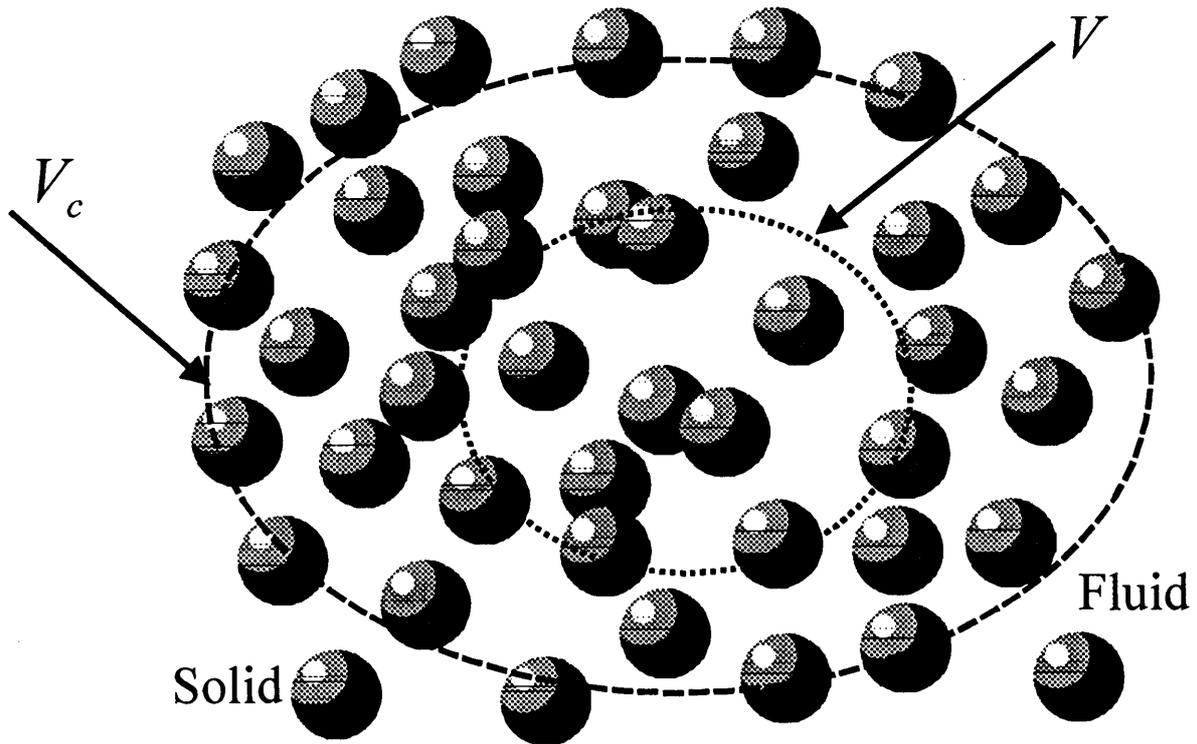


図 2-4 検査体積

ここで、全体体積中で流体の占める割合を気孔率 $\varepsilon$ とし、以下で定義する。

$$\varepsilon = \frac{V_f}{V} \quad (2-12)$$

ダルシー速度ベクトルと実質平均速度ベクトルの間には以下の関係がある。

$$\langle \mathbf{u} \rangle^f = \frac{\langle \mathbf{u} \rangle}{\varepsilon} \quad (2-13)$$

今、 $V$  より充分大きい任意の巨視的コントロールボリューム  $V_c$  を考えその検査面  $A_c$  を考える。ダルシー速度を用いて、質量保存式は以下で示される。

$$\int_{A_c} \langle \mathbf{u} \rangle \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad (2-14)$$

ガウスの発散定理を用い、コントロールボリュームの大きさが任意であることに留意する時、以下の質量保存式が得られる。

$$\nabla \cdot \langle \mathbf{u} \rangle = 0 \quad (2-15)$$

## 2. 4 ダルシー則及び多孔質体慣性効果

構造体が密で、流体速度が比較的低い場合には多孔質構造体まわりの粘性抵抗が支配的であり、ダルシー則が成立する。すなわち、Darcy<sup>(11)</sup>は図 2-5 のように巨視的に一様な一方向ニュートン流体流れに対して、多孔質体内を通過する空間平均速度と巨視的圧力勾配が比例関係にあることを実験的に示した。ダルシー速度は圧力勾配に比例し、流体の粘度に逆比例する。

$$\langle \mathbf{u} \rangle = \frac{K}{\mu} \left( -\frac{d\langle p \rangle^f}{dx} \right) \quad (2-16)$$

ここで、 $\langle p \rangle^f$  は実質平均圧力である。また比例定数  $K$  は透過率と呼ばれ、多孔質体をモデル化する上で重要な定数である。ニュートン流体においては多孔質体の微視的構造（気孔率、構造体寸法、形状、配列）にのみ依存している。

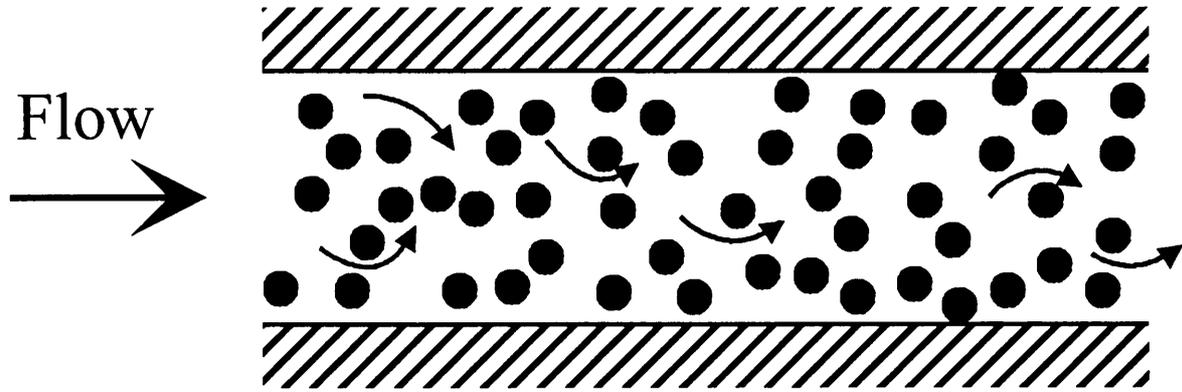


図 2-5 多孔質体内一方向流れ

ダルシー則のベクトル表示は以下で示される。

$$-\nabla\langle p \rangle^f + \rho_f \mathbf{g} = \frac{\mu}{K} \langle \mathbf{u} \rangle \quad (2-17)$$

ここで  $\rho_f$  は流体の密度であり、 $\mathbf{g}$  は重力加速度ベクトルである。

ダルシー則は、比較的low気孔率、低速度流動場の多孔質体内の流動は正しく予測するモデルとして高く評価されてきた。しかし、高気孔率下の比較的高速度場では、構造体後方の剥離渦や後流がもたらす慣性効果が無視できなくなる。Forchheimer<sup>(12)</sup>は、このような微小構造体周りで生じる慣性効果を考慮すべく、ダルシー則を修正し以下の式を提案した。

$$-\frac{d\langle p \rangle^f}{dx} = \frac{\mu}{K} \langle u \rangle + \frac{C}{\sqrt{K}} \rho_f (\langle u \rangle)^2 \quad (2-18)$$

上式の右辺第二項は多孔質体慣性項であり、Forchheimer 項と呼ばれる。

## 2. 5 非ニュートン流体における修正透過率

多孔質体モデルとして細管群を考える。べき乗則非ニュートン流体が細管群を満たして流れるとし、ダルシー則及びその修正則を導出する。

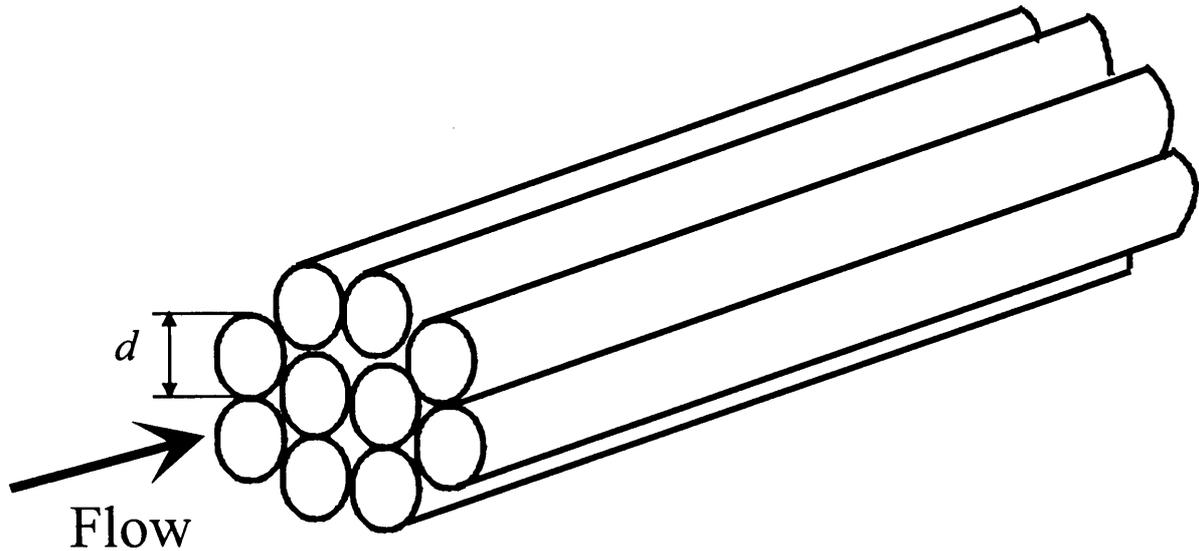


図 2-6 細管群モデル

図 2-6 のように巨視的流れに沿った円管群を考える。今、円管内のべき乗則の流れが十分に発達しているとし

$$-\frac{d\langle p \rangle^f}{dx} = \frac{2^{n+2}(3n+1)^n \mu^*}{n^n d^{n+1}} (u_m)^n \quad (2-19)$$

ここで  $\mu^*$  は擬塑性粘度で、 $u_m$  は円管内の平均流速であり、実質平均速度に対応する。いま、ダルシー速度を用いると

$$-\frac{d\langle p \rangle^f}{dx} = \frac{2^{n+2}(3n+1)^n \mu^*}{n^n d^{n+1}} \left( \frac{\langle u \rangle}{\varepsilon} \right)^n \quad (2-20)$$

Nakayama-Koyama<sup>(13)</sup>はべき乗則流体における修正透過率を以下で定義した。

$$K^* \equiv \frac{\mu^* \langle u \rangle^n}{\left( -\frac{d\langle p \rangle^f}{dx} \right)} \quad (2-21)$$

よって円管群モデルにおける修正透過率は次式に対応する。

$$K^* = \frac{n^n d^{n+1} \varepsilon^n}{2^{n+2} (3n+1)^n} \quad (2-22)$$

ここで、修正透過率  $K^*$  は構造体のみ関数ではなく、特定の流体のべき指数  $n$  にも依存するという点に留意を要する。直径  $d_p$  の球状粒子群で構成される多孔質体を考えるにあたり、等価直径の考えを導入すると

$$d_h = 4 \frac{V_f}{A_{int}} = \frac{4 \frac{2\pi d_p^3 \varepsilon}{3}}{4\pi d_p^2 (1-\varepsilon)} = \frac{2}{3} \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} d_p \quad (2-23)$$

ここで  $A_{int}$  は検査体積内の固体と流体の界面の濡れ縁面積である。式(2-22)中の  $d$  を  $d_h$  に置き換えると、

$$K^* = \frac{n^n \varepsilon^n}{2^{n+2} (3n+1)^n} \left( \frac{2\varepsilon}{3(1-\varepsilon)} d_p \right)^{n+1} = \frac{1}{2} \left( \frac{n\varepsilon}{3n+1} \right)^n \left( \frac{\varepsilon}{3(1-\varepsilon)} d_p \right)^{n+1} \quad (2-24)$$

この細管モデルによる結果を一般化するに当たって、迷路係数(Tortuosity)  $C_t$  を導入する。

$$K^* = \frac{1}{2C_t} \left( \frac{n\varepsilon}{3n+1} \right)^n \left( \frac{\varepsilon}{3(1-\varepsilon)} d_p \right)^{n+1} \quad (2-25)$$

流速が高くなると、多孔質体慣性効果が出現し、ダルシー則からずれてくる。Nakayama<sup>(14)</sup>は、ニュートン流体に対して、多孔質体慣性抵抗と管内乱流のアナロジーより、多孔質体内の慣性抵抗を以下のように説明している。

多孔質体内における乱流は、構造体スケールによる拘束があるため純流体流における乱流とはかなりその性質が異なっている。乱流遷移は構造体内でスポット的に発生し徐々に進行し、かつ速度に対する依存性も  $u^{1.75-2}$  程度であるため巨視的圧力勾配への影響は、多孔質体慣性抵抗のそれと極めて類似した関係にあると思われる。そこで、細管内における乱流を想定し、高レイノルズ数流れに対する圧力勾配を以下のように示す。

$$-\frac{d\langle p \rangle^f}{dx} \sim \rho_f \frac{\langle u \rangle^f}{d} \left( \frac{\langle u \rangle^f d}{\nu_f} \right)^{-1/4} \sim \rho_f \frac{\langle u \rangle^2}{\varepsilon^2 d} \quad (2-26)$$

細管  $d$  を等価直径を用いて粒子群に拡張し多孔質体慣性抵抗を以下で示す。

$$-\frac{d\langle p \rangle^f}{dx} \sim \left( \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \frac{\langle u \rangle^2}{d} \quad (2-27)$$

Nakayama-Shenoy<sup>(15)</sup>は慣性が支配的な漸近状態においては流動抵抗がべき乗則に依存しないとの予測の下に、非ニュートン流体においても、ニュートン流体と同様の慣性項の表現式が適用できるとした。これらの2種類の効果を重ね合わせる時、以下に示す Nakayama-Shenoy の式を得る。

$$-\nabla \langle p \rangle^f = \frac{\mu^*}{K^*} \langle u \rangle^{n-1} \langle u \rangle + \rho_f b \langle u \rangle \langle u \rangle \quad (2-28)$$

ここで  $K^*$  は修正透過率で迷路係数  $C_t$  については、Christopher-Middleman の式をはじめ種々の式が提唱されている。

$$K^* = \frac{1}{2C_t} \left( \frac{n\varepsilon}{3n+1} \right)^n \left( \frac{\varepsilon}{3(1-\varepsilon)} d_p \right)^{n+1} \quad (2-29)$$

$$C_t = \begin{cases} \frac{25}{12} & \text{Christopher and Middleman} \\ (2.5)^n 2^{(1-n)/2} & \text{Kemblowski and Michniewicz}^{(16)} \\ \frac{2}{3} \left( \frac{8n}{9n+3} \right)^n \left( \frac{10n-3}{6n+1} \right) \left( \frac{75}{16} \right)^{\frac{3(10n-3)}{(10n+11)}} & \text{Dharmadhikari and Kale} \\ \left( \frac{25}{12} \right)^{(n+1)/2} & \text{Pascal}^{(17)} \end{cases} \quad (2-30)$$

$$b = 1.75 \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3 d_p} \quad \text{Ergun}^{(18)} \quad (2-31)$$

## 参考文献

- (1) Shenoy, A. V., "Non-Newtonian fluid heat transfer in porous media", *Advances in Heat Transfer*, 24, (1994), 101-190.
- (2) Metzner, A. B., "Heat transfer in non-Newtonian fluids", *Advances in Heat Transfer*, 2, (1965), 357-397.
- (3) Shenoy, A. V. and Mashelkar R. A., "Thermal convection in non-Newtonian fluids", *Advances in Heat Transfer*, 15, (1982), 59-141.
- (4) 富田幸雄, レオロジー, (1973), 1, コロナ社.
- (5) Christopher, R. H., and Middleman, S., "Power-law flow through a packed tube", *Ind. Eng. Chem. Fundls.*, 4-4, (1965), 422-426.
- (6) Dharmadhikari, R. V., and Kale, D. D., "Flow of non-Newtonian fluids through porous media",

Chem. Eng. Sci. 40, (1985), 527-529.

- (7) Nakayama, A. and Shenoy, A. V., "A unified similarity transformation for Darcy and non-Darcy forced-, free-, and mixed convection heat transfer in non-Newtonian inelastic fluid-saturated porous media", The Chemical Engineering Journal, 50, (1992), 33-45.
- (8) Eidsath, A., Carbonell, R. G., Whitaker, S. and Herrmann, L. R., "Dispersion in pulsed systems-III. Comparison between theory and experiment for packed beds", Chem. Eng. Sci., 38, (1983), 1803-1816.
- (9) Couland, O., Morel, P. and Caltagirone, J. P., "Numerical modeling of nonlinear effects in laminar flow through a porous medium", J. Fluid Mech., 190, (1988), 393-407.
- (10) Kuwahara, F., Nakayama, A. and Koyama, H., "Numerical modeling of heat and fluid flow in a porous media", Proc. The 10 th Int. Heat Transfer Conf., 5, (1994), 309-314.
- (11) Darcy, H. P. G., *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon*. Paris, Victor Dalmont, (1856).
- (12) Forchheimer, P. H., "Wasserbewegung durch Boden", Ver. Dtsch. Ing., 45, (1901), 1782-1788.
- (13) Nakayama, A., and Koyama, H., "Bouyancy-induced flow of non-Newtonian fluids over a non-isothermal body of arbitrary shape in a fluid-saturated porous media", Applied Scientific Research, Vol. 48, (1991), 55-70.
- (14) Nakayama, A., *PC-aided numerical heat transfer and convective flow*, (1995), 103-176, CRC Press, Boca Raton.
- (15) Nakayama, A., and Shenoy, A. V., "Non-Darcy convective heat transfer in a channel embedded in a non-Newtonian inelastic fluid-saturated porous media", The Canadian Journal of Chemical Engineering, 71, (1993), 168-173.
- (16) Kemblowski, Z., and Michniewicz M., "A new look at the laminar flow of power-law fluids through granular beds", Rheol. Acta 18, (1979), 730-739.
- (17) Pascal, H., "Nonsteady flow of non-Newtonian fluids through a porous medium", Int. J. Eng. Sci. 21, (1983), 199-210.
- (18) Ergun, S., "Fluid flow through paced column", Chem. Eng. Prog., 48, (1952), 89-94.

### 第3章 多孔質体内非ニュートン流体流の二次元数値シミュレーション

多孔質体内の空間平均速度と圧力降下の関係を与えるダルシー則及びその修正則はすべて経験則で、式中のモデル定数は経験的に決定される。熱流動現象の把握においてもダルシー則などの流動に関する経験則に依るところが大きい<sup>(1)(2)</sup>。係数を決定するにあたっては、個々の多孔質構造体内の熱流動現象を質量、運動量及び熱エネルギー保存の原則に基づき微視的に取り扱うことも原理的に可能であるが、現実には今日のスーパーコンピュータをもってしても不可能に近い。Coulands ら<sup>(3)</sup>及び Kuwahara ら<sup>(4)</sup>は、構造体モデルを提案し、ニュートン流体流に関する微視的支配方程式を直接的に数値シミュレーションすることにより上記の経験則におけるモデル定数を純理論的に決定する方法を提案している。

本章においては、多孔質体内の非ニュートン流体流の微視的及び巨視的挙動を把握すべく、微視的支配方程式を用いた直接的数値シミュレーションを試みる。多孔質構造体モデルとして二次元角柱群で構成される無限集合体を考え、圧力補正法を用いて微小構造体内のべき乗則非ニュートン流体流に関する直接的数値シミュレーションを実施する。気孔率、レイノルズ数、べき指数、巨視的流れの方向を様々に変え計算を行い、一連の数値解析の結果に基づきモデル定数を純理論的に決定する。

#### 3. 1 流動の数値モデル

多孔質構造体は二次元構造体と三次元構造体に大別しうる。多孔質構造体周りの流れは本質的に複雑な三次元流れである。したがって、三次元構造体モデルが、現実の多孔質体内熱流動をシミュレートする上で、より妥当性を有する。しかし、この種のモデルを用いて三次元計算を実行しようとする、膨大な計算時間と計算機容量が必要である。低気孔率を有する多孔質体の低レイノルズ数流れにあつては流動が二次元的である場合も多い。このような条件下では、計算時間の大幅な軽減が期待できる二次元モデルを用いた予測も有効である。

自然界の多孔質体を模擬すべく、不規則配列からなる構造体について、微視的熱流動場を直接にシミュレートすることは計算機容量及び計算時間の両面から極めて難しい。そこ

で、不規則配列を有する構造体内の流動場を、規則配列を有する構造体要素を不規則に配列した場合の流動場で模擬することを考える。すなわち、規則配列された一要素について、巨視的流れ方向を種々変化させ微視的計算結果を実施する。この様にして得た流動場を種々の巨視的流れ方向に関してアンサンブル平均することで、不規則配列された規則配列角柱群内の流動場、あるいは不規則配列角柱群内の流動場を模擬することを考える（図 3-1 参照）。

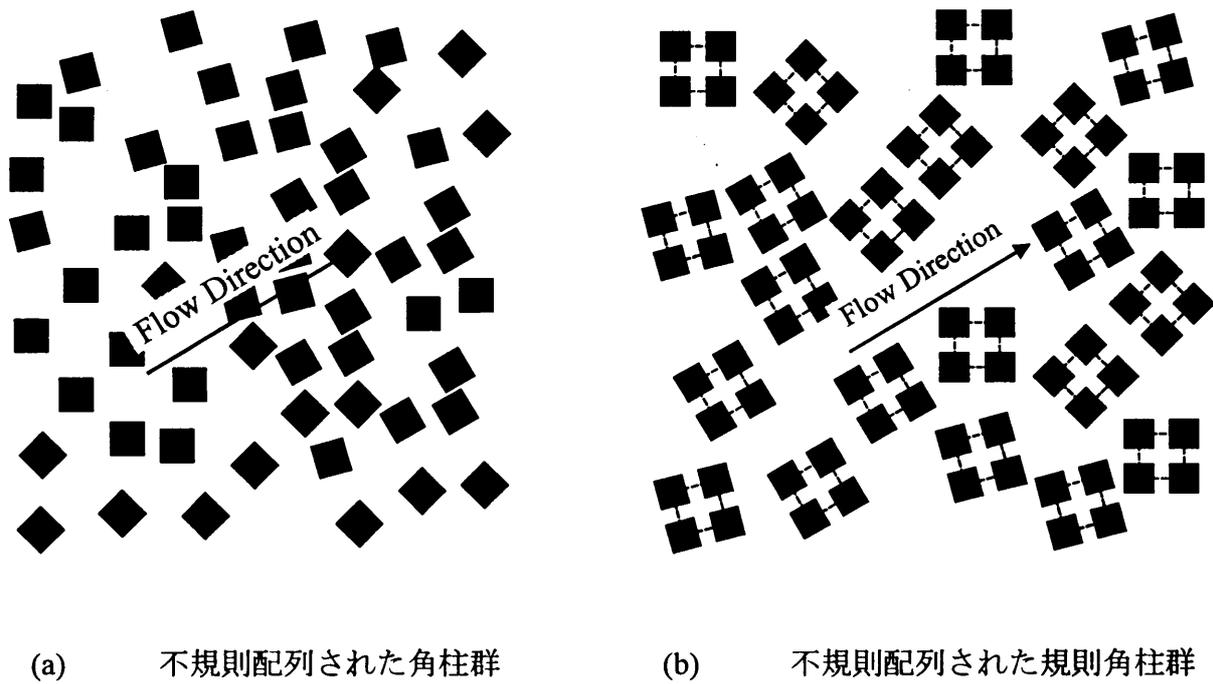


図 3-1 規則配列要素による不規則配列の近似モデル

Kuwahara らのニュートン流体に関する研究においては、構造体モデルとして、角柱群、円柱群、立方体群および球群を選び、幾何学的形状が数値実験結果に及ぼす影響を詳細に検討している。透過率の数値実験結果には、幾何学的形状の影響がほとんど現れず、気孔率および構造体の尺度が一定の下では、ほぼ同一の数値実験値が得られている。これは、構造体内でひずみ速度に空間分布があっても、その空間平均値は幾何学的形状に依存しないことを示唆している。本研究においては、この点を踏まえて、デカルト座標系が適用でき、かつ広範囲の気孔率の設定が可能な角柱群および立方体群に注目する。

図 3-2 に示す様に、無限空間に規則的に配列した二次元角柱群に対し、巨視的に一様な流れが角度  $\theta$  の傾きを持って流れているものとする。角柱の一辺を  $D$ 、角柱間の距離を  $H$  とすると、気孔率  $\varepsilon$  は以下で与えられる（図 3-3 参照）。

$$\varepsilon = 1 - (D/H)^2 \quad (3-1)$$

巨視的速度ベクトルは次式で与えられる。

境界条件及び拘束条件は次式で与えられる。まず、壁面上では no-slip 条件を課す。

$$\langle \mathbf{u} \rangle = \langle u \rangle (\cos \theta \mathbf{i} + \sin \theta \mathbf{j}) \quad (3-2)$$

$$u = 0$$

ここで、 $\langle \rangle$  は空間平均量を示す。 $\langle u \rangle$  は巨視的速度ベクトルの絶対値で、いわゆるダルシー速度である。

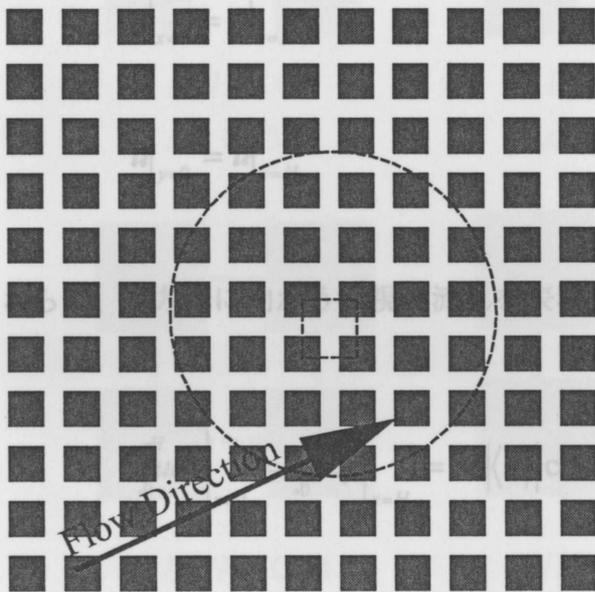


図 3-2 2次元角柱モデル

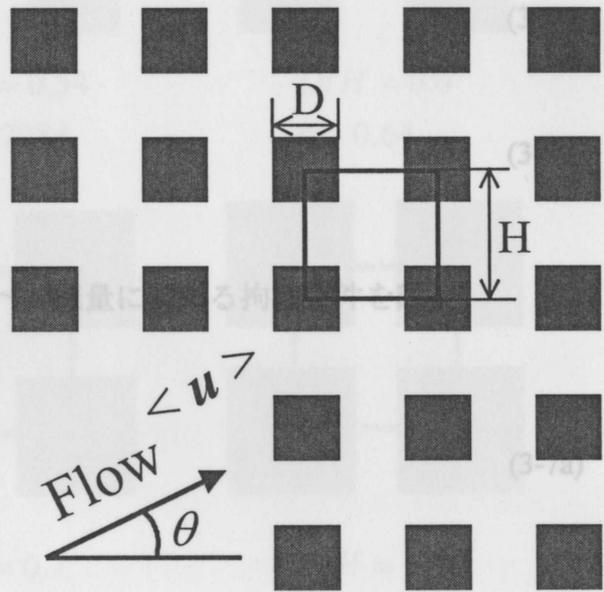


図 3-3 モデルの詳細

### 3.2 基礎方程式及び境界条件

間距離  $H$  をとり、みかけの粘度  $\mu^* (\langle u \rangle / H)^{n-1}$  に基づき以下のよう定義する。

純粘性流体がべき乗則に従うとすれば、連続の式及び運動方程式は次のように示される。

$$Re_H = \frac{\rho \langle u \rangle^{2-n} H^n}{\mu^*} \quad (3-8)$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3-3)$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial x_j} u_j u_i = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu^* \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Phi^{\frac{n-1}{2}} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3-4)$$

境界条件及び拘束条件は次式で与えられる。まず、壁面上では no-slip 条件を課す。

$$\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (3-5)$$

また周期境界面上では速度ベクトルの周期性を課す。

$$\mathbf{u}|_{x=0} = \mathbf{u}|_{x=H} \quad (3-6a)$$

$$\mathbf{u}|_{y=0} = \mathbf{u}|_{y=H} \quad (3-6b)$$

さらに、 $\theta$  方向に向かう巨視的流れを表現すべく流量に関する拘束条件を課す。

$$\int_0^H u dy \Big|_{x=0} = \int_0^H u dy \Big|_{x=H} = H \langle \mathbf{u} \rangle \cos \theta \quad (3-7a)$$

$$\int_0^H v dx \Big|_{y=0} = \int_0^H v dx \Big|_{y=H} = H \langle \mathbf{u} \rangle \sin \theta \quad (3-7b)$$

レイノルズ数は代表長さに角柱間距離  $H$  をとり、みかけの粘度  $\mu^* (\langle \mathbf{u} \rangle / H)^{n-1}$  に基づき以下のように定義する。

$$Re_H = \frac{\rho \langle \mathbf{u} \rangle^{2-n} H^n}{\mu^*} \quad (3-8)$$

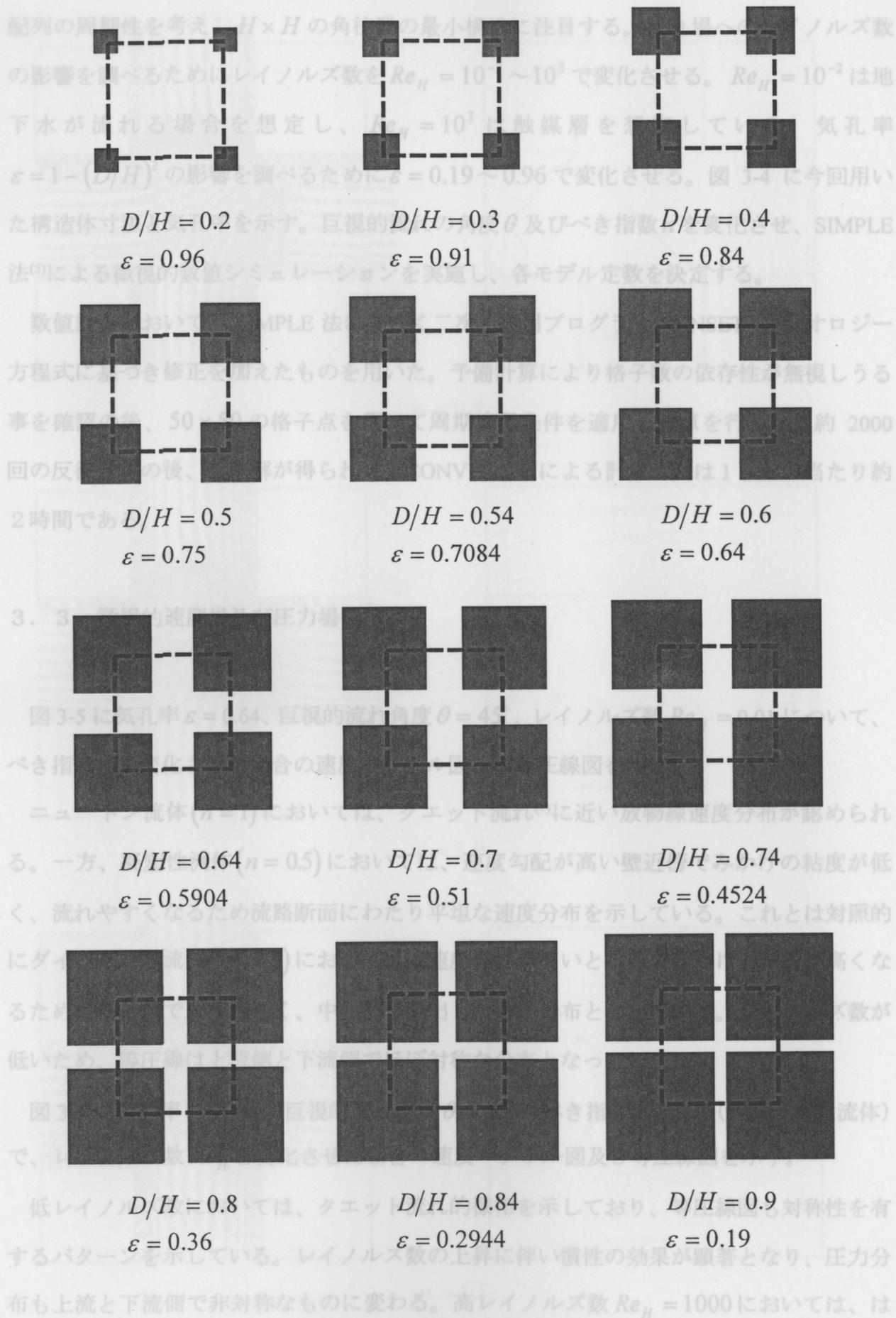


図 3-4 構造体ユニット

配列の周期性を考え、 $H \times H$ の角柱群の最小構造に注目する。流れ場へのレイノルズ数の影響を調べるためにレイノルズ数を $Re_H = 10^{-2} \sim 10^3$ で変化させる。 $Re_H = 10^{-2}$ は地下水が流れる場合を想定し、 $Re_H = 10^3$ は触媒層を想定している。気孔率 $\varepsilon = 1 - (D/H)^2$ の影響を調べるために $\varepsilon = 0.19 \sim 0.96$ で変化させる。図 3-4 に今回用いた構造体寸法と気孔率を示す。巨視的流れの角度 $\theta$ 及びべき指数 $n$ を変化させ、SIMPLE法<sup>(6)</sup>による微視的数値シミュレーションを実施し、各モデル定数を決定する。

数値計算においてはSIMPLE法に基づく二次元汎用プログラムSUNSET<sup>(6)</sup>にレオロジー方程式に基づき修正を加えたものを用いた。予備計算により格子数の依存性が無視しうる事を確認の後、 $50 \times 50$ の格子点を用いて周期境界条件を適用し計算を行った。約2000回の反復計算の後、収束解が得られた。CONVEX220による計算時間は1ケース当たり約2時間である。

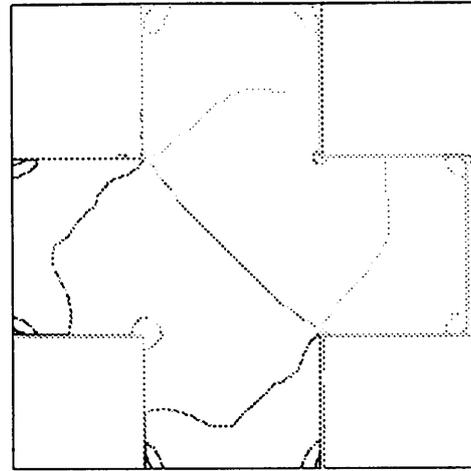
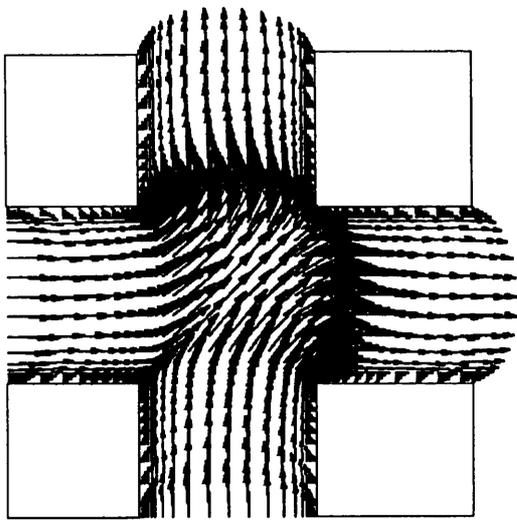
### 3. 3 微視的速度場及び圧力場

図 3-5 に気孔率 $\varepsilon = 0.64$ 、巨視的流れ角度 $\theta = 45^\circ$ 、レイノルズ数 $Re_H = 0.01$ について、べき指数 $n$ を変化させた場合の速度ベクトル図及び等圧線図を示す。

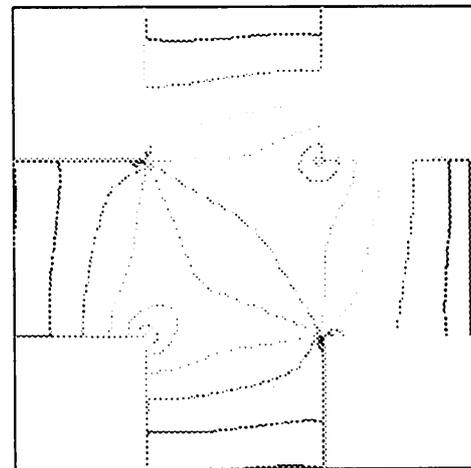
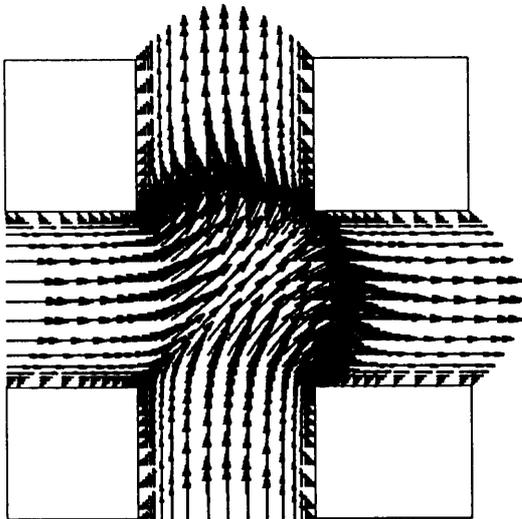
ニュートン流体( $n = 1$ )においては、クエット流れ<sup>(7)</sup>に近い放物線速度分布が認められる。一方、擬塑性流体( $n = 0.5$ )においては、速度勾配が高い壁近傍でみかけの粘度が低く、流れやすくなるため流路断面にわたり平坦な速度分布を示している。これとは対照的にダイラタント流体( $n = 1.5$ )においては、速度勾配が高いところでみかけの粘度が高くなるため、壁近傍で速度が低く、中心部で突出した速度分布となっている。レイノルズ数が低いため、等圧線は上流側と下流側でほぼ対称な分布となっている。

図 3-6 に気孔率 $\varepsilon = 0.64$ 、巨視的流れ角度 $\theta = 45^\circ$ 、べき指数 $n = 1.0$  (ニュートン流体)で、レイノルズ数 $Re_H$ を変化させた場合の速度ベクトル図及び等圧線図を示す。

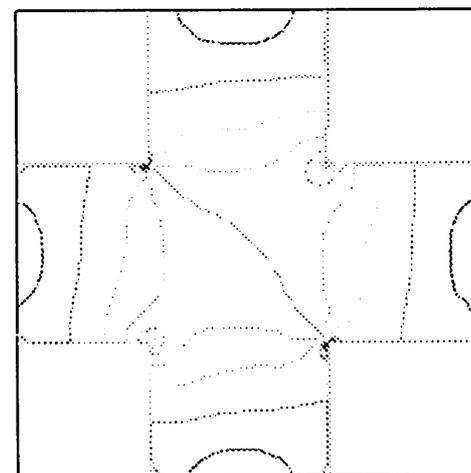
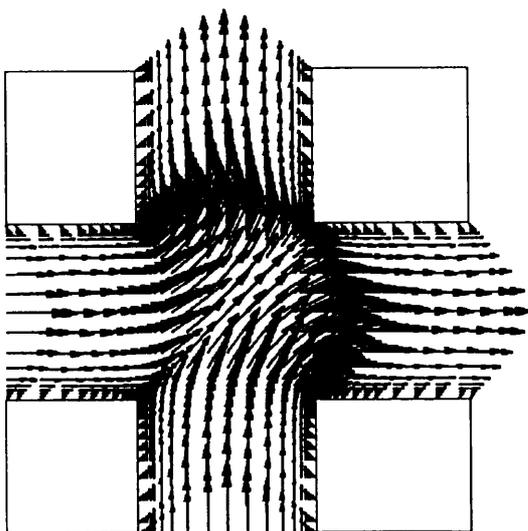
低レイノルズ数においては、クエット流れの様相を示しており、等圧線図も対称性を有するパターンを示している。レイノルズ数の上昇に伴い慣性の効果が顕著となり、圧力分布も上流と下流側で非対称なものに変わる。高レイノルズ数 $Re_H = 1000$ においては、はく離が出現し大きな循環渦が生じており、急激な圧力降下が認められる。



$n = 0.5$

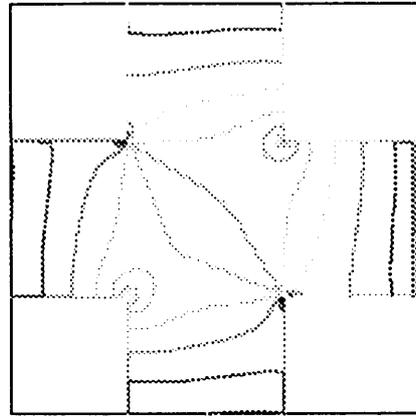
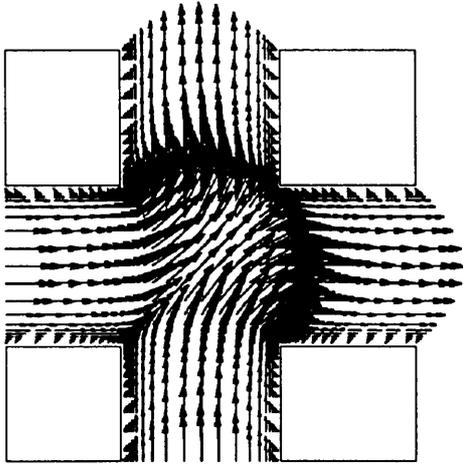


$n = 1.0$

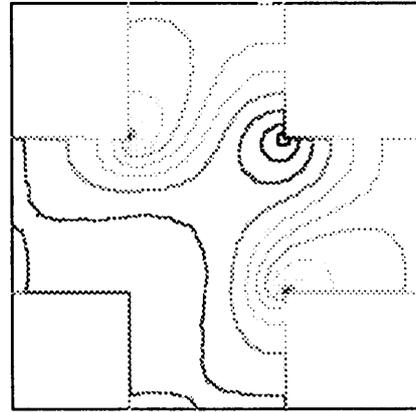
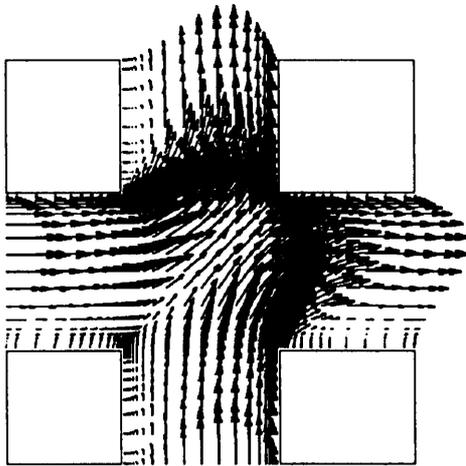


$n = 1.5$

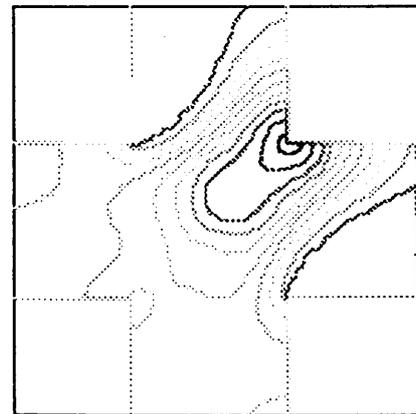
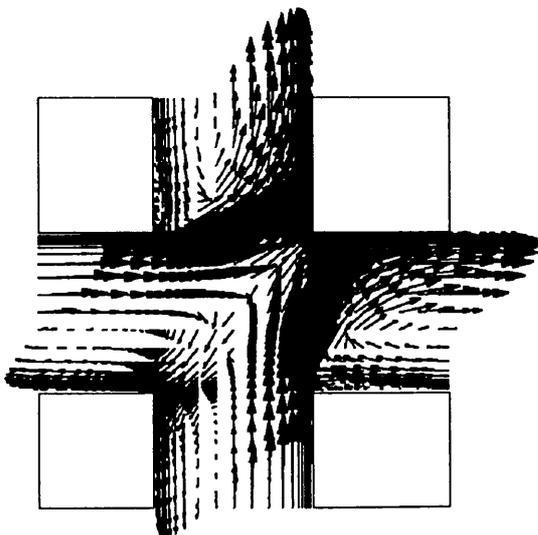
図 3-5 速度ベクトル及び等圧線のべき指数依存性



$$Re_H = 10^{-2}$$



$$Re_H = 50$$



$$Re_H = 10^3$$

図 3-6 速度ベクトル及び等圧線のレイノルズ数依存性

図 3-7 は出口部分の速度分布を示したもので、それぞれのべき指数に対応し非ニュートン性が速度分布に反映しているのが分かる。

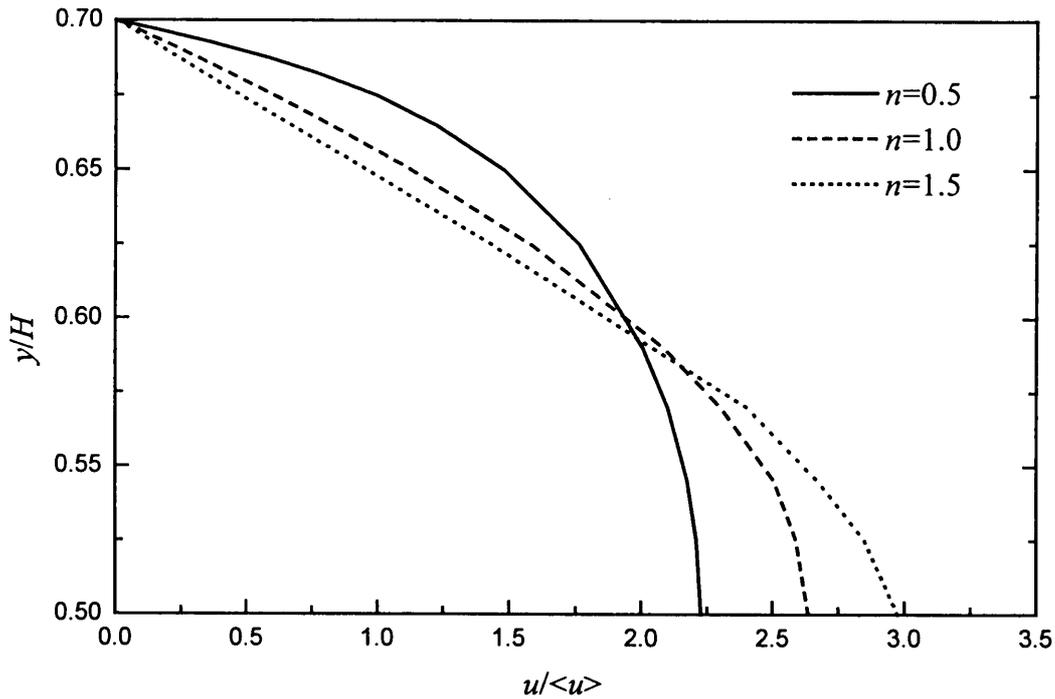


図 3-7 速度分布図 ( $\varepsilon=0.64, Re_H = 10^{-2}$ )

### 3. 4 微視的圧力による透過率の決定

巨視的流れ方向 ( $s$  方向) に沿った巨視的圧力勾配と微視的圧力の関係は座標変換を用いて次式で与えられる。

$$-\frac{d\langle p \rangle^f}{ds} = \frac{\cos \theta}{HA_f} \int_{A_f} (p|_{x=0} - p|_{x=H}) dy + \frac{\sin \theta}{HA_f} \int_{A_f} (p|_{y=0} - p|_{y=H}) dx \quad (3-9)$$

ここで  $A_f (= H - D)$  は流出 (流入) 面積である。

Nakayama-Shenoy<sup>(8)</sup> は多孔質体内のべき乗則流体流に対し、次の修正ダルシー則を提案

している。

$$-\nabla\langle p \rangle^f = \frac{\mu^*}{K^*} |\langle \mathbf{u} \rangle|^{n-1} \langle \mathbf{u} \rangle + b\rho |\langle \mathbf{u} \rangle| \langle \mathbf{u} \rangle \quad (3-10)$$

$s$  方向に沿って書き下すと

$$-\frac{d\langle p \rangle^f}{ds} = \frac{\mu^*}{K^*} |\langle \mathbf{u} \rangle|^n + b\rho |\langle \mathbf{u} \rangle|^2 \quad (3-11)$$

ここで透過率  $K^* [m^{n+1}]$  は構造体のみならずべき指数  $n$  に依存するとし、Christopher-Middleman<sup>(9)</sup>の式をはじめ、数々の半経験式（式(2-23)）が提案されている。

$$K^* = \frac{1}{2C_1} \left( \frac{n\varepsilon}{3n+1} \right)^n \left[ \frac{\varepsilon}{3(1-\varepsilon)} D \right]^{n+1} \quad (3-12)$$

Nakayama-Shenoy は慣性支配下において、すべての非ニュートン流体がニュートン流体の結果に漸近するとの予測の下に  $b[1/m]$  は構造体のみ依存する定数であるとした。式(3-11)を以下のように無次元形で書き直す。

$$-\frac{d\langle p \rangle^f}{ds} \frac{H}{\rho |\langle \mathbf{u} \rangle|^2} Re_H = \frac{H^{n+1}}{K^*} + bH Re_H \quad (3-13)$$

数値計算結果を式(3-9)で処理し決定した圧力勾配を、上式と関連させる手続きより、 $K^*$  及び  $b$  を決定する事ができる。

$\varepsilon = 0.51$  及び  $\varepsilon = 0.36$  の下で行った一連の微視的数値計算結果を式(3-9)に代入し求めた巨視的圧力勾配の結果を横軸にレイノルズ数、縦軸に無次元圧力勾配をとり図 3-8 及び図 3-9 に示す。レイノルズ数  $Re_H$  が小さくなるにつれ、無次元圧力勾配とレイノルズ数の積は一定値に漸近している。同図における縦軸切片の逆数より無次元透過率  $K^*/H^{n+1}$  を決定することができる。高レイノルズ数域では、慣性支配となり、べき指数

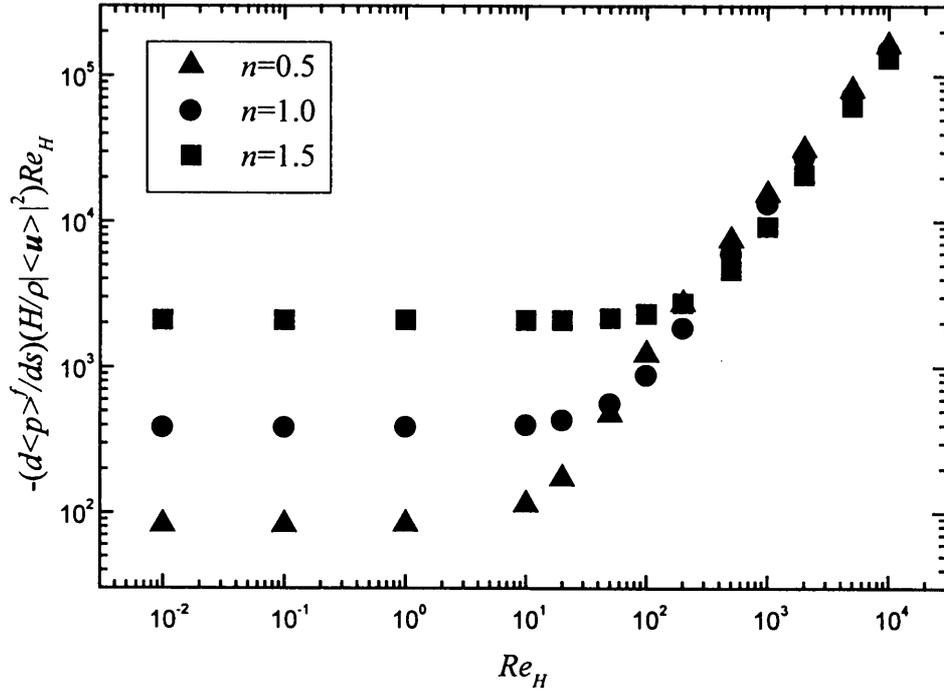


図 3-8 粘性支配から慣性支配への遷移 (ε = 0.51)

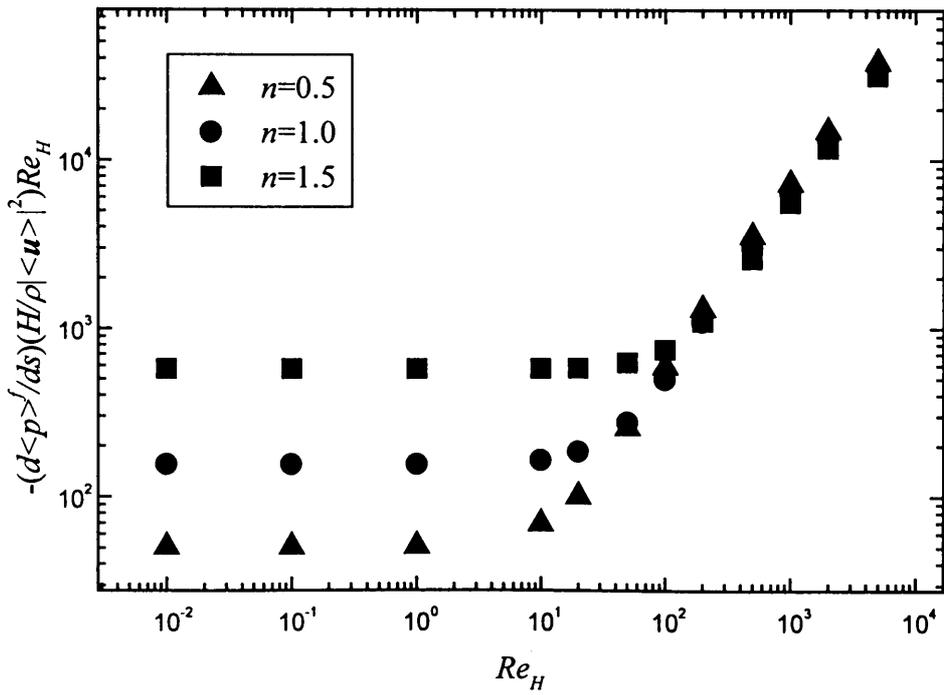


図 3-9 粘性支配から慣性支配への遷移 (ε = 0.36)

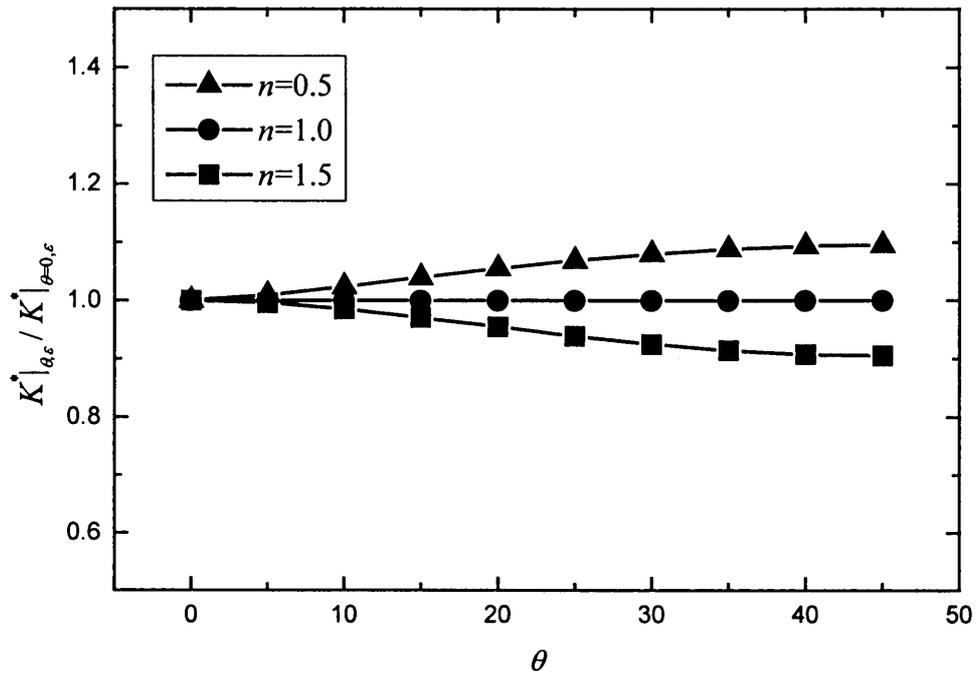


図 3-10 透過率の角度依存性 ( $\varepsilon = 0.51$ )

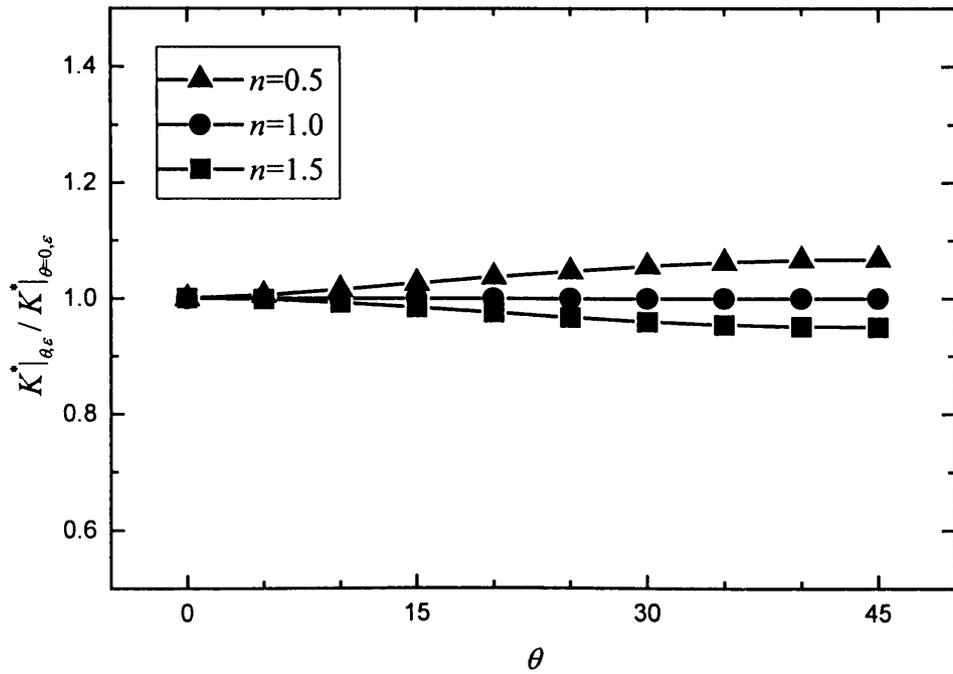


図 3-11 透過率の角度依存性 ( $\varepsilon = 0.36$ )

の値に依らず一本の直線に漸近する傾向にあることから、Nakayama-Shenoy が修正ダルシーモデルを提案するに至る議論が正しいことが分かる。

図 3-10 及び 3-11 は透過率の方向依存性を検討すべく、巨視的流れ方向の角度を変えて行った計算結果を示す。いずれのべき指数においても、巨視的流れの角度  $\theta$  に透過率が鈍感であることが分かる。特にニュートン流体においてはほとんど  $\theta$  に依存せず、本構造体モデルが等方的透過率を表現するモデルとして妥当なものであることが分かる。

$\theta$  についてアンサンブル平均し決定した透過率を  $n = 0.5$ 、1 及び 1.5 について図 3-12 に示す。横軸は予備的考察を経て  $\varepsilon^{2n+1}/(1-\varepsilon)^{(n+1)/2}$  に選んでいる。ニュートン流体においては Ergun<sup>(10)</sup> の式 (Ergun の式では分母の係数は 150) と酷似した相関式が得られている。

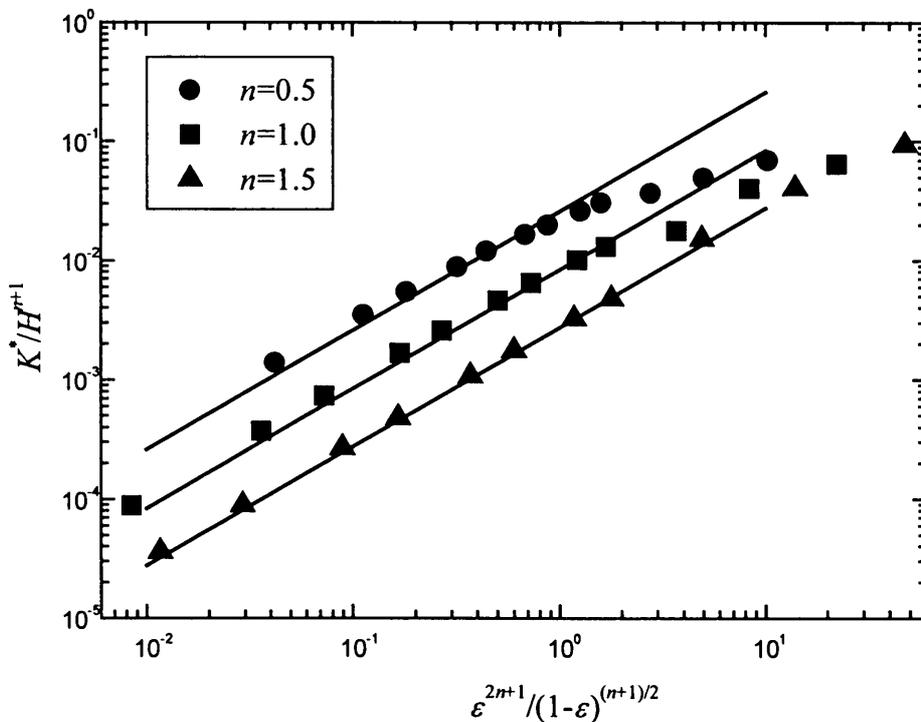


図 3-12 透過率の気孔率依存性

図 3-13 はべき指数に関する無次元透過率の変化を示しており、数値計算結果に基づく無次元透過率は Dharmadhikari-Kale の式を除きいずれの経験式とも、ほぼ良好な一致を示している。すなわち直径  $d_p$  の球の集合体の透過率は辺長  $D = d_p$  の角柱群のそれにほぼ対応するという興味深い結果が得られる。これは、同気孔率下の空間において、粘性が支

配的な場合には、構造体の幾何学的形状に流動抵抗が鈍感であることに起因している。原因としては以下のことが考えられる。角柱のコーナー部まわりの流れは、粘性が支配的な場合においては、剥離せず、強いせん断が形成される。しかし、コーナー部の面積的寄与が小さいため、全体の圧力降下にもたらす影響は大きくない。したがって、局所的な流れには大きな違いがあるものの、ひずみ速度の空間平均値は球と角柱とでほぼ同様な値をとると考えられる。

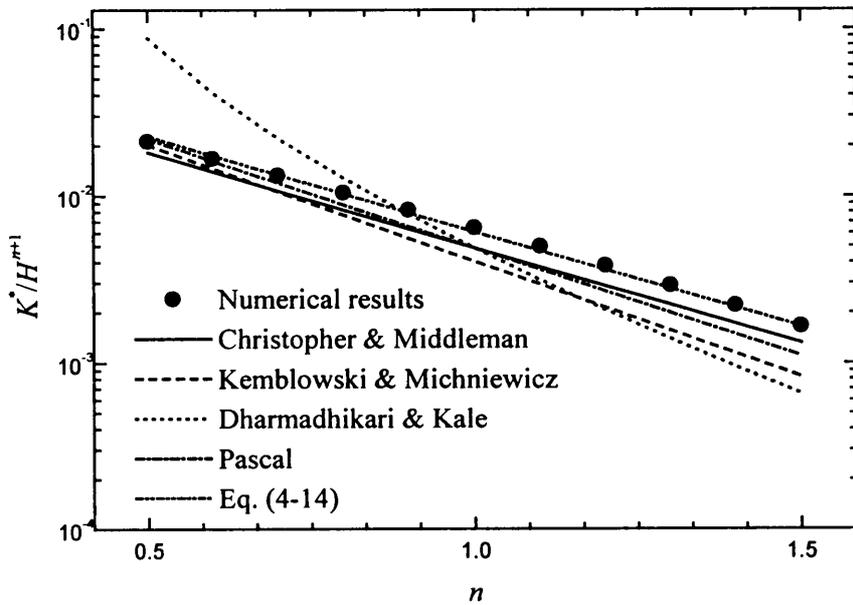


図 3-13 無次元透過率のべき指数依存性 ( $\varepsilon = 0.36$ )

高気孔率下において  $K^*/H^{n+1}$  は一定値に漸近する傾向にあり、そのレベルは、円柱の Oseen 解より予測される値、 $K^*/H^{n+1} \cong 1/4\pi$  に近いことが分かる。数値計算結果は (Dharmadhikari-Kale<sup>(11)</sup>の式を除き) 既存の経験式と概ね良好な一致を示すものの、多少高めの値を示している。そこで、もっとも簡略な Christopher-Middleman の式を採用し、迷路係数を修正し ( $C_l = 5/3$ )、以下の式を提案する。

$$K^* = \frac{3}{10} \left( \frac{n\varepsilon}{3n+1} \right)^n \left[ \frac{\varepsilon}{3(1-\varepsilon)} D \right]^{n+1} \quad (3-14)$$

### 3. 5 多孔質体慣性係数の決定

速度場の観察からわかるように高レイノルズ数域では、構造体まわりで後流及び剥離が発生しており、慣性項が支配的となっている。図 3-7 及び 3-8 に示すよう、慣性項が支配的な場合は巨視的圧力降下はレイノルズ数に比例して増加する。慣性係数  $b$  を変化させた場合の、気孔率及び巨視的流れ方向の影響を調べる。図 3-14 及び 3-15 は流れ方向を変化させた場合の、慣性係数  $b$  の変化を示す。 $\theta$  が増加すると共に慣性係数  $b$  は増加し、 $\theta = 45^\circ$  で最大値となる。同じ  $\theta$  においては、気孔率が小さい程、 $b$  が大きくなる傾向にある。自然界に存在する多孔質体内では、その流れの方向が様々に変化するものと考えられる。そこで、巨視的角  $\theta$  について、アンサンブル平均して無次元慣性係数  $b$  を求め図 3-16 に示す。横軸には Ergun が示した気孔率依存性を念頭に置き、 $(1-\varepsilon)^{1/2}/\varepsilon^3$  にとつてある。しかし慣性係数  $bH$  と  $(1-\varepsilon)^{1/2}/\varepsilon^3$  の間には線形性が認められない。すなわち、二次元モデルは透過率を決定するに十分なモデルであるが、慣性が支配的な多孔質体内流を表現するには不十分であることが分かる。流れが三次元的に迂回できるか否かは、形状抵抗に決定的な影響を与えるものと考えられる。

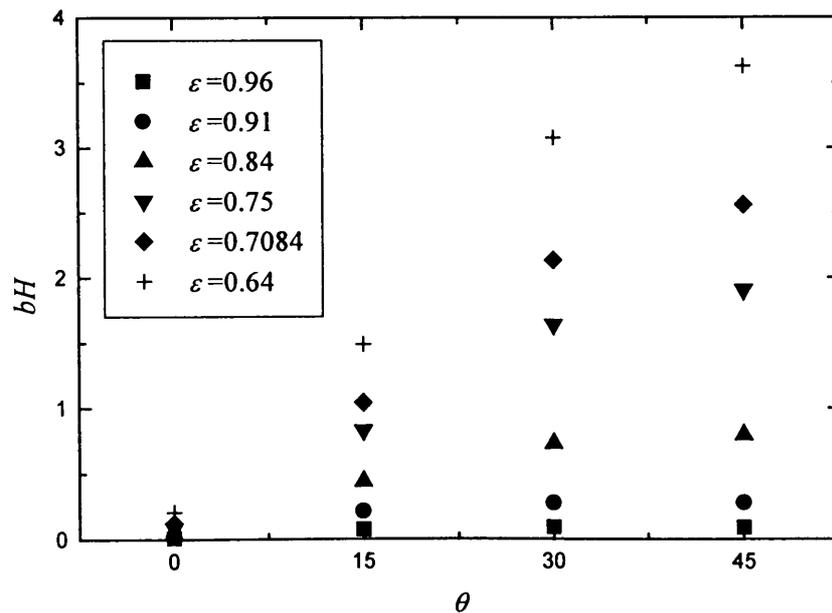


図 3-14 慣性係数の角度依存性 (低気孔率)

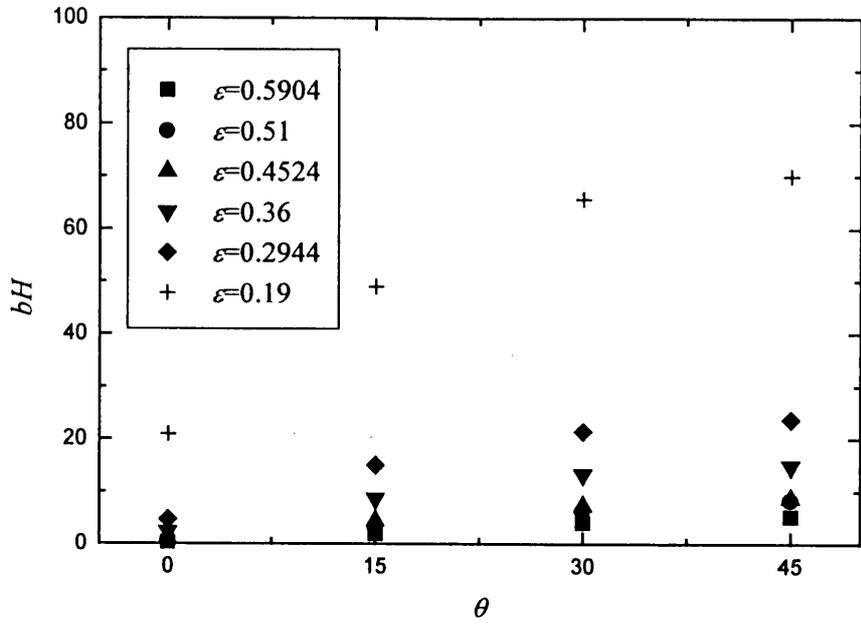


図 3-15 慣性係数の角度依存性 (高気孔率)

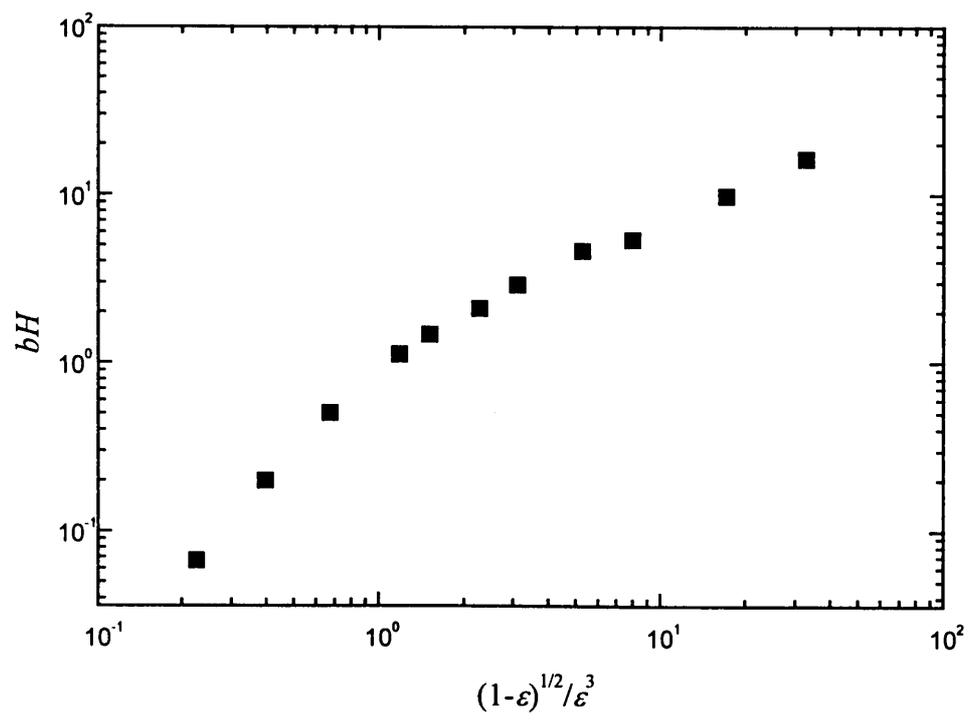


図 3-16 無次元慣性係数の気孔率依存性

### 3. 6 結言

多孔質体の構造体モデルとして規則的に配列された無限の角柱群を提案し、べき乗則非ニュートン流体流について微視的支配方程式を用いた直接的数値シミュレーションを実施し、以下に要約する結果を得た。

- (1) Nakayama-Shenoy が予測したように、レイノルズ数が高くなると圧力勾配は流体のべき指数に依存しなくなり、擬塑性流体もダイラタント流体もニュートン流体の値に漸近する。
- (2) 微視的結果を空間平均し求めた巨視的圧力勾配を Nakayama-Shenoy の修正ダルシー則と相関させ決定した透過率は巨視的流れの角度に極めて鈍感である。この事実は規則性を有する本構造体モデルが現実の不規則構造体の透過率を表現する上で充分妥当なモデルであることを示している。
- (3) 微視的結果に基づく透過率の理論値は、既存の経験式と良好な一致を示し、Christopher-Middleman の経験式における迷路係数を調整した次式で相関しうる。

$$K^* = \frac{3}{10} \left( \frac{n\varepsilon}{3n+1} \right)^n \left[ \frac{\varepsilon}{3(1-\varepsilon)} D \right]^{n+1}$$

- (4) 粒子群に関する Ergun の経験式との比較より、気孔率一定の下では、直径  $d_p$  の球の集合体の透過率は辺長  $D = d_p$  の角柱群のそれにほぼ対応することが分かる。
- (5) 二次元モデルに基づき決定した慣性効果に関する係数  $b$  は Nakayama-Shenoy の予測どおり、べき指数に依存しないが、巨視的流れの方向に大きく依存する。現実の多孔質体内の流れを模擬するに当たっては巨視的流れの方向に関しアンサンブル平均した値を用いれば良い。しかし、このようにして算出した慣性効果に関する係数  $b$  は気孔率との関係において Ergun の経験式に一致しないことから、高レイノルズ数下の慣性効果を表現する上で二次元モデルは不十分と考えられる。

## 参考文献

- (1) Nield, D. A. and Bejan, A., *Convection in porous media*, (1992), 5-19, Springer Verlag, New York.
- (2) Nakayama, A., *PC-aided numerical heat transfer and convective Flow*, (1995), CRC Press, Boca Raton.
- (3) Coulaud, O., Morel, P. and Caltagirone, J. P., “Numerical modeling of nonlinear effects in laminar flow through a porous media”, *J. Fluid Mech.*, 190, (1988), 393-407.
- (4) Kuwahara, F., Nakayama, A. and Koyama, H., “Numerical modeling of heat and fluid flow in a porous media”, *Proc. The 10 th Int. Heat Transfer Conf.*, 5, (1994), 309-314.
- (5) Patanker, S. V., *Numerical heat transfer and fluid flow*, Washington, D. C., (1980), 113-131.
- (6) 香月正司・中山顕, 熱流動の数値シミュレーション, (1994), 1, 森北出版.
- (7) Frank, M. White, *Viscous fluid flow*, McGraw-Hill, New York, (1974), 112-124.
- (8) Nakayama, A. and Shenoy, A. V., “A unified similarity transformation for Darcy and non-Darcy forced-, free-, and mixed convection heat transfer in non-Newtonian inelastic fluid-saturated porous media”, *The Chemical Engineering Journal*, 50, (1992), 33-45.
- (9) Christopher, R. H., and Middleman, S., “Power-law flow through a packed tube”, *Ind. Eng. Chem. Fundls.*, 4-4, (1965), 422-426.
- (10) Ergun, S., “Fluid flow through packed column”, *Chem. Eng. Prog.*, 48, (1952), 89-94.
- (11) Dharmadhikari, R. V., and Kale, D. D., “Flow of non-Newtonian fluids through porous media”, *Chem. Eng. Sci.*, 40, (1985), 527-529.
- (12) Kemblowski, Z., and Michniewicz, M., “A new look at the laminar flow of power-law fluids through granular beds”, *Rheol. Acta*, 18, (1979), 730-739.
- (13) Pascal, H., “Nonsteady flow of non-Newtonian fluids through a porous medium”, *Int. J. Eng. Sci.*, 21, (1983), 199-210.

## 第4章 多孔質体内非ニュートン流体流の三次元数値シミュレーション

前章では角柱を規則的に配置した二次元構造体モデルを提案し、流れ場の微視的数値計算結果を空間平均することで透過率と慣性係数の決定を試みた。しかし実存の多孔質体内の流れは複雑な三次元流れである。本章では多孔質体内の非ニュートン流体流の三次元性が巨視的圧力降下に及ぼす影響を把握すべく完全楕円型三次元運動量の式を用いた微視的数値解析を試みる。すなわち、多孔質構造体の三次元数値モデルとして規則配列された立方体からなる無限集合体を考える。気孔率、レイノルズ数、べき指数及び巨視的流れの方向を種々変え計算を実施し、一連の数値解析の結果に基づき、透過率及び多孔質体慣性効果に関する係数を純理論的に決定し、二次元モデルの結果及び経験式と比較・検討する。なお、二次元計算では、計算時間が1時間程度であるのに対し、三次元計算は約24時間に及ぶ膨大な計算時間を要する。

### 4.1 三次元数値モデル

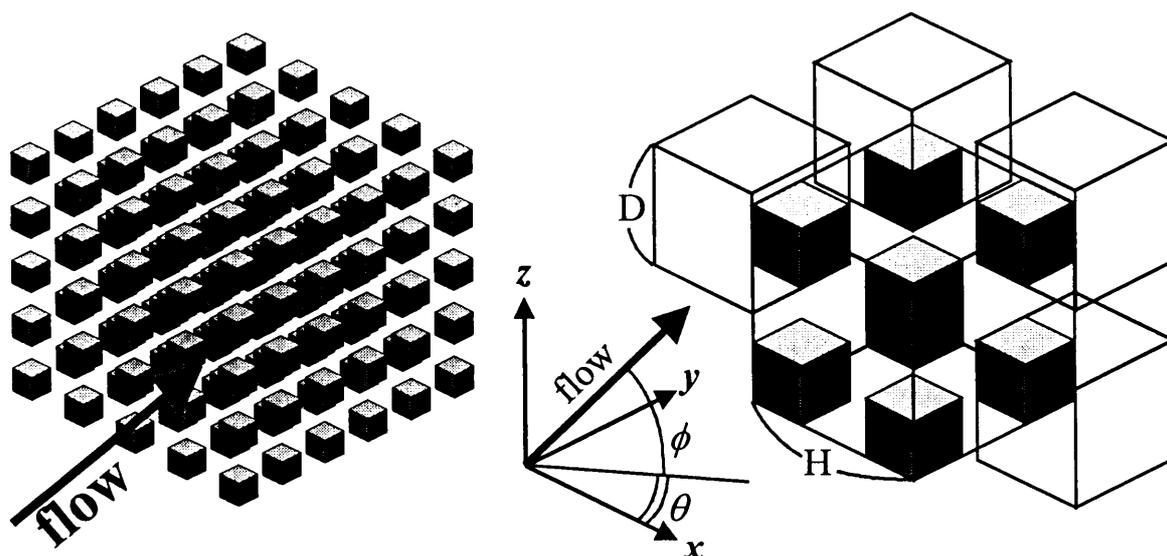
多孔質構造体の三次元数値モデルとして提案する規則配列された立方体からなる無限集合体を図4-1(a)に示す。幾何学的周期性に注目し、図4-1(b)に示す  $H \times H \times H$  の1ユニットを考える。巨視的一様な流れが構造体を通過するものとし、その巨視的流れのダルシー速度ベクトルを角度  $(\theta, \phi)$  を用いて以下のように表現する。

$$\langle \mathbf{u} \rangle = \langle u \rangle (\cos\theta \cos\phi \mathbf{i} + \sin\theta \cos\phi \mathbf{j} + \sin\phi \mathbf{k}) \quad (4-1)$$

巨視的流れの典型的な三方向を図4-1(c)に示す。気孔率は立方体の辺長  $D$  と構造体ユニットのサイズ（立方体の間隔）  $H$  の比を変えることで種々変化させることができる。

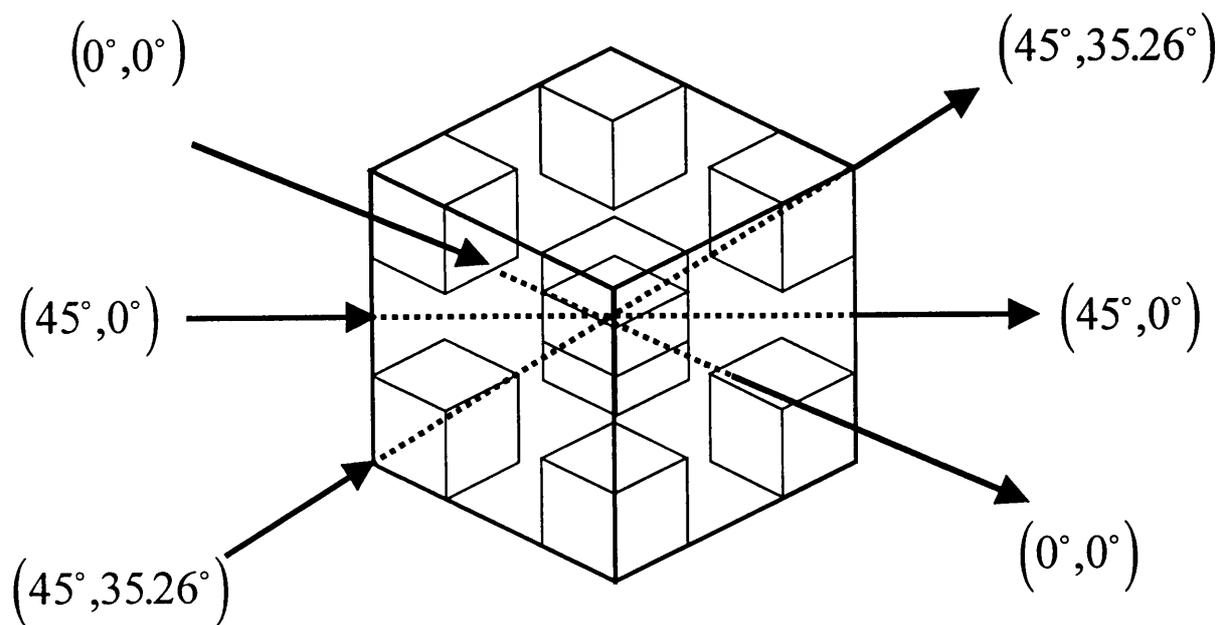
$$\varepsilon = 1 - \left( \frac{D}{H} \right)^3 \quad (4-2)$$

構造体を構成する要素として、球ではなく立方体を採用することの利点は、座標変換を必要としないこと、また気孔率が（原理的には）0から1まで変えられることにある。なお、Kuwaharaら<sup>(1)</sup>のニュートン流体に関する研究では、透過率の決定において、球群と立方体群のモデル間で殆ど差がないことが報告されている。



(a) 立方体群による多孔質構造体

(b) 構造体ユニット



(c) 巨視的流れの方向

図4-1 物理モデルと計算領域

#### 4. 2 基礎方程式、境界条件及び拘束条件

多孔質体内の非ニュートン流体は純粘性流体でべき乗則に従うものとする。その際、基礎方程式、すなわち連続の式及び運動量の式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (4-3)$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j u_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \mu^* \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Phi^{\frac{n-1}{2}} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (4-4)$$

計算領域としては図4-1(b)に示す  $H \times H \times H$  の1ユニットに注目し、壁面に対する境界条件として滑りなし条件を課す。

$$\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (4-5)$$

また周期境界面上では速度ベクトルの周期性を課す。

$$\mathbf{u}|_{x=0} = \mathbf{u}|_{x=H} \quad (4-6a)$$

$$\mathbf{u}|_{y=0} = \mathbf{u}|_{y=H} \quad (4-6b)$$

$$\mathbf{u}|_{z=0} = \mathbf{u}|_{z=H} \quad (4-6c)$$

さらに、角度  $(\theta, \phi)$  方向に向かう巨視的流れを表現すべく流量に関する拘束条件を課す。

$$\int_0^H \int_0^H u dy dz \Big|_{x=0} = \int_0^H \int_0^H u dy dz \Big|_{x=H} = H^2 \langle \mathbf{u} \rangle \cos \theta \cos \phi \quad (4-7a)$$

$$\int_0^H \int_0^H v dz dx \Big|_{y=0} = \int_0^H \int_0^H v dz dx \Big|_{y=H} = H^2 \langle \mathbf{u} \rangle \sin \theta \cos \phi \quad (4-7b)$$

$$\int_0^H \int_0^H w dx dy \Big|_{z=0} = \int_0^H \int_0^H w dx dy \Big|_{z=H} = H^2 \langle \mathbf{u} \rangle \sin \phi \quad (4-7c)$$

#### 4. 3 数値計算手法

数値計算においてはSIMPLE法<sup>(2)</sup>を用いた。使用した熱流体汎用プログラムは前章で用いた二次元プログラムを三次元に拡張したものである。三方向の運動量の式を順に解いた後、連続の式の変形である圧力補正式を解き、速度場と圧力場の補正が行われるといった手順で、解が収束するまで繰り返される。行列式の解法においても、二次元の場合と同様に線順法を用いており、二次元から三次元への配列の拡張に伴う変更以外は行っていない。三次元計算プログラムの精度を検証すべく、正方形断面流路内のニュートン流体発達流れについて事前に計算を実施した。Patankar-Spalding<sup>(3)</sup>及び中山・児山<sup>(4)</sup>の数値解と比較した結果、良好な一致を得た。

配列の周期性に留意し、 $H \times H \times H$ の立方体の最小構造に注目する。流れ場へのレイノルズ数の影響を考えるために、レイノルズ数を $Re_H$ を $10^{-2} \sim 10^3$ の範囲で変化させる。さらに、気孔率 $\varepsilon$ の影響を調べるため $D/H$ を変化させ、 $\varepsilon$ を $0.271 \sim 0.784$ の範囲で変化させる。今回用いた構造体モデル寸法を気孔率と共に図4-2に示す。

予備計算により格子数の依存性が無視しうることを確認の後、計算対象領域の1ユニットに $40 \times 40 \times 40$ の不等間隔格子を設定し計算を実施した。約4000回の反復計算の後、収束解が得られた。HP-UX A 9000/770による計算時間は1ケース当たり約24時間である。

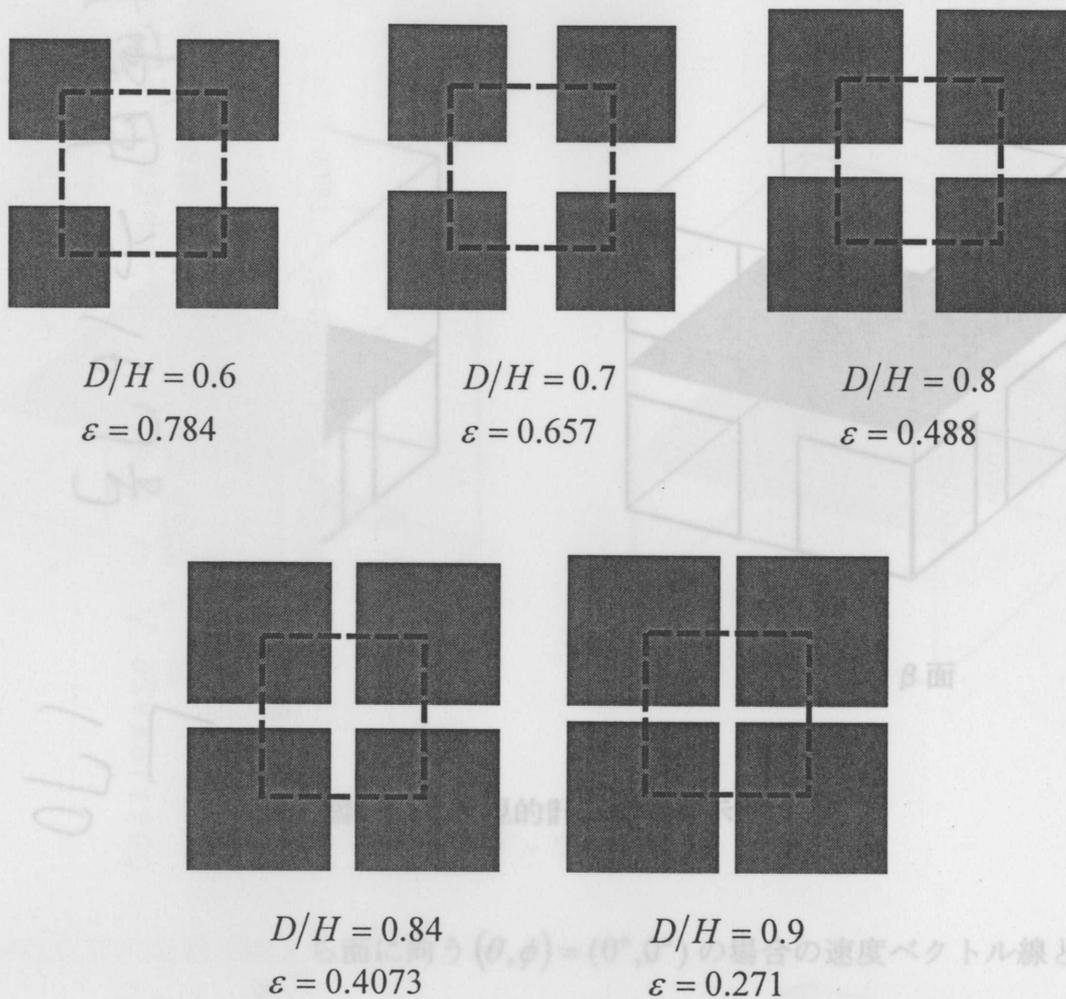


図4-2 構造体ユニット

#### 4. 4 微視的速度場及び微視的圧力場

微視的計算結果を検討するに際し、代表的な面として図4-3に示す $\alpha$ 及び $\beta$ 面に注目する。 $\alpha$ 面は多孔質構造体断面を一部分含むのに対し、 $\beta$ 面はそれを含まずユニットの中心の面に対応する。

気孔率 $\varepsilon = 0.488$ の下で巨視的流れ方向を代表的な3方向(図4-1(c)参照)に設定し、レイノルズ数 $Re_H = 10^{-2}$ 及び $10^3$ と変化させた時のベクトル図及び圧力分布図を示す。

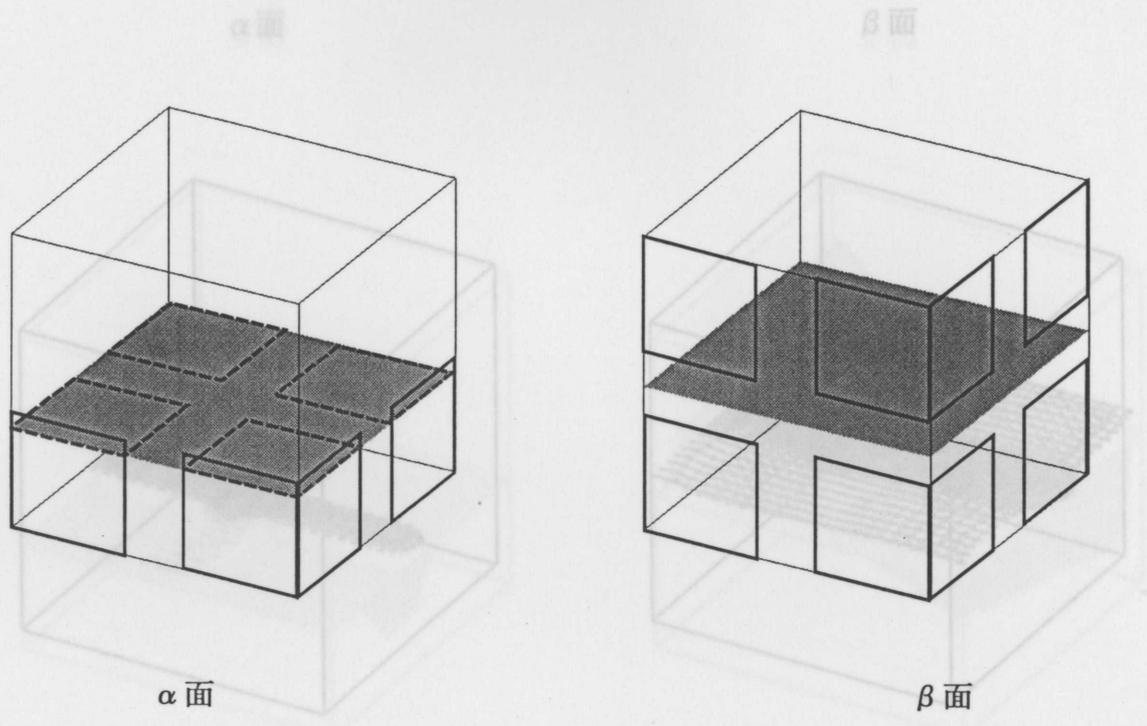


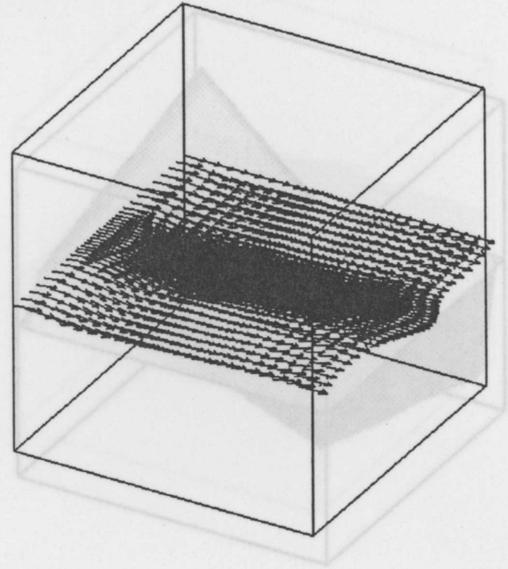
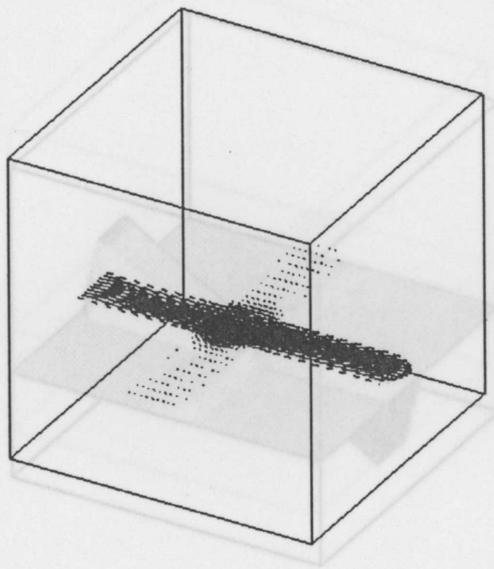
図4-3 微視的計算結果表示面

図4-4は巨視的流れが面から面に向う  $(\theta, \phi) = (0^\circ, 0^\circ)$  の場合の速度ベクトル線と圧力分布図である。レイノルズ数が低い時には流れは二次元の場合と同様なクエット流的速度分布を示しており、圧力も流路に沿って徐々に降下している。レイノルズ数が高くなると  $\alpha$  面では中心流路部分で速度レベルが上昇する傾向にある。これは三次元モデルにおいては、流れが迂回する自由度が増すため、中央部の空隙部に流れが集中するためと考えられる。図4-5においてはコーナー部で局所的に圧力が上昇していることが分かる。なお、図4-5の  $\beta$  面においては、圧力面に非対称性が認められる。これは流れが本質的に非定常であるためである。（したがって、巨視的圧力勾配の算出にあたっては、平均操作を行う必要がある。）図4-6及び4-7は巨視的流れが辺から辺に向う  $(\theta, \phi) = (45^\circ, 0^\circ)$  の場合を示す。 $\alpha$  断面においては二次元モデルの場合にほぼ対応する速度場が認められる。一方、 $\beta$  断面においては、構造体まわりを三次元的に迂回して流れるパターンが示されており、三次元モデルに特有な速度場が認められる。速度場に対応して、圧力場も極めて、複雑な三次元パターンを示している。

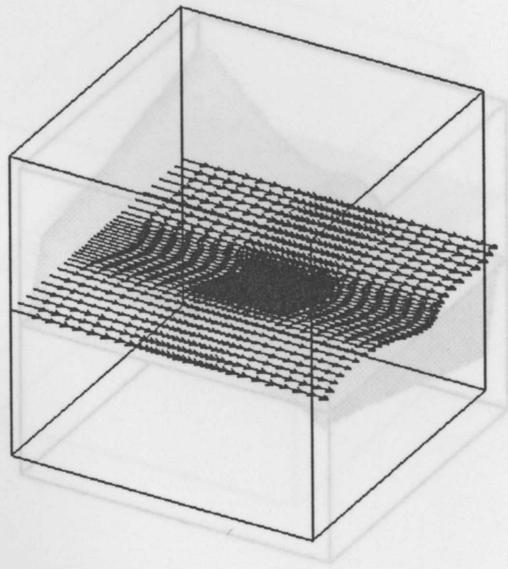
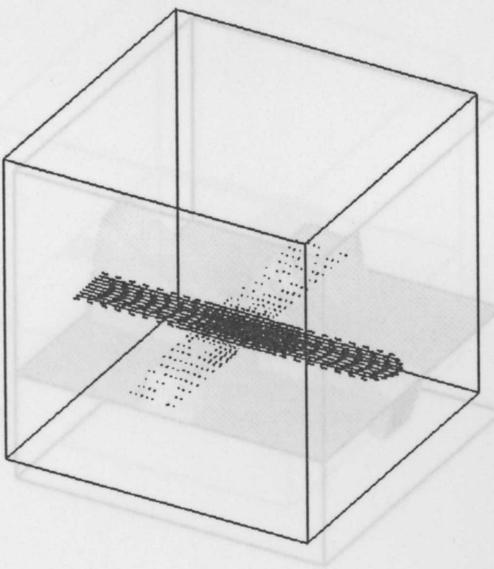
図4-4 速度ベクトル  $(\theta, \phi) = (0^\circ, 0^\circ)$

$\alpha$  面

$\beta$  面



$$Re_H = 10^{-2}$$

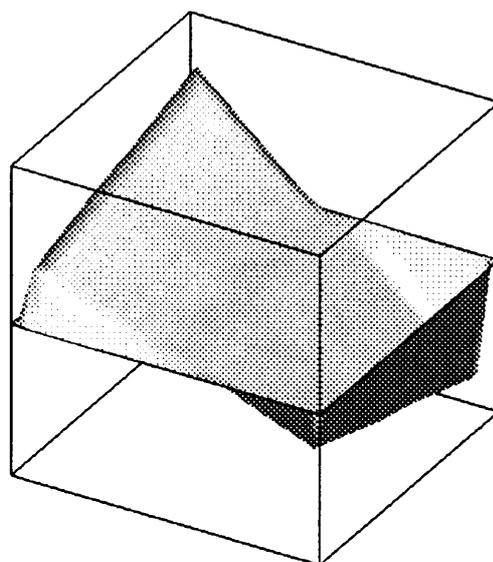
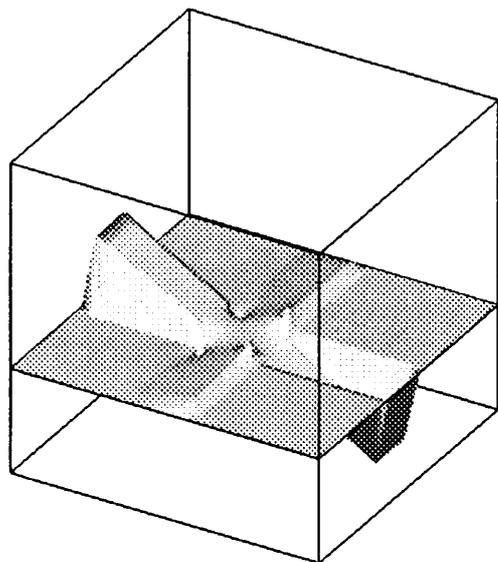


$$Re_H = 10^3$$

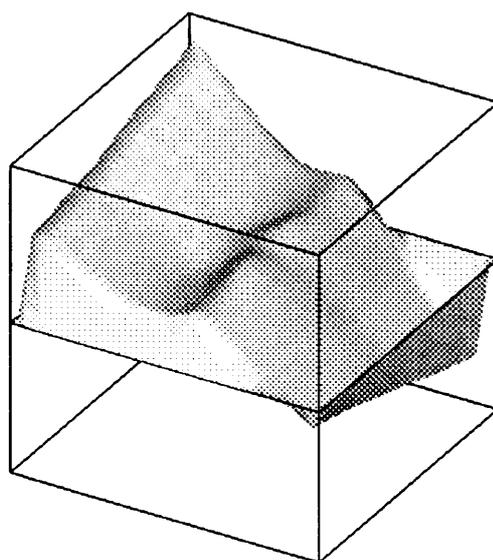
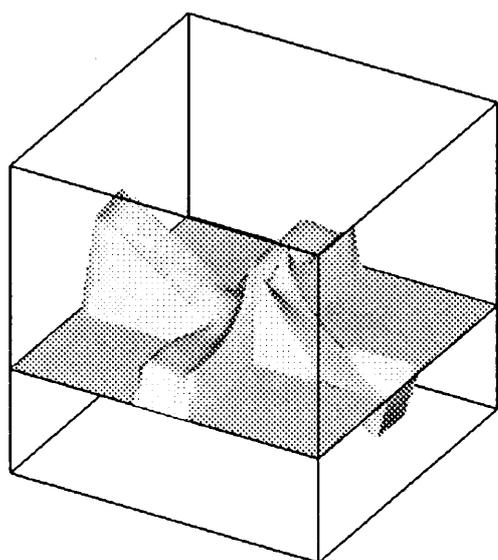
図 4-4 速度ベクトル  $(\theta, \phi) = (0^\circ, 0^\circ)$

$\alpha$  面

$\beta$  面



$Re_H = 10^{-2}$

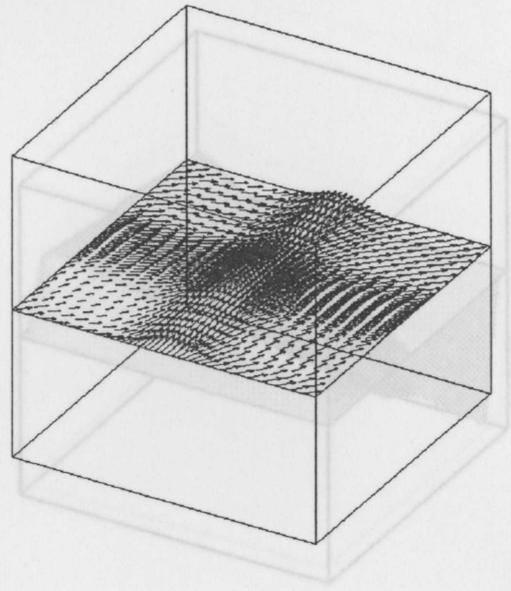
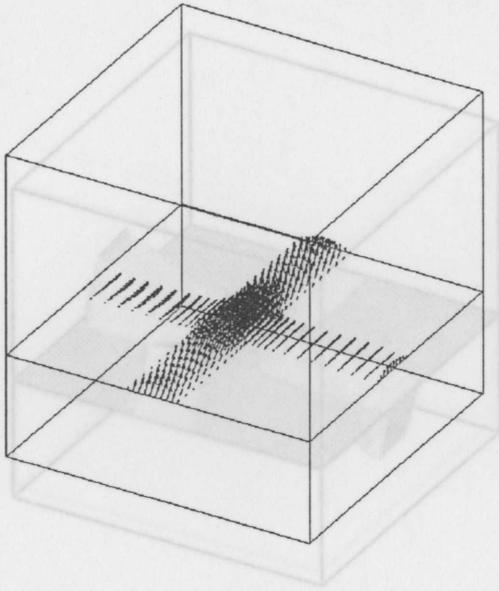


$Re_H = 10^3$

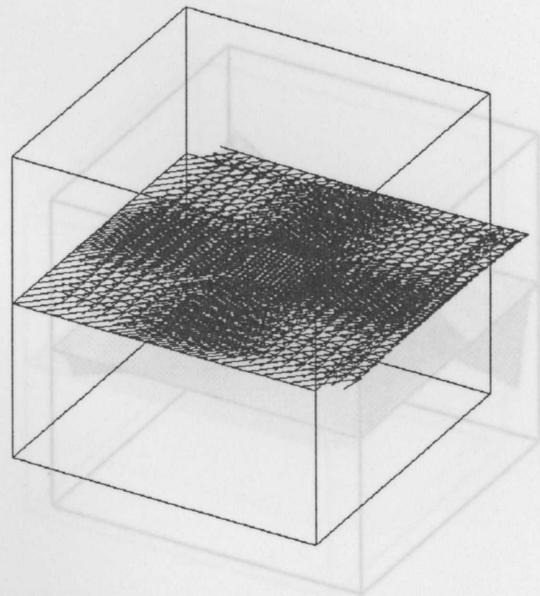
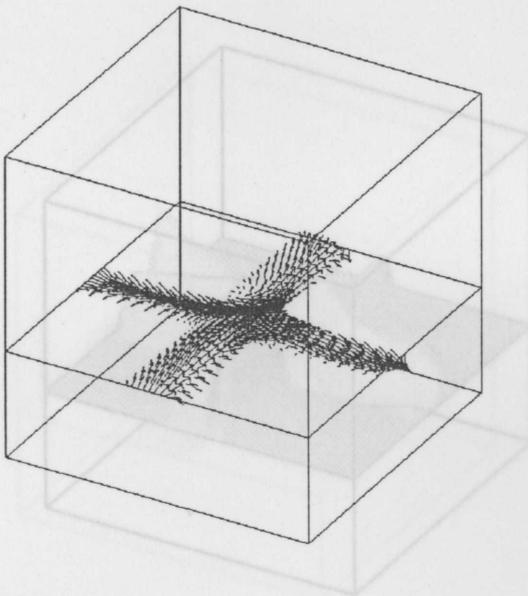
图 4-5 压力分布图  $(\theta, \phi) = (0^\circ, 0^\circ)$

$\alpha$  面

$\beta$  面



$$Re_H = 10^{-2}$$

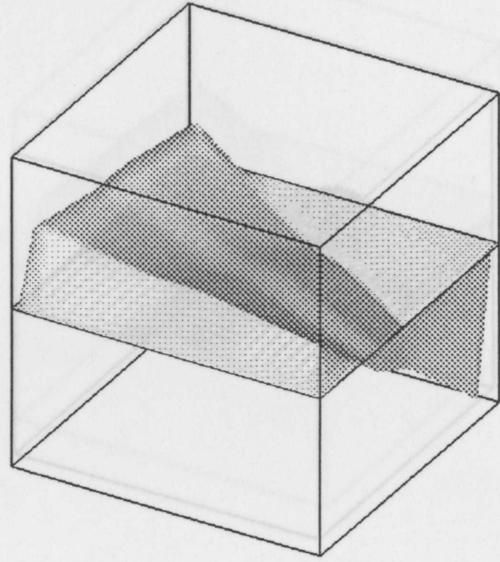
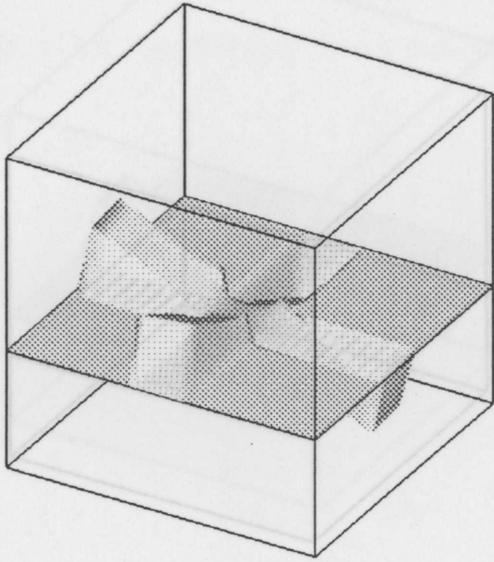


$$Re_H = 10^3$$

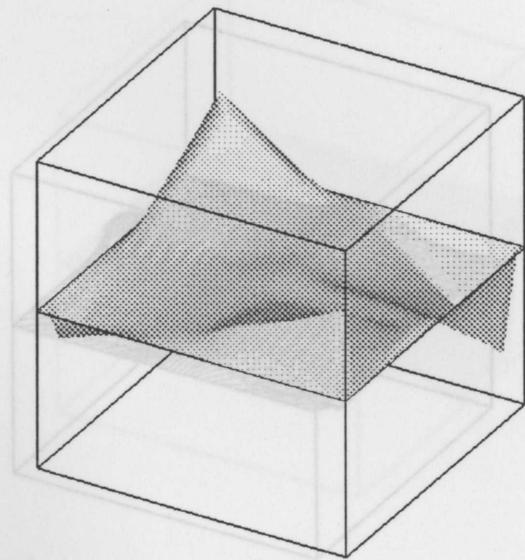
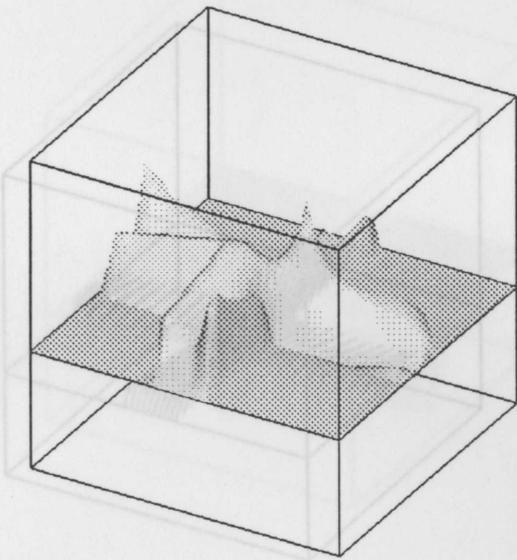
図 4-6 速度ベクトル  $(\theta, \phi) = (45^\circ, 0^\circ)$

$\alpha$  面

$\beta$  面



$$Re_H = 10^{-2}$$

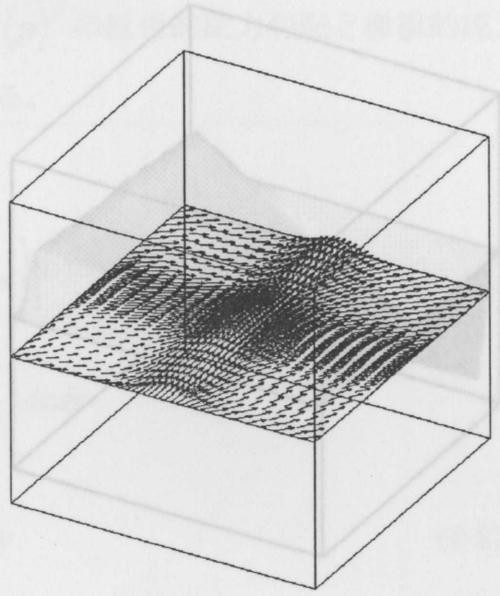
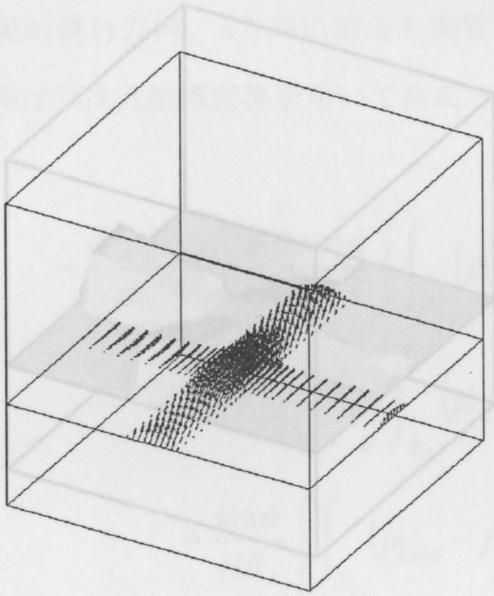


$$Re_H = 10^3$$

图 4-7 压力分布图  $(\theta, \phi) = (45^\circ, 0^\circ)$

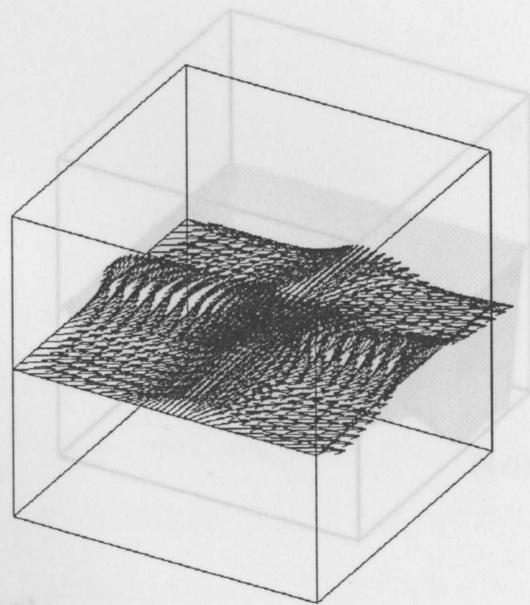
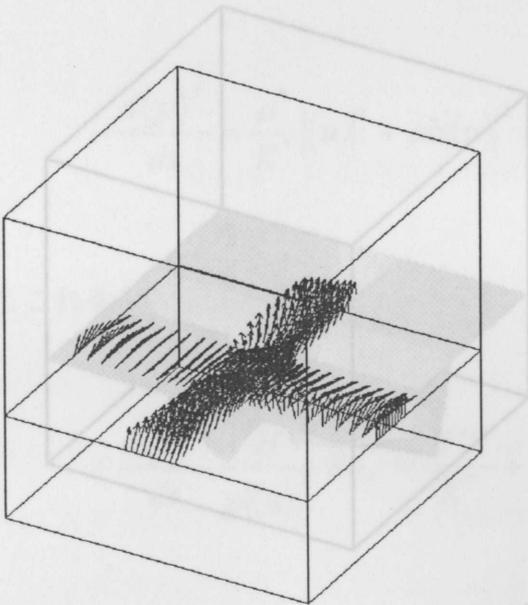
$\alpha$ 面  
 $\alpha$ 面

$\beta$ 面  
 $\beta$ 面



$$Re_H = 10^{-2}$$

$$Re_H = 10^{-2}$$



$$Re_H = 10^3$$

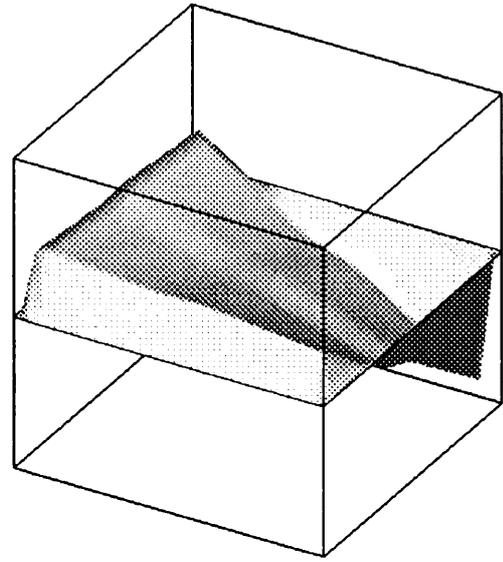
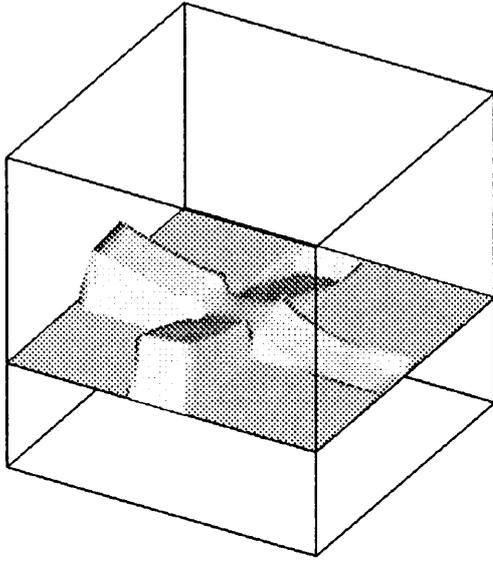
$$Re_H = 10^3$$

図4-9 圧力分布図( $\theta, \phi$ ) = (45°, 35.26°)

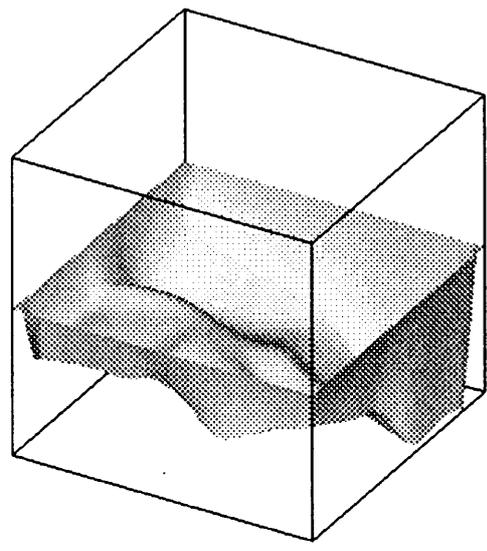
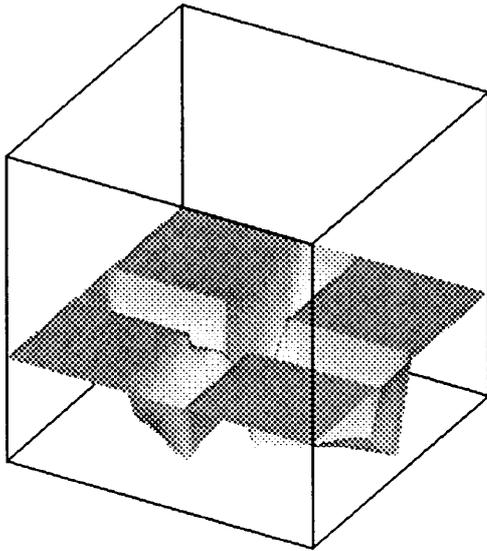
図4-8 速度ベクトル( $\theta, \phi$ ) = (45°, 35.26°)

$\alpha$  面

$\beta$  面



$$Re_H = 10^{-2}$$



$$Re_H = 10^3$$

图 4-9 压力分布图  $(\theta, \phi) = (45^\circ, 35.26^\circ)$

#### 4. 5 微視的圧力による透過率の決定

巨視的流れ方向、 $s$ 方向に沿った実質平均圧力 $\langle p \rangle^f$ の巨視的圧力勾配と微視的圧力 $p$ の関係は三次元座標変換を用いて次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 -\frac{d\langle p \rangle^f}{ds} &= \frac{\cos\theta \cos\phi}{HB_f} \iint_{B_f} (p|_{x=0} - p|_{x=H}) dydz \\
 &+ \frac{\sin\theta \cos\phi}{HB_f} \iint_{B_f} (p|_{y=0} - p|_{y=H}) dzdx \\
 &+ \frac{\sin\phi}{HB_f} \iint_{B_f} (p|_{z=0} - p|_{z=H}) dxdy
 \end{aligned} \tag{4-8}$$

ここで、 $B_f (= H^2 - D^2)$ は1構造体ユニットの流出入口の流路断面である。

べき乗則流体に対して提案したNakayama-Shenoy<sup>(5)</sup>の修正ダルシー則は、

$$-\frac{d\langle p \rangle^f}{ds} = \frac{\mu^*}{K^*} \langle \mathbf{u} \rangle^n + \rho b \langle \mathbf{u} \rangle^2 \tag{4-9}$$

またこれを無次元形で示すと

$$-\frac{d\langle p \rangle^f}{ds} \frac{H}{\rho \langle \mathbf{u} \rangle^2} Re_H = \frac{H^{n+1}}{K^*} + bHRe_H \tag{4-10}$$

数値計算を上式と相関させる手続きより透過率 $K^* [m^{n+1}]$ 及び多孔質体慣性項の係数 $b[1/m]$ を決定することができる。

図4-10は代表的な巨視的流れ方向に対しレイノルズ数の影響を調べるために $(\theta, \phi) = (0^\circ, 0^\circ), (45^\circ, 0^\circ), (45^\circ, 35.26^\circ)$  (図4-1(c)参照) に対し三次元計算し得た無次元透過率 $K^* / H^{n+1}$ を示したものである。低レイノルズ数域では流れ方向によらず一定値を示

す傾向は二次元モデルの場合と同様である。

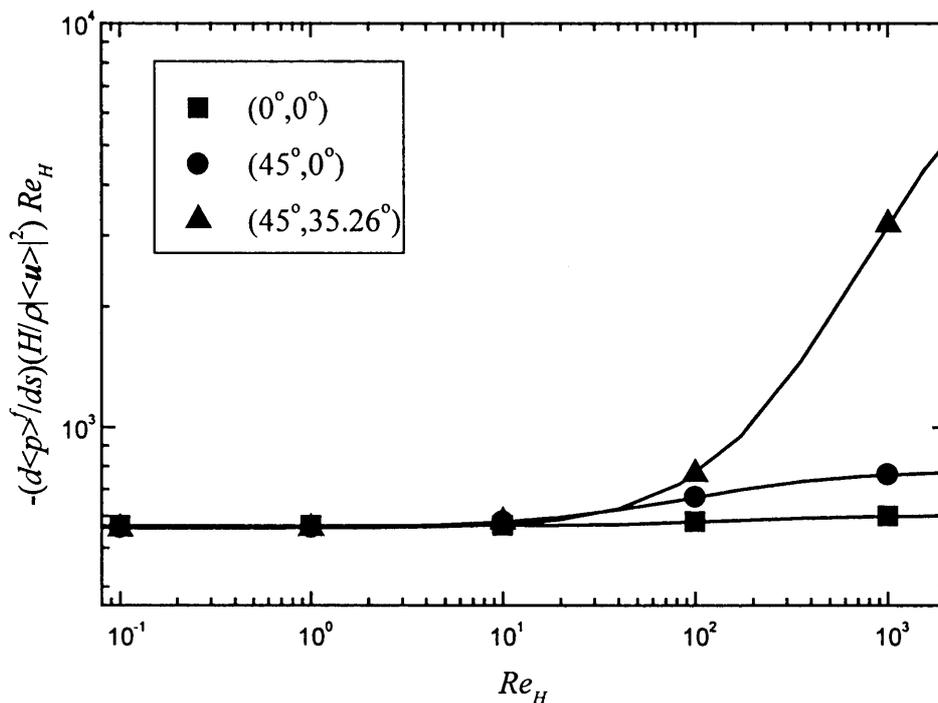


図4-10 巨視的圧力勾配とレイノルズ数の関係 ( $\varepsilon = 0.488$ )

図4-11及び図4-12はそれぞれ、 $\varepsilon = 0.488$ 、 $\varepsilon = 0.657$ の下で $(\theta, \phi) = (45^\circ, 35.26^\circ)$ 、 $n = 0.5$ 、 $1.0$ 及び $1.5$ の場合についてレイノルズ数を種々変え三次元計算を実行し得た結果を無次元圧力勾配（上式左辺）の形でレイノルズ数に対して示したものである。レイノルズ数が増加するにつれ、べき指数の値に依らず一本の直線に漸近する傾向にあり、本三次元数値計算結果が二次元計算の場合と同様、Nakayama-Shenoyの修正ダルシー式(4-10)と良く相関できることがわかる。同図における縦軸との切片の値は上式(4-10)の右辺第一項に対応しており、これより透過率を決定すれば良い。

図4-13はべき指数に対して巨視的流れ方向の影響を調べるために3種類の巨視的流れの方向 $(\theta, \phi) = (0^\circ, 0^\circ), (45^\circ, 0^\circ), (45^\circ, 35.26^\circ)$ に対し三次元計算し得た無次元透過率 $K^* / H^{n+1}$ をべき指数 $n = 0.5, 1.0, 1.5$ の場合について示したものである。いずれのべき指

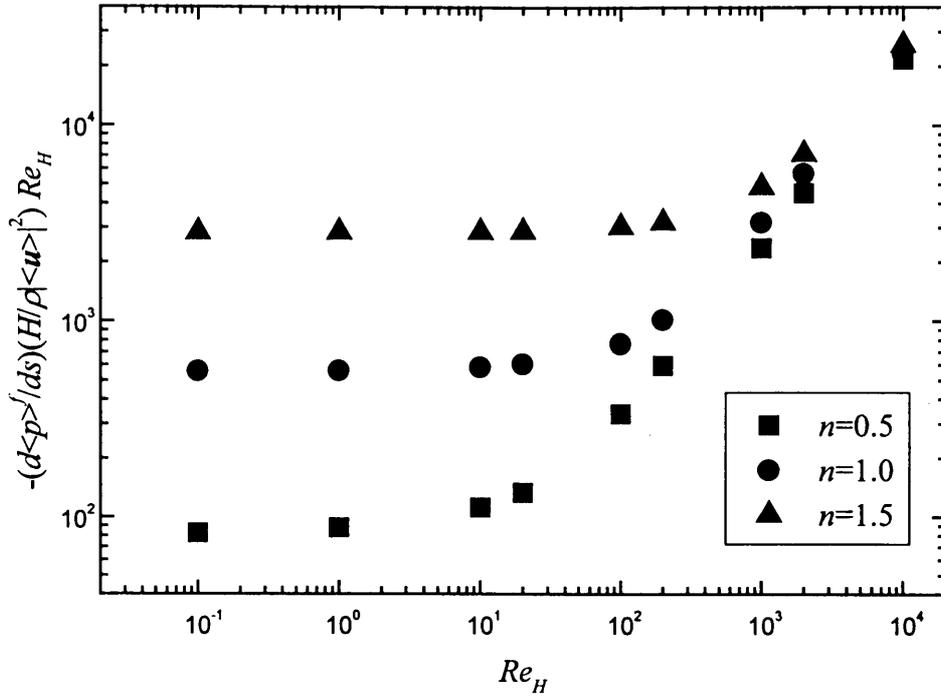


図4-11 粘性支配から慣性支配への遷移 ( $\varepsilon = 0.488$ )

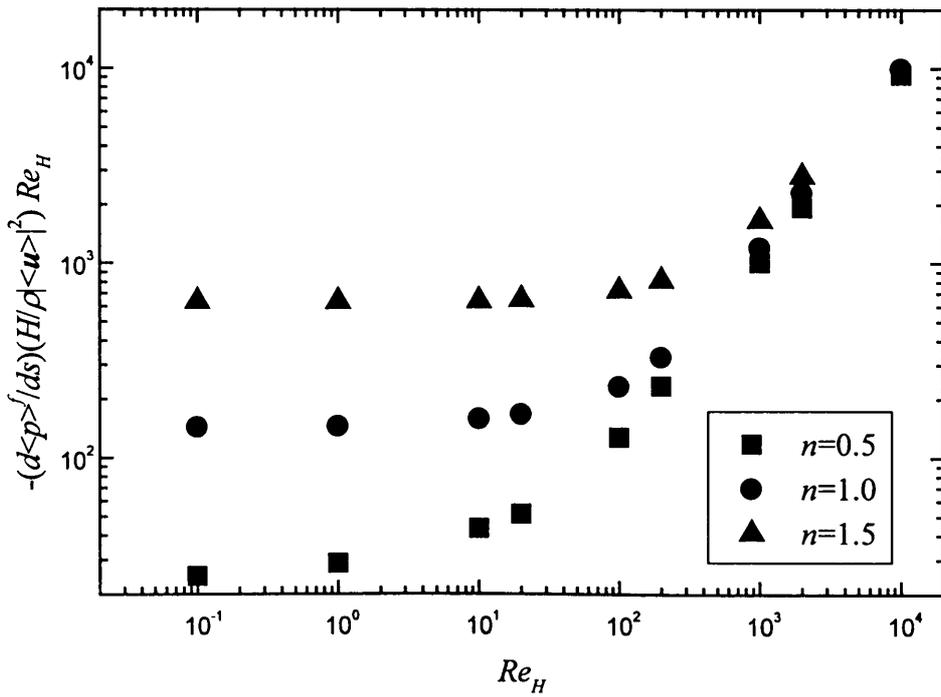


図4-12 粘性支配から慣性支配への遷移 ( $\varepsilon = 0.657$ )

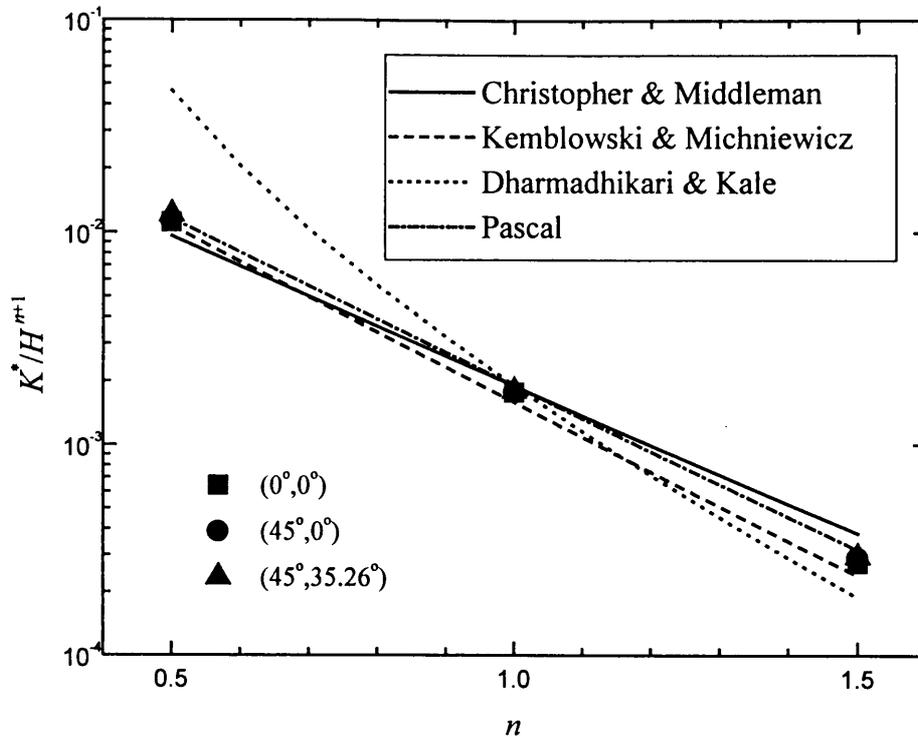


図4-13 透過率の流れ方向依存性

数においても透過率が巨視的流れ方向に依存しないことが本三次元計算においてあらためて確認することができる。Dharmadhikari-Kale<sup>(6)</sup>の式を除く既存の経験式<sup>(7)(8)(9)</sup>と数値計算は良好な一致を示している。

図4-14は経験式として、Christopher-Middlemanの式に注目し本三次元計算結果と比較したものである。横軸には予備的考察を経て $\varepsilon^{2n+1}/(1-\varepsilon)^{2(n+1)/3}$ をとっている。本三次元計算結果は、気孔率の大きいところで擬塑性流体 ( $n=0.5$ ) で若干高めの透過率を、またダイラタント流体 ( $n=1.5$ ) で若干低めの透過率を示すものの、概ね良好な一致を示している。以上より直径  $d_p$  の球の集合体の透過率は辺長  $D=d_p$  の立方体群のそれにほぼ対応するという結論が導かれる。二次元角柱モデルにおいては透過率が Christopher-Middlemanの式より高めに予測されたが、三次元モデルにおいてはほぼ同じレベルの予測が可能であることが分かる。

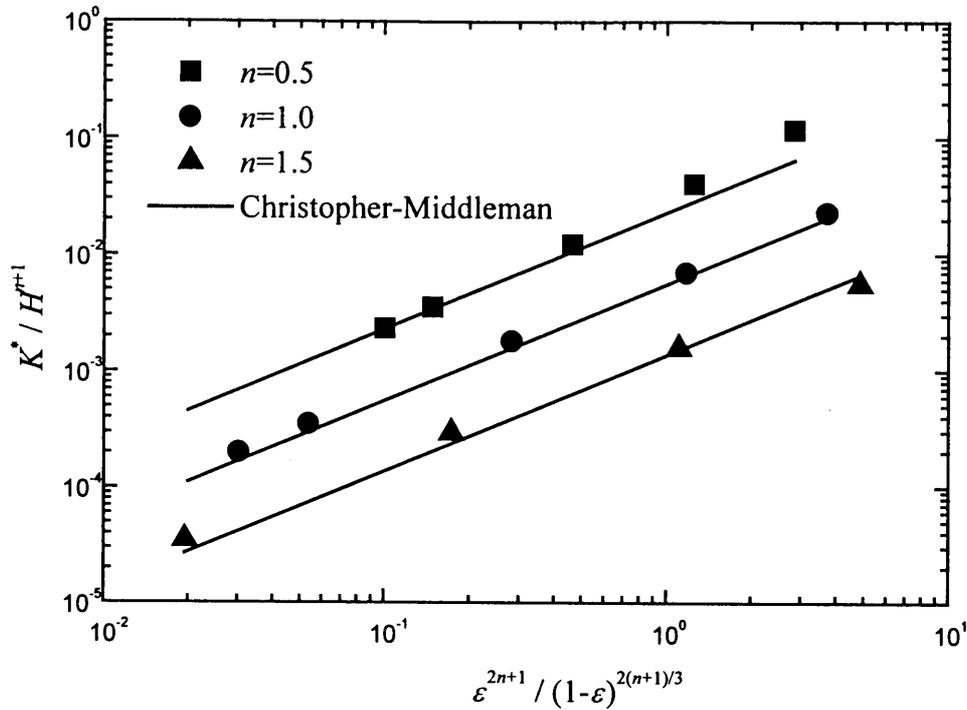


図4-14 透過率の決定

#### 4. 6 多孔質体慣性係数の決定

Nakayama-Shenoyは多孔質体慣性効果による抵抗が粘性抵抗（ダルシー抵抗）より卓越するにつれ、圧力降下のべき指数への依存性が消失するとし、多孔質体慣性効果に係わる係数 $b$ はニュートン流体の場合と同一の表現で与えられると予測した。すなわち測定値と概ね良好な一致を示すとされるErgun<sup>(10)</sup>の式を採用するとすれば以下で与えられる。

$$b = 1.75 \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon^3} \frac{1}{D} \quad : \text{Ergunの式} \quad (4-11)$$

第3章での議論で明らかのように、二次元数値計算結果においては、係数 $bD$ と

$(1-\varepsilon)/\varepsilon^3$  の間に比例関係は認められない。すなわち、二次元モデルはダルシー項をうまく表現しうるものの、多孔質体慣性効果を適切に表現しえないことがわかる。これは形状抵抗が支配的な場においては構造体の幾何学的三次元性を配慮することが不可欠であることを示唆している。

図4-15は $\phi = 0$ の下で、 $(\theta, \phi) = (0^\circ, 0^\circ)$ （面から面）の流れから $(\theta, \phi) = (45^\circ, 0^\circ)$ （辺から辺）の流れへと $\theta$ を徐々に変化させた場合の慣性係数の変化を示す。この場合、流れの方向が構造体の上下面平行となることから形状抵抗も大きく変化せず、慣性係数 $b$ に $\theta$ の変化の影響はほとんど現れない。それに対し、図4-16に示す $\theta = 45^\circ$ の下で、 $(\theta, \phi) = (45^\circ, 0^\circ)$ （辺から辺）の流れから $(\theta, \phi) = (45^\circ, 35.26^\circ)$ （コーナーからコーナー）の流れへと、 $\phi$ を徐々に変化させた場合には、慣性係数が大きく変化し、 $\phi = 20^\circ$ 付近で最大値を示す。

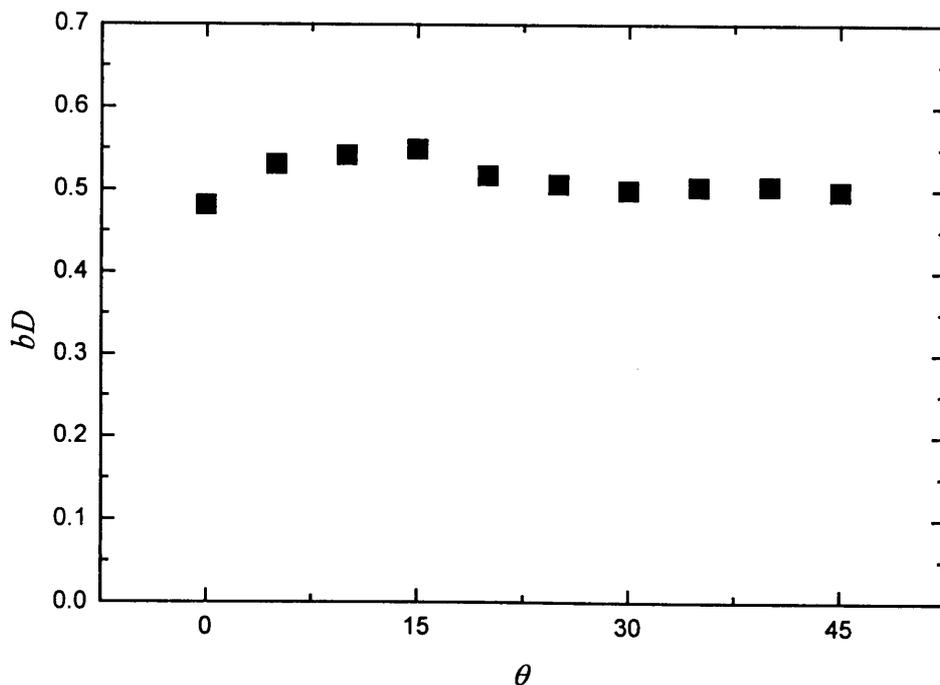


図4-15 慣性係数の流れ方向依存性

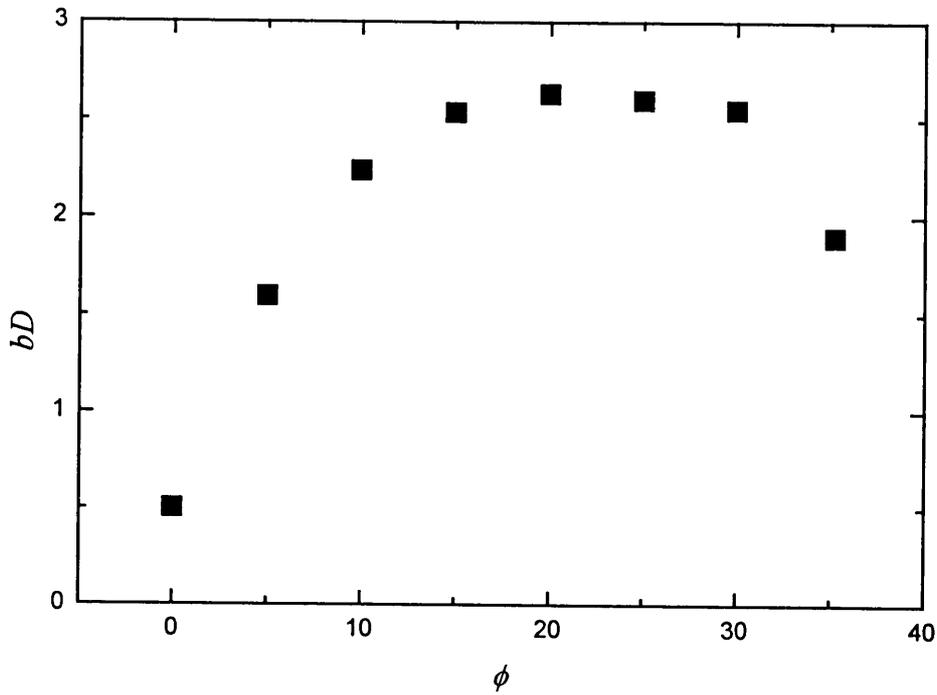


図4-16 慣性係数の流れ方向依存性

本三次元計算を基に決定した係数  $bD$  を代表的な 3 種類の流れについて示したのが図4-17である。これより、 $bD$  と  $(1-\varepsilon)/\varepsilon^3$  間に比例関係が存在することがわかる。このように三次元構造体モデルを採用することで、二次元構造体モデルにおいては表現し得ない多孔質構造体の慣性効果を的確に表現することが可能となる。ただし、比例定数は巨視的流れの方向に強く依存し、 $(\theta, \phi) = (45^\circ, 35.26^\circ)$  (コーナーからコーナー) で高く、 $(\theta, \phi) = (0^\circ, 0^\circ)$  (面から面) で低い値をとる。ランダムな構造を有する実在の多孔質体においては流体塊が進行する際、その方向を様々に変える。この事実を考慮すべく、 $bD$  の係数を決定するにあたっては、 $(\theta, \phi)$  を種々変え計算を実行し、その平均値を算出する。

$$\frac{4}{\pi \tan^{-1}(1/\sqrt{2})} \int_0^{\tan^{-1}(1/\sqrt{2})} \int_0^{\pi/4} bD \left( \frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon} \right) d\theta d\phi \cong 0.4 \quad (4-12)$$

すなわち

$$b = 0.4 \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \frac{1}{D} \quad : \text{本数値モデル} \quad (4-13)$$

このように、本数値モデルによる値はErgunの式のその1/4程度であり、低めに予測される傾向にある。これは構造体の規則性に深く関連しており、規則性を有する構造体モデルに本質的な現象と考えられる。現実の多孔質体内の多孔質体慣性効果のレベルをよりの確に予測するには、構造体の幾何学的不規則性また微視的流れの非定常性等を考慮する必要があると考えられる。特に、一ユニットに周期境界条件を課し、流れの角度を変化させ計算した結果をアンサンブル平均した値には、ユニットとユニット間で生ずる抵抗が考慮されていない点に問題があると考えられる。

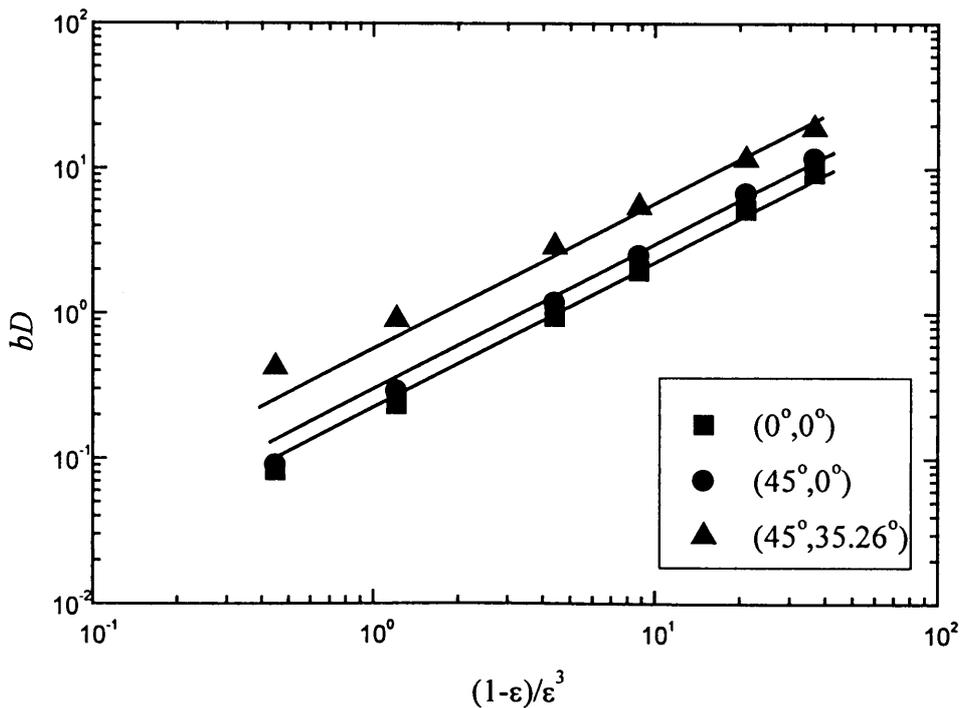


図4-17 三次元モデルにおける多孔質体慣性係数

#### 4. 7 結言

多孔質の三次元構造体モデルとして規則的に配列された無限の立方体群を提案し、ベキ乗則非ニュートン流体流について微視的三次元数値シミュレーションを実施し、以下に要約する結果を得た。

- (1) 三次元構造体モデルを用いた微視的結果に基づく透過率の理論値は、二次元構造体モデルに基づく結果と同様に、既存の経験式と良好な一致を示す。
- (2) 粒子群に関するErgunの経験式との比較より、気孔率一定の下では、直径 $d_p$ の球の集合体の透過率は辺長 $D = d_p$ の立方体群のそれにほぼ対応することが分かる。
- (3) 二次元モデルでは表現し得ない多孔質体慣性効果が、三次元モデルにおいては気孔率との関数関係において的確に表現しうる。ただし、そのレベルは実験的に観測されるものの1/4程度と低めに予測される。現実の多孔質体の多孔質体慣性効果のレベルを的確に予測するには、構造体の幾何学的不規則性また微視的流れの非定常性を考慮する必要がある。

#### 参考文献

- (1) Kuwahara, F., Nakayama, A. and Koyama, H., “Numerical modeling of heat and fluid flow in a porous modering”, Proc. The 10 th Int. Heat Transfer Conf., 5, (1994), 309-314.
- (2) Patankar, S. V., *Numerical heat transfer and fluid flow*, Washington, D. C., (1980), 113-131.
- (3) Patankar, S. V. and Spalding, D. B., “A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimension parabolic flows”, Int. J. Heat Mass Transfer, 15, (1972), 1787-1806.
- (4) 中山・児山、 “任意座標および速度系に基づく内部流れの一解析手法”, 日本機械学会論文集, 50巻, 460号, B編, (1984), 3091-3098.
- (5) Nakayama, A. and Shenoy, A. V., “A unified similarity transformation for Darcy and non-

- Darcy forced-, free-, and mixed convection heat transfer in non-Newtonian inelastic fluid-saturated porous media”, *The Chemical Engineering Journal*, 50, (1992), 33-45.
- (6) Dharmadhikari, R. V., and Kale, D. D., “Flow of non-Newtonian fluids through porous media”, *Chem. Eng. Sci.*, 40, (1985), 527-529.
  - (7) Christopher, R. H., and Middleman, S., “Power-law flow through a packed tube”, *Ind. Eng. Chem. Fundls.*, 4-4, (1965), 422-426.
  - (8) Kemblowski, Z., and Michniewicz M., “A new look at the laminar flow of power-law fluids through granular beds”, *Rheol. Acta* 18, (1979), 730-739.
  - (9) Pascal, H., “Nonsteady flow of non-Newtonian fluids through a porous medium”, *Int. J. Eng. Sci.*, 21, (1983), 199-210.
  - (10) Ergun, S., “Fluid flow through packed column”, *Chem. Eng. Prog.*, 48, (1952), 89-94.

度及び温度場を次式で表現する。

## 第5章 多孔質体内非ニュートン流体熱流動における熱分散

$$\langle u \rangle = |\langle u \rangle| (\cos \theta i + \sin \theta j) \quad (5-1)$$

本章においては、ニュートン流体の熱分散の計算として提案された桑原-中山<sup>(1)</sup>の手法を、多くの工業的応用面において遭遇する非ニュートン流体の熱流動を把握すべく、べき乗則流体の強制熱流動問題に拡張する。多孔質構造体モデルとして二次元角柱群で構成される無限集合体を考え、巨視的に一様なべき乗則非ニュートン流体流れに対し垂直に巨視的温度勾配が印加された場合について微小構造体内における直接的数値シミュレーションを実施する。その際、気孔率、レイノルズ数、べき指数、巨視的流れの方向を種々変え計算を行い、一連の数値計算結果を空間平均し、熱分散を純理論的に決定する。

### 5.1 数値モデル

無限の二次元角柱群から構成される多孔質構造体を通る巨視的に一様な流れを考える。巨視的流れ方向を角度 $\theta$ で表現する。

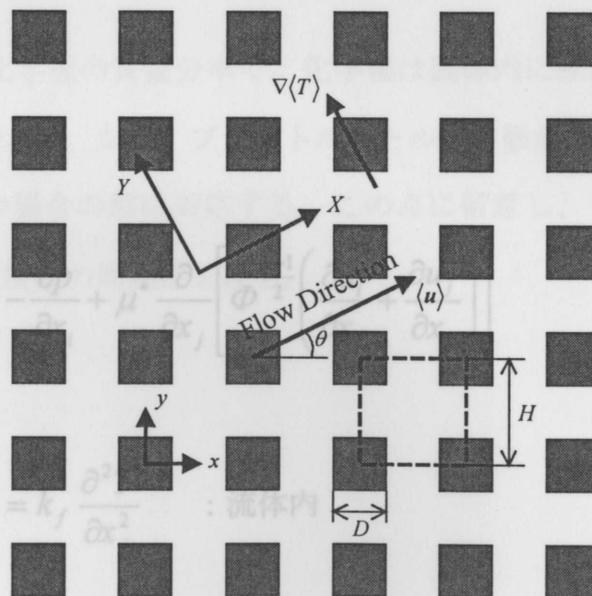


図5-1 数値モデル

巨視的流れの方向と垂直に巨視的に線形な温度勾配が印加されているとして、巨視的速

度及び温度場を次式で表現する。

$$\langle \mathbf{u} \rangle = \langle |\mathbf{u}| \rangle (\cos\theta \mathbf{i} + \sin\theta \mathbf{j}) \quad (5-1)$$

$$\nabla \langle T \rangle = \frac{\Delta T}{H} (\sin\theta \mathbf{i} + \cos\theta \mathbf{j}) \quad (5-2)$$

今、図5-1に破線で示す一構造体ユニットに注目し、周期境界条件を適用する。巨視的流れの角度 $\theta$ 、レイノルズ数 $Re_H$ 、気孔率 $\varepsilon$ 、プラントル数 $Pr$ 及びべき指数 $n$ を変化させ、有限体積法による数値実験を実施する。

## 5. 2 基礎方程式及び境界条件

純粘性流体がべき乗則に従うとして、連続の式、運動方程式、物質移動の式、流体及び固体のエネルギー式は次のように示される。

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (5-3)$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial x_j} u_j u_i = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu^* \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Phi^{\frac{n-1}{2}} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (5-4)$$

$$\rho_f C_{p_f} \frac{\partial u_j T}{\partial x_j} = k_f \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} \quad : \text{流体内} \quad (5-5)$$

$$k_s \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} = 0 \quad : \text{固体内} \quad (5-6)$$

$$\rho_f \frac{\partial u_j m}{\partial x_j} = \rho_f D \frac{\partial^2 m}{\partial x_j^2} \quad : \text{流体内} \quad (5-7)$$

境界条件および拘束条件は以下で与えられる。壁面上では no-slip 条件, 温度及び熱流束の連続性を課す。

$$\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (5-8)$$

$$T_s = T_f \quad (5-9)$$

$$k_s \frac{\partial T}{\partial Y} \Big|_s = k_f \frac{\partial T}{\partial Y} \Big|_f \quad (5-10)$$

$$\frac{\partial m}{\partial Y} \Big|_s = 0 \quad (5-11)$$

ここで  $m$  は注目する化学種の質量分率で、化学種は固体内に拡散しないものとする。化学反応は生じないものとし、かつ、プラントル数とルイス数が等しいとすれば、物質移動の式の解は、 $k_s = 0$  の場合の解に対応する。この点に留意し、ここでは、また周期境界面上では速度場及び温度場の周期性を課す。

$$\mathbf{u} \Big|_{x=0} = \mathbf{u} \Big|_{x=H} \quad (5-12a)$$

$$\mathbf{u} \Big|_{y=0} = \mathbf{u} \Big|_{y=H} \quad (5-12b)$$

$$\int_0^H u dy \Big|_{x=0} = \int_0^H u dy \Big|_{x=H} = H \langle \mathbf{u} \rangle \cos \theta \quad (5-13a)$$

$$\int_0^H v dx \Big|_{y=0} = \int_0^H v dx \Big|_{y=H} = H \langle \mathbf{u} \rangle \sin \theta \quad (5-13b)$$

$$T \Big|_{x=0} = T \Big|_{x=H} + \Delta T \sin \theta \quad (5-14a)$$

$$T \Big|_{y=0} = T \Big|_{y=H} - \Delta T \cos \theta \quad (5-14b)$$

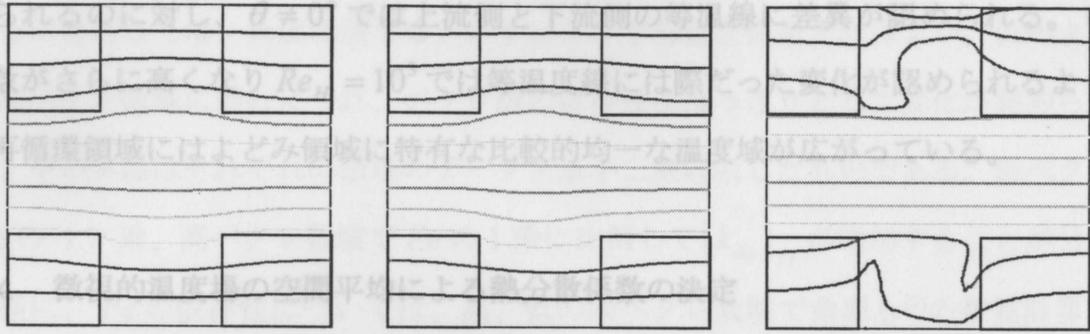
流れ場及び温度場へのレイノルズ数の依存性を検証するため、レイノルズ数を  $Re_H = 10^{-2} \sim 10^4$  の範囲で変化させ計算を行なう。また、気孔率  $\varepsilon = 1 - (D/H)^2$  の効果を検討するため  $(D/H)$  を変化させ  $\varepsilon = 0.19 \sim 0.81$  の範囲で計算を行なう。数値計算においては、SIMPLE法<sup>(2)</sup>に基づく二次元汎用プログラムSUNSET<sup>(3)</sup>に修正を加えたものを用いた。一構造体ユニットからなる計算領域に50x50の格子点を配置し計算を行なった。なお、計算結果に対する格子数の依存性が無視しうることを確認してある。計算はCONVEX220で実施し約4000回の反復計算の後、収束解が得られ、1ケース当たりの計算は約3時間であった。

### 5. 3 微視的温度場

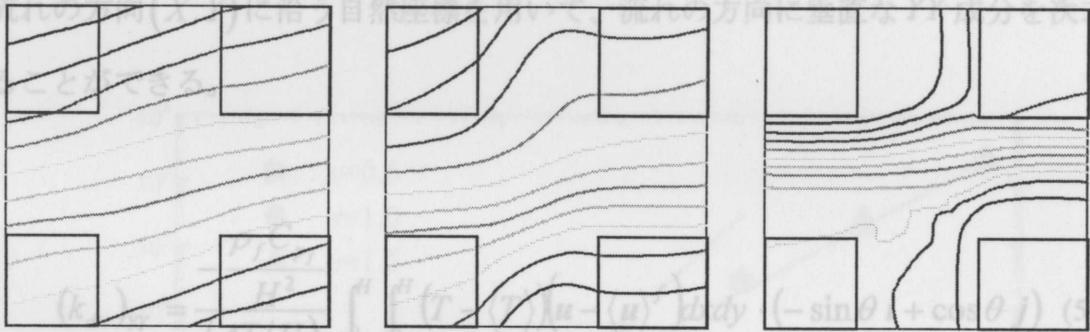
微視的温度場の計算結果の一例として、 $\varepsilon = 0.64, Pr = 1, k_s/k_f = 2$  (水とガラス) の下で、 $\theta = 0, 45^\circ$   $Re_H = 0.1, 10, 10^3$  と変化させ行った場合の等温度線図を図 5-2 に示す。ここでプラントル数は以下で定義する。

$$Pr = \frac{\mu^* C_{p_f}}{k_f} \left( \frac{\langle \mathbf{u} \rangle}{H} \right)^{n-1} = \frac{Pe_H}{Re_H} \quad (5-15)$$

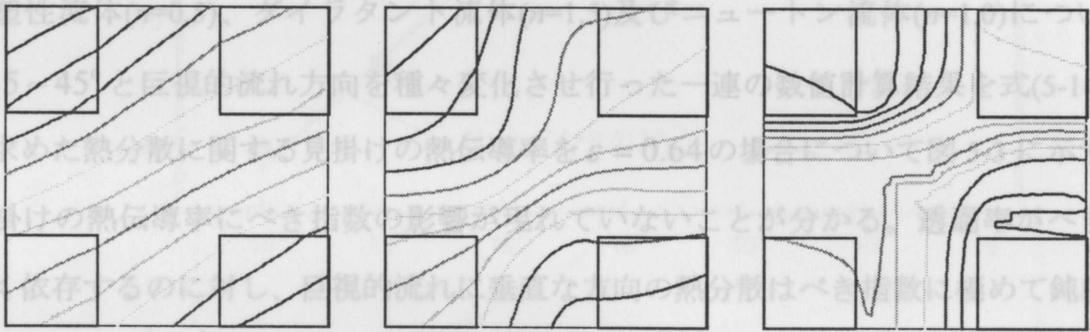
$Re_H = 0.1$  の下では分子拡散が支配的であり、等温線には熱伝導率比  $k_s/k_f$  に応じた湾曲が認められる。 $\theta = 0^\circ$  に於いては  $Re_H = 10$  の下でも  $Re_H = 0.1$  とほぼ類似のパターン



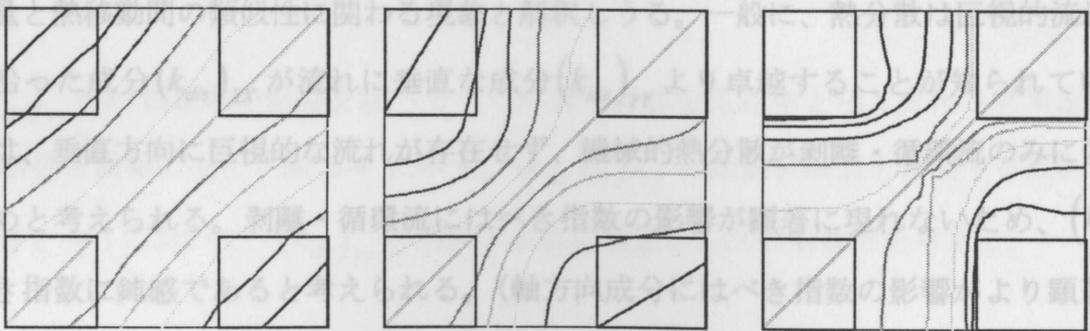
$$Re_H = 0.1, 10, 10^3 (\theta = 0^\circ)$$



$$Re_H = 0.1, 10, 10^3 (\theta = 15^\circ)$$



$$Re_H = 0.1, 10, 10^3 (\theta = 30^\circ)$$



$$Re_H = 0.1, 10, 10^3 (\theta = 45^\circ)$$

図 5-2 等温度線 ( $\varepsilon = 0.64, k_s/k_f = 2$ )。実際の多孔質体を模

が得られるのに対し、 $\theta \neq 0^\circ$  では上流側と下流側の等温線に差異が認められる。レイノルズ数がさらに高くなり  $Re_H = 10^3$  では等温度線には際だった変化が認められるようになる。再循環領域にはよどみ領域に特有な比較的均一な温度域が広がっている。

#### 5. 4 微視的温度場の空間平均による熱分散係数の決定

本数値モデルに於いては、流れに垂直な方向のみに温度勾配が存在することから、巨視的流れの方向( $X, Y$ )に沿う自然座標を用いて、流れの方向に垂直な  $YY$  成分を次式で決定することができる。

$$(k_{dis})_{YY} = \frac{-\rho_f C_{pf}}{(\Delta T/H)} \int_b^H \int_b^H (T - \langle T \rangle) (\mathbf{u} - \langle \mathbf{u} \rangle^f) dx dy \cdot (-\sin \theta \mathbf{i} + \cos \theta \mathbf{j}) \quad (5-16)$$

擬塑性流体( $n=0.5$ )、ダイラタント流体( $n=1.5$ )及びニュートン流体( $n=1.0$ )について、 $\theta = 15 \sim 45^\circ$  と巨視的流れ方向を種々変化させ行った一連の数値計算結果を式(5-14)に代入し求めた熱分散に関する見掛けの熱伝導率を  $\varepsilon = 0.64$  の場合について図 5-3 に示す。

見掛けの熱伝導率にべき指数の影響が現れていないことが分かる。透過率がべき指数に強く依存するのに対し、巨視的流れに垂直な方向の熱分散はべき指数に極めて鈍感である。すなわち、 $(k_{dis})_{YY}$  については、ニュートン流体のそれで置き換えうることが分かる。これは、高レイノルズ数下の慣性効果がべき指数に依存性を示さないことに関連しており、運動量と熱移動間の類似性に関わる現象と解釈しうる。一般に、熱分散は巨視的流れの方向に沿った成分  $(k_{dis})_{XX}$  が流れに垂直な成分  $(k_{dis})_{YY}$  より卓越することが知られている。それは、垂直方向に巨視的な流れが存在せず、機械的熱分散が剥離・循環流のみに依存するためと考えられる。剥離・循環流にはべき指数の影響が顕著に現れないため、 $(k_{dis})_{YY}$  がべき指数に鈍感であると考えられる。(軸方向成分にはべき指数の影響がより顕著に出現すると考えられる。)

一方、巨視的流れの方向についてはその効果が若干認められる。実際の多孔質体を模

擬するに当たっては、角度に関するアンサンブル平均値を採用すればよい。低ペクレ数域から高ペクレ数域に進むにつれ、ペクレ数の依存性にはっきりとした変化が認められる。図 5-3 中の実線はそれぞれの領域のデータを最小二乗近似したものである。低ペクレ数域で  $Pe$  の 1.7 乗、高ペクレ数域で  $Pe$  の 1 乗に比例して  $(k_{dis})_{YY}$  が増加することが分かる。この様に、 $Pe$  の依存性については、高、低の両ペクレ数域で桑原ら<sup>(1)</sup>の数値計算結果とそれぞれ一致する結果を得る。なお、データは種々の巨視的流れ方向に関するアンサンブル平均してある。

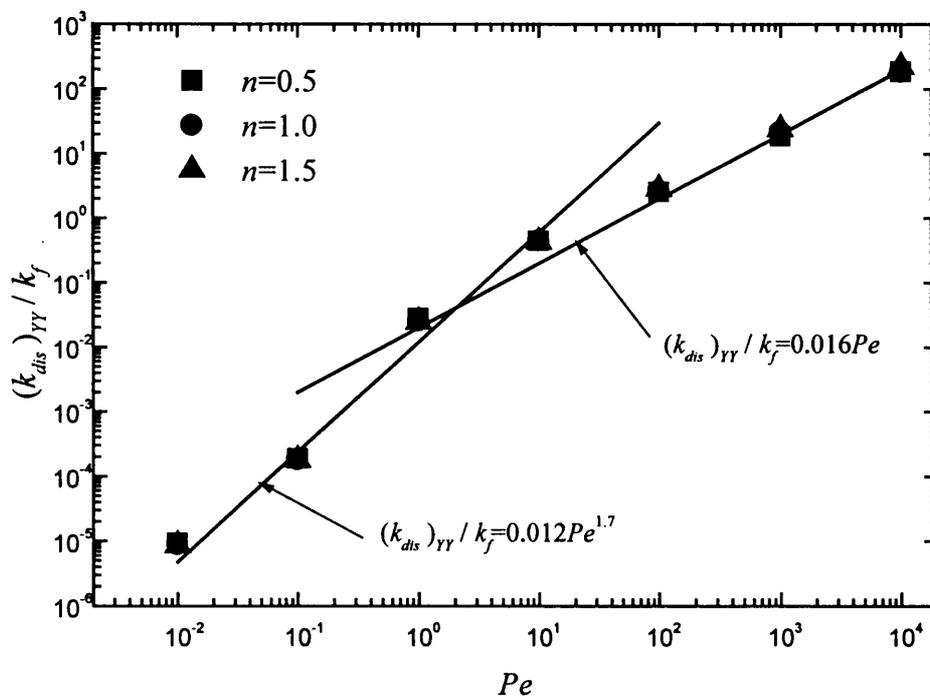


図 5-3 熱分散係数のペクレ数依存性

$(k_{dis})_{YY}$  への気孔率の影響を調べるべく同様の計算を気孔率を種々変化させ実施した。その結果を横軸にとり図 5-4 に示す。 $(k_{dis})_{YY} / k_f$  の数値実験値を相関するにあたり、純流体  $\varepsilon \rightarrow 1$  において、 $(k_{dis})_{YY}$  が消失する点に留意し、次の関数形を考える。

$$\frac{(k_{dis})_{YY}}{k_f} \propto Pe^a (1 - \varepsilon)^b \quad (5-17)$$

以上の考察により、低ペクレ数域及び、高ペクレ数域に対し以下の相関式が得られる。

$$\frac{(k_{dis})_{YY}}{k_f} = 0.022 \frac{Pe_D^{1.7}}{(1-\varepsilon)^{1/4}} \quad \text{for} \quad (Pe_D < 10) \quad (5-18a)$$

$$\frac{(k_{dis})_{YY}}{k_f} = 0.052(1-\varepsilon)^{1/2} Pe_D \quad \text{for} \quad (Pe_D > 10) \quad (5-18b)$$

ここで、 $Pe_D = Pe(1-\varepsilon)^{1/2}$  の関係を用いた。本数値実験値にばらつきが認められるが、認められるが、それは体積平均、アンサンブル平均などの操作からくる誤差に起因するものと考えられる。

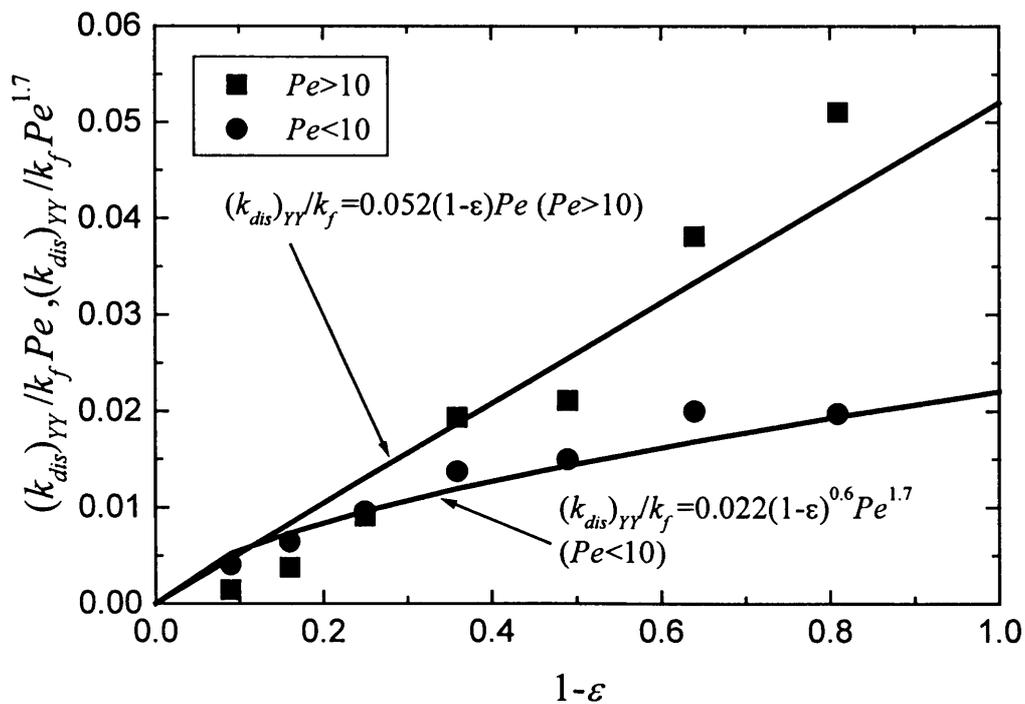


図 5-4 熱分散熱伝導率

細管内熱分散に関する Taylor-Aris の解析解によれば、低ペクレ数域では二乗に比例するが、多孔質構造体モデルに基づく本解析結果はこれより小さい依存性を示している。

図 5-5 は高ペクレ数域の相関式を実験データとともに示したものである。多少低めではあるが、本相関式は実験結果と概ね一致している。これより、本構造体モデルが多孔質体内の熱移動を把握するうえで極めて有効であることがわかる。なお、図 5-5 中には、参考のために Koch-Brady<sup>(4)</sup>によるストークス近似に基づく解（破線）も沿えてある。ただし、彼らの解析においては、慣性項が無視されており、 $Pe$ の増加は（ $Re$ の増加ではなく） $Pr$ の増加を意味する。したがって、彼らの解と熱分散効果との直接的比較はできない点に留意する必要がある。

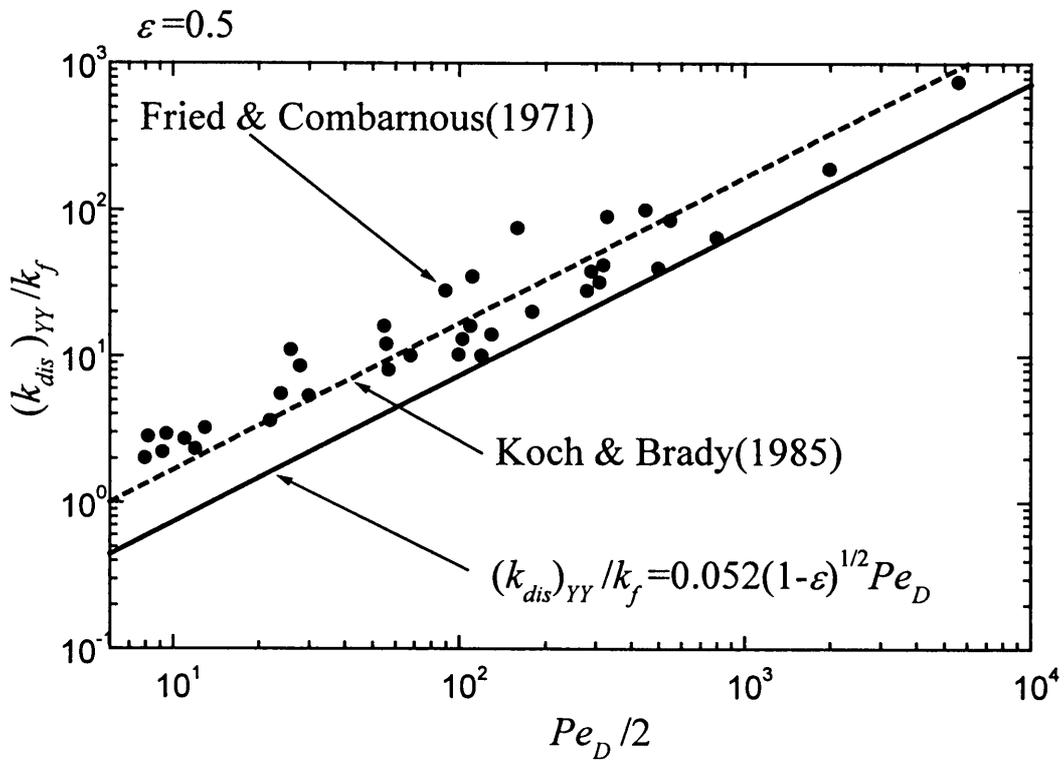


図 5-5 高ペクレ数域の相関式と実験データ

## 5. 5 結言

多孔質体の構造体モデルとして二次元角柱群で構成される無限集合体を提案した。多孔質構造体を通過する巨視的に一様なべき乗則非ニュートン流体流を考えた。流れ方向に

垂直に巨視的に線形な温度勾配が印加された場での巨視的一様流を考え、構造体内の微視的速度場及び温度場の直接的数値シミュレーションを実施した。微視的計算結果を空間平均する手続きを経て、多孔質体内熱流動に於ける見掛けの熱伝導率を理論的に算出した。

- (1) 巨視的流れに垂直に巨視的に線形な温度勾配が印加された場での巨視的一様流を考える時、構造体の一ユニットに注目し、多孔質体内の熱分散の寄与を含む見かけの熱伝導率を求めることができる。
- (2) 分子熱拡散に比べ熱分散が支配的となる高ペクレ数下においては見かけの熱伝導率は流体のべき指数に依存しなくなり、擬塑性流体、ダイラタント流体およびニュートン流体に共通した表現が可能となる。
- (3) 低ペクレ数域ではペクレ数の 1.7 乗に、また高ペクレ数域ではペクレ数の 1 乗に比例し、各領域において以下の式が成立する。微視的数値計算結果に基づくこれらの式はニュートン流体に関する既報の測定データと良好な一致を示す。

$$\frac{(k_{dis})_{YY}}{k_f} = 0.022 \frac{Pe_D^{1.7}}{(1-\varepsilon)^{1/4}} \quad \text{for} \quad (Pe_D < 10)$$

$$\frac{(k_{dis})_{YY}}{k_f} = 0.052(1-\varepsilon)^{1/2} Pe_D \quad \text{for} \quad (Pe_D > 10)$$

## 参考文献

- (1) 桑原不二朗・中山顕・児山仁, 日本機械学会論文集, “多孔質体内熱流動における熱分散に関する研究 (二次元構造体モデルによる熱分散の数値予測)”, 62 巻, 600 号, B 編, (1996), 210-216.
- (2) Patankar, S. V., *Numerical heat transfer and fluid flow*, Washington, D. C., (1980), 113-131.
- (3) 香月正司・中山顕, 熱流動の数値シミュレーション, (1994), 35-76, 森北出版株式会社.

- (4) Koch, D. L. And Brady, J. F., "Dispersion in fixed beds", J. Fluid Mech., 154, (1985), 399-427.

## 第6章 多孔質充填流路内の圧力低下及び熱分散の測定

多孔質体内の非ニュートン流体の熱流動に関する実験データは皆無である。工業用の応用を考えるにつけても、基礎的実験データを把握しておくことは極めて重要である。現実には存在する非ニュートン流体中には、血液をはじめ擬塑性流体を示すものが多くある。それらの非ニュートン流体の熱移動現象を実験で検討する際に用いられる代表的なものとして CMC がある。CMC は比較的安価で手に入り易く、化学的にも安定である。

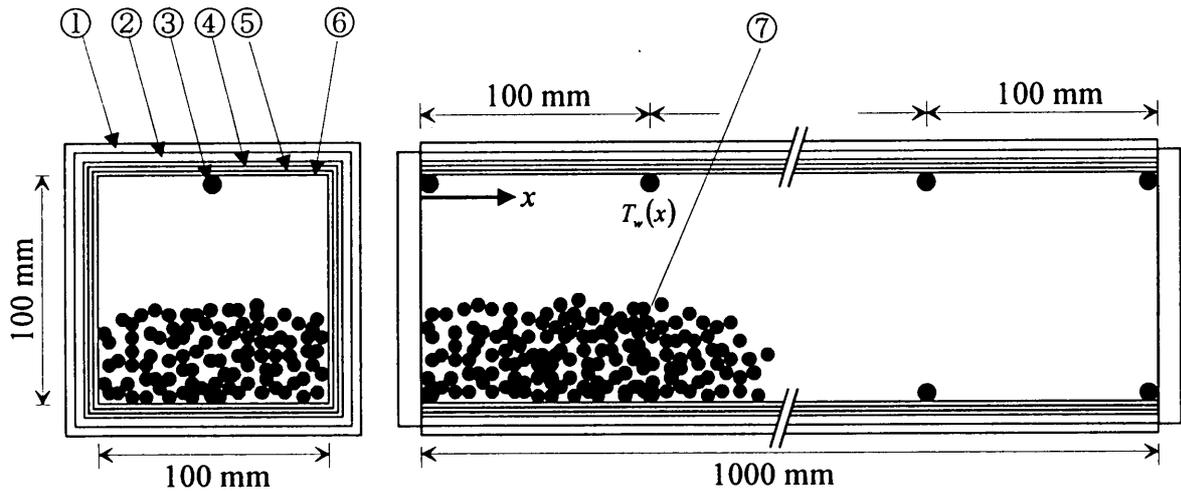
本章では多孔質体内非ニュートン流体の熱流動における巨視的圧力勾配及び熱分散現象を把握すべく熱流動実験を実施した。レイノルズ数を変化させ、入口及び出口の圧力差を計測し、透過率及び多孔質体慣性効果に関する係数を決定した。さらに、等熱流束条件の強制対流熱伝達の実験を実施し、多孔質体内の壁面温度を熱電対で測定し、熱分散に起因する見かけの熱伝導率を決定した。

### 6. 1 実験装置及び実験方法

本実験で用いた実験装置の詳細図を図 6-1 に示す。試験部は一辺 100mm の正方形断面からなり、長さ 1000mm にわたる。試験流路内に多孔質媒体としてガラスビーズ⑦を充填することにより多孔質体構造をモデル化した。試験部のベークライト板②の内部に薄いステンレス箔④を貼り付け直流電流を流すことにより、壁面に等熱流束条件を与えた。

まず恒温槽⑩で試験溶液を一定温度（25°C）加熱し、ポンプ⑧を用いて試験流路に一定流量で流す。スライダック⑨の電圧を調整することによりポンプの回転数を変化させることができる。流量は出口より流出した流体を重量法により測定した。流量は約  $10^{-3} \sim 2 \times 10^{-1} \text{ (m}^3/\text{s)}$  であった。粘度とべき指数は水に溶かす CMC の量により変化させることができ、今回は 0.1%と 0.2%に設定した。粘度はコーンプレート型の粘度計を用いてそれぞれのずり速度で測定し、べき指数は粘度とずり速度の関係より決定した。試験流路前後に取り付けた圧力センサーからの電圧を動歪み測定器⑪を經由し、デジタルマルチメーター⑫で読み取り、圧力低下を求めた。試験流路上下、左右の4面のベークライト壁に、ステンレス箔を貼り、通電加熱した。スライダック⑬を変化させることにより供給電

力を変化させることができ、約10～100ワットの間で変化させた。定常状態になるのを確認した後、デジタルマルチサーモメータ⑰で熱電対の温度を読みとり、多孔質体流路壁の温度を測定した。流量及び供給電力の計測値に基づく熱バランスの関係より、バルク温度を求めた。



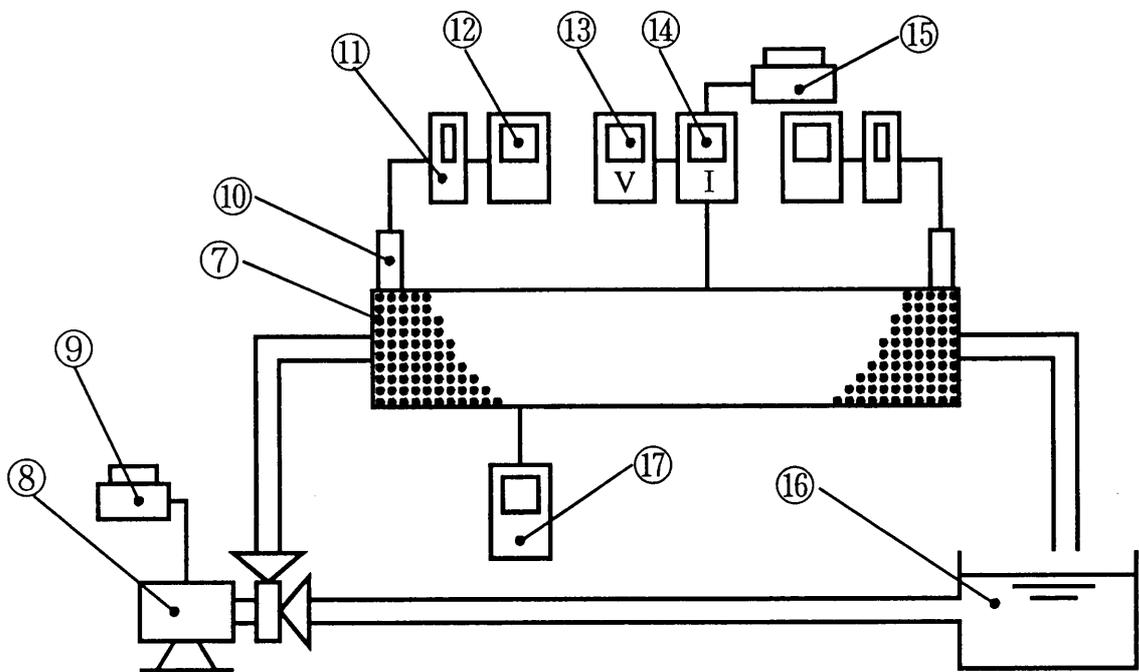
- ①断熱材      ②ベークライト板      ③熱電対      ④ステンレス箔  
 ⑤ゴムシート      ⑥銅板      ⑦ガラスビーズ（平均直径 2.5mm および 5.0mm）

図 6-1 実験装置詳細図

## 6. 2 透過率及び多孔質体慣性係数の決定

平均直径 5mm 及び 2.3mm のガラスビーズを用いて実施した多孔質体内強制流動の測定より求めた無次元圧力降下とレイノルズ数との関係を図 6-3 及び図 6-4 示す。低レイノルズ数域では粘性抵抗が支配的であり、それぞれのべき指数において一定値を示す。

実測データを Nakayama-Shenoy<sup>(1)</sup>の式と相関し求めた修正透過率をべき指数を横軸にとり、図 6-5 に示す。同図には、各種相関式<sup>(2)(3)(4)(5)</sup>と本数値実験に基づく理論値を示してある。測定データと理論値との良好な一致が認められる。



- ⑧ポンプ      ⑨ポンプ用スライダック      ⑩圧力ゲージ      ⑪動歪み測定器  
 ⑫圧力計用マルチメーター ⑬電圧計      ⑭電流計      ⑮スライダック  
 ⑯恒温槽 ⑰熱電対用マルチメーター

図 6-2 実験装置概略図

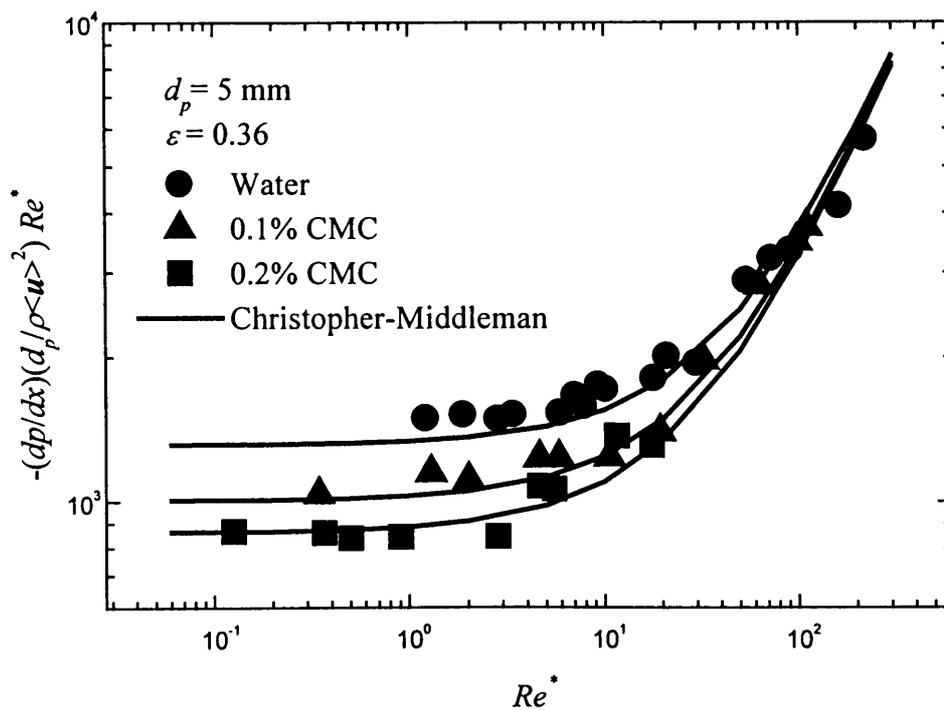


図 6-3 無次元圧力勾配のレイノルズ数依存性 ( $d_p = 5 \text{ mm}$ )

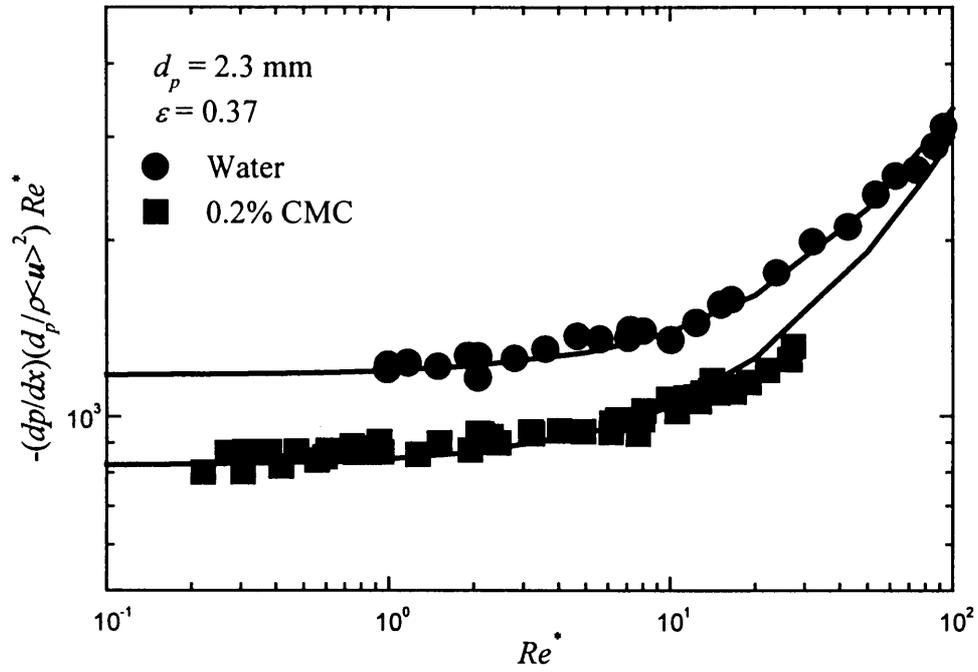


図 6-4 無次元圧力勾配のレイノルズ数依存性 ( $d_p = 2.3 \text{ mm}$ )

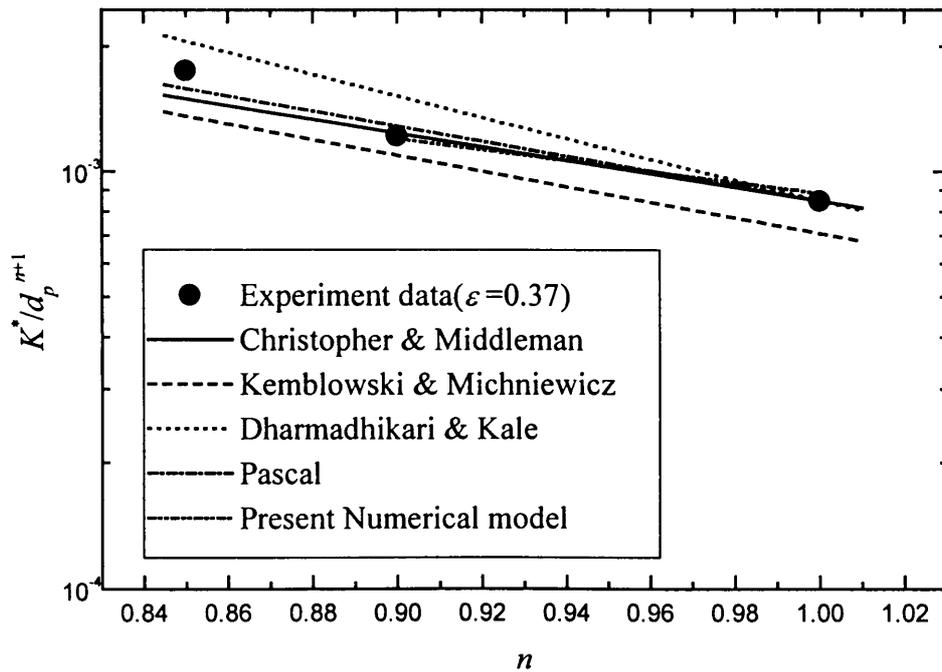


図 6-5 べき指数による透過率の決定 ( $d_p = 2.3 \text{ mm}$ )

### 6. 3 ヌセルト数及び熱分散に起因する見かけの熱伝導率の決定

局所熱伝達率  $h(x)$  は以下で定義される。

$$h(x) = \frac{q_w}{T_w(x) - T_B(x)} \quad (6-1)$$

ここで壁温  $T_w(x)$  は測定値を用いる。一方、バルク平均温度は熱バランスより次式で算出する。

$$T_B(x) = T_B(0) + \frac{4q_w}{\rho_f c_{p_f} \langle u \rangle D_h} x \quad (6-2)$$

ここで、 $q_w$  は壁面の熱流束で正味供給電力  $\mathbf{P}$  を用い、以下で算出する。

$$q_w = \frac{\mathbf{P}}{4LD_h} \quad (6-3)$$

今、プラグ流を想定すると、ペクレ数の値のいかんに関わらず、以下の関数式が成立すると考えられる。

$$\frac{hD_h}{\varepsilon k_f + (1 - \varepsilon)k_s + k_{dis}} = \text{const.} \quad (6-4)$$

したがって、

$$\frac{hD_h}{\varepsilon k_f + (1 - \varepsilon)k_s + k_{dis}} = \frac{hD_h}{\varepsilon k_f + (1 - \varepsilon)k_s} \Big|_{Pe_{D_h} \rightarrow 0} \quad (6-5)$$

$$\frac{hD_h}{k_f} = \frac{hD_h}{k_f} \Big|_{Pe_{D_h} \rightarrow 0} \left( 1 + \frac{\frac{k_{dis}}{k_f}}{\varepsilon + (1-\varepsilon)\left(\frac{k_s}{k_f}\right)} \right) \quad (6-6)$$

ここで  $k_{dis}$  は熱分散に起因する熱伝導率である。

図 6-6 及び 6-7 はペクレ数に対するヌセルト数の変化を示したものである。上式と測定データを相関することで  $\left(hD_h/k_f\right)_{Pe_{D_h} \rightarrow 0}$  及び  $k_{dis}/k_f$  を各ペクレ数について決定することができる。

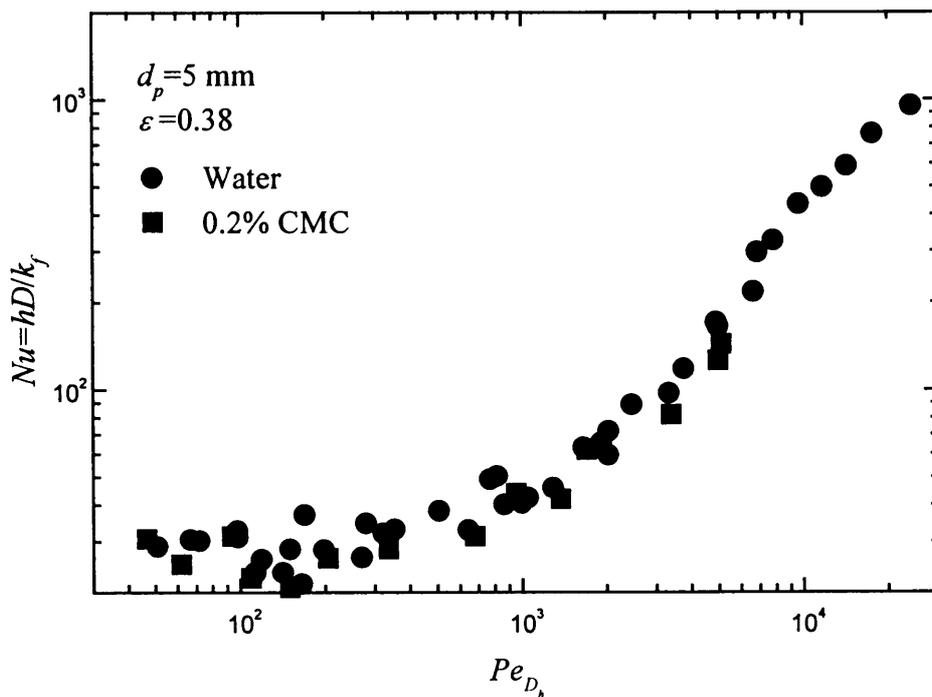


図 6-6 ヌセルト数のペクレ数依存性 ( $d_p = 5 \text{ mm}$ )

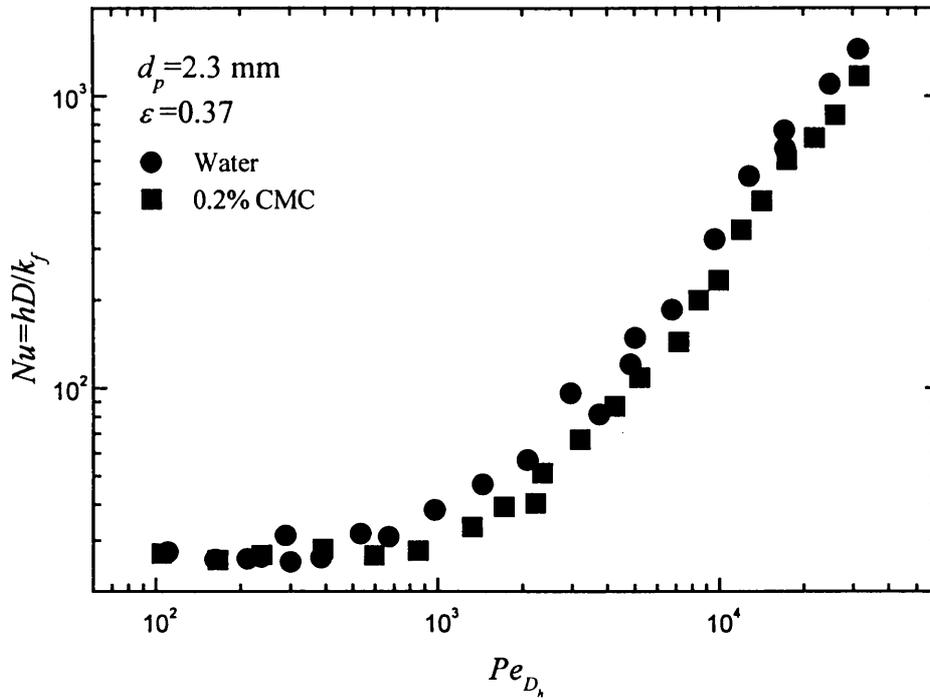


図 6-7 ヌセルト数のペクレ数依存性 ( $d_p = 2.3 \text{ mm}$ )

図 6-8 及び 6-9 は熱分散に起因する見かけの熱伝導率を示したものである。高ペクレ数域においては、いずれの場合も  $Pe_{D_p}$  にほぼ比例する傾向を示しており、次の関数を示唆している。

$$\frac{k_{dis}}{k_f} \propto \frac{\rho_f C_{p_f} \langle u \rangle d_p}{k_f} \quad (6-7)$$

一方、低ペクレ数においては、ペクレ数依存性が高くなる傾向にある。低ペクレ数下の数値計算においては、以下の関数が得られている。

$$\frac{k_{dis}}{k_f} \propto \left( \frac{\rho_f C_{p_f} \langle u \rangle d_p}{k_f} \right)^{1.7} \quad (6-8)$$

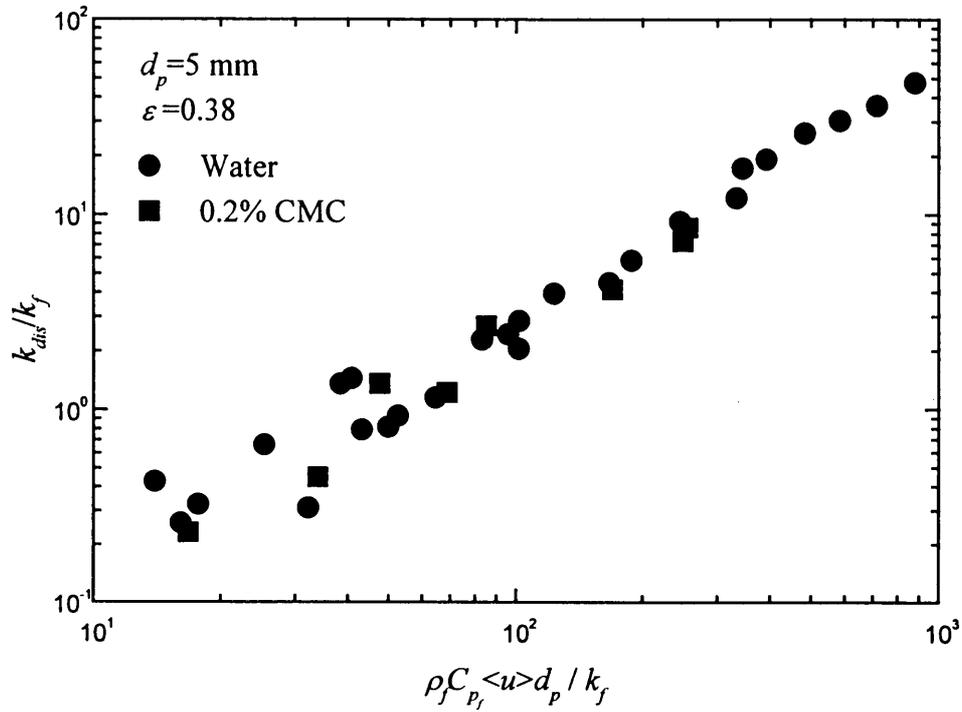


図 6-8 見掛けの熱分散伝導率 ( $d_p = 5 \text{ mm}$ )

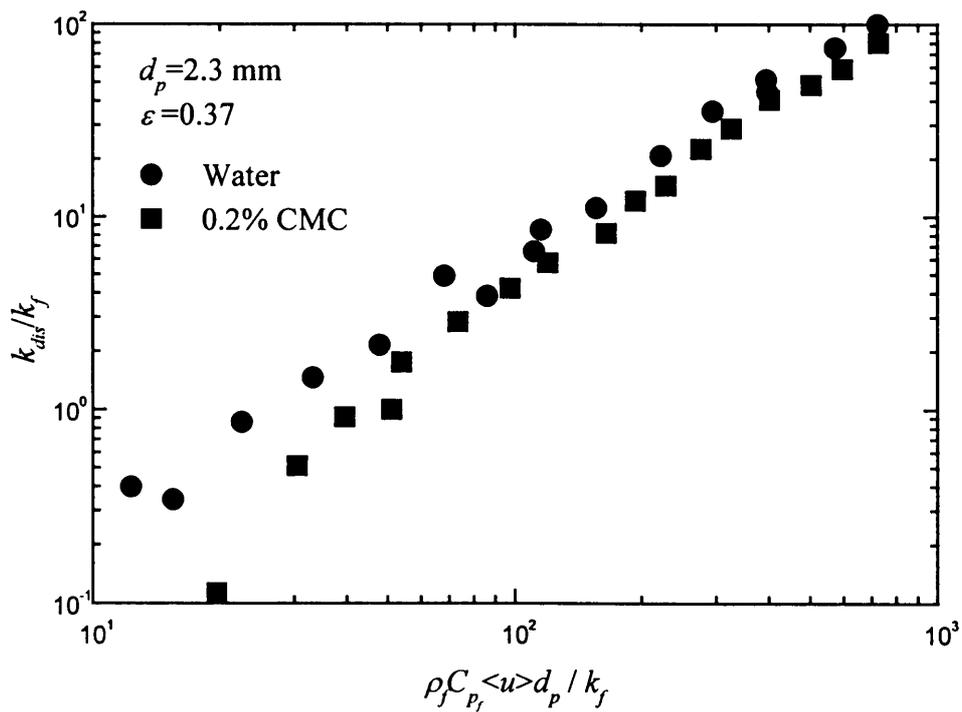


図 6-9 見掛けの熱分散伝導率 ( $d_p = 2.3 \text{ mm}$ )

以上を念頭に置き、実験データを相関した結果を以下に示す。

$$\frac{k_{dis}}{k_f} = 0.075 \left( \frac{\rho_f C_{p_f} \langle u \rangle d_p}{k_f} \right) \quad \text{for} \quad \left( \frac{\rho_f C_{p_f} \langle u \rangle d_p}{k_f} \right) > 100 \quad (6-9)$$

$$\frac{k_{dis}}{k_f} = 0.003 \left( \frac{\rho_f C_{p_f} \langle u \rangle d_p}{k_f} \right)^{1.7} \quad \text{for} \quad \left( \frac{\rho_f C_{p_f} \langle u \rangle d_p}{k_f} \right) < 100 \quad (6-10)$$

低ペクレ数域においては熱分散の寄与そのものが小さくなるため、測定が難しく、実験データにばらつきが目立つ。

図 6-10 は高ペクレ数域における Fried-Combamous<sup>(6)</sup>の物質移動実験データを本実験結果と比較したものである。高ペクレ数域で両実験結果が一致する傾向にある。また図中には上式を実線で示す。破線で示された Koch-Brady<sup>(7)</sup>の解析解及び桑原ら<sup>(8)</sup>の数値計算値と本実験結果と概ね一致していることが分かる。

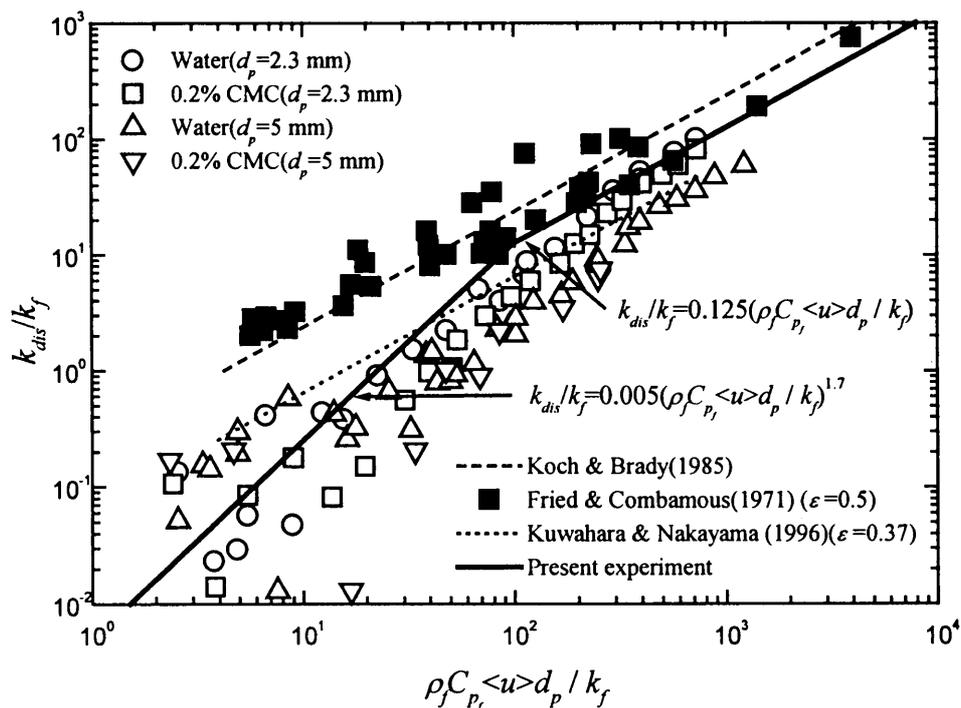


図 6-10 高ペクレ数域における熱分散伝導率

## 6. 4 結言

矩形流路内にガラスビーズを充填した多孔質体流路を作成した。この流路内にニュートン流体及び非ニュートン流体を供給し、強制対流熱伝達実験を実施した。多孔質体内の圧力測定及び温度測定をおこない熱分散に起因する見掛けの熱伝導率とペクレ数の関係を求めた。

- (1) 粒子充填流路内擬塑性流体流の圧力降下の測定より算出した巨視的圧力勾配は微視的数値計算結果に基づく理論値及び既存の経験式と良く一致する。
- (2) 等熱流束の下で加熱される粒子充填流路の熱流動場は加熱流路内で十分に発達したプラグ単相流のそれに対応させることができヌッセルト数の測定値より見かけの熱伝導率を算出することができる。
- (3) 高ペクレ数域において熱分散に起因する見かけの熱伝導率は、粒子ペクレ数に比例し増加する。測定データを相関し求めた見かけの熱伝導率に関する以下の実験式は微視的数値計算結果に基づく理論値と良好な一致を示す。

$$\frac{k_{dis}}{k_f} = 0.075 \left( \frac{\rho_f C_{p_f} \langle u \rangle d_p}{k_f} \right) \quad \text{for} \quad \left( \frac{\rho_f C_{p_f} \langle u \rangle d_p}{k_f} \right) > 100$$

$$\frac{k_{dis}}{k_f} = 0.003 \left( \frac{\rho_f C_{p_f} \langle u \rangle d_p}{k_f} \right)^{1.7} \quad \text{for} \quad \left( \frac{\rho_f C_{p_f} \langle u \rangle d_p}{k_f} \right) < 100$$

## 参考文献

- (1) Nakayama, A. and Shenoy, A. V., "A unified similarity transformation for Darcy and non-Darcy forced-, free-, and mixed convection heat transfer in non-Newtonian inelastic fluid-saturated porous media", The Chemical Engineering Journal, 50, (1992), 33-45.

- (2) Christopher, R. H., and Middleman, S., "Power-law flow through a packed tube", *Ind Eng. Chem. Fundls.*, 4-4, (1965), 422-426.
- (3) Kemblowski, Z., and Michniewicz M., "A new look at the laminar flow of power-law fluids through granular beds", *Rheol Acta* 18, (1979), 730-739.
- (4) Dharmadhikari, R. V., and Kale, D. D., "Flow of non-Newtonian fluids through porous media", *Chem. Eng. Sci.*, 40, (1985), 526-529.
- (5) Pascal, H., "Nonsteady flow of non-Newtonian fluids through a porous medium", *Int. J. Eng. Sci.*, 21, (1983), 199-210.
- (6) Fried, J. J. and Combamous, M. A., "Dispersion in porous media", *Advances in Hydro. Science*, 7, (1971), 169-282.
- (7) Koch, D. L. and Brady, J. F., "Dispersion in fixed beds", *J. Fluid Mech.*, 154, (1985), 399-427.
- (8) Kuwahara, F., Nakayama, A. and Koyama, H., "A numerical study of thermal dispersion in porous media", *Trans. ASME, Journal of Heat Transfer*, 188, (1996), 756-761.

## 第7章 結論

多孔質体内の非ニュートン流体の熱流動現象の熱流体力学的観点から把握は、機械工学、化学工学、土木工学および食品工学などの分野の工業的応用を考える上において極めて重要である。本研究では、現実の純粘性非ニュートンの多くを表現しうる“べき乗則非ニュートン流体”に注目し、多孔質体内の熱流体力学的挙動を、理論と実験の両側面より詳細に検討した。

まず、構造体モデルとして、無限角柱群からなる二次元モデルおよび無限立方体群からなる三次元モデルを提案し、微視的支配方程式を周期境界条件の下に有限体積法により解いた。巨視的流れの方向、気孔率およびレイノルズ数を種々変え計算を実行し、得られた微視的計算結果を空間平均する手続きを経て、透過率および慣性効果に関する係数を求め、既存の経験式との比較・検討を行った。

さらに、巨視的流れに垂直に巨視的に線形な温度勾配が印加された熱流動場の微視的数値シミュレーションを実施し、微視的結果を積分し、熱分散に起因する見かけの熱伝導率に関する検討を行った。

実験的側面においては、多孔質体内の非ニュートン流体の熱流動に関する測定データが存在しない点に留意し、CMC流体を使った粒子充填流路内強制対流に関する実験を実施した。擬塑性流体について流動抵抗および熱分散の測定を行い、微視的計算結果に基づく理論値およびニュートン流体に対する既存の実験データとの比較・検討を行った。これらの検討を経て、以下に要約する結果を得た。

### 二次元構造体モデルに基づく結果

- (1) Nakayama-Shenoy が予測したように、レイノルズ数が高くなると圧力勾配は流体のべき指数に依存しなくなり、擬塑性流体もダイラタント流体もニュートン流体の値に漸近する。
- (2) 微視的結果を空間平均し求めた巨視的圧力勾配を Nakayama-Shenoy の修正ダルシー則と相関させ決定した透過率は巨視的流れの角度に極めて鈍感である。この事実は

規則性を有する本構造体モデルが現実の不規則構造体の透過率を表現する上で充分妥当なモデルであることを示している。

- (3) 微視的結果に基づく透過率の理論値は、既存の経験式と良好な一致を示し、Christopher-Middleman の経験式における迷路係数を調整した次式で相関しうる。

$$K^* = \frac{3}{10} \left( \frac{n\varepsilon}{3n+1} \right)^n \left[ \frac{\varepsilon}{3(1-\varepsilon)} D \right]^{n+1}$$

- (4) 粒子群に関する Ergun の経験式との比較より、気孔率一定の下では、直径  $d_p$  の球の集合体の透過率は辺長  $D = d_p$  の角柱群のそれにほぼ対応することが分かる。
- (5) 二次元モデルに基づき決定した慣性効果に関する係数  $b$  は Nakayama-Shenoy の予測どおり、べき指数に依存しないが、巨視的流れの方向に大きく依存する。現実の多孔質体内の流れを模擬するに当たっては巨視的流れの方向に関しアンサンブル平均した値を用いれば良い。しかし、このようにして算出した慣性効果に関する係数  $b$  は気孔率との関係において Ergun の経験式と矛盾することから、高レイノルズ数下の慣性効果を表現する上で二次元モデルは不十分と考えられる。

### 三次元構造体モデルに基づく結果

- (1) 三次元構造体モデルを用いた微視的結果に基づく透過率の理論値は、二次元構造体モデルに基づく結果と同様に、既存の経験式と良好な一致を示す。
- (2) 粒子群に関する Ergun の経験式との比較より、気孔率一定の下では、直径  $d_p$  の球の集合体の透過率は辺長  $D = d_p$  の立方体群のそれにほぼ対応することが分かる。
- (3) 二次元モデルでは表現し得ない多孔質体慣性効果が、三次元モデルにおいては気孔率との関数関係において的確に表現しうる。ただし、そのレベルは実験的に観測されるものの 1/4 程度と低めに予測される。現実の多孔質体の多孔質体慣性効果のレベルを的確に予測するには、構造体の幾何学的不規則性また微視的流れの非定常性を考慮する必要がある。

## 熱分散および見かけの熱伝導率に関する結果

- (1) 巨視的流れに垂直に巨視的に線形な温度勾配が印加された場での巨視的一様流を考  
える時、構造体の一ユニットに注目し、多孔質体内の熱分散の寄与を含む見かけの  
熱伝導率を求めることができる。
- (2) 分子熱拡散に比べ熱分散が支配的となる高ペクレ数下においては見かけの熱伝導率  
は流体のべき指数に依存しなくなり、擬塑性流体、ダイラタント流体およびニュー  
トン流体に共通した表現が可能となる。
- (3) 低ペクレ数域ではペクレ数の 1.7 乗に、また高ペクレ数域ではペクレ数の 1 乗に比例  
し、各領域において以下の式が成立する。微視的数値計算結果に基づくこれらの式  
はニュートン流体に関する既報の測定データと良好な一致を示す。

$$\frac{(k_{dis})_{YY}}{k_f} = 0.022 \frac{Pe_D^{1.7}}{(1-\varepsilon)^{1/4}} \quad \text{for} \quad (Pe_D < 10)$$

$$\frac{(k_{dis})_{YY}}{k_f} = 0.052(1-\varepsilon)^{1/2} Pe_D \quad \text{for} \quad (Pe_D > 10)$$

## 粒子充填流路内強制対流に関する実験結果

- (1) 粒子充填流路内の擬塑性流体流の圧力降下の測定より算出した巨視的圧力勾配は微  
視的数値計算結果に基づく理論値および既存の経験式と良く一致する。
- (2) 等熱流束の下で加熱される粒子充填流路の熱流動場を加熱流路内で十分に発達した  
プラグ単相流のそれに対応させることで、ヌッセルト数の測定値より見かけの熱  
伝導率を算出することができる。
- (3) 高ペクレ数域において熱分散に起因する見かけの熱伝導率は、粒子ペクレ数に比例  
し増加する。測定データを相関し求めた見かけの熱伝導率に関する以下の実験式は  
微視的数値計算結果に基づく理論値と良好な一致を示す。

$$\frac{k_{dis}}{k_f} = 0.075 \left( \frac{\rho_f C_{p_f} \langle u \rangle d_p}{k_f} \right) \quad \text{for} \quad \left( \frac{\rho_f C_{p_f} \langle u \rangle d_p}{k_f} \right) > 100$$

$$\frac{k_{dis}}{k_f} = 0.003 \left( \frac{\rho_f C_{p_f} \langle u \rangle d_p}{k_f} \right)^{1.7} \quad \text{for} \quad \left( \frac{\rho_f C_{p_f} \langle u \rangle d_p}{k_f} \right) < 100$$

以上、列挙したように、今まで、ほとんど報告されていなかったべき乗則非ニュートン流体の多孔質体内における熱流動現象が微視的数値シミュレーションおよび管路内の熱流動実験を通してある程度明らかとなった。実在の多孔質構造体における不規則性の効果をいかに加味するかにおいては、現状のコンピュータ環境と照らし合わせて、現実的な計算負荷の範囲で考えていく必要があると思われる。工業的応用を考えるにおいては、べき乗則にそわない他の非ニュートン流体についても検討していく必要があるであろう。

## 記号表

$A$	界面面積ベクトル
$A_c$	検査面
$A_f, B_f$	流路面積
$A_{int}$	固体と流体の界面の濡れ縁面積
$b$	慣性係数
$C_p$	等圧比熱
$C_s$	固体比熱
$C_t$	迷路係数 (Tortuosity)
$d$	円管直径
$d_p$	粒子直径
$D$	多孔質構造体の構造体長さ
$D_h$	ダクト直径
$g$	重力加速度
$h$	熱伝達率
$H$	構造体中心間長さ
$i, j, k$	単位ベクトル
$k$	熱伝導率
$K$	透過率
$K^*$	修正透過率
$L$	試験流路長さ
$m$	化学種の質量分率
$n$	べき指数
$Nu$	ヌセルト数
$p$	微視的圧力
$P$	正味供給電力
$Pe$	粒子ペクレ数

$Pe_H$	ペクレ数
$Pr_H$	プラントル数
$q_w$	熱流束
$\dot{Q}$	体積流量
$Re$	粒子レイノルズ数
$Re_H^*$	レイノルズ数
$T$	温度
$\Delta T$	単位ユニットあたりの巨視的溫度差
$u_m$	円管内平均流速
$u$	微視的速度ベクトル
$V$	コントロールボリューム
$x, y$	デカルト座標系

#### ギリシャ文字

$\varepsilon$	気孔率
$\phi$	巨視的流れ方向
$\Phi$	散逸関数
$\mu$	粘度
$\mu^*$	擬塑性粘度
$\nu$	動粘度
$\theta$	巨視的流れ方向
$\rho$	密度

## 添え字

$B$	バルク
$dis$	分散
$f$	流体
$i, j$	テンソル
$s$	固体
$tor$	tortuosity
$w$	壁

## 特殊記号

$\langle \rangle$	空間平均
$\langle \rangle^f$	実質平均

## 謝辞

本論文は、静岡大学工学部、中山顕 教授の懇親なる御指導を受けてまとめたものであり、論文作成にあたっては、静岡大学工学部、石井仁 教授、荒木信幸 教授、牧野敦 助教授、早川泰弘 助教授の有益な御意見と御教示を賜り、ここに深甚なる謝意を表します。

また、本研究を遂行するにあたり、静岡大学工学部 児山仁 名誉教授、桑原不二朗 講師の御指導と御助言を常日頃からいただき、心から御礼を申し上げます。

最後に、本研究を進めるにあたり、有益な助言をいただいた、本山英明 技官、解析及び実験に御協力いただいた、亀山吉朗 君、青木俊直 君、岡博充 君、佐藤隆広 君ならびに熱工学講座の学生諸君に感謝いたします。